ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

SERIA A

ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
St. cerc. energ. Vol. 12 Nr. 1-A p. 1–204 Bucureşti mai 1962

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

F
2701/A

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

Seria A

ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

Tomul XII, nr. 1, 1962 **Apare de 4 ori pe an**

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

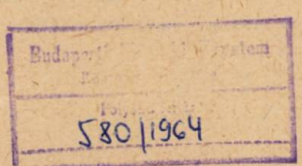
COMITETUL DE REDACŢIE

Acad. I. S. GHEORGHIU,
R. RĂDULEŢ, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil*;
A. AVRAMESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
M. BERCOVICI, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
C. APETREI — *redactor responsabil adjunct*;
E. ARIE — *secretar ştiinţific*;
C. BÎLĂ;
CS. NAGY.

Redacţia: BUCUREŞTI, Şos. Vitan nr. 236

1989

Începînd cu tomul XII, 1962, revista „Studii și cercetări de energetică" apare la fiecare număr sub forma a două fascicule: seria A—Energetică generală și electroenergetică; *seria B*—Termoenergetică și utilizarea energetică a combustibililor, *destinate cititorilor interesați în domeniile respective ale energeticii.*



DIN REALIZĂRILE INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI R.P.R. ÎN ANUL 1961 ȘI SARCINILE CE-I REVIN PENTRU ANUL 1962

Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. cu privire la planul de dezvoltare a economiei naționale pe anii 1960—1965 și schița planului de perspectivă pe următorii 15 ani constituie un element fundamental în orientarea activității creatoare a întregului nostru popor în opera de desăvîrșire a construirii socialismului în țara noastră.

Studiind cu atenție acest însemnat document de partid, institutele de cercetări științifice găsesc trasate principalele sarcini pe care sînt chemate să le rezolve în strînsă legătură cu dezvoltarea economiei naționale. Astfel, pentru institutele de cercetare din domeniul științelor tehnice se prevăd, drept sarcini concrete, elaborarea de studii în legătură cu valorificarea complexă a resurselor energetice și a substanțelor minerale, fabricarea cocsului din cărbuni energetici, realizarea de instalații de arderea ligniților, modernizarea proceselor tehnologice, perfecționarea mașinilor fabricate în țară, introducerea și extinderea automatizării industriale.

Un îndreptar prețios pentru orientarea tematicii de perspectivă a cercetărilor de specialitate din țara noastră îl constituie de asemenea rezultatele și preocupările științei sovietice, în lumina importantelor documente adoptate la Congresul al XXII-lea al P.C.U.S.

În domeniul energeticii, sarcini de mare însemnătate revin cercetării teoretice în domeniile care determină progresul tehnic, cum sînt : electrificarea întregii țări, mecanizarea complexă și automatizarea producției, chimizarea celor mai importante ramuri ale economiei, folosirea în producție a energiei atomice. Se impune necesitatea rezolvării în primul rînd a unor probleme ca : elaborarea balanței energetice și de combustibil a țării, studierea căilor de valorificare optimă a resurselor naturale de energie, stabilirea bazelor științifice ale sistemului energetic unic, descoperirea de noi surse de energie și metode de transformare directă a energiei termică, chimică, nucleară și solară în energie electrică, dirijarea reacțiilor termonucleare

etc. Un rol important revine cercetărilor care stau la baza realizării unor noi mașini și sisteme automate, precum și a perfecționării mașinilor de calcul, de comandă și informații.

Înarmat cu toate aceste prețioase indicații, Institutul de energetică a căutat să-și axeze eforturile de cercetare pe principalele probleme energetice ridicate de dezvoltarea economiei noastre naționale. Acest fapt se oglindește atît în rezultatele obținute în urma studiilor efectuate în 1961 cît și în tematica planului său de activitate științifică pe 1962. Probleme ca : bilanțul energetic, valorificarea complexă a resurselor energetice, fabricarea cocsului metalurgic din cărbuni energetici, realizarea de instalații de arderea ligniților, stabilirea bazelor științifice pentru studiul funcționării și dezvoltării în perspectivă a sistemelor energetice etc. au constituit și vor constitui, în continuare, obiective de prim ordin ale activității științifice a institutului.

Semnalăm astfel definitivarea *Atlasului resurselor termoenergetice ale R.P.R.*, lucrare de mare amploare, la care au colaborat numeroși specialiști din diferite departamente și care urmează să vadă lumina tiparului în 1962. S-au continuat cercetările în domeniul bilanțului energetic general, întocmindu-se o formă îmbunătățită de bilanț, pentru un an expirat ; în această direcție, subliniem în deosebi rezultatele obținute la rezolvarea unor probleme privind bilanțul energetic de perspectivă prin aplicarea programării matematice și folosirea auxiliarelor moderne de calcul. Acestea vor permite ca în 1962 să se treacă la tratarea unui caz real de bilanț energetic de perspectivă. În direcția optimizării soluțiilor în dezvoltarea sistemelor energetice sînt de menționat studiile care au dus la elaborarea unor metode originale pentru determinarea daunelor provocate consumatorilor industriali de întreruperea în alimentarea cu energie electrică. Se prevede ca în 1962 să se stabilească caracteristicile daune — durata întreruperii pentru cîțiva consumatori importanți de energie electrică. În cadrul preocupării generale a colectivului respectiv, în același an, se vor iniția cercetări avînd drept obiectiv stabilirea metodei de calcul pentru optimizarea structurii puterilor instalate în centralele electrice ale unui sistem.

În completarea cercetărilor anterioare privind studiul regimurilor sistemelor electroenergetice, a fost elaborată o metodă de calcul numeric al regimurilor tranzitorii ale mașinilor sincrone, ținînd seama de efectul regulatoarelor automate și s-a trecut la rezolvarea cu mașini cifrice de calcul a unor probleme de stabilitate dinamică și de atragere în sincronism. Folosind metode de analiză statistică, s-a studiat efectul regimurilor tranzitorii asupra indicilor de calitate ai reglajului în sisteme electroenergetice.

Utilizarea mașinilor electronice de calcul a permis lărgirea gamei de probleme cercetate ; astfel, folosind calculatorul analogic MECAN I, construit în institut în anul 1960, s-au studiat : efectele fenomenelor tranzitorii din centralele termice asupra reglajului frecvenței, schemele echivalente utilizabile la determinarea indicilor de calitate ai reglajului, influența unor parametri ai regulatoarelor de tensiune și viteză asupra amortizării oscilațiilor și a limitei de stabilitate statică a unei mașini sincrone și valorile optime ale parametrilor regulatoarelor la reglajul frecvenței și puterii de

schimb la interconectarea a două sisteme (reprezentate prin generatoare echivalente). În anul 1962, urmează să se examineze rezolvarea diferitelor probleme de regimuri ale sistemelor electro-energetice şi de optimizare a acestor regimuri cu ajutorul maşinilor electronice. În acest scop, a fost proiectat şi s-au executat principalele elemente ale unui calculator analogic neliniar.

S-a redactat o monografie despre parametrii funcţionali ai maşinilor sincrone şi influenţa lor asupra construcţiei şi comportării în sistemul energetic; această lucrare amplă cuprinde o metodică de proiectare tehnico-economică a maşinilor de puteri mari cu luarea în considerare a factorilor funcţionali, a siguranţei şi economicităţii; în aceeaşi lucrare, s-au stabilit criterii de alegere a sistemelor de referinţă în teoria maşinilor sincrone.

Se vor iniţia, începînd din anul 1962, studii menite să stabilească varianta optimă tehnico-economică în realizarea transformatoarelor şi autotransformatoarelor, în strînsă legătură cu funcţionarea lor în sistemul electroenergetic naţional.

Studiile anterioare privind caracteristicile izolatoarelor fabricate în ţară au fost completate prin stabilirea metodologiei de încercare a izolaţiei exterioare a staţiilor electrice şi determinarea caracteristicii tensiune-timp pentru cîteva izolatoare. Cercetările teoretice şi experimentale pentru dimensionarea economică a izolaţiei liniilor şi staţiilor electrice de înaltă tensiune, se vor continua cu studii asupra supratensiunilor de origine internă. În acest scop, s-au stabilit schemele pentru măsurarea pe viu a supratensiunilor pe barele staţiilor la declanşarea liniilor în gol şi la declanşarea celor două capete ale unei linii electrice, insistîndu-se asupra determinării caracteristicilor divizorului de tensiune.

Tot în Institutul de energetică, în secţia de termoenergetică, au fost efectuate studii teoretice şi experimentale privind arderea lignitilor, arderea combustibililor gazoşi şi lichizi, procesele energetice din camerele de ardere ale motoarelor cu aprindere prin comprimare, lărgirea bazei de materii prime pentru fabricarea cocsului metalurgic, reducerea conţinutului de sulf din cocsul metalurgic fabricat în R.P.R.; o parte însemnată din rezultatele obţinute s-a concretizat sub formă de lucrări aplicate imediat sau în curs de aplicare în practică. În anul 1962, se vor urmări în general aceleaşi preocupări, lărgindu-se totodată sfera cercetărilor; astfel, se vor studia caracteristicile energetice ale lignitilor şi arderea lor intensificată în focare ciclon, arderea intensificată a combustibililor gazoşi, supraalimentarea motoarelor cu aprindere prin comprimare, procesele energetice în maşinile termice rotative, studierea în fază semiindustrială a fabricării cocsului metalurgic folosind cărbuni energetici.

Mergînd mai departe pe linia trasată de Directivele celui de-al III-lea Congres al P.M.R., Institutul de energetică al Academiei R.P.R. va depune toate eforturile pentru a determina o şi mai strînsă legătură a cercetărilor sale cu practica, o creştere a contribuţiei sale la opera de desăvîrşire a socialismului în patria noastră.

METODICA DE ANALIZĂ A VALORIFICĂRII OPTIME A LIGNIȚILOR DIN OLTENIA*)

1. INTRODUCERE

La acoperirea necesarului crescînd de energie din R.P.R., vor trebui să concure toate resursele energetice existente în R.P.R., în raport cu rezervele disponibile și cu posibilitățile de extracție și utilizare economică a acestor rezerve. Ținînd seama de ponderea mare a rezervelor de lignit din zăcămintele din Oltenia, rezultă necesitatea participării acestor resurse pe scară tot mai largă în bilanțul energetic general al țării. Datorită însă conținutului ridicat de balast — umiditate și cenușă — pe care îl prezintă ligniții din țara noastră, în general (inclusiv cei din Oltenia), domeniul lor de folosire ca atare — în stare brută, neprelucrată — este foarte redus, lipsa de debușee putînd duce implicit la frînarea dezvoltării producției de lignit.

Principalii consumatori de combustibil solid în general ce pot fi luați în considerare și pentru lignit sînt: producția de energie electrică, industria, transporturile și consumul casnic. Condițiile minimale impuse combustibililor solizi cu utilizare energetică directă în aceste mari sectoare de consum arată că utilizarea lignitului brut ca atare, se poate pune în general numai pentru producția de energie electrică în centrale termoelectrice mari și îndeosebi, în cele așezate în afara orașelor **) Toți ceilalți consumatori — industria, transporturile și consumul casnic — necesită fie numai anumite sorturi granulometrice limitate, fie combustibil cu procent de cenușă scăzut sau ca în cazul transporturilor pe calea ferată sau a transporturilor navale, combustibil cu putere calorifică ridicată.

*) Studiu elaborat de un colectiv din Secția de energetică generală a Institutului de energetică al Academiei R.P.R.

**) Centralele termoelectrice mari, urbane (așezate în oraș) necesită în cazul folosirii unor cărbuni cu conținut ridicat de cenușă instalații costisitoare de epurare a gazelor arse și deci importante investiții suplimentare.

Luînd în considerare caracteristicile chimico-tehnice ale lignitului brut din Oltenia, satisfacerea acestor condiții minimale nu este posibilă fără o prelucrare prealabilă a ligniților începînd cu cele mai simple căi de prelucrare — ciuruirea și claubarea — și continuînd cu altele mai complexe ca deshidratarea, brichetarea, gazificarea ș.a.

Dacă ținem seama că orice prelucrare necesită investiții, manoperă, consumuri de energie etc. și că pe de altă parte, prelucrarea este însoțită în general de pierderi din conținutul caloric inițial, rezultă deci că prelucrarea duce la scumpirea unității calorice în combustibilul prelucrat și că ea ar trebui pe cît posibil evitată.

Dar în acest caz, întreaga cantitate de lignit ce ar urma să fie extrasă în anul 1980, pentru completarea necesarului de energie primară, ar trebui dirijată integral pentru producția de energie electrică.

Aceasta ar necesita, pe de o parte, construirea centralelor termoelectrice corespunzătoare — cu o putere instalată de circa 6—8 mil. kW — amplasate pe cît posibil, toate în această regiune și pe de altă parte, pregătirea în paralel a unor mari consumatori de energie electrică, care să poată absorbi economic producția uriașă de energie electrică concentrată în această zonă. Totodată, trebuie analizate în acest caz, posibilitățile de substituire cu alți combustibili decît lignit ciuruit brut sau prelucrat, a păcurii, lemnelor de foc și a cărbunilor superiori (huile) folosiți deocamdată încă pe scară largă în industrie și în consumul casnic și care urmează a fi dirijați treptat dar aproape integral, spre utilizări mai raționale în alte sectoare ale economiei naționale.

Analize orientative prealabile par a arăta că această primă ipoteză ar fi greu de aplicat.

Dacă și studii ulterioare mai ample, vor arăta, că această ipoteză a folosirii integrale a lignitului, fără prelucrare, exclusiv în centrale termoelectrice nu poate fi aplicată, atunci se pune problema prelucrării lignitului extras și deci necesitatea analizării diferitelor căi de prelucrare aplicabile ligniților în vederea alegerii acelor căi care prezintă eficiență tehnică și economică optimă. Prelucrarea trebuie în acest caz fie să confere produsului finit, anumite caracteristici, pe care lignitul brut nu le posedă, fie să dea efect economic mai bun la consumator. Totodată, prelucrarea trebuie astfel aleasă încît prin produsul său, gama de produse finite rezultate din prelucrare să poată satisface cantitativ și calitativ un cerc cît mai larg de consumatori diverși, permițîndu-se astfel substituirea tot mai largă a combustibililor deficitari utilizați în prezent în aceste sectoare.

2. CĂILE DE PRELUCRARE ȘI VALORIFICARE TEHNICĂ A LIGNIȚILOR

Căile de prelucrare ce pot fi luate în considerare, în general, pentru valorificarea ligniților sînt arătate în tabela 1, unele din ele ducînd la unul sau mai multe produse finite ce pot fi utilizate ca atare la consumatori, altele servind doar ca trepte intermediare de prelucrare, în vederea pregătirii lignitului pentru alte prelucrări ulterioare. Din analiza condițiilor tehnice minimale impuse lignitului brut, în vederea folosirii sale ca materie

Tabela 1

Căile de prelucrare aplicabile lignitilor şi condiţiile tehnice minimale impuse lignitului brut folosit ca materie primă în prelucrare

Calea de prelucrare	Condiţii impuse lignitului brut în vederea prelucrării			Produsul principal rezultat din prelucrare	Calea de valorificare tehnică a produsului principal la consumator
	Granulaţie mm	Cenuşă %	Alte condiţii		
1. Ciuruire	0—700 sau alt sort ciuruit	. .	. .	— lignit ciuruit	— ardere ca atare în ind.
		25	. .	— ,, ,, claubat	— în bucăţi — sub formă de praf
2. Claubare spălare (epurare)	0—30 (80) sau 30—150	25	lavabilitate bună	— lignit epurat	— prelucrare în continuare prin :
concasare	+150	. .	. .	— lignit concasat	— deshidratare (pt. sort + 30 mm)
măcinare	—150	. .	. .	— lignit măcinat	— brichetare — gazificare
uscare	. .	. .	. .	— lignit uscat	— brichetare sau gazificare
3. Deshidratare (Fleissner)	30—150	25	struct. xiloidă	— lignit deshidratat	— ardere ; consum casnic şi comunal — în sobe şi cazane
4. Brichetarea — fără liant	. .	25	struct. pământoasă % ridicat de acizi humici	— brichete de lignit	— ardere în industrie
— cu liant	. .	30	. .	— brichete de lignit cu liant	— la cazane şi cuptoare
5. Gazificarea	Sort granul. restrîns	30	. .	— gaz de gazogen	— ardere ; consum casnic şi ind.
6. Semicarbonizare	,, ,, ,,	30	% gudron 12	— semicocs — (gudron de semicarbonizare)	— utiliz. energetice sau tehnologice — utiliz. tehnologice
7. Cocsificare	. .	8	St 2%	— cocs	— utiliz. energetice sau tehnologice
8. Hidrogenare	. .	8	. .	— combustibil lichid	— utiliz. în motoare cu combustie internă
9. Extracţie cu solvenţi	3—20	12	minim 8% bitumene extractibile	— ceară montana	— utilizări tehnologice

primă în diferite căi de prelucrare — așa cum se arată orientativ în tabela 1, rezultă că prelucrarea ligniților din R.P.R., pe căile arătate la punctele 6, 7, 8 și 9, — tabela 1 — nu este tehnic justificată în condițiile actuale.

Astfel semicarbonizarea — operație ce necesită eforturi importante de investiții și cheltuieli mari de producție — duce în cazul lignitului din R.P.R., la un combustibil solid (semicocs) scump și cu cenușă foarte ridicată (30—65%) și la un randament scăzut în gudroane de calitate inferioară, greu valorificabile și la cantități reduse de gaze combustibile (în comparație cu alte căi de producere a gazului).

Cocsificarea în scopul obținerii unui combustibil metalurgic, nu este aplicabilă lignitului brut, din cauza conținutului ridicat de cenușă și de sulf al acestuia. Epurarea prealabilă a lignitului ar face ambele procedee — cocsificarea și semicarbonizarea și așa neeconomice — cu totul oneroase.

În orice caz, problema semicarbonizării sau cocsificării ligniților din R.P.R. s-ar putea pune numai dacă tot disponibilul de cărbuni superiori—huile de Valea Jiului,—apți pentru aceste prelucrări, ar fi insuficient sau deja consumat.

Hidrogenarea necesită și ea ca materie primă cărbuni cu conținut scăzut de cenușă (< 8%), ceea ce nu s-ar putea obține decît prin epurarea prealabilă, foarte scumpă, a lignitului. Pe de altă parte, din hidrogenare, rezultă combustibili lichizi al căror preț de revenire ar fi în acest caz de cîteva ori mai ridicat, decît prețul acelorași derivate din țiței. Hidrogenarea cărbunilor aplicată în general la scară redusă pe glob, s-a pus în practică în special în acele țări deficitare în resurse de combustibil lichid care dispuneau de cărbuni tineri (cărbuni bruni) cu cenușă puțină, extrași cu preț de cost scăzut (cărbuni extrași la zi, în carieră).

Extracția cu solvenți necesită ca materie primă cărbuni cu conținut redus de cenușă (> 12%) și cu un conținut minim de 8% bitumene extractibile de bună calitate.

Cum aceste condiții lipsesc ligniților din R.P.R., aceste căi de prelucrare nu pot fi luate în considerare în prezent.

Au rămas deci a fi analizate în cadrul studiului nostru celelalte 5 căi de prelucrare, dintre care fiecare în parte prezintă o mare varietate de scheme tehnologice posibile. În competiția căilor de valorificare rămase a fi analizate, urmează a fi alese acele procedee care prezintă indici tehnici și economici optimi.

Analiza comparativă a indicilor diferitelor căi de prelucrare și valorificare considerate în prezentul studiu și cunoașterea mai profundă a evoluției consumului de combustibil în diferite sectoare, va permite ulterior alegerea acelei (sau acelor) căi tehnologice de prelucrare a ligniților, care să satisfacă în condiții optime nevoile economiei naționale.

3. METODICA DE CALCUL A INDICILOR TEHNICO-ECONOMICI LA DIFERITELE CĂI DE PRELUCRARE A LIGNIȚILOR

Indicii tehnico-economici ai prelucrării cărbunilor depind în primul rînd de caracteristicile fizice și chimico-tehnice, ale cărbunelui brut și ale produsului finit, ce dorim să obținem prin prelucrare; apoi de calea

de prelucrare și valorificare aleasă și de schema tehnologică adoptată în cadrul căii de prelucrare analizate. Prima din aceste condiții poate fi considerată variabila independentă care influențează și condiționează celelalte două. Aceste condiții a căror cunoaștere este necesară la analiza prelucrării oricăror cărbuni, trebuiau precizate — prin analiză și calcul — și în cazul de față, în vederea stabilirii eficacității economice a diferitelor căi de prelucrare ale ligniților din Oltenia.

Totodată, pentru a se putea compara indicii tehnico-economici ai diferitelor căi de valorificare, trebuia stabilită o metodologie de calcul și de repartiție a costurilor pe diferitele produse ce rezultă din prelucrare, metodologie pe cît posibil unitară pentru toate căile de prelucrare, cu toată varietatea acestor căi.

Stabilirea caracteristicilor chimico-tehnice ale ligniților la zăcămintele în exploatare, este o problemă simplă. În cazul Olteniei unde zăcămintele, cu excepția Rovinarilor, se găsesc abia în faza de explorare și unde nu există încă o producție curentă care ar putea fi analizată, situația era mai dificilă. Totuși, comparînd rezultatele analitice ale cîtorva sute de carote obținute din sondele de explorare (date furnizate de Comitetul geologic) și analizînd diferitele variații observate la alte zăcăminte în exploatare între analizele de carote și analiza producției curente, s-au stabilit orientativ caracteristicile chimico-tehnice și pentru lignitii din Oltenia, pe zăcăminte, așa cum sînt arătate în tabela 2.

Tabela 2

Caracteristicile chimico-tehnice ale ligniților din Oltenia

Zăcămîntul	W_t^a %	A^a %	M_c^a %	Q_i^a kcal/kg	A^{anh} %	Q_i^{mc} kcal/kg
Olt-Olteț	37	18,9	44,1	2 500	30	6 160
Cărbunești-Amaradia	42	16,2	41,8	2 310	28	6 130
Rovinari	45	18,2	36,8	1 960	33	6 060
Valea Jiltului	45	17,1	37,9	1 980	31	5 970
Valea Motrului	41	15,3	43,7	2 430	26	6 120
Balota	40	19,8	40,2	2 200	33	6 070

Pentru a cuprinde în prezenta analiză tehnico-economică, toate variațiile posibile ce ar putea surveni în caracteristicile chimico-tehnice ale lignitului brut, în exploatările viitoare din Oltenia, studiul s-a efectuat asupra unor ligniți etalon cu 25, 30, 35 și 40% cenușă, urmînd ca orice valoare intermediară să se poată interpola printr-un calcul simplu sau pe diagramă. Variația caracteristicilor chimico-tehnice ale lignitului etalon brut considerat este redată în figura 1.

Analiza granulometrică a producției curente a cîtorva ligniți din alte bazine din țară arată că în general, curbele granulometrice ale acestora se pot înscrie ca linii drepte în diagrama bilogaritmică RRB [1] (fig. 2) ele fiind exprimate prin relația (1)

$$R = 100\, e^{-\left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^n}, \qquad (1)$$

în care

R — reprezintă reziduul pe sita cu ochiuri având $Ø = x$ mm;

x — diametrul granulei considerate, în mm;

$\bar{x}$ — mărimea ochiurilor sitei, în mm, la care R devine $\frac{100}{e} \cong 36{,}8$ %.

Încadrînd intervalul granulometric al ligniților analizați între dreptele limită A și B considerate plafon granulometric superior pentru cărbunii bruni pămîntoși și respectiv lemnoși, din figura 2, se poate obține domeniul de variație maximă posibilă a granulației ligniților din Oltenia, în viitor.

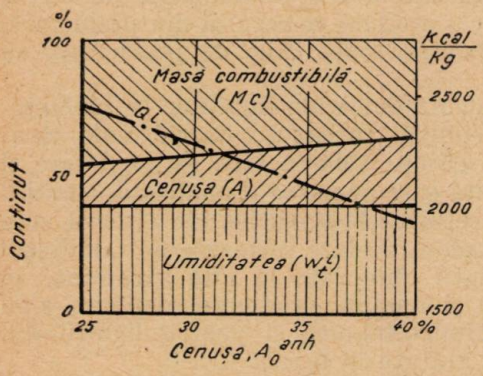


Fig. 1. — Caracteristicile chimico-tehnice ale lignitului brut etalon.

Analiza cenușilor sorturilor cumulate la ligniții, Filipeștii, Rovinari, Căpeni și Berevoiești, arată apropierea mare a alurii curbelor integrale ale cenușilor ligniților considerați (vezi fig. 3), de cea a unor curbe logaritmice date de relația (2).

$$A_x^{anh} m \log D + n \qquad (2)$$

în care

A_x^{anh} — reprezintă cenușa cumulată a fracțiunii granulometrice cu $Ø_{max} = x_{mm}$ în %;

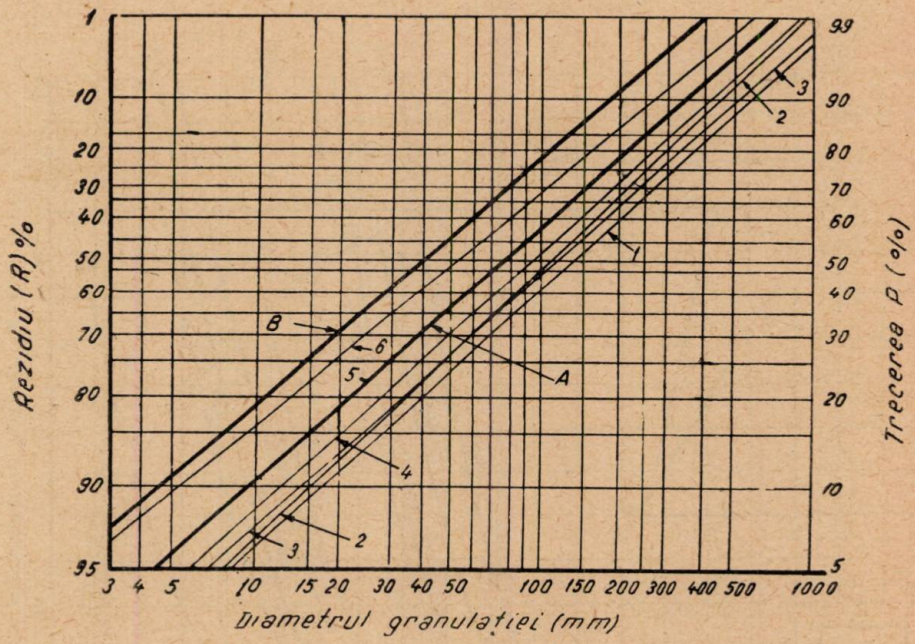
D — trecerea prin sita cu ochiuri de diametru $Ø = x_{mm}$ $(D = 100 - R)$ și m și n — sînt funcții de A_0^{anh} arătate în diagrama din figura 3.

Tabela 3

Conținutul de cenușă al sorturilor granulometrice ce rezultă la ciuruirea lignitului brut etalon A_0^{anh} (%)

	Sortul granulometric, mm		Granulația A				Granulația B			
			Cenușa sorturilor obținute din lignit brut cu A_0^{anh} (%)							
			25	30	35	40	25	30	35	40
Lignit ciuruit	0 — 10		42,0	46,0	50,0	54,0	38,5	42,7	46,7	51,0
	10 — 30		27,8	32,8	37,5	42,3	26,3	31,2	36,7	41,7
	30 — 80		25,5	30,7	35,3	40,2	22,2	27,7	31,7	37,7
	80 — 150		22,0	26,2	32,2	38,3	19,2	24,8	31,5	36,7
	150 — 700		18,2	23,8	29,3	34,3	18,2	23,0	28,8	33,0
	0 — 30		34,2	38,7	43,0	47,5	31,7	36,2	41,0	47,5
	30 — 150		24,2	29,2	34,3	39,7	21,5	26,8	31,7	37,3
	150 — 700		18,2	23,8	29,3	34,3	18,2	23,0	28,8	33,0
	Claubat	30 — 80	23,8	28,8	33,3	38,2	20,7	25,8	29,8	35,7
		80 — 150	20,5	24,5	30,2	36,3	17,7	23,2	29,7	34,7
		150 — 700	16,8	22,2	27,5	32,3	16,8	21,3	27,0	31,0
		30 — 150	22,5	27,2	32,3	37,7	20,0	25,0	29,8	35,3

Abaterile medii ale curbelor integrale reale față de cele calculate prin relația (2) s-au dovedit a fi relativ mici. În baza relației (2) stabilite prin calcul, s-au trasat și curbele integrale pentru ligniții etalon cu 25—40% cenușă de aici putîndu-se calcula cenușa diferitelor clase granulometrice așa cum rezultă din tabela 3.



LEGENDĂ

1—Rovinari carieră
2—Rovinari subteran
3—Căpeni subteran
4—Vârghiș carieră
5—Berevoiești
6—Voievozi și Filipești de Pădure
A—Granulația A
B—Granulația B

Fig. 2. — Domeniul de variație a granulometriei ligniților din Oltenia (diagrama logaritmică Rosin-Rammler-Bennett).

În cazul unor zăcăminte în curs de exploatare, caracteristicile granulometrice și cenușa diferitelor clase se obțin direct prin analiza de laborator.

Pentru calculul indicilor economici s-au considerat costurile unitare constante arătate în tabela 4.

Investițiile necesare s-au estimat pe baza ultimilor proiecte, anteproiecte sau schițe de proiect executate de diferite institute de specialitate din țară privind diferitele căi de prelucrare și valorificare tehnică a ligniților.

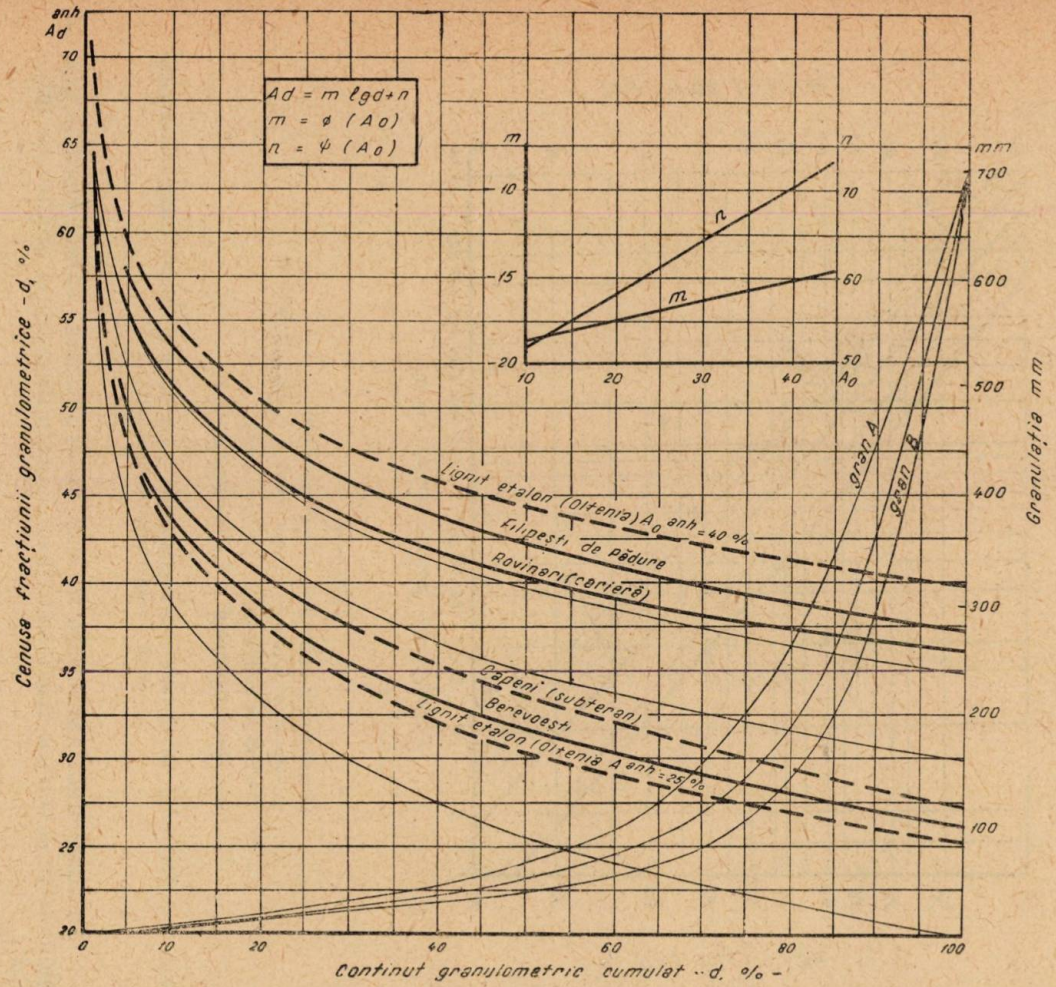


Fig. 3. — Curbele integrale ale cenuşilor pentru unii ligniţi din R.P.R. şi pentru lignitul brut, considerat etalon.

Acolo unde asemenea date nu au existat s-au folosit date ale unor instalații similare, existente în țările prietene, vizitate în cadrul schimbului de experiență. În baza analizei comparative a diferitelor proiecte, investițiile specifice pentru principalele procese de prelucrare, sumară sau complexă, s-au estimat ca în tabela 5.

Tabela 4

Costuri unitare considerate în calculul indicilor tehnico-economici la prelucrarea ligniților

Elemente de preț de cost	U.M.	lei/U.M.
Materii prime		
— lignit brut ocnă	t	75*)
Materii auxiliare :		
— bitum	t	400*)
Subproduse (chimice) obținute din prelucrare :		
— gudron	t	550 ($=k_3$)
— benzină	t	1312 ($=k_1$)
— fenol brut	t	3473 ($=k_2$)
— amoniac	t	2800 ($=k_4$)
Utilități :		
— energie electrică	kWh	0,50
— abur**)	t	28,0
— combustibil***)	t	75,0
— apă industrială	m^3	0,05
— apă clară	m^3	0,50
Manopera	oră/om	5,00

*) loco mină
**) abur normal
***) lignit brut cu putere calorifică inferioară Q_i = 2100 kcal/kg
$k_1 \ldots k_4$ preț de catalog.

Pentru calculul prețului de cost al produselor finite obținute prin prelucrare, pornind de la premisa că, prin prelucrarea lignitului brut cu putere calorifică, Q_0, se pot obține atît produse principale, ameliorate, cu putere calorifică mai mare decît cea a lignitului inițial, cît și produse secundare (inferioare), cu putere calorifică mai mică decît cea a lignitului brut și subproduse (chimice) ce părăsesc — în general sfera utilizărilor energetice. Repartiția costurilor de prelucrare se poate face în principal în următoarele feluri :

a) Costul prelucrării se repartizează asupra tuturor produselor prelucrării — principale, secundare și subproduse — în raport cu puterea calorifică a produselor respective, rezultate din prelucrare ;

b) Costul prelucrării se repartizează numai asupra produselor principale, ameliorate, care constituie însăși scopul prelucrării. Produsele secundare inferioare nu suportă cheltuieli de prelucrare, costul unității calorice al acestor produse rămînînd egal cu cel din cărbunele brut, inițial ; prețul subproduselor chimice se poate calcula în acest caz, la prețul de revenire al acestor produse așa cum rezultă la obținerea lor pe alte căi, din alte materii prime.

Tabela 5

Investiția specifică la principalele procese de prelucrare — sumară sau complexă — a ligniților

Felul prelucrării	Materia primă supusă prelucrării	Investiția specifică lei/t prelucrată, an
1. *Ciuruirea*		
la 150 mm	lignit brut ocnă	0,6
la 80 mm	0—700 mm	1,2
la 30 mm	sau	3,6
la 10 și 30 mm	0—350 mm	7,2
2. *Claubarea*	— lignit ciuruit	
	30— 80 mm	5,0
	80—150 mm	2,5
	150—700 mm	2,5
	30—150 mm	~ 4,0
3. *Concasarea* la 150 mm	— lignit blocuri	
	150—700 mm	3,5
4. *Măcinarea*		
la — 20 mm	— lignit ciuruit	
la — 6 mm	+ 30 mm	11,5
la — 6 mm	+ 30 mm	23,0
	0 (10)—30 mm	11,5
5. *Uscarea*		
la Wt = 17%	— lignit măcinat la — 20 mm	20,5
la Wt = 8%	— lignit măcinat la — 6 mm	25,5
6. *Deshidratarea*	— lignit ciuruit 30—150 mm	53,0
7. *Brichetarea*		
— cu bitum;	— lignit uscat	77,0
— cu emulsie de bitum	la Wt = 8%	73,0
8. *Gazificarea*		
— Lurgi	— lignit uscat la Wt = 17%	320,0

Metodica de calcul pentru prima ipoteză a fost arătată într-o lucrare anterioară [2]. În această ipoteză, costul unității calorice (C_q) va fi același la toate produsele ($1 \ldots n$) rezultate din prelucrare — vezi relația (3), el fiind mai mare decît cel din produsul brut inițial (C_{q0})

$$C_{q1} = C_{q2} = \ldots C_{qn} > C_{q0} \ [\text{lei}/10^6\text{kcal}]. \qquad (3)$$

Costul tonei de produs C_i — principal sau secundar — obținut prin prelucrare se poate calcula prin relația (4)

$$C_i = \frac{Q_i}{Q_0}(C_0 + C_{pr}) \qquad [\text{lei/t}], \tag{4}$$

în care

C_i — este costul produsului i — obținut prin prelucrare — în lei/t;
C_0 — este costul lignitului brut inițial—în lei/t
C_{pr} — este costul prelucrării—în lei/t
Q_i — este puterea calorifică inferioară a produsului i — în kcal/kg;
Q_0 — puterea calorifică inferioară a lignitului brut inițial—în kcal/kg.

În cea de-a doua ipoteză de calcul, s-a pornit de la relația (5), a echivalării costurilor de producție cu valoarea tuturor produselor rezultate prin prelucrare. Deci:

$$C_0 + C_{pr} = a_1 C_1 + a_2 C_2 + \ldots + a_m C_m + b_1 C_1' + b_2 C_2' + \ldots + b_n C_n' + c_1 C_1'' + c_2 C_2'' + \ldots + c_p C_p'' \tag{5}$$

în care

$C_1, C_2 \ldots C_m$ — reprezintă prețul de cost al produselor secundare, în lei/t;
$C_1', C_2' \ldots C_n'$ — prețul de cost al produselor principale, în lei/t;
$C_1'' C_2'' \ldots C_p''$ — prețul de cost al subproduselor chimice, în lei/t;
$a_1, a_2 \ldots a_m$ — cantitățile de produse secundare rezultate din prelucrare, în t/t;
$b_1, b_2 \ldots b_n$ — cantitățile de produse principale rezultate, în t/t;
$c_1, c_2 \ldots c_p$ — cantitățile de subproduse chimice, în t/t.
C_0 și C_{pr} au semnificația arătată anterior, la relația (4)

Cantitățile $a_1 \ldots a_m$; $b_1 \ldots b_n$ și $c_1 \ldots c_p$ sînt valori ce rezultă din schema procesului tehnologic, ele fiind constante pentru o anumită cale de prelucrare și o anumită materie primă cu caracteristici chimico-tehnice precizate.

Valorile $C_1'' \ldots C_p''$ reprezintă prețurile de catalog ale subproduselor (chimice) respective, deci sînt și ele constante.

Rămîn deci a se calcula valorile $C_1 \ldots C_m$ și $C_1' \ldots C_n'$ pentru produsele principale și secundare, rezultate din prelucrare.

Egalînd costul unității calorice din produsele secundare (inferioare) cu cel al lignitului brut inițial, ca în relația (6)

$$C_{q1} = C_{q2} = \ldots C_{qm} = C_{q0} \qquad [\text{lei}/10^6 \text{ kcal}], \tag{6}$$

rezultă prețul de cost pe tonă al acestor produse — relațiile (7) ... (9) după cum urmează

$$C_1 = \frac{Q_1}{Q_0} C_0 = I_1 C_0 \qquad [\text{lei/t}], \tag{7}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{Q_0} C_0 = I_2 C_0 \qquad [\text{lei/t}], \tag{8}$$

$$\vdots$$

$$C_m = \frac{Q_m}{Q_0} C_0 = I_m C_0 \qquad [\text{lei/t}]. \tag{9}$$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Valoarea tuturor produselor secundare rezultate din prelucrare, va fi dată de relația (10):

$$a_1 C_1 + a_2 C_2 + \ldots + a_m C_m = C_0 (a_1 I_1 + a_2 I_2 + \ldots + a_m I_m) =$$

$$= C_0 \sum_{i=1}^{m} a_i I_i \qquad [\text{lei/t}]. \tag{10}$$

Considerînd costul prelucrării, suportat de produsele principale rezultate din prelucrare, repartizat proporțional cu conținutul caloric al fiecărui produs, deci costurile unității calorice egale la toate aceste produse, vezi relația (11)

$$C'_{q1} = C'_{q2} = \ldots C'_{qn} > C'_{q0} \qquad [\text{lei}/10^6 \text{ kcal}], \tag{11}$$

prețul de cost pe tonă al produselor principale rezultă din relațiile (12) . . .(14)

$$C'_2 = \frac{Q'_2}{Q'_1} C'_1 = I'_2 C'_1 \qquad [\text{lei/t}], \tag{12}$$

$$C'_3 = \frac{Q'_3}{Q'_1} C'_1 = I'_3 C'_1 \qquad [\text{lei/t}], \tag{13}$$

$$\vdots$$

$$C'_n = \frac{Q'_n}{Q'_1} C'_1 = I'_n C'_1 \qquad [\text{lei/t}], \tag{14}$$

iar valoarea totală a produselor principale rezultate din prelucrare poate fi exprimată prin relația

$$b_1 C'_1 + b_2 C'_2 + \ldots b_n C'_n = C'_1 \sum_{i=1}^{n} b_i I'_i \quad [\text{lei/t}]. \tag{15}$$

Înlocuind în relația (5) valoarea produselor principale și secundare prin sumele respective determinate în relațiile (10) și (15) și considerînd valoarea subproduselor (chimice) constantă ($= k$), relația (5) devine

$$C_0 + C_{pr} = C_0 \sum_{i=1}^{m} a_i I_i + C'_1 \sum_{i=1}^{n} b_i I'_i + k \qquad [\text{lei/t}], \tag{16}$$

iar costul pe tonă (C'_1) al produsului principal 1, se poate calcula prin relația (17):

$$C'_1 = \frac{C_0 \left(1 - \sum_{i=1}^{m} a_i I_i\right) + (C_{pr} - k)}{\sum_{i=1}^{n} b_i I'_i} \qquad [\text{lei/t}]. \tag{17}$$

Costul pe tonă al celorlalte produse principale poate fi apoi ușor determinat cu ajutorul relațiilor (12) ... (14), puterile calorifice $Q'_1 \ldots Q'_n$ rezultînd din schemele tehnologice de prelucrare, iar C'_1 din relația (17).

Deși puțin mai greoaie, această metodologie de calcul bazată pe repartiția costurilor de prelucrare numai asupra produselor principale s-a considerat mai rațională decît prima și s-a aplicat în toate calculele privind prețul de cost al produselor ce rezultă din prelucrare.

Randamentul energetic global al fiecărei căi de prelucrare s-a calculat din raportul conținutului caloric total al produselor ce rezultă din prelucrare față de conținutul caloric intrat în prelucrare — în materia primă și materiile auxiliare — cumulat cu necesarul total de energie pentru prelucrare, exprimat în kcalorii.

Costul pe tonă și pe milionul de kcalorii precum și randamentul energetic global s-a calculat atît în ipoteza unor consumatori situați la gura minei (distanța de transport $d = 0$ km) cît și în cazul unor consumatori situați la 100 și 300 km. Pentru calculul transportului de combustibili solizi pe calea ferată s-au aplicat tarifele CF actualmente în vigoare, iar pentru transportul la 300 km a combustibilului gazos pe conductă, s-a calculat prin analogie cu costul transportului gazelor naturale circa 8 lei/1 000 Nm^3. Consumul de energie pentru transportul combustibililor solizi, pe calea ferată a fost est mat la circa 500 kcal/t km iar la transportul gazelor pe conductă — în cazul gazului de oraș, obținut prin gazificarea Lurgi — de circa 3% *) pînă la distanța de 200 km — cînd transportul gazului se poate face numai datorită presiunii sale inițiale — și de circa 5% la distanțe mai mari (300—350 km), cînd trebuie să intervină compresoarele.

În cazul stocării mai îndelungate a combustibilului la consumator (1—2 luni) s-au luat în considerare pierderile și degradările ce survin, diferențiat după felul combustibilului și rezistența sa la aer și intemperii.

4. ANALIZA COMPARATIVĂ A CĂILOR DE PRELUCRARE ȘI VALORIFICARE TEHNICĂ A LIGNIȚILOR

În analiza tehnică a fiecărei căi de prelucrare în parte — așa cum s-a arătat în capitolul 2 — a fost necesar a se lua în considerare un număr mare de indici tehnici și economici, pentru caracterizarea cît mai bună a procesului. Astfel, s-au calculat pentru fiecare cale de prelucrare în parte, caracteristicile chimico-tehnice ale produselor obținute prin prelucrare, recuperarea în greutate și în conținut caloric, investiția specifică, randamentul energetic ș. a.

Calculele s-au făcut — după cum se vede și în tabela 3 pentru un mare număr de granulații, considerîndu-se intervale granulometrice strînse.

La compararea căilor de prelucrare între ele, pentru a evita diluarea aspectelor principale în varietatea și multiplicitatea aspectelor specifice

*) Acest consum de energie reprezintă pierderile de gaz la transport pe conductă.

fiecărei căi, s-a considerat necesar a se restrînge domeniul de analiză la trei indici principali și anume la:

— randamentul energetic global;
— investiția specifică pe unitatea calorică;
— prețul de cost pe unitatea calorică la consumator.

Primul indice caracterizează eficiența tehnico-energetică a căii de prelucrare considerate, iar ultimii doi eficiența economică a procesului.

De asemenea, ținîndu-se seama că necesitățile consumatorilor diverși din diferite sectoare pot fi acoperite în mod satisfăcător prin ciuruirea lignitului brut-ocnă pe trei clase granulometrice (0—30; 30—150 și +150 mm) și că în cadrul fiecărei clase considerate atît caracteristicile chimico-tehnice cît și indicii tehnico-economici nu diferă în mod esențial, pe diferitele subclase analizate anterior, s-a considerat necesar și suficient a se limita analiza comparativă la aceste trei clase principale.

Deci ținînd seama de simplificările menționate mai sus, care nu reduc în mod sensibil precizia calculelor, dar care sînt indispensabile pentru claritatea analizei, rezultă că pornind de la o anumită materie primă — lignit brut ocnă cu caracteristici chimico-tehnice date — ar trebui aleasă acea cale de valorificare care va realiza investiția specifică minimă, prețul de cost minim la consumator și randamentul energetic maxim.

Acest mod de rezolvare limitează însă optimizarea la prelucrarea și valorificarea unei materii prime considerate deja extrase, deci considerate disponibile în cantitate necesară și cu caracteristici de calitate date. În realitate, în zăcămintele din Oltenia — ca de altfel în genere în toate bazinele carbonifere întinse — în diferitele zone ale regiunii se pot extrage rațional numai anumite cantități de cărbune, cu anumite investiții specifice, cu un anumit preț de cost și avînd caracteristici chimico-tehnice și tehnologice specifice, acelei zone. În acest caz, se poate întîmpla ca realizarea prelucrării unei anumite materii prime cu investiții specifice aferente reduse, să fie posibilă numai după realizarea unor investiții specifice comparativ mari la extracția acestei materii prime (în raport cu cea necesară extracției ligniților din alte zone sau zăcăminte).

Așa fiind pentru corectitudinea analizei trebuie luat în considerare întregul lanț energetic, de la extracția combustibilului brut în exploatările miniere considerate, trecînd prin transformările necesare pentru a-l face utilizabil la consumator și luînd în considerare transportul, stocarea și în final modul de valorificare a combustibilului de către consumator și în primul rînd randamentele energetice ale agregatelor consumatoare.

O asemenea schemă metodologică exemplificativă pentru analiza valorificării ligniților din Oltenia, este reprezentată în figura 4.

Analiza comparativă în baza schemei mai sus menționate, necesită cunoașterea profundă a zăcămintelor considerate, a condițiilor geologice și de exploatabilitate, a rezervelor de lignit disponibile și a producției maxime, economic realizabile, pentru fiecare zăcămînt în parte. Trebuie analizate, de asemenea, caracteristicile chimico-tehnice ale producției brute, prețul de cost și investițiile specifice necesare realizării

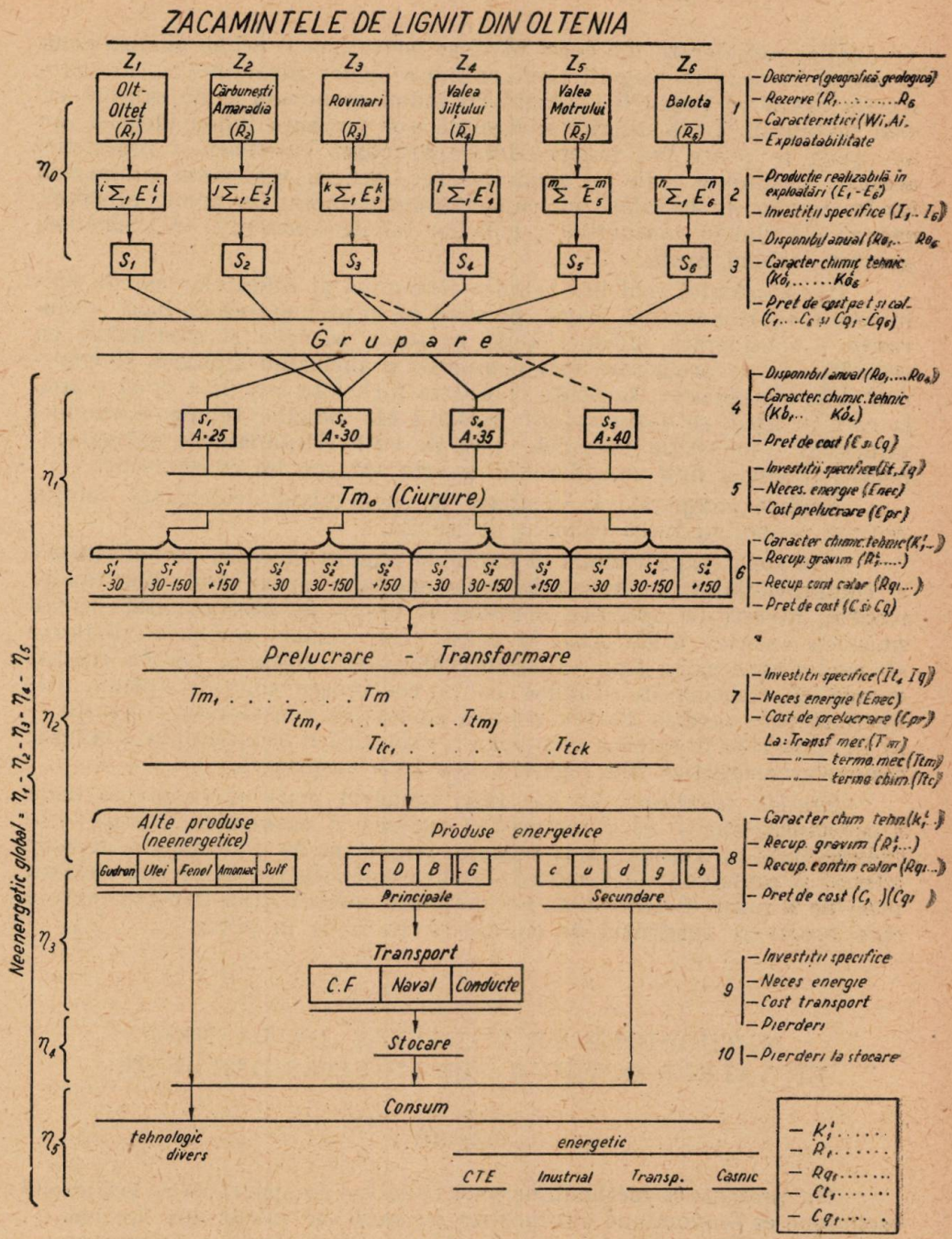


Fig. 4. — Schema metodologiei folosite în analiza comparativă a căilor de valorificare a ligniților din Oltenia.

producției considerate. La acest nivel se poate face o primă analiză comparativă în vederea alegerii preferențiale a acelor zăcăminte la care producția brută va putea fi realizată cu indici economici și de calitate cît mai favorabili. Dacă diferite zăcăminte vor prezenta indici identici sau apropiați se poate lua în considerare gruparea cumulată a producției acestor zăcăminte — fie în mod concret, pentru realizarea prelucrării lor în comun, în instalații cu capacitate mai mare, fie numai abstract, pentru calculul în continuare a indicilor tehnico-economici ai prelucrării acestor cărbuni bruți.

După calculul indicilor tehnico-economici ai diferitelor căi de prelucrare a acestor materii prime, pornind de la prelucrarea de bază — ciuruirea — considerată indispensabilă în toate cazurile și continuînd cu celelalte căi de prelucrare mai complexe și incluzînd stocarea și transportul la consumator, se poate considera încheiată cea de-a doua etapă, la care în final, se obțin valorile relative ale indicilor tehnico-economici principali — investiție specifică, preț de cost și randament energetic — pentru produsul finit considerat la poarta agregatului consumator.

Analiza comparativă efectuată la acest nivel evidențiază soluția optimă pentru unitatea calorică utilizabilă.

O a treia etapă trebuie să cuprindă analiza modului de valorificare a combustibilului în instalația consumatoare, specificînd aici randamentul, investițiile specifice necesare și prețul de cost rezultat pentru unitatea calorică utilă. Abia la acest nivel analiza comparativă poate să evidențieze calea (sau căile) de valorificare optimă, pentru resursa energetică considerată. Rămîne ca în continuare soluțiile optime evidențiate prin analiza pentru resursa energetică considerată — lignitii — să fie încadrate în schema complexă a valorificării în ansamblu a tuturor resurselor energetice din regiunea sau zona respectivă.

Trebuie menționat că dat fiind numărul mare și varietatea mare a consumatorilor — cu caracteristici tehnice și economice diferite — ce trebuie luați în considerare și volumul important de informații ce trebuie adunat și prelucrat, deocamdată, analiza comparativă la nivelul căldurii utile nu a putut fi efectuată. Ea rămîne o sarcină utilă dar grea spre a cărei rezolvare Institutul de energetică va tinde în viitor.

MÉTHODIQUE DE L'ANALYSE DE LA MISE EN VALEUR OPTIMUM DES LIGNITES D'OLTÉNIE.

RÉSUMÉ

On présente la méthodique pour l'analyse comparative de l'efficacité technique et économique des moyens de mise en valeur des lignites.

Dans cette analyse, on a considéré comme indices principaux :

a) le rendement énergétique global ;

b) l'investissement spécifique par unité calorique, et

c) le prix de revient par unité calorique fournie au consommateur.

BIBLIOGRAFIE

1. E. RAMMLER, *Zur Auswertung von Körnungsanalysen in Körnungsnetzen.* Fr. Forschungsh A, *11* (1952).

2. I. BLUM și colab., *Cu privire la unele aspecte tehnico-economice ale prelucrării și valorificării cărbunilor bruni lemnoși (ligniți) din R.P.R.* (Nota I). Revista Minelor, ASIT, *2* (1957).

DAUNE PROVOCATE DE ÎNTRERUPEREA ALIMENTĂRII CU ENERGIE ELECTRICĂ LA FABRICAREA MĂTĂSII - VISCOZĂ

DE

CONST. GUȚU, MIHAI PETCU și ANTOANETA SOCI

Filaturile de mătase-viscoză sînt cunoscute în general ca exemplu de consumatori de energie electrică foarte pretențioși, la care, întreruperile conduc la perturbații grave ale procesului de producție, putîndu-se ajunge în anumite condiții chiar la degradarea utilajului.

Cunoașterea daunelor este necesară atît în stadiul de proiectare, pentru alegerea corectă a soluțiilor de alimentare cu energie, cît și în exploatare, pentru conducerea rațională și economică a procesului de producție.

Așa cum s-a arătat în altă lucrare [1] *daunele economice*, care se pot exprima cantitativ și măsura valoric, se pot împărți în 3 categorii :

— *daune directe*, constînd din cheltuieli făcute de întreprindere cu ocazia întreruperii și care nu se materializează în produse ale întreprinderii (acestea sînt : D_1 = rebuturi în producție și stricarea materiei prime ; D_2 = avarii și deranjamente ale utilajului ; D_3 = amortismente și cheltuieli generale ; D_4 = salarii) ;

— *daune indirecte* constînd din partea de venit național necreată în întreprindere din cauza întreruperii (D_5) ;

— *daune conexe* constînd din influența asupra altor întreprinderi a micșorării producției în întreprinderea studiată, ca urmare a întreruperilor alimentării cu energie electrică. Această din urmă categorie este mult mai dificil de calculat decît celelalte deoarece se izbește de unele probleme în legătură cu gradul de conexiune între întreprinderi și ramuri industriale, insuficient studiate teoretic.

În stadiul actual al cercetărilor nu ne ocupăm de daunele conexe.

În ceea ce privește primele două categorii, cuprinzînd daunele economice aferente întreprinderii studiate, ele se determină fie prin însumarea

unor cheltuieli direct vizibile (D_1 și D_2), fie prin intermediul producției nerealizate (D_3, D_4, D_5). De aceea, producția nerealizată ca urmare a întreruperii în alimentarea cu energie electrică trebuie determinată cu multă atenție, prin studiul procesului tehnologic și al organizării producției. Se poate întîmpla ca — în funcție de condițiile concrete ale întreprinderii studiate — o întrerupere să provoace micșorarea producției nu în ziua producerii ei, ci după cîteva zile sau chiar după un timp mai îndelungat, așa încît datele statistice de producție să fie greu de interpretat și neconcludente ; sau, invers, se poate întîmpla ca nerealizarea aparentă a producției în ziua cînd s-a produs întreruperea, să fie posibil de recuperat în zilele sau orele următoare, și deci în realitate întreruperea să nu provoace nici un fel de micșorare a producției ($\Delta P = 0$). Dacă $\Delta P = 0$, atunci și daunele D_3, D_4, D_5 precum și daunele conexe vor fi nule *).

Deoarece într-o întreprindere consumatorii au diferite comportări la întreruperea alimentării cu energie electrică, schemele de alimentare se concep în așa fel încît să asigure o siguranță sporită consumatorilor mai pretențioși. În industria firelor de mătase-viscoză, consumatorii cei mai pretențioși sînt mașinile de filat urmînd în ordine, agregatele de preparate a viscozei și a produselor intermediare și în sfîrșit mașinile textile de finisare a firelor, la acestea din urmă pretențiile de continuitate în alimentare fiind mult mai mici.

PROCESUL TEHNOLOGIC PRINCIPIAL

Firele de mătase-viscoză se obțin pornind de la celuloză ca materie primă principală. Prin tratarea celulozei cu hidroxid de sodiu concentrat (18%) se obține alcaliceluloza. Aceasta este desfibrată și lăsată pentru prematurare circa 52 ore la temperatură constantă. Alcaliceluloza prematurată este apoi tratată cu sulfură de carbon obținîndu-se xantogenatul de celuloză, care este dizolvat cu hidroxid de sodiu diluat. Soluția de viscoză care se obține este filtrată și păstrată pentru maturare circa 60 ore după care intră în mașinile de filat unde este presată prin orificiile filierelor și trece în baia de filaj sub formă de șuvițe subțiri care formează firul de mătase, ca celuloză regenerată în urma reacției de neutralizare dintre hidroxidul de sodiu din viscoză și acidul sulfuric din baia de filaj. Firele sînt spălate, uscate apoi prelucrate pe mașini textile unde dobîndesc torsiunea necesară și sînt pregătite pentru livrare către țesătorii.

Procesul tehnologic de fabricare a mătăsii-viscoză poate fi realizat în mai multe variante după capacitatea de producție nominală. În figura 1 se prezintă schema procesului tehnologic a unei întreprinderi cu capacitatea de producție de circa 4 tone fire finite pe zi. În partea stîngă a figurii se arată alimentarea cu energie electrică și alți agenți de lucru. Amănunte asupra procesului tehnologic se vor da în paragrafele următoare, atît cît va fi necesar pentru înțelegerea efectelor întreruperilor.

*) Eventual D_4 s-ar putea să fie totuși diferit de zero dacă e nevoie să se plătească ore suplimentare pentru recuperarea timpului pierdut din cauza întreruperilor.

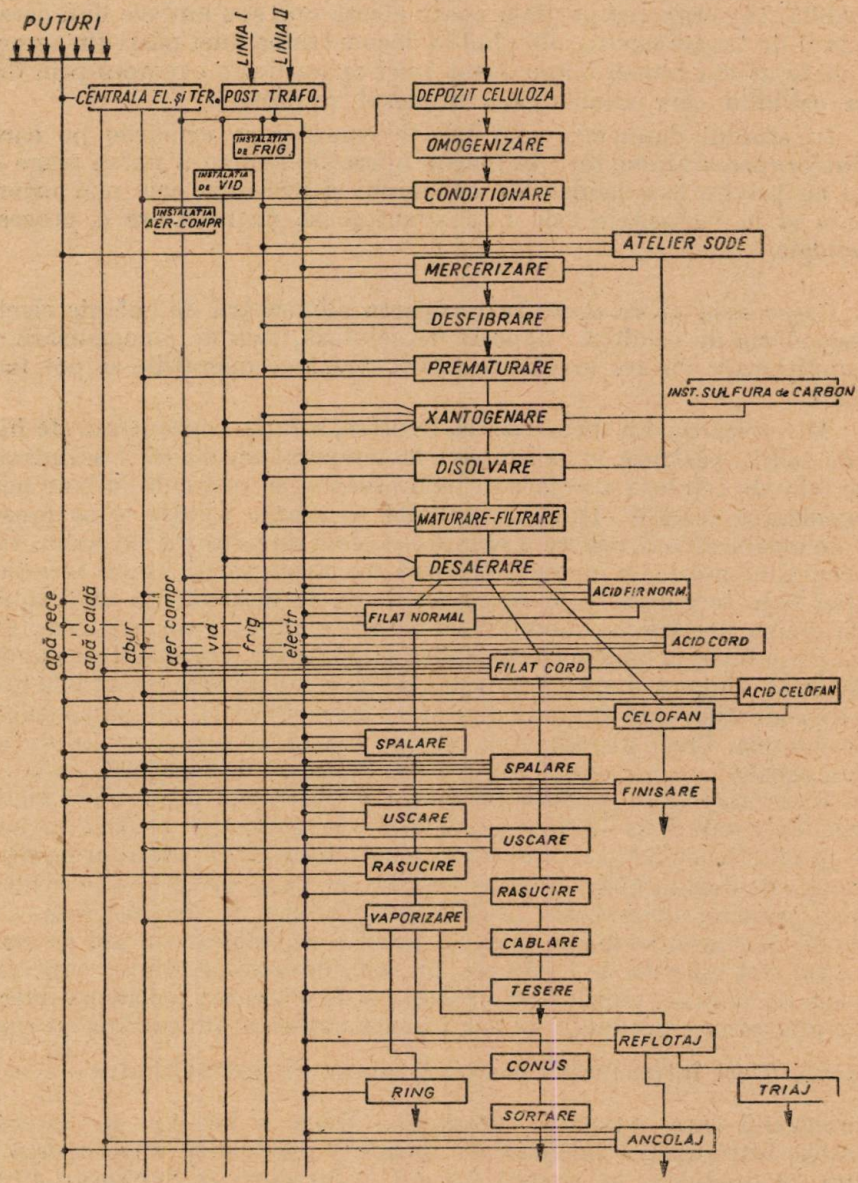


Fig. 1. — Schema procesului tehnologic.

EFECTELE ÎNTRERUPERILOR

Întreruperea alimentării cu energie electrică poate fi parțială sau totală. În cazul existenței centralei proprii, întreruperea totală este puțin probabilă. Întreruperea parțială poate afecta una sau ambele linii care vin la postul de transformare, obligînd la deconectarea unei părți din agregate, sau poate afecta numai alimentarea unei operații (de exemplu prin defectarea cablului care alimentează atelierul respectiv).

În studiul daunelor, vom lua în considerare urmările pe care le are întreruperea alimentării la fiecare operație, pentru a putea trage concluzii cu privire la schemele de conexiuni și protecție cele mai raționale precum și la variantele cele mai avantajoase de realizare a procesului tehnologic.

Gospodăria de celuloză. Întreruperea alimentării cu energie electrică la gospodăria de celuloză: depozit de celuloză, sala de omogenizare, sala de condiționare nu are urmări negative deoarece operațiile se pot face și manual.

Mercerizarea. La mercerizarea în prese, soluția concentrată de hidroxid de sodiu, păstrată în rezervoare la temperatura de 16°C se introduce peste foile de celuloză aranjate în baia presei și se recirculă în baie pentru omogenizarea reacției. După 80 minute se scurge soluția și se presează foile de alcaliceluloză pentru a elimina excesul de hidroxid de sodiu. Întreruperea alimentării cu energie electrică nu strică șarja. După terminarea reacției baia se golește prin scurgere liberă, la deschiderea unui robinet. Întreruperea presării nu modifică structura chimică a materialului. Omogenizarea soluției în baie se poate realiza satisfăcător și prin agitare manuală. Astfel încît, singura daună provocată de întrerupere este eventuala micșorare a producției, care depinde de durata întreruperii și de momentul apariției acesteia. Dacă întreruperea este de scurtă durată și nu intervine în timpul presării, ea nu are nici o urmare, procesul desfășurîndu-se normal. Dacă întreruperea se produce în timpul presării sau descărcării alcalicelulozei, ea conduce la oprirea procesului de producție și deci la micșorarea producției cu $\Delta P_{\text{merc.}}$. Pentru a calcula această micșorare a producției în funcție de durata întreruperii, vom ține seama că producția se realizează la două prese de mercerizare, în cîte 9 șarje zilnice de fiecare presă. Ciclul cuprinde 160 minute dintre care 80 minute reprezintă timpul de reacție iar restul sînt operații de încărcare, presare, descărcare, dintre care numai ultimele 40 minute, cuprinzînd presarea și descărcarea constituie intervalul care întrerupe producția în caz de întrerupere a alimentării cu energie electrică. Deci întreruperea electrică începe cu probabilitatea $\frac{40}{160} = 0{,}25$ în intervalul care întrerupe producția. Dacă a început în intervalul periculos, întreruperea electrică cu durata θ conduce la întreruperea procesului de producție pe timpul $\theta_p = \theta$ chiar dacă se depășește sfîrșitul intervalului periculos. Deci în medie, pentru primul moment al întreruperii electrice $d\theta_0$ va corespunde o oprire a producției de durata $d\theta_{p_0} = p_0 \cdot d\theta_0 =$

$= 0{,}25\ d\theta_0$. Pentru un moment oarecare $d\theta$, după timpul θ de la începutul întreruperii electrice, vom avea probabilitatea ca acest moment să corespundă unei opriri a producției $p = \frac{40 + \theta}{160}$, care crește de la 0,25 cît era în momentul inițial ($\theta = 0$) pînă la 1 pentru $\theta = 120$ minute. Deci

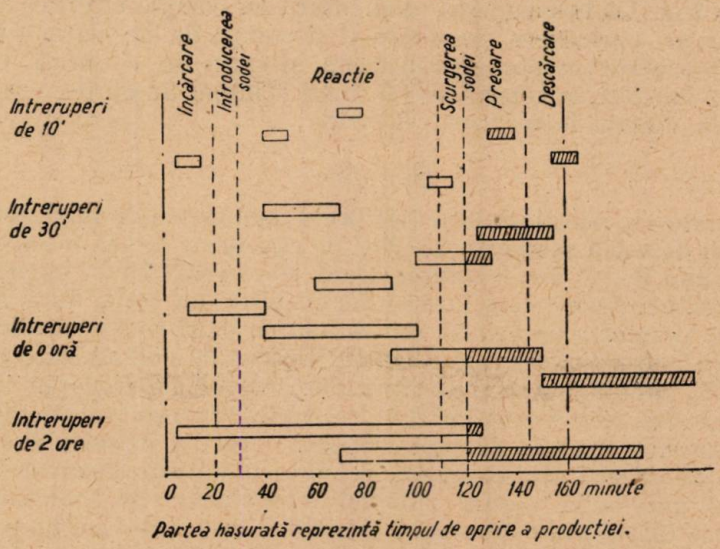


Fig. 2. — Întreruperi la mercerizarea celulozei.

după 120 minute de la începutul întreruperii electrice avem certitudinea că trebuie să fi apărut și oprirea producției. Pentru $\theta > 120$ min, p rămîne constant și egal cu 1 (fig. 3).

Timpul de oprire a producției corespunzătoare în medie unei întreruperi electrice de durată θ este

$$\theta_p = \int_0^\theta d\theta_p = \int_0^\theta p\, d\theta,$$

pentru $\theta < 120$ min $\theta_p = \theta \left(0{,}25 + \frac{0{,}75}{120} \cdot \frac{\theta}{2}\right)$,

iar pentru $\theta > 120$ min $\theta_p = 75 + (\theta - 120)$.

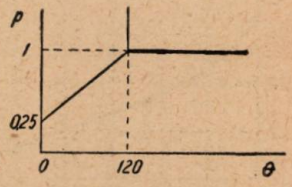


Fig. 3. — Probabilitatea ca întreruperea electrică să conducă la oprirea producției (mercerizare).

Atelier sode. Soluția de hidroxid de sodiu utilizată la mercerizare este preparată într-un atelier separat — *sala sodelor* — care cuprinde recipiente de dizolvare, rezervoare, filtre și dializoare pentru regenerarea soluției recuperate de la presele de mercerizare etc. Avînd în vedere că soluțiile preparate pentru diferite instalații se acumulează în rezervoare, întreruperile alimentării cu energie electrică la acest atelier nu au în general nici un fel de urmări.

Defibrare. Foile de alcaliceluloză evacuate din presele de mercerizare sînt cîntărite și apoi introduse în desfibrator. Desfibrarea durează 100 minute și se desfășoară la temperatură constantă (alcaliceluloza intră cu 18—19°C și iese desfibrată cu 20—23°C) menținută prin circulația între pereții dubli ai desfibratorului a unui fluid de răcire (NaOH), care la rîndul său este răcit în bazine speciale cu ajutorul unei serpentine din instalația centrală de frig. La întreruperea alimentării cu energie electrică desfibratorul se oprește, oprindu-se concomitent și pompa de circulație a fluidului de răcire. Temperatura rămîne constantă și șarja nu se strică. Operația este reluată imediat, la reapariția tensiunii. Timpul de oprire a producției este egal cu durata întreruperii electrice

$$\theta_p = \theta .$$

Prematurare. Alcaliceluloza desfibrată, sub formă de fulgi, este încărcată în cutii de tablă acoperite de plăci de cauciuc și lăsată în sala de prematurare timp de 52 ore la temperatură constantă (23°C) menținută cu ajutorul unei aeroterme care insuflă aer încălzit sau răcit, după anotimp. Operația de prematurare constă în degradarea oxidativă a alcalicelulozei, cu scindarea lanțurilor macromoleculare. Gradul de polimerizare se reduce cu circa 25% în cursul acestei operații. După datele lui Rogovin [2] caracteristicile alcalicelulozei sînt influențate similar de creșterea temperaturii și de prelungirea duratei de prematurație, ceea ce permite a se obține aceleași caracteristici ale alcalicelulozei prin modificarea corespunzătoare a celor doi parametri. Astfel, ridicînd temperatura de prematurație se poate reduce foarte mult durata, și simplifica deci, procesul de producție, dar în acest caz este mai greu de asigurat omogenitatea materialului, ceea ce are o influență puternică asupra calității firelor. Totuși, pe baza relației din figura 4, se poate conduce procesul de producție pentru a asigura o oarecare elasticitate de lucru în cazul apariției întreruperilor. Ținînd seama de cele de mai sus se poate considera că variația duratei de prematurație cu cîteva ore în plus sau în minus rămîne fără urmări.

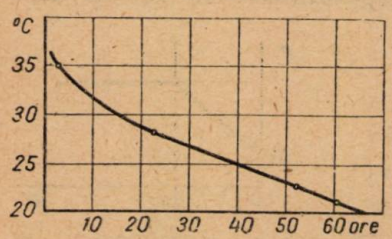


Fig. 4. — Dependența parametrilor la prematurație.

Trebuie amintit că temperatura de prematurație are influență asupra consumului de sulfură de carbon la xantogenare care este cu atît mai mare cu cît temperatura este mai ridicată.

Xantogenare. Procesul de xantogenare necesită agitarea continuă a amestecului de sulfură de carbon și alcaliceluloză. Dintre tipurile de utilaje pentru xantogenare, vom analiza barata. Aceasta este o tobă cilindrică sau hexagonală cu arbore orizontal, cu pereți dubli pentru răcire, care se închide ermetic și se învîrtește cu 3 rot/min. În barată se descarcă alcaliceluloza prematurată și apoi se face vid, pentru a se putea introduce sulfura de carbon. Introducerea sulfurii de carbon se realizează prin pulverizare timp de 20 minute, barata fiind în rotație. Temperatura inițială este 23°C (egală cu cea de prematurație). După 80 minute se obține xanto-

genatul de celuloză la 28°C. Tot timpul barata este răcită puternic pentru a nu permite creşterea temperaturii peste nivelul normal.

Oprirea baratei pentru cîteva minute nu are urmări negative. Dacă însă oprirea este mai îndelungată, xantogenatul se aglomerează şi se formează alţi compuşi chimici, care impurifică şarja coborîndu-i calitatea sau stricînd-o cu totul. Acest efect este mai pronunţat dacă întreruperea apare

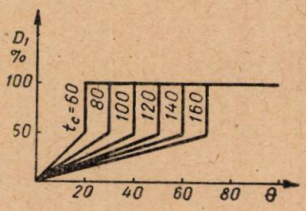


Fig. 5. — Daune D_1 la xantogenare.

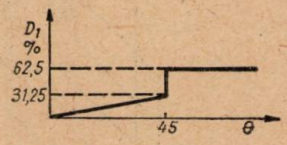


Fig. 6. — Caracteristica medie a daunelor D_1 la xantogenare.

în timpul introducerii sulfurii de carbon, sau la începutul fazei de xantogenare.

Notînd cu t_c, timpul de la începutul ciclului de xantogenare (aşa cum se vede în figura 7), pericolul de stricare a şarjei se situează de la $t_c = 60$ minute la $t_c = 160$ minute, el fiind din ce în ce mai mic pe măsură ce operaţia de xantogenare este mai înaintată.

Daunele D_1 reprezentate în figura 5 sînt date în procente din valoarea unei şarje. Ele constau în pierderi de viscoză şi schimbarea prematură a prizelor la filtrele de viscoză (o garnitură de pînze de filtrare costă 3 500 lei). Probabilitatea de producere a daunelor D_1 după o curbă medie avînd treapta la $\theta = 45$ minute este $\frac{100}{160}$. Deci relaţia medie (independentă de momentul apariţiei întreruperii) între daunele D_1 şi durata întreruperii electrice va fi ca în figura 6.

În ceea ce priveşte daunele care depind de oprirea producţiei, ele vor fi determinate de timpul de oprire a producţiei θ_p corespunzător întreruperii electrice de durată θ. Din ciclul de 160 minute, intervalul de 40 minute cuprinzînd descărcarea, curăţirea şi încărcarea baratei, adică fazele în care întreruperea electrică nu opreşte producţia, reprezintă $\frac{40}{160} = 0{,}25$. În restul fazelor întreruperea electrică θ produce oprirea producţiei pe timpul $\theta_p = \theta$ dacă θ este mai mic decît limita la care se produce rebutarea şarjei. Dacă θ a depăşit această limită, procesul se continuă la reapariţia tensiunii cu fazele de aerisire, descărcare, reîncărcare, indiferent în ce punct al ciclului de xantogenare a apărut întreruperea electrică.

În acest caz se consideră pierdut şi timpul de producţie de la începutul ciclului pînă în momentul întreruperii.

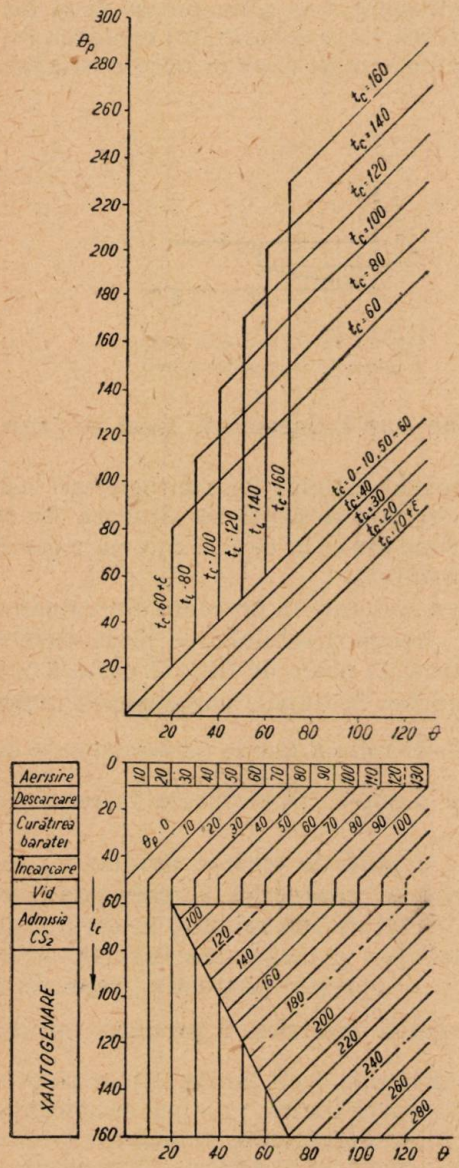


Fig. 7

Fig. 7. — Caracteristica θ, θ_p la xantogenare.

Fig. 8. — Caracteristica medie θ, θ_p la xantogenare.

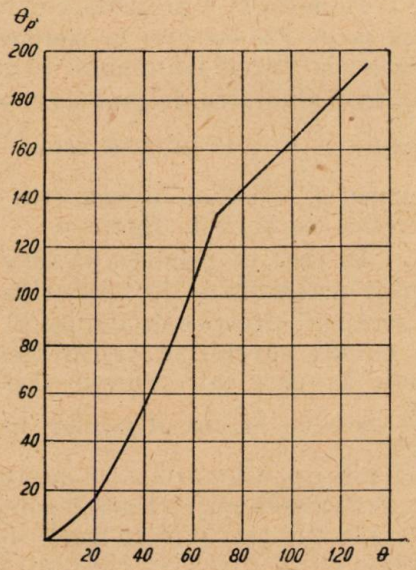


Fig. 8

Potrivit celor de mai sus, rezultă că nu vom avea o singură caracteristică θ, θ_p ci, o familie de caracteristici diferite după momentul apariţiei întreruperii (fig. 7).

Ţinînd seama de probabilitatea de apariţie a diferitelor situaţii corespunzătoare caracteristicilor din figura 7, se poate trasa caracteristica θ, θ_p medie (fig. 8) cu ajutorul căreia urmează a se calcula daunele.

Dizolvare, amestecare. Soluţia de viscoză se obţine prin dizolvarea xantogenatului de celuloză, într-o soluţie diluată de NaOH (35—38 g/litru), operaţie care se realizează în dizolvoare cilindrice verticale prevăzute cu agitatoare cu palete şi cu pompe de recirculare a soluţiei, care au rolul de a măcina glomerulele de xantogenat. Temperatura este menţinută la 7°C prin răcire puternică. Soluţia de viscoză obţinută după două ore, este colectată din două dizolvoare într-un amestecator, de aceeaşi construcţie cu dizolvoarele, şi amestecată încă două ore şi jumătate menţinîndu-i-se temperatura la 13°C.

Oprirea dizolvoarelor după introducerea xantogenatului poate avea ca urmare blocarea agitatorului dacă întreruperea este destul de lungă pentru ca particulele de xantogenat să se sedimenteze. În acest caz dizolvorul trebuie golit şi demontat pentru a putea fi curăţat. Dacă întreruperea survine cînd procesul de dizolvare este deja înaintat, sedimentarea se face foarte greu, soluţia de viscoză avînd consistenţa mierii de albine. În acest caz întreruperea nu strică şarja iar procesul poate fi reluat imediat.Pentru a evita colmatarea dizolvoarelor şi blocarea agitatoarelor, şarja trebuie evacuată înainte de a se produce efectele periculoase; astfel, la apariţia unei întreruperi în primul sfert de oră după introducerea xantogenatului, dacă întreruperea se prelungeşte peste 10 minute, şarja se rebutează.

Figura 9 ridică limita la depăşirea căreia şarja trebuie rebutată pentru a înlătura pericolul de colmatare. Daunele D_1 apar cu valoarea integrală a şarjei dacă θ depăşeşte limita indicată; ele nu apar dacă θ rămîne mai mic decît limita.

Probabilitatea de rebutare a şarjei creşte o dată cu creşterea duratei întreruperii, aşa cum se arată în figura 10.

Pentru calculul timpului de oprire a producţiei θ_p corespunzător unei întreruperi de anumită durată θ procedăm similar cazului xantogenării, considerînd tot aşa, că timpul de oprire a producţiei, atunci cînd se rebutează şarja, include şi timpul consumat din ciclul parcurs parţial.

Cu ajutorul reprezentării caracteristicilor θ, θ_p prin curbe de nivel (fig. 9) se poate calcula caracteristica medie (fig. 11). La operaţia de amestecare a viscozei obţinute din două dizolvoare ciclul cuprinde următoarele faze:

evacuarea viscozei	10 minute
introducerea „	10 „
amestecarea	140 „
	160

Întreruperea alimentării cu energie electrică θ conduce la oprirea producţiei pe o durată de timp egală $\theta_p = \theta$. Nu este pericol de stricare a şarjei.

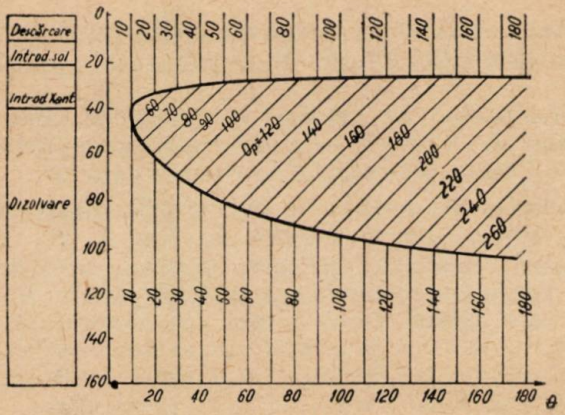


Fig. 9. — Caracteristica θ, θ_p la dizolvare.

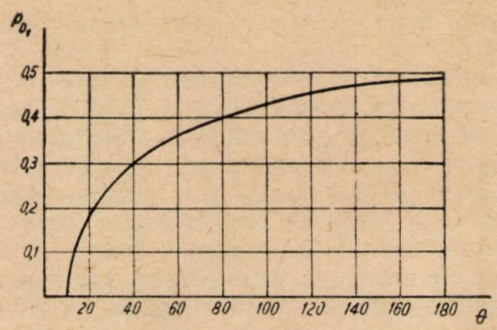


Fig. 10. — Probabilitatea de rebutare a şarjei la dizolvare.

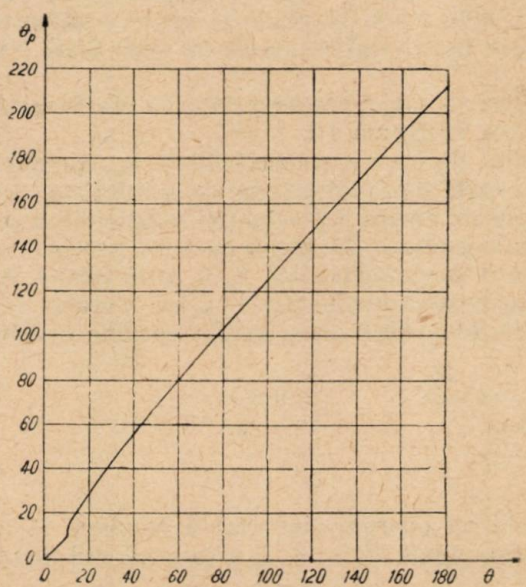


Fig. 11. — Caracteristica medie θ, θ_p la dizolvare.

Întreruperea alimentării cu frig impune oprirea dizolvoarelor pentru a nu se mări temperatura soluției de viscoză. Ea are deci aceleași efecte ca și întreruperea alimentării cu energie electrică. Siguranța alimentării cu energie electrică a instalației de frig trebuie să fie deci mai mare sau cel puțin egală cu cea a alimentării cu energie electrică a dizolvoarelor.

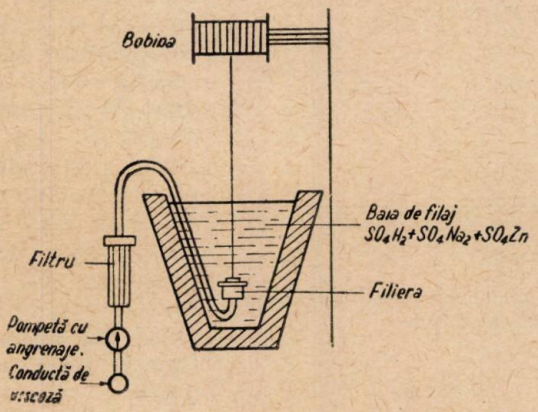


Fig. 12. — Schița unui element al mașinii de filat.

Maturare. După terminarea operației de amestecare a viscozei, ea este descărcată în rezervorul de recepție din sala de maturare a viscozei, unde se menține o temperatură constantă de 13°C. Maturarea durează circa 60 ore. În acest timp viscoza trece prin trei filtrări succesive ajungînd în cele din urmă în rezervorul de desaerare unde stă sub vid minimum 15 ore. Filtrările și transvazările viscozei se realizează cu pompe de circulație. Întreruperile pînă la circa 2—2,30 ore nu au urmări negative. Întreruperile mai lungi blochează recepția viscozei de la mixoare.

Întreruperile la instalația de frig pentru condiționarea temperaturii în sala de maturare, nu au urmări sensibile deoarece încăperea se construiește bine izolată termic.

Filare. Viscoza maturată și desaerată este împinsă cu aer comprimat în rețeaua de conducte care alimentează mașinile de filat. Un element al mașinii de filat este reprezentat schematic în figura 12. Întreruperea alimentării cu energie electrică a mașinii de filat oprește imediat filarea. Pentru repunerea în funcție este necesar să se curețe toate filierele (în atelierul de întreținere a filierelor) apoi să se monteze la loc pe mașină și să se tragă pe bobină fiecare fir în parte. La punerea în funcție a filierelor are loc intrarea treptată în regim care durează 1—2 ore în care timp se produc fire de calitate inferioară. Punerea în funcție a unei mașini de filat durează circa două ore iar reglarea regimului încă circa o oră.

Dacă întreruperea oprește toate mașinile de filat, repunerea în funcție durează mai mult căci atelierul de întreținere a filierelor nu poate asigura curățirea rapidă a tuturor filierelor. În asemenea cazuri personalul din alte secții este mobilizat pentru a grăbi repunerea în funcțiune a mași-

nilor de filat. Prin aceste măsuri se poate asigura repunerea în funcțiune 100% a filierelor după circa 10 ore. În figura 13 se arată modul de repunere în funcție a filaturii în cazul unei întreruperi a alimentării cu energie electrică de peste 10 secunde dar sub două ore. Dacă durata întreruperii θ este mai mare, stocul de filiere disponibile crește deoarece atelierul de recondiționare poate lucra cu condiția să aibă asigurate aerul comprimat, apa și lumina (care trebuie să fie asigurate independent de alimentarea cu energie electrică). La reapariția tensiunii mașinile de filat sînt pornite tot pe rînd, pornirea făcîndu-se însă relativ repede la cele pentru care filierele sînt pregătite. Ca exemplificare a acestui caz, în figura 14 se prezintă diagrama de repunere în funcție după o întrerupere de 6 ore.

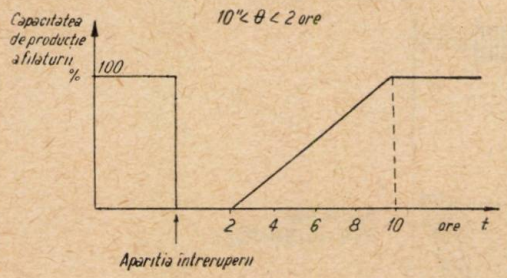


Fig. 13. — Reluarea producției după o întrerupere scurtă la filatură.

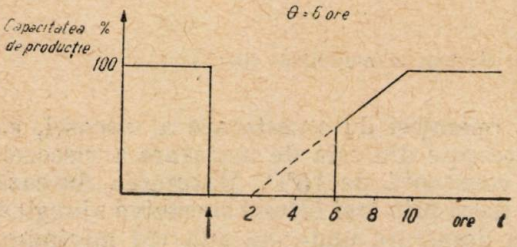


Fig. 14. — Reluarea producției după o întrerupere de 6 ore la filatură.

Caracteristica θ, θ_p are aspectul din figura 15. Ea a fost calculată ținînd seama de cele de mai sus.

Viscoza din conductele de distribuție, care în mod normal este în mișcare continuă, rămîne imobilă în cazul întreruperii și, treptat, se coagulează, deoarece temperatura în sala de filare este ridicată (baia de filaj are temperatura de 45—47°C). În cazul coagulării viscozei pe conducte, acestea trebuie înlocuite. Pentru a nu se ajunge la această situație, viscoza din conducte trebuie purjată periodic. Deoarece timpul de coagulare este 24 ore se consideră satisfăcător să se facă purjarea la intervale de 8—12 ore. Purjarea reprezintă o pierdere de viscoză egală cu volumul conductelor și trebuie considerată ca daună de tip D_1. La aceste daune D_1 trebuie să se adauge firele rebutate datorită funcționării în regim tranzitoriu la punerea în funcție a mașinilor de filat. Rebuturile în perioada tranzitorie din prima oră sînt de circa 10 ori mai mari decît în regim normal (rebuturile în regim normal sînt circa $1\,^0/_{00}$).

În continuarea fluxului tehnologic urmează operațiile de spălare și uscare a firelor depuse pe bobine în mașinile de filat apoi cele de răsucire a firelor și de trecere a lor pe diferite formate (conus, biconus, canete, flote) pentru livrare către țesătorii.

În aceste faze nu mai au loc transformări chimice așa încît nu este necesar să se respecte strict anumite termene de fabricație. Pe de altă parte datorită necesității de a schimba după dorință sortimentele livrate,

capacitatea de lucru însumată a maşinilor textile depăşeşte capacitatea filaturii, astfel încît întreruperile în alimentarea cu energie electrică a maşinilor textile nu au ca urmare micşorarea producţiei deoarece pauzele impuse de întreruperi sînt apoi recuperate şi întreaga producţie filată este prelucrată.

În aceste faze, întreruperile alimentării cu energie electrică de durate obişnuite (pînă la o zi) nu provoacă daune, cu excepţia cazurilor cînd se suprapun peste unele greutăţi organizatorice sau tehnologice care conduc la blocarea procesului de producţie.

Trebuie însă, să se atragă atenţia, că în aceste faze există pericolul de a se produce înrăutăţirea calităţii firelor datorită întreruperilor. Astfel, întîrzierea spălării urmelor de acid de pe firele care au părăsit maşinile de filat, schimbă elasticitatea firelor şi proprietăţile lor de vopsire. La anumite tipuri de maşini de răsucit, întreruperile repetate conduc la obţinerea de fire cu torsiune insuficientă şi neuniformă (care în ţesături dau defectul numit „streif").

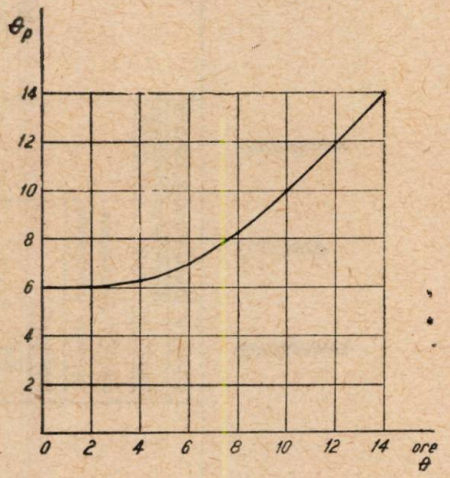


Fig. 15. — Caracteristica θ, θ_p pentru filatură.

În prezenta lucrare nu se studiază importanţa economică a înrăutăţirii calităţii produselor, din cauza dificultăţii de a urmări legătura între perturbarea procesului la fabricarea firelor şi urmările acestei perturbaţii în întreprinderile care utilizează firele respective. Această categorie de daune conexe, pare însă a fi foarte importantă.

Calculul daunelor. În cele de mai sus s-a analizat influenţa întreruperilor alimentării cu energie electrică asupra fiecărei operaţiuni tehnologice în parte. La determinarea valorică a daunelor pe întreaga întreprindere trebuie să se ţină seama de legătura tehnologică intre operaţii şi de amploarea întreruperii considerate.

Pentru cazul întreprinderii cu producţia de 4 tone fire pe zi, al cărei proces tehnologic este prezentat schematic în figura 1 se vor face în cele ce urmează calcule ilustrative.

În figura 16 este redată operograma procesului de fabricare a viscozei pentru filare. Se observă că durata totală a procesului este de circa 150 ore, în instalaţii fiind în curs de prelucrare 56 şarje adică material pentru 25 tone fire.

O şarjă conţine material pentru 445 kg fire (respectiv 5 350 kg viscoză). Agregatele pentru mercerizare, desfibrare, xantogenare, dizolvare sînt duble, aşa încît în fiecare se prelucrează jumătate din cantităţile de mai sus. Astfel, într-o presă de mercerizare se introduc cîte 270 kg celuloză ceea ce corespunde la 222,5 kg fire.

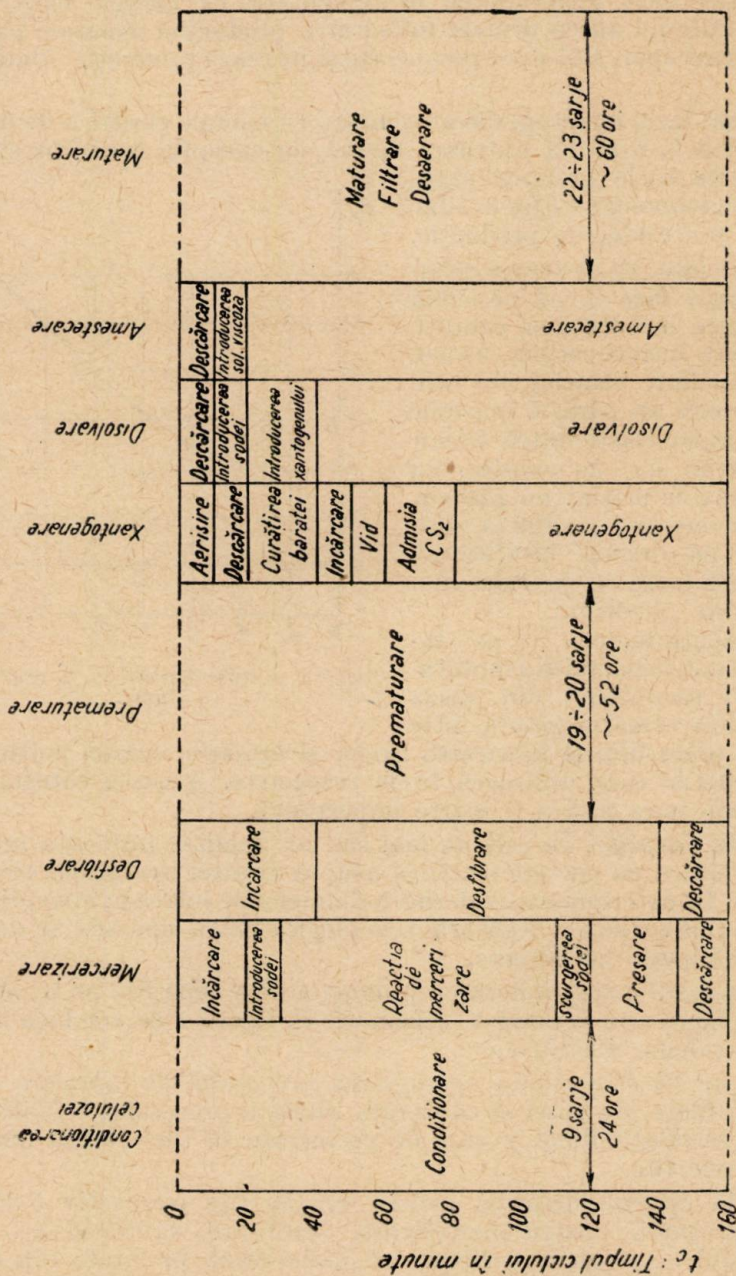


Fig. 16. — Operograma fabricării viscozei.

Cantitățile de diferite materii prime și semifabricate corespunzătoare unui kg fire sînt următoarele :

1,21 kg celuloză,
0,92 kg sodă 100 %,
0,33 kg S_2C pură,
1,53 kg SO_4H_2 100 %,
1,3 m^3 apă,
3,4 m^3 N aer comprimat 7 ata,
0,7 m^3 N vid 0,05 ata
2,5 kcal frig,
80 kg abur normal,
3,4 kg alcalicelulloză,
3,8 kg xantogenat,
12,1 kg viscoză.

Consumul de energie electrică global este de circa 7 kWh/kg fire, repartizat în proporțiile următoare :

secția preparație chimică	9 %
,, filatură	13 %
,, textile	30 %
Agenți tehnologici : apă rece, apă caldă, abur, aer comprimat, frig, vid, luminat industrial etc.	38 %
Ateliere, serv. auxiliare, administrație	10 %
	100 %

Pentru calculul daunelor trebuie avute în vedere următoarele considerente.

În cazul unei exploatări corecte a instalațiilor, întreruperile electrice nu provoacă avarii ale utilajului. Ele pot provoca deranjamente, care însă se înlătură de personalul de exploatare fără cheltuieli suplimentare. În consecință daunele D_2 sînt nule.

Daunele D_1 (rebuturi în producție și stricarea materiei prime) apar la operațiile de xantogenare, dizolvare și filare, în cazul opririi agregatelor respective. Pentru exprimarea valorică a acestor daune se va lua în considerare prețul xantogenatului (3 570 lei/șarjă) prețul viscozei crude (4 450 lei/șarjă) și prețul viscozei finite (1,025 lei/kg) cu ajutorul cărora se pot stabili caracteristicile din figura 17. Se observă că daunele D_1 corespunzătoare purjării conductelor de viscoză la întreruperea filaturii sînt relativ mici și apar numai în cazul opririlor de lungă durată.

Pentru calculul daunelor D_3, D_4, D_5, principalul este să se determine caracteristicile θ, θ_p corespunzătoare diferitelor situații. În paginile precedente sînt prezentate caracteristicile θ, θ_p corespunzătoare fiecărei operații în parte.

Avînd în vedere că oprirea procesului de producție la o anumită operație conduce la o diminuare a producției nerecuperabilă, rezultă că oprirea unei singure operații (între mercerizare și filare inclusiv) conduce la diminuarea producției pentru întreaga linie tehnologică.

Pierderea de producție ΔP se calculează cu ajutorul caracteristicei θ, θ_p corespunzătoare operației la care s-a produs întreruperea alimentării cu energie electrică

$$\Delta P = P \frac{\theta_p}{T}$$

P fiind producția realizată în mod normal în timpul T (în cazul examinat $P = 4\,000$ kg, $T = 24$ ore $= 1\,440$ min deci $\Delta P' = 2{,}78\,\theta_p$. kg).

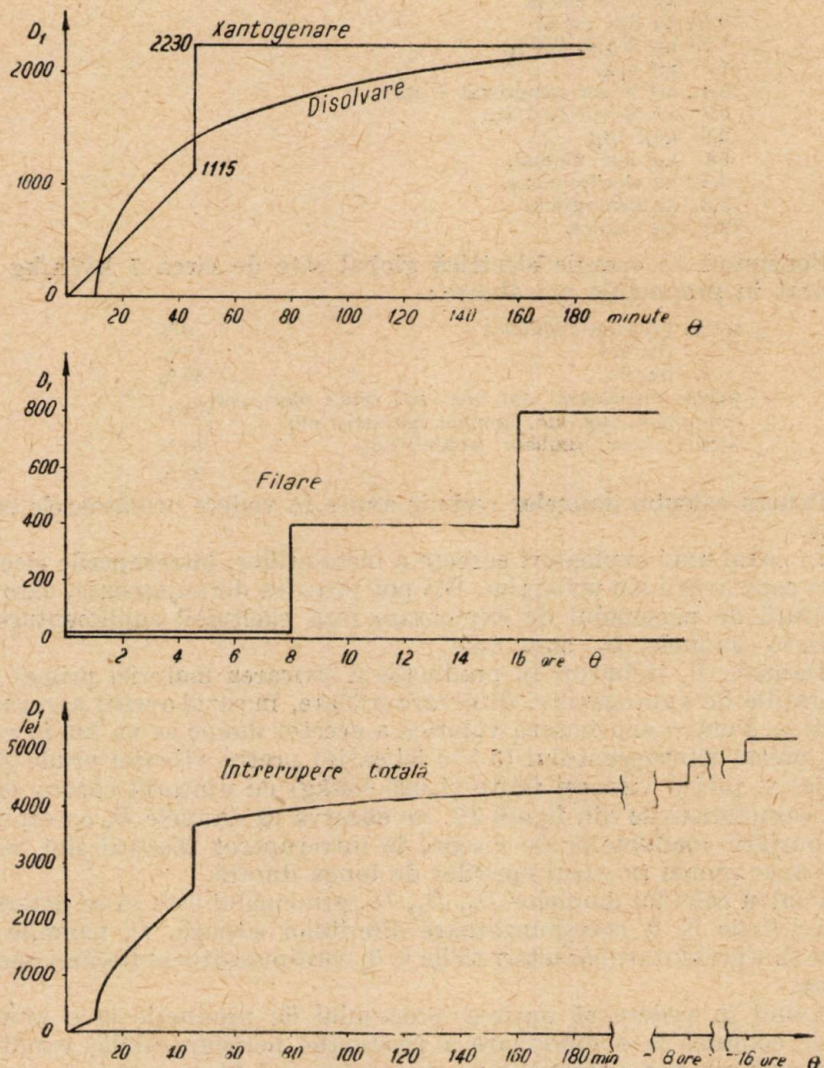


Fig. 17. — Caracteristicile daunelor D_1 (rebuturi și consumuri suplimentare).

Daunele D_3, D_4 și D_5 se calculează în funcție de pierderea de producție ΔP. Astfel D_3 — amortismente și cheltuieli generale și D_4 — salarii, se calculează înmulțind ΔP respectiv cu componentele prețului de cost cores-

punzătoare; iar D_5 se calculează înmulțind ΔP cu beneficiul total, adică cu diferența între prețul de livrare de catalog și prețul de cost.

În cazul examinat, valoarea produselor finite are următoarea structură:

Materii prime și auxiliare	13,08	lei/kg	39,6 %
Salarii	5,49	„	16 ,6 %
Amortismente și cheltuieli generale	9,05	„	27,4 %
Preț de cost	27,62	„	83,6 %
Beneficii	5,41	„	16,4 %
Total preț livrare	33,03	„	100 %

Ținînd seama de aceste valori, se poate scrie expresia daunelor

$$D_3 = 9{,}05 \ \Delta P$$

$$D_4 = 5{,}49 \ \Delta P$$

$$D_5 = 5{,}41 \ \Delta P$$

sau:

$$D_p = D_3 + D_4 + D_5 = 19{,}95 \ \Delta P = 55{,}5 \ \theta_p \text{ (lei)}$$

unde θ_p se dă în minute, după caracteristica θ, θ_p corespunzătoare operației la care a avut loc întreruperea (fig. 18).

Probabilitatea de producere a întreruperilor la o anumită operație, depinde de schema electrică de alimentare a agregatelor tehnologice respective, de calitatea aparatajelor și a materialelor electrotehnice utilizate, de amploarea protecției și automatizării. La proiectarea instalației electrice a întreprinderii, alegerea variantei celei mai avantajoase trebuie să se facă ținînd seama de daunele corespunzătoare întreruperii fiecărei operații în parte, determinate în modul arătat.

În ceea ce privește alegerea variantei optime de alimentare cu energie electrică a întreprinderii, interesează daunele provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică a întregii întreprinderi.

Daunele D_1 corespunzătoare întreruperii totale se calculează simplu: ele sînt egale cu suma daunelor D_1 aferente fiecărei operații (fig. 17).

La calculul daunelor $D_p = D_3 + D_4 + D_5$ trebuie să ținem seama de legătura între operații (v. operograma din fig. 16).

Astfel operațiile succesive de mercerizare și desfibrare sînt cuplate tehnologic. Întreruperea alimentării cu energie electrică a ambelor operații dă aceeași pierdere de producție ca și oprirea numai a desfibrării (fig. 18). La fel, operațiile cuplate tehnologic de xantogenare, dizolvare, amestecare, au în bloc caracteristica θ, θ_p cea mai ridicată dintre cele trei caracteristici individuale (pentru $\theta < 35$ minute e mai sus caracteristica dizolvării, apoi, pentru $\theta > 35$ min cea a xantogenării). Pentru filare rămîne valabilă caracteristica din figura 18.

Caracteristica globală a daunelor D_p la întreruperea totală a alimentării cu energie electrică a întreprinderii este suma celor trei caracteristici ale grupurilor de operații cuplate tehnologic (fig. 19).

Daunele totale $D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5$ sînt reprezentate tot pe figura 19. Ele se obțin adunînd la valoarea D_p globală, valoarea D_1 (din fig. 17, jos).

Caracteristica daunelor totale $D = F(\theta)$ prezentată în figura 19 dă o imagine completă asupra urmărilor economice ale întreruperilor în alimentarea cu energie electrică a întreprinderii considerate.

Pentru generalizări și comparații ulterioare este util să se calculeze anumiți indici specifici.

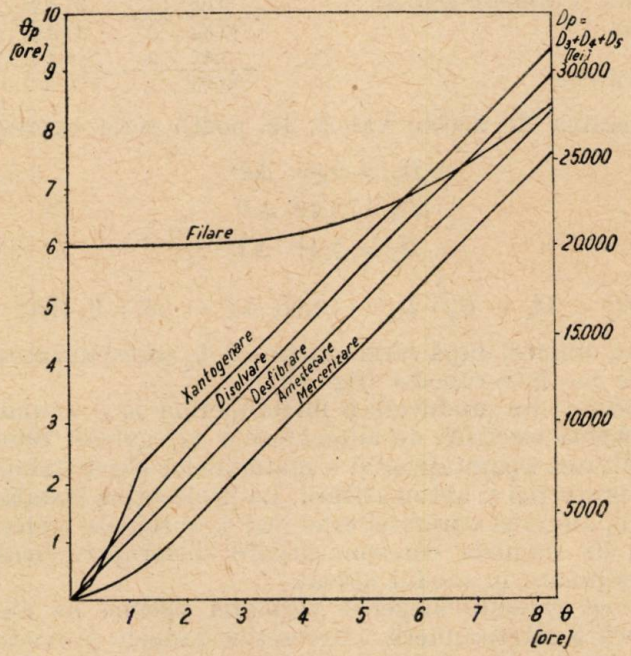


Fig. 18. — Caracteristicile daunelor D_p (daune care depind de micșorarea producției).

Un indice specific foarte semnificativ este

$$d = \frac{D}{\Delta E}$$

dauna specifică pe kWh nelivrată. Pentru a calcula cantitatea de energie nelivrată ΔE în funcție de durata întreruperii vom avea în vedere că procesul de producție este uniform în cursul celor 24 ore (deci relația $\Delta E = F(\theta)$ nu depinde de ora la care apare întreruperea) și că întreruperile nu conduc la funcționări ale utilajului care să mărească consumul de energie electrică. Deci energia nelivrată va fi proporțională cu producția nerealizată ΔP

$$\Delta E = K \cdot \Delta P = 7 \times 2{,}78\ \theta_p = 19{,}5\ \theta_p\ [\text{kWh}]$$

(unde $K = 7$ kWh/kg fire, iar θ_p este timpul de oprire a producției în

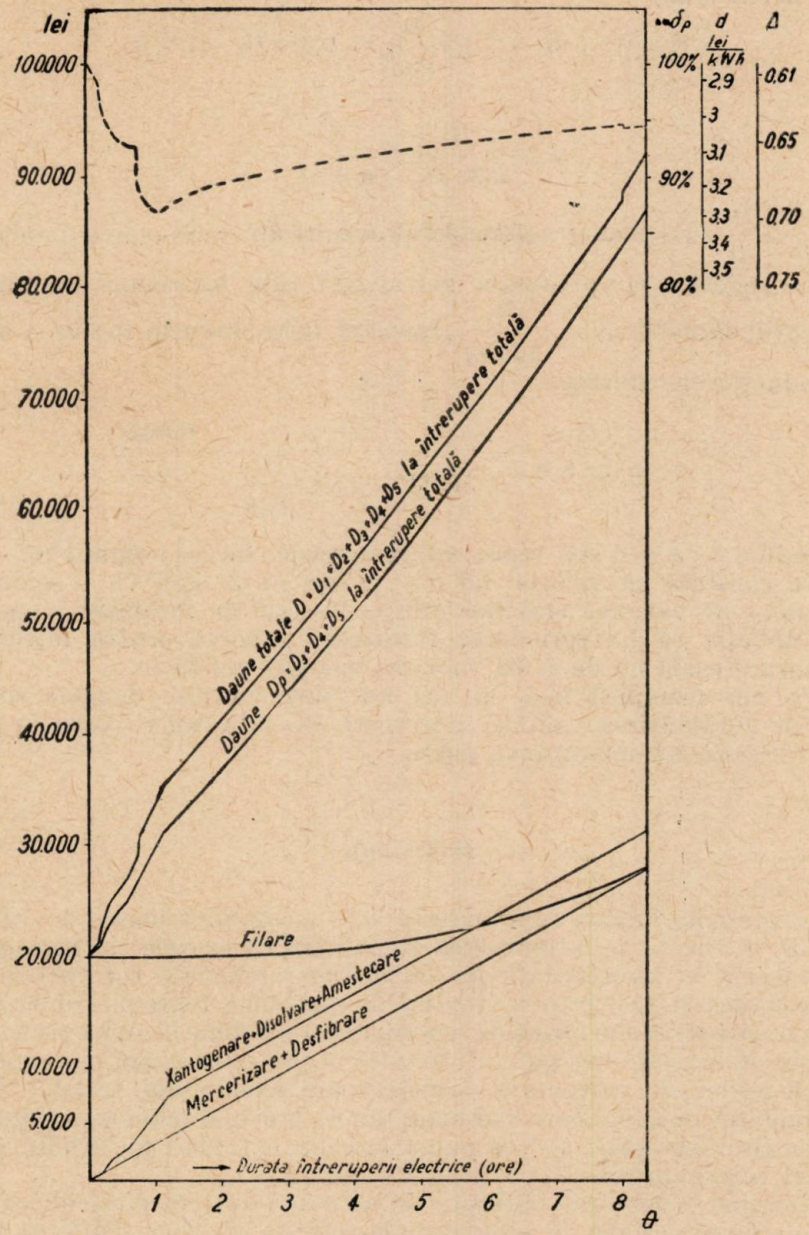


Fig. 19. — Caracteristica daunelor totale şi indicii specifici.

minute și de asemenea proporțională cu daunele D_p care depind de producția nerealizată)

$$\Delta E = 19{,}5\ \theta_p = 19{,}5 \frac{D_p}{55{,}5} = 0{,}35\ D_p \quad [\text{kWh}].$$

Deci

$$d = \frac{D}{0{,}35\, D_p} = \frac{1}{0{,}35\ \delta_p},$$

unde $\delta_p = \frac{D_p}{D}$ este ponderea daunelor provenite din diminuarea producției.

În legătură cu producția nerealizată este interesant de calculat coeficientul daunelor $\Delta = \frac{D}{\Delta P\ p_l}$, raportul între daunele totale și valoarea producției nerealizate.

$$\Delta = \frac{D}{p_l . 2{,}78\ \theta_p} = \frac{D}{33{,}03 \times 2{,}78 \frac{D_p}{55{,}5}} = \frac{0{,}604}{\delta_p}.$$

Indicii δ_p, d și Δ sînt reprezentați în partea de sus a figurii 19.

Se constată că valorile lui d — în jur de 3 lei/kWh — se apropie foarte mult de valoarea stabilită prin contractul de furnizare a energiei, care stabilește că întreprinderea furnizoare suportă pentru întreruperi o penalizare egală cu de 8 ori valoarea energiei nelivrate.

Trebuie reamintit însă că aici nu sînt cuprinse daunele conexe, legate de înrăutățirea calității provocată de întreruperi, care în cazul mătăsii-viscoză au importanță mare.

ÎNCHEIERE

În prezenta lucrare se urmărește a se exemplifica modul de calcul al daunelor provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică, pentru cazul concret al fabricării firelor de mătase artificială tip viscoză prin metoda clasică de preparare a viscozei (discontinuă), filare pe bobine rigide și prelucrări textile sub formă de sculuri, canete, bobine biconice și conice*).

Cifrele indicate vor putea fi folosite în proiectarea sau reorganizarea întreprinderilor de capacitate asemănătoare exemplului tratat. Pentru întreprinderile de capacitate mai mare sau cu procesul tehnologic organizat pe baza altor agregate, se vor putea întocmi extinderi ale studiului sau adaptări corespunzătoare.

Folosind rezultatele obținute se va putea aprecia eficacitatea diferitelor variante posibile de alimentare cu energie electrică și diferiți agenți

*) În practica mondială se utilizează și alte metode, continui sau semicontinui, cu o singură operație textilă : bobinarea pe bobine conice.

de lucru, se vor putea adopta schemele de alimentare și automatizările cele mai avantajoase.

Cu privire la exemplul tratat se pot trage următoarele concluzii:

1. În cazul unei exploatări raționale, competente și bine organizate, întreruperile alimentării cu energie electrică nu provoacă avarii ale utilajului.

2. Daunele totale constau, în proporție de peste 90%, din daune datorite diminuării producției; daunele datorite rebutării produselor în curs de fabricare reprezintă o proporție redusă.

3. Daunele specifice — variabile în funcție de durata întreruperii — au valori moderate, în jur de 3 lei/kWh. Totuși întreruperile alimentării cu energie electrică a întreprinderilor care fabrică mătase-viscoză trebuie considerate inadmisibile, datorită daunelor conexe legate de înrăutățirea calității firelor, daune a căror importanță se evidențiază abia în întreprinderile care folosesc firele. Pentru organizarea întreprinderilor de tipul analizat se pot face următoarele recomandări:

1. Lanțul tehnologic căruia i se poate asigura autonomia în caz de întreruperi să fie cît mai scurt. Să se evite posibilitatea de blocare a procesului de producție din secțiile preparație chimică și filatură în cazul unor întreruperi ale secției textile (în special să existe stoc suficient de bobine libere pentru mașinile de filat).

2. Alimentarea cu energie electrică a întreprinderii trebuie să asigure deconectarea automată a mașinilor textile în caz de întrerupere parțială, pentru a se evita întreruperea secției preparație chimică și mai ales a secției filatură.

3. În instalațiile tehnologice auxiliare: stația de preparare a sodelor, stația de acid, instalațiile de vid, frig, aer comprimat, alimentarea cu apă și căldură, este util să se prevadă rezervoare pentru acumularea agenților respectivi, prin aceasta realizîndu-se o desensibilizare față de întreruperi a acestor instalații.

Determinarea concretă, în fiecare caz în parte, a daunelor provocate de întreruperi, va servi ca indice de bază pentru efectuarea unei întregi serii de calcule economice legate de alegerea schemelor de alimentare cu energie și agenți tehnologici, precum și pentru urmărirea eficacității economice a investițiilor în cazul diferitelor variante de organizare și dimensionare a instalațiilor tehnologice.

DOMMAGES PRODUITS PAR L'INTERRUPTION DE L'ALIMENTATION EN ÉNERGIE ÉLECTRIQUE, DANS LA FABRICATION DE LA RAYONNE

RÉSUMÉ

Les filatures de rayonne sont des consommateurs très sensibles aux interruptions de l'alimentation en énergie électrique. Pour être à même d'étudier les dommages causés par ces interruptions, il faut com-

mencer par examiner le processus technologique. Les phénomènes apparaissant lors des interruptions, ainsi que les dommages qui en découlent, sont analysés dans chaque phase de la fabrication. Ensuite, en tenant compte des liaisons technologiques entre les phases, on procède au calcul de l'ensemble des dommages.

Le travail constitue un exemple du mode de calcul des dommages, pouvant servir, comme tel, à des études similaires intéressant d'autres industries. En ce qui concerne l'industrie de la rayonne, le travail est utile non seulement dans l'élaboration des projets, mais aussi dans l'organisation de l'exploitation.

BIBLIOGRAFIE

1. C. GUȚU, M. PETCU și A. SOCI, *Determinarea daunelor provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică*. Studii și cercetări de energetică, **XI**, *4* (1961).
2. Z. A. ROGOVIN, *Chimia și tehnologia fibrelor artificiale*. (Trad. din limba rusă) Ed. tehnică, București, 1954.

ZONA DE TRANSPORT ÎN PROBLEMELE DIMENSIONĂRII FILTRELOR ELECTRICE

DE

REMUS RĂDULEȚ și AUREL AVRAMESCU

MEMBRI CORESPONDENȚI AI ACADEMIEI R.P.R.

1. FUNCȚIUNILE ȘI PRINCIPIUL FILTRELOR ELECTRICE

Se știe că filtrele electrice servesc pentru a separa dintr-un sistem dispers, sub acțiunea unui cîmp electric, faza dispersă solidă sau lichidă (praf, fum, particule de ceață etc.) de faza continuă, gazoasă, în care se găsește [1]. Prin filtrarea electrică se poate urmări purificarea fazei gazoase, obținerea sub formă compactă a fazei disperse cînd aceasta prezintă valoare, sau obținerea ambelor faze separate, cînd ambele prezintă interes [2], [3].

Față de alte soluții tehnice [4], [5], filtrele electrice prezintă : consum specific de energie mic : $w = 0{,}05 \ldots 0{,}5$ kWh/1 000 m^3 de gaz purificat ; pierdere de presiune foarte mică : $\Delta p = 2 \ldots 5$ mm H_2O ; posibilitatea de a funcționa la temperaturi înalte pînă la $\vartheta = 500°C$; eficiență mare, pînă la $\eta = 98\%$; uzură mică ; exploatare simplă ; mare siguranță în serviciu. Filtrele electrice prezintă însă și eficiență sensibilă la variația mărimii și compoziției particulelor în suspensie și o scădere a eficienței purificării și a siguranței în serviciu prin efecte fizice accesorii [6].

În principiu, în aceste filtre, printre anumite fire, tuburi sau lanțuri subțiri verticale, care formează în general catozii, și unul sau mai mulți anozi, în general de mare suprafață, care îi înconjoară și au formă de cilindrii, de cutii sau plăci de tablă metalică netedă sau ondulată, trece (cu viteze de 0,5...5 m/s) curentul de gaz de epurat. Uneori, filtrele au anozi suplimentari, subțiri. Tensiunea continuă necesară care se aplică între electrozi, se obține prin redresarea mecanică sau electronică a unei tensiuni alternative monofazate, după un transformator care ridică tensiunea, pentru a se obține 40...90...150 kV între electrozii filtrului. La aplicarea

acestei tensiuni între electrozi, se stabilește o descărcare cu efect corona în jurul catozilor subțiri (sau și în jurul anozilor suplimentari subțiri); electronii din gaz ionizează în această zonă moleculele fazei continue, producînd ioni pozitivi, respectivi electroni, care se atașează apoi și particulelor fazei disperse. Particulele fazei disperse încărcate în acest fel, sînt antrenate de cîmpul electric spre anod și se depun pe el, neutralizîndu-se iar ionii pozitivi, care sînt antrenați de cîmpul electric, spre catod, liberează din acesta noi electroni. Faza dispersă, aglomerată pe anodul pus la pămînt, se evacuează mecanic din filtru, prin scuturare, prin spălare, sau pe cale pneumatică. Intensitatea curentului continuu (redresat, nefiltrat), care trece prin gazul dintre electrozi, e de 5...10 mA în instalațiile mici, respectiv, de 200—500 mA în instalațiile mari [7].

Ionizarea din filtre este strîns legată de efectul corona și se poate urmări pe baza lucrărilor recente, dintre care vom folosi în special lucrările profesorului V. I. Popkov [8]. Încărcarea electrică a particulelor mediului dispers e un proces statistic progresiv, încă neclarificat în toate amănuntele fizice; din această cauză, influența sarcinii spațiale asupra tensiunii, datorită ecranării electrodului care prezintă efect corona, nu se poate urmări cu destulă precizie în toate fazele [9]. Practic, după un timp de încărcare, curentul scade din cauza sarcinilor spațiale și poate să dispară în gazul în repaus (filtrul se îneacă), pentru ca apoi să crească din nou pînă la valoarea descărcării fără fază dispersă. Urmărirea prin calcul a acestui proces întîmpină mari dificultăți [10].

Caracteristica descărcării se obține prin calcul, pentru faza staționară care urmează după scăderea curentului (faza Townsend). Ea se poate aproxima considerînd pentru faza de încărcare cîmpul aproximativ constant în filtrul cilindric. Cunoscînd caracteristica descărcării și a sursei se poate studia stabilitatea alimentării, aplicînd metodele cunoscute (intersecția caracteristicilor) [11].

În lucrarea de față se deduc cîteva relații utile în dimensionarea filtrelor din ecuațiile generale ale fenomenelor, cum este încărcarea particulelor cu ajutorul funcțiilor speciale din teoria probabilităților, se determină variația în timp a sarcinilor spațiale după concepția lui Popkov și Deutsch, cu o completare care nu se găsește în literatura privitoare în special la cazul electronilor în zona de transport a filtrelor și se prezintă rațional și metodic relațiile de bază pentru dimensionarea filtrelor pe baza unor date tehnice cuprinse în tablouri și diagrame.

2. ZONA DE TRANSPORT ÎN GAZE PURE

2.1. Generalități despre efectul corona în gazele pure

Dacă intensitatea cîmpului electric din apropierea suprafeței electrodului subțire, unde este mai mare, depășește valoarea ei critică, *inițială*, pentru gazul presupus pur, care înconjoară acest electrod, apare în apropierea imediată a acestuia descărcarea electrică autonomă și parțială, luminiscentă, violetă, cunoscută sub numele de descărcare corona — limitată

adeseori la anumite puncte luminiscente. În zona de efect corona, în general în jurul catodului, electronii antrenați de forțele pe care le exercită asupra lor cîmpul electric din filtru, produc, în principal prin șoc, excitația moleculelor din gaz, și, prin ionizare, purtători de sarcini de ambele nume : ioni pozitivi și electroni, respectiv ioni negativi, care se formează prin atașarea electronilor la moleculele neutre. Sub acțiunea cîmpului de intensitate $\bar{E}$, care exercită forța $\bar{F} = q\bar{E}$ asupra purtătorilor de sarcini q, aceștia se mișcă prin gaz cu frecare, luînd o viteză ordonată $\bar{v}$, practic proporțională cu forța $\bar{F}$ și deci și cu intensitatea locală a cîmpului electric, presupusă nu prea mare

$$\bar{v} = b\bar{E} \tag{1}$$

unde mărimea b se numește mobilitatea purtătorilor de sarcină.

La valori mici ale mărimii $\frac{E}{p}$, unde p este presiunea gazului, mobilitatea este independentă de intensitatea locală a cîmpului electric.

Dintre purtătorii din stratul de efect corona, ionii pozitivi, pe care cîmpul îi proiectează asupra catodului, liberează din acesta electroni care întrețin efectul, iar purtătorii de sarcină negativă migrează spre anod, prin întregul spațiu dintre acesta și catod. La incidența asupra anodului, ei nu liberează însă ioni pozitivi care să migreze spre catod, din cauza structurii metalelor, care au numai electroni liberi : electronii de conducție, ce pot fi extrași ușor din ele. În punctele care depășesc o anumită distanță față de catod, intensitatea cîmpului electric nu mai este suficientă spre a provoca ionizarea gazului, nici prin șocul dintre electroni și molecule. În zona dintre descărcare și anod, ale cărei puncte îndeplinesc această condiție, numită zonă de transport, gazul pur conține deci numai purtătorii de sarcină negativă, care migrează spre anod. Sarcina spațială negativă, dată de acești purtători, reduce mult intensitatea cîmpului electric din partea din spre catod a zonei de transport și o mărește pe cea din partea ei din spre anod, adică produce o uniformizare a cîmpului în această zonă ; astfel, grosimea zonei corona, de ionizare, din jurul catodului, nu depășește în general cîțiva milimetri [13].

2.2. Mobilitatea purtătorilor de sarcină

Considerăm întîi mobilitatea particulelor încărcate din fluidele din cîmpul electric, pentru a putea urmări mai tîrziu distorsiunea cîmpului electric de către sarcinile spațiale din zona de transport. Mobilitatea particulelor prin gazele din cîmpul electric a fost studiată în detaliu în două cazuri extreme : acela al purtătorilor ale căror dimensiuni lineare sînt mult mai mici decît liberul parcurs mijlociu (cum este de exemplu totdeauna cazul electronilor) și acela al purtătorilor cu dimensiuni de același ordin, sau mai mari decît liberul parcurs mijlociu [14].

Particulele ale căror dimensiuni, asimilate cu sfere de raze a, ajung să aibă un diametru de ordinul de mărime al liberului lor parcurs mijlociu

în gaz, se mișcă cu *frecare* prin acest mediu. Conform unei formule a lui Stokes, viteza (ordonată) de migrație $\bar{v}$ a unei astfel de particule într-un mediu fluid care are vîscozitatea dinamică η, cînd se exercită asupra particulei o forță $\bar{F}$, are expresia

$$\bar{v} = \frac{\bar{F}}{6\pi a \eta}. \tag{2}$$

Cum în cazul considerat $\bar{F} = q\bar{E}$, unde q este sarcina purtătorului, comparația între expresiile (1) și (2) ale vitezei de migrație dă pentru acest caz următoarea expresie generală a mobilității purtătorului de sarcină

$$b = \frac{q}{6\pi a \eta}. \tag{3}$$

Mobilitatea purtătorilor de sarcină care au rază mare este deci invers proporțională cu raza lor și cu viscozitatea dinamică a fazei continue în care se găsesc [15].

În cazul purtătorilor de sarcini de dimensiuni mici față de liberul parcurs mijlociu, de masă m și sarcină q_0, trebuie considerat că aceștia iau, în cursul mișcării lor libere în cîmpul electric practic constant, prin care trec între două ciocniri succesive cu moleculele din gaz, accelerația medie

$$a_m = \frac{F}{m} = \frac{q_0 E}{m}.$$

În timpul $\tau = \frac{\lambda}{v_t}$ dintre două ciocniri succesive, unde λ este liberul lor parcurs mijlociu, iar v_t este viteza lor medie de agitație termică, mult mai mare decît viteza lor de migrație $\bar{v} = b\bar{E}$, ei descriu deci următorul spațiu în direcția intensității locale a cîmpului electric

$$\Delta s = \frac{1}{2} a_m \tau^2 = \frac{q_0 E}{2m} \frac{\lambda^2}{v_t^2}.$$

Deci, viteza lor de migrație în direcția cîmpului are expresia

$$v = \frac{\Delta s}{\tau} = \frac{\Delta s v_t}{\lambda} = \frac{q_0 \lambda}{2 m v_t} E. \tag{4}$$

Cum viteza medie de agitație termică a acestor particule de masă m este legată prin relația cunoscută

$$\frac{1}{2} m v_t^2 = \frac{3}{2} k T_p, \tag{5}$$

de temperatura absolută T_p a purtătorilor de sarcină, unde k este constanta lui Boltzmann, rezultă în acest caz din relațiile (1), (4) și (5) următoarea expresie a mobilității, dedusă de Langevin [16]

$$b = \frac{q_0 \lambda}{2 m v_t} = \frac{1}{2} \frac{q_0 \lambda}{\sqrt{3 m k T_p}}. \tag{6}$$

În această considerație s-a făcut eroarea că s-a calculat cu mărimile medii λ și v, și deci τ, deși relația folosită, dintre Δs și $\tau = \frac{\lambda}{v_t}$ este pătratică, ceea ce arată că timpurile mai lungi decît τ dintre două ciocniri succesive au un efect mărit mai mult decît cum este micșorat efectul celor mai scurte decît τ. Ținînd seamă de această împrejurare, s-ar găsi pentru ioni, în locul coeficientului 1/2 din formula (6), coeficientul mai mare 1,15

$$b = 1{,}15 \frac{q_0 \lambda}{\sqrt{3 m k T_p}}, \tag{6 a}$$

iar pentru electroni, cărora li se aplică considerații asemănătoare, factorul 0,75

$$b = 0{,}75 \frac{q_0 \lambda}{\sqrt{3 m k T_p}}. \tag{6 b}$$

Mobilitatea (6), (6a), (6b) este deci independentă de raza particulelor mici; ea este independentă de intensitatea locală a cîmpului electric numai în măsura în care liberul parcurs mediu și temperatura absolută T_p a purtătorilor sînt independente de această intensitate. Liberul parcurs mediu e invers proporțional cu presiunea, adică depinde numai de ea, în gazele a căror stare poate fi descrisă cu ecuația $pv = RT$, unde T este temperatura gazului. În aceste gaze, mobilitatea este deci invers proporțională cu presiunea. Din cauza prezenței cîmpului electric, temperatura T_p a purtătorilor de sarcină este însă mai înaltă decît temperatura T a gazului în care ei constituie faza dispersă, deosebirea dintre cele două temperaturi depinzînd de intensitatea cîmpului electric. Astfel, mobilitatea depinde, prin intermediul mărimilor λ și T_p și de intensitatea cîmpului electric. Pe lîngă expresia

$$b = a_b \frac{q_0 \lambda}{m v_t} \tag{6 c}$$

a mobilității, care rezumă formulele (6), (6a) și (6b), cu valorile $\frac{1}{2}$, 1,15 și 0,75 ale coeficientului a_b, folosim în calculul acestei dependențe următoarele considerații [17]. Conform legilor mecanicii, purtătorul de sarcină de masă m, pierde în medie, la o ciocnire elastică a lui cu o moleculă (presupusă practic în repaus) de masă M, fracțiunea

$$\delta = \frac{2 m M}{(M + m)^2}$$

din energia sa cinetică de agitație termică $m \frac{v_t^2}{2}$. Dacă τ este timpul mediu în care purtătorul parcurge cu viteza sa de agitație termică v_t (mult mai mare decît viteza sa de migrație v) un liber parcurs mediu, numărul de ciocniri pe unitatea de timp este

$$\eta = \frac{1}{\tau} = \frac{v_t}{\lambda},$$

adică purtătorul pierde prin ciocnire elastică, în unitatea de timp, energia

$$\Delta W_t = \frac{v_t}{\lambda} \cdot m \frac{v_t^2}{2} \delta. \tag{7}$$

În această unitate de timp, el cîștigă însă de la cîmpul electric, prin mișcarea sa de migrație cu viteza v, energia

$$W_e = q_0 E_v.$$

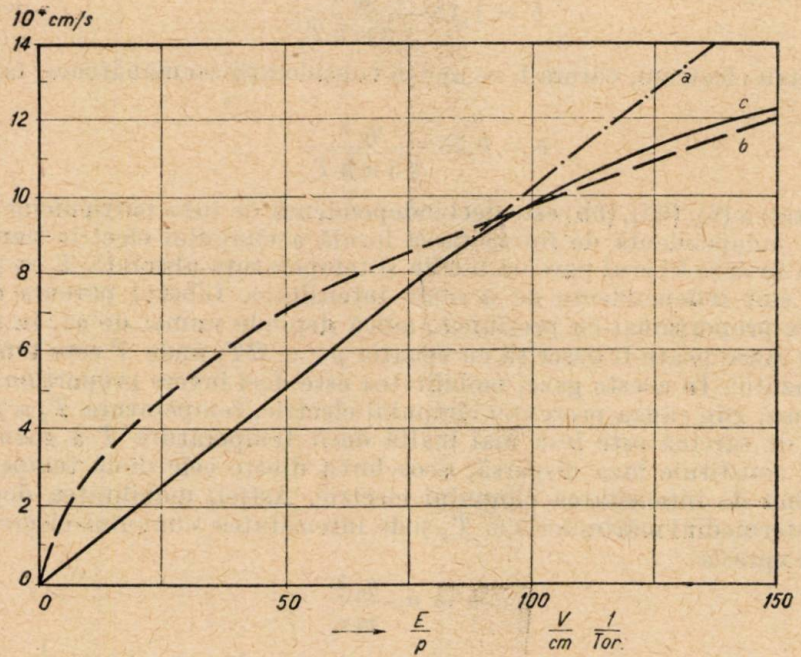


Fig. 1. — Viteza purtătorilor de sarcină în funcție de cîmpul electric.

În regim staționar, aceste două energii trebuie să fie egale, adică

$$q_0 E_v = \frac{m}{\lambda} \frac{v_t^3}{2} \delta. \tag{8}$$

Din ecuațiile (1), (6c) și (8) și punînd $\lambda = \lambda_1 : p$, (în gazele perfecte), se obțin vitezele v și v_t (fig. 1).

$$v = \sqrt[4]{\frac{q_0^3}{2} \delta} \sqrt{\frac{q_0 \lambda_1}{m}} \sqrt{\frac{E}{p}} \tag{9}$$

și

$$v_t = \sqrt[4]{\frac{2 a_0}{\delta}} \sqrt{\frac{q_0 \lambda_1}{m}} \sqrt{\frac{E}{p}} \tag{10}$$

Temperatura purtătorilor de sarcină rezultă din relația (5)

$$T_p = \frac{m v_t^2}{3k} = \sqrt{\frac{2a_b}{\delta}} \cdot \frac{q_0 \lambda_1}{3k} \frac{E}{p}. \tag{11}$$

Această temperatură nu poate fi însă mai joasă decît temperatura gazului în care se găsesc purtătorii de sarcină. În adevăr, energia $q_0 E_v$, pe care aceştia o primesc în unitatea de timp de la cîmpul electric, este cedată de ei gazului, la ciocnirea cu moleculele acestuia, ceea ce arată existenţa unui flux de căldură dinspre faza dispersă spre cea continuă. Acest flux de căldură prin *conducţie* nu poate avea însă loc decît dacă T_p este mai mare decît T. Rezultă că intervalul în care poate varia mărimea $E : p$, fără ca temperatura T_p a purtătorilor să depăşească temperatura T a gazului, se extinde de la zero pînă la un maxim care se obţine din condiţia $T_p = T$, cu ajutorul ultimei relaţii, adică pentru

$$0 \leqslant \frac{E}{p} \leqslant \sqrt{\frac{\delta}{2a_b}} \frac{3k}{q_0 \lambda_1} T, \tag{12}$$

şi în care mobilitatea nu depinde de intensitatea cîmpului electric şi are următoarea expresie, care rezultă din (6), (6a), (6b) şi (6c)

$$b = a_b \frac{q_0 \lambda_1}{p \sqrt{3mkT}}. \tag{13}$$

Deasupra valorii (12) a mărimii $E : p$ este valabilă formula (9), cît timp mărimea $\frac{E}{p}$ nu depăşeşte o valoare critică $\left(\frac{E}{p}\right)_c$, pentru care ciocnirile nu mai sînt elastice, (excitaţie etc.). Rezultă că mobilitatea definită formal prin relaţia (1) are pentru intervalul

$$\sqrt{\frac{\delta}{2a_b}} \frac{3k}{q_0 \lambda_1} T \leqslant \frac{E}{p} \leqslant \left(\frac{E}{p}\right)_c \tag{14}$$

următoarea expresie, care se obţine din (9)

$$b = \sqrt[4]{\frac{q_b^3}{2} \delta} \sqrt{\frac{q_0 \lambda_1}{m}} \frac{1}{\sqrt{pE}}. \tag{15}$$

În intervalul

$$\frac{E}{p} \geqslant \left(\frac{E}{p}\right)_c, \tag{16}$$

în care ciocnirile devin plastice (excitaţie şi ionizare), pierderea relativă δ de energie cinetică la ciocniri este mai mare decît valoarea (7), şi anume fracţiunea δ creşte o dată cu mărimea $\frac{E}{p}$. Rezultă că în acest interval formulele (9), (11) şi (15) rămîn formal valabile, însă ele arată că, în acest caz, v creşte mai repede decît proporţional cu $\sqrt{E : p}$, T_p creşte mai încet

decît proporțional cu $E : p$, iar b scade mai încet decît mărimea $1 : \sqrt{pE}$. Există și o teorie a mobilității în care se ține cantitativ seamă de ciocnirile neelastice, cum și de efectul Ramsauer, care consistă în dependența parcursului liber mijlociu, de viteza particulelor [18].

Limitele dintre intervalele (12), (13) și (16) variază odată cu natura purtătorilor de sarcină și cu natura fazei continue. Pentru aer ($\lambda_1 = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ cm) la temperatura camerei ($T = 300°K$) se găsește de exemplu pentru (12)

$$0 \leqslant \frac{E}{p} \leqslant 7{,}2 \frac{V}{cm\ Torr}, \tag{12 a}$$

pentru ioni, și

$$0 \leqslant \frac{E}{p} \leqslant 3{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{V}{cm\ Torr}, \tag{12 b}$$

pentru electroni.

Ultima valoare este atît de mică, încît nu prezintă valoare practică. Rezultă că în zona de transport, în care ciocnirea dintre electroni și moleculele de gaz e elastică, mobilitatea electronilor trebuie reprezentată prin formula (15) cu δ constant. Aceeași formulă reprezintă mobilitatea ionilor moleculari în aer, în zona de efect corona, în care $E : p \cong 42 v/cm\ Torr$, iar formula (13) reprezintă mobilitatea lor în forma de transport.

Tabela 1 cuprinde vitezele de migrație ale ionilor negativi în cîteva gaze, într-un cîmp electric de 3 kV/cm, la presiunea de 1 atm. [4].

Tabela 1

Viteza de migrație a ionilor negativi ai cîtorva gaze, într-un cîmp de 3 kV/cm la 1 atm.

Gazul	Simbolul chimic	Viteza m/s	Gazul	Simbolul chimic	Viteza m/s
Bioxid de sulf	SO_2	12,3	oxigen	O_2	54,6
Abur	H_2O	21,9	azot	N_2	55,2
Amoniac	NH_4	24,0	aer	—	65,4
Bioxid de carbon	CO_2	30,3	hidrogen	H_2	247
Oxid de carbon	CO	34			

2.3. Coeficientul de ionizare al purtătorilor de sarcină

În studiul condițiilor de inițiere a descărcării corona prezintă interes numărul de ionizări noi pe care le produce, prin ciocnire cu moleculele neutre, pe unitatea de lungime de parcurs, un purtător de sarcină care migrează într-un gaz sub acțiunea unui cîmp electric, în direcția intensității acestui cîmp. Acest număr se numește coeficientul (sau funcțiunea) de ionizare al purtătorului de sarcină. Pentru a-l evalua, Townsend a făcut ipoteza simplificatoare că orice electron care a cîștigat între două ciocniri succesive cu moleculele gazului o energie cel puțin egală cu energia de ionizare W_i, ionizează în adevăr molecula respectivă. Purtătorii de sarcină cîștigă însă din cîmpul electric E, de-a lungul liberului lor parcurs

l, energia $W = q_0 El$. Rezultă că liberul parcurs al unui purtător de sarcină trebuie să depăşească valoarea $l_i = w_i : (q_0 E)$, pentru ca purtătorul să ionizeze la şocul care urmează după parcurgerea lui. Numărul mediu total de ciocniri pe unitatea de lungime de parcurs este $n_i = \frac{1}{\lambda}$, dacă λ este liberul parcurs mijlociu. Trebuie calculat însă numărul mai mic de ciocniri cu moleculele gazului, pe unitatea de lungime de parcurs, pe care purtătorul de sarcină le efectuează după un parcurs liber cel puţin egal cu l_i, fiindcă acesta este coeficientul de ionizare. Acest număr se obţine cu ajutorul legii de repartiţie pe lungimi a liberelor parcursuri ale purtătorului de sarcină. Legea de repartiţie se obţine observînd că într-un gaz omogen fracţiunea $\frac{\mathrm{d}n}{n}$, din n purtători de sarcină incidenţi, care realizează ciocnirea într-un strat de gaz de grosime $\mathrm{d}l$, este proporţională cu această grosime, că adică

$$-\frac{\mathrm{d}n}{n} = K\,\mathrm{d}l,$$

de unde rezultă prin integrare pînă la grosimea l

$$n = n_0\,\mathrm{e}^{-Kl}, \tag{17}$$

unde n_0 este numărul de purtători care cad asupra stratului de grosime l, iar n este numărul de purtători care îl părăsesc, adică cu liberul parcurs mai mare decît l. Dacă grosimea l este foarte mare, se opresc în strat toţi purtătorii şi liberul parcurs mijlociu al lor are expresia

$$\lambda = \frac{1}{n_0}\int_0^\infty n\,\mathrm{d}l = \frac{1}{K}$$

aşa încît expresia (17) devine

$$\frac{n}{n_0} = \mathrm{e}^{-\frac{l}{\lambda}}. \tag{17 a}$$

Dacă punem $l = l_i = \frac{W_i}{q_0 E}$ fracţiunea $\frac{n_i}{n_0}$ este egală şi cu fracţiunea $\frac{\alpha}{n_i} = \alpha\lambda$ de ciocniri pe unitatea de lungime, la care purtătorul ionizează, adică

$$\alpha = \frac{1}{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\frac{U_i}{\lambda E}},$$

unde $U_i = W_i : q_0$ este tensiunea electrică pe care ar trebui să o parcurgă liber purtătorul de sarcină q_0 pentru a cîştiga energia cinetică W_i. Cum, la temperatură dată, liberul parcurs mediu este invers proporţional cu presiunea gazului : $\lambda = \lambda_1 : p$ şi cum U_i este un parametru care depinde numai de gaz, notînd $B = U_i : \lambda$ şi $A = \frac{1}{\lambda_1}$, se obţine din ultima relaţie

următoarea expresie a coeficientului de ionizare, dedusă de Townsend [12] și care, cum arată experiența, este aplicabilă în intervale largi de variație a mărimii $E : p$ (fig. 2)

$$\alpha = A\, p\, e^{-\frac{Bp}{E}}. \qquad (17\ b)$$

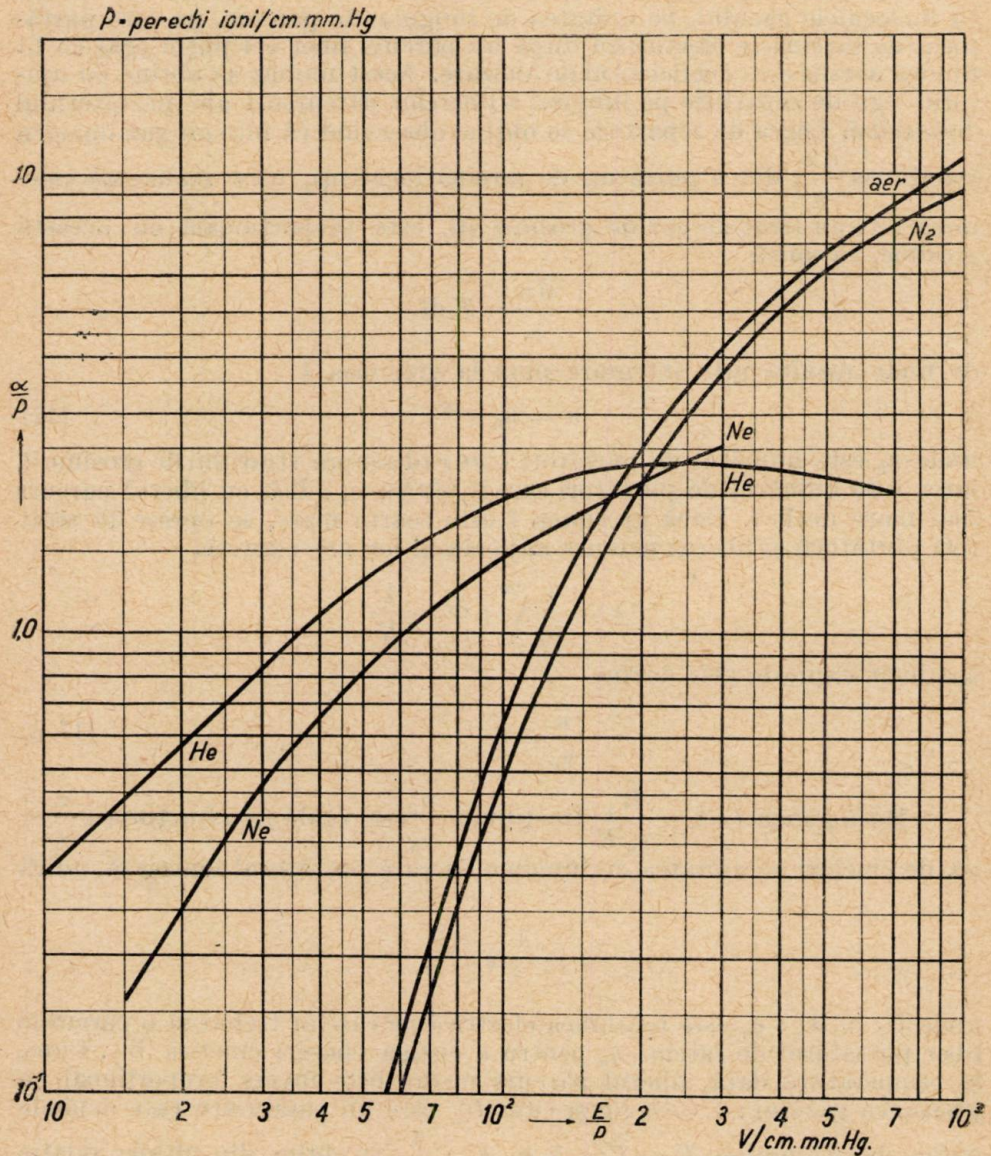


Fig. 2. — Coeficientul de ionizare în funcție de cîmpul electric.

Tabela 2 cuprinde parametrii A şi B ai cîtorva gaze, pentru ionizarea produsă de electroni, care sînt cei mai buni ionizatori (adică au cel mai mare coeficient de ionizare), la E şi p daţi [15].

Tabela 2

Parametrii coeficientului de ionizare al electronilor în cîteva gaze

Gazul	A ($Torr^{-1}cm^{-1}$)	B ($V\ Torr^{-1}$)	Limitele de valabilitate E/p în ($V\ cm^{-1}\ Torr^{-1}$)
Aer	8,8	255	40... 150
Azot molecular	7,0	273	40... 150
Hidrogen molecular	5,1	132	30...1 000
Heliu	2,9	39	25... 200
Argon	2,8	34	100... 600

2.4. Condiţia de descărcare staţionară prin efect corona

La aplicarea tensiunii electrice efectul corona este iniţiat de electronî produşi prin ionizări întîmplătoare. Aceştia ionizează, iar ionii pozitivi care cad asupra catodului liberează din acesta noi electroni, adică readuc electroni în cîmp; numărul acestora trebuie să fie egal cu suma dintre numărul iniţial de electroni şi numărul de electroni plecaţi din cîmp, pentru ca descărcarea să se întreţină în stare staţionară. Scriind că unui electron ionizant îi corespunde un electron rămas în cîmp, din cei readuşi din catod, se obţine deci condiţia de descărcare, stabilită de Townsend [12]. În acest scop, calculăm întîi numărul de ioni pozitivi produşi — direct şi indirect — de un electron intrat din catod în cîmp, pînă cînd ajunge la anod, de-a lungul liniei de cîmp de lungime s_0, în dreptul căreia a intrat în cîmp. Fie $n(s)$ numărul de electroni (şi deci şi de ioni pozitivi) — produşi — direct sau indirect — de electronul considerat, pînă cînd acesta a înaintat de la catod cu distanţa s de-a lungul liniei de cîmp. Numărul dn de ionizări — şi deci de ioni pozitivi şi de electroni — provocat de cei $n(s)$ electroni pe porţiunea dintre s şi $s + ds$ a liniei de cîmp e $dn = n(s)\ \alpha\ ds$ de unde rezultă prin separarea variabilelor şi integrarea numărul $n(s)$ de electroni existenţi în stratul s

$$n(s) = e^{\int_0^s \alpha\, ds}$$

fiindcă pentru $s = 0$ (pe catod) avem $n(0) = 1$, deoarece am considerat electronii produşi de un singur electron extras din catod. Numărul total $n'(s_0)$ de electroni noi şi deci de ioni pozitivi, rămaşi în cîmp după un electron, în trecerea lui de la catod la anod, este $n(s_0) - 1$, fiindcă unul din cei $n(s_0)$ electroni produşi este electronul iniţial, care dispare la anod, adică

$$n'(s_0) = n(s_0) - 1 = e^{\int_0^{s_0} \alpha\, ds} - 1.$$

Dacă în medie, pentru fiecare ion incident asupra catodului, se extrag din catod și se readuc în cîmp γ electroni noi, ($\gamma < 1$), numărul total de electroni rămași în cîmp după ionii provocați de un electron inițial este $\gamma n'(s_0)$. Acest număr trebuie să fie egal cu unu, pentru ca acest electron rămas să-l înlocuiască pe cel inițial și deci să se poată stabili o descărcare prin efect corona staționar

$$\gamma\left(e^{\int_0^{s_0}\alpha\,ds} - 1\right) = 1. \tag{18}$$

Deoarece coeficientul de ionizare depinde de intensitatea cîmpului, membrul stîng al acestei ecuații trebuie calculat de-a lungul diferitelor linii de cîmp, la tensiune crescătoare între electrozi. Tensiunea minimă la care membrul stîng ajunge să aibă valoarea unu, de-a lungul uneia dintre liniile de cîmp, este tensiunea la care începe descărcarea prin efect corona. Calculul poate fi făcut cu liniile și intensitățile de cîmp calculat fără sarcină spațială, ca în electrostatică, fiindcă descărcarea începe înainte ca densitatea sarcinii spațiale să fi atins valorile apreciabile necesare pentru a distorsiona cîmpul.

Folosirea condiției (18) pentru calculul tensiunii de descărcare corona staționară conduce la calcule relativ complicate, cu excepția cazului electrozilor plani și paraleli. În studiul filtrelor, această tensiune trebuie cunoscută pentru a avea acea valoare a tensiunii între electrozi care trebuie neapărat depășită. În condițiile obișnuite din filtre, ea este de ordinul zecilor de kilovolți. O formulă empirică a tensiunii inițiale a efectului corona între electrozi cilindrici coaxiali, de raze r_i și $r_e > r_i$, la temperatura camerei și presiune atmosferică, e următoarea :

$$U_0 = 31\left(1 + \frac{3{,}08\sqrt{\delta}}{\sqrt{r_i/[\mathrm{cm}]}}\right) r_i \ln\frac{r_e}{r_i}\ [\mathrm{kV}], \tag{18a}$$

unde

$$\delta = \frac{0{,}393\,p}{273+\theta},$$

e densitatea aerului cu presiunea p măsurată în kgf/cm² iar θ temperatura în °C.

2.5. Fenomenele din zona de transport

În zona de transport, sarcina spațială, de densitate necunoscută, a purtătorilor de sarcină, care apar odată cu efectul corona, adică pentru $U > U_0$ (unde U_0 este tensiunea de aprindere a descărcării prin efect corona) și au toți polaritatea electrodului care prezintă efect corona, provoacă o distorsiune a intensității locale a cîmpului electric, față de intensitatea care s-ar stabili sub aceeași tensiune între electrozi, în ipoteza că nu ar exista efect corona și sarcină spațială. Dificultățile teoriei fenomenelor din zona de transport consistă în determinarea împărțirii tensiunii dintre electrozi, pe zona de efect corona și zona de transport, cum și în

determinarea repartiției densității de volum a sarcinii spațiale în interiorul zonelor de transport și de efect corona [20].

În adevăr, dacă s-ar cunoaște densitatea de volum a sarcinii spațiale, legea fluxului electric (presupunem $\varepsilon \approx 1$),

$$\operatorname{div} \bar{E} = \frac{k}{\varepsilon_0} \rho, \tag{19}$$

împreună cu legea inducției electromagnetice în regim staționar

$$\operatorname{rot} \bar{E} = 0, \tag{20}$$

adică împreună cu faptul că intensitatea $\bar{E}$ a cîmpului staționar derivă dintr-un potențial, ar permite să se determine $\bar{E}$, condițiile la limită fiind electrozi echipotențiali. Informații asupra repartiției în spațiu a densității de sarcină ne dă legea de continuitate a densității $\bar{J}_c$ a curentului electric de convecție, pe care-l constituie deplasarea purtătorilor de sarcini presupuși de o singură specie, combinată cu mișcarea lor cu viteza $\bar{v} = b\bar{E}$, conform legii (1). Se obține

$$\operatorname{div} \bar{J}_c = \operatorname{div} (\rho \bar{v}) = \operatorname{div} (\rho b \bar{E}) = 0. \tag{21}$$

Această condiție nu determină însă repartiția în spațiu a mărimii ρ, așa încît este nevoie de ipoteze suplimentare, sau de aproximații.

Într-o primă aproximație, fiindcă zona de efect corona este foarte subțire, se neglijează partea din tensiune repartizată pe această zonă față de cea repartizată pe zona de transport, și se consideră că practic aceasta cuprinde întregul spațiu dintre cei doi electrozi. În această aproximație ar exista, între cei doi electrozi, purtători de sarcină de un singur nume. O a doua aproximație consistă în a admite că există o singură specie de purtători de sarcină de acest nume — sau în a calcula cu o mobilitate medie cînd există mai multe specii, — cum sînt electronii și ionii formați prin atașarea electronilor la molecule, cînd electrodul cu efect corona e catod. O a treia aproximație consistă în neglijarea difuziunii purtătorilor de sarcină în cîmpul de densitate variabilă de purtători (adică și de sarcină spațială variabilă). O a patra aproximație consistă în a presupune că, în prezența sarcinii spațiale, liniile de cîmp ale cîmpului electric potențial $\bar{E}$ coincid cu liniile de cîmp ale cîmpului electrostatic potențial $\bar{E}_v$ care s-ar stabili între electrozi la aceeași tensiune, însă în absența sarcinii spațiale [38, 39], adică în a presupune că $\bar{E}$ reprezintă un cîmp biscalar corespunzător lui $\bar{E}_v$ drept cîmp potențial:

$$\bar{E} = \vartheta \bar{E}_v, \tag{22}$$

unde ϑ este o funcție numerică de punct, iar $\bar{E}_v$ satisface deci următoarele ecuații, care exprimă legea inducției electromagnetice și legea fluxului electric în absența sarcinilor spațiale

$$\operatorname{rot} \bar{E}_v = 0; \tag{23a}$$

$$\operatorname{div} \bar{E}_v = 0. \tag{23b}$$

Se înțelege că există cazuri de dispoziție simetrică a electrozilor, în care relația (22) este riguros valabilă. Funcția numerică de punct ϑ este supusă condițiilor

$$V_p - V_n = U = \int_{P_n}^{P_p} \bar{E}_v \, d\bar{r} = \int_{P_n}^{P_p} \vartheta \, \bar{E}_v \, d\bar{r}, \tag{22 a}$$

unde P_p și P_n sînt puncte pe electrodul pozitiv, respectiv negativ.

Dacă funcția ϑ are deci valori supraunitare în unele părți din cîmp, ea are valori subunitare în altele (efectul de uniformizare a cîmpului prin prezența sarcinilor spațiale).

Cum problema determinării intensității $\bar{E}_v$ a cîmpului electrostatic dintre electrozi trebuie să fie solubilă, pentru a se putea rezolva problema mai complicată a determinării cîmpului electric staționar în prezența sarcinilor spațiale, se presupune cunoscut $\bar{E}_v$ și se poate considera că problema obținerii intensității $\bar{E} = \vartheta \bar{E}_v$ se reduce la calculul mărimii fără dimensiuni ϑ. Acest calcul se efectuează cum urmează:

Folosind relațiile (22) și (23b), ecuația (19) se poate pune sub forma:

$$\operatorname{div} \bar{E} = \operatorname{div} (\vartheta \bar{E}_v) = \bar{E}_v \operatorname{grad} \vartheta = E_v \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{\varkappa}{\varepsilon_0} \rho,$$

unde s este lungimea de arc a liniei de cîmp a cîmpului $\bar{E}_v$, care trece prin punctul în care se calculează divergența, contată din spre electrodul cu efect corona. De aici rezultă următoarea relație pentru calculul lui ϑ:

$$d\vartheta = \frac{\varkappa \rho}{\varepsilon_0} \frac{ds}{E_v}. \tag{24}$$

Pentru a determina din această ecuație funcția de punct ϑ, utilizăm ca informație (parțială) asupra lui ρ ecuația (21). Folosind relațiile (22) și (23b), ecuația (21) se poate pune sub forma

$$\operatorname{div} (\rho b \vartheta \bar{E}_v) = \bar{E}_v \operatorname{grad} (\rho b \vartheta) = E_v \frac{d(\rho b \vartheta)}{ds} = 0,$$

unde s este lungimea de arc a liniei de cîmp a cîmpului $\bar{E}_v$, care trece prin punctul în care se calculează divergența. Rezultă că mărimea $(\rho b \vartheta)$, nu variază de-a lungul nici unei linii de cîmp; ea poate avea valori diferite C_α numai pe diferitele linii de cîmp, pe care le simbolizăm prin indicele α. Cum $\bar{J}_e = \rho \bar{v} = \rho b \bar{E} = (\rho b \vartheta) \bar{E}_v$ rezultă deci

$$(\rho b \vartheta)_\alpha = \frac{J_\alpha}{E_{v\alpha}} = C_\alpha, \tag{25}$$

iar din (24) se obține următoarea ecuație fundamentală pentru studiul fenomenelor din zona de transport:

$$d\vartheta = \frac{\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 [b \vartheta E_v(s)]_\alpha} ds. \tag{25 a}$$

La valori $E : p$ destul de mici, pentru a avea mobilitate constantă $b = \text{const.}$ a purtătorilor de sarcină, se obțin următoarele rezultate : se introduce în (24) expresia (25) a lui ρ, cu b presupus constant, și se separă variabilele în (24), sau în (24a)

$$\vartheta_\alpha \, d\,\vartheta_\alpha = \frac{\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 b} \frac{ds}{E_{\alpha v}(s)} .$$

Prin integrare de-a lungul unei linii de cîmp se obține

$$\vartheta_\alpha^2(l) - \vartheta_\alpha^2(0) = \frac{2\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 b} \int_0^l \frac{ds}{E_{v\alpha}(s)} ,$$

sau

$$E_\alpha(l) = \bar{E}_{v\alpha}(l) \left[\frac{E_\alpha^2(0)}{E_{v\alpha}^2(0)} + \frac{2\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 b} \int_0^l \frac{ds}{E_{v\alpha}(s)} \right]^{1/2} , \tag{26}$$

unde $E_\alpha(0)$ se determină din condiția de descărcare staționară (18), iar C_α din condiția (22 a). Densitatea de curent se determină din (25).

Pentru electrozi cilindrici coaxiali de raze r_i și r_e, de lungime L, de exemplu, între care $E_{v\alpha}(r)$ are expresia

$$E_v(r) = \frac{C_1}{r} , \tag{27}$$

se obține prin efectuarea integralei din (26) și ținînd seama de (25)

$$\bar{E}(r) = \frac{\bar{E}_v(r)}{E_v(r_i)} \left[E^2(r_i) + \frac{\varkappa J_e(r)}{\varepsilon_0 b} \cdot \frac{r^2 - r_i^2}{r_i} \right]^{1/2} , \tag{26 a}$$

unde

$E_v(r_i) = \dfrac{U_0}{r_i \ln \dfrac{r_e}{r_i}}$ (18 a) dacă U_0 este tensiunea la care se stabilește efectul corona, iar densitatea de curent $J_e(r_i)$ se determină din condiția (22 a).

La valori mai mari ale mărimii $E : p$, pentru care mobilitatea purtătorilor de sarcină (în special a electronilor) poate fi reprezentată prin formula (15)

$$b = \frac{B}{\sqrt{E}} = \frac{B}{\sqrt{\vartheta E_v}} , \tag{15 a}$$

formula (24 a) devine, după separarea variabilelor

$$\sqrt{\vartheta} \, d\,\vartheta = \frac{\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 B} \int_0^l \frac{ds}{\sqrt{E_{v\alpha}(s)}} .$$

Prin integrare de-a lungul unei linii de cîmp se obține :

$$\vartheta_\alpha^{3/2}(l) - \vartheta_{(0)}^{3/2} = \frac{3}{2} \frac{\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 B} \int_0^l \frac{ds}{\sqrt{E_{v\alpha}(s)}} ,$$

sau :

$$\bar{E}_\alpha(l) = \bar{E}_{v\alpha}(l)\left[\frac{E_{\alpha(0)}^{3/2}}{E_{v\alpha(0)}^{3/2}} + \frac{3}{2}\frac{\varkappa C_\alpha}{\varepsilon_0 B}\int_0^l \frac{ds}{\sqrt{E_{v\alpha}(s)}}\right]^{2/3}, \tag{28}$$

unde $E_\alpha(0)$ se determină din condiția de descărcare staționară, adică și din (18 a) la U_0 cunoscut, iar C_α din condiția (22 a). Densitatea de curent se determină din (25).

În filtre, $E_{v\alpha}(l)$ scade cînd crește l, fiindcă l este contat de-a lungul liniilor de cîmp, de pe electrodul de dimensiuni mai mici, care prezintă efect corona, spre electrodul de dimensiuni mai mari. Valorile expresiilor mărimii $\vartheta_\alpha(l)$, din croșetele din formulele (26) și (28), cresc însă cu l, așa încît sarcinile spațiale au ca efect uniformizarea cîmpului $E_\alpha(l)$ în zona de transport, față de cazul absenței sarcinilor spațiale : sarcinile spațiale *ecranează* electrodul care prezintă efect corona.

Deutsch [38] a studiat aproximația care o reprezintă cazul extrem al cîmpului dintre electrozi cilindrici uniformizat complet : $E_\alpha(r) = E =$ const. În această aproximație

$$J_c = \rho b E = \frac{\varepsilon_0}{k}\operatorname{div}\bar{E}\cdot(bE) = \frac{\varepsilon_0 b}{k}E\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(rE) = \frac{\varepsilon_0 b E^2}{kr}$$

adică

$$E = \sqrt{\frac{\varkappa r J_c}{\varepsilon_0 b}}. \tag{29}$$

Neglijînd căderea de tensiune din pelicula de efect corona, se obține următoarea expresie a intensității curentului de convecție al purtătorilor de sarcină din filtru :

$$i = 2\pi r L J_c = 2\pi L\frac{\varepsilon_0 b}{k}E^2 = 2\pi L\frac{\varepsilon_0 b}{k}\frac{U^2}{(r_e - r_i)^2} = 2\pi L\cdot\frac{\varepsilon_0 b}{k}\cdot\frac{U^2}{r_e^2}, \tag{30}$$

adică intensitatea curentului devine proporțională cu pătratul tensiunii aplicate și

$$E = \sqrt{\frac{\varkappa i}{2\pi L\varepsilon_0 b}}. \tag{29 a}$$

Formula (30) arată că, pentru a obține curent cît mai intens, la tensiune aplicată dată, avem interes să dăm electrodului central polaritatea purtătorilor de sarcină care au mobilitate mai mare. Fiindcă electronii, ca și ionii negativi au mobilitate mai mare decît ionii pozitivi, filtrele lucrează în general cu electrodul exterior ca anod. În acest caz se adaugă și avantajul că tensiunea de străpungere a filtrului este mai înaltă decît dacă electrodul central ar fi anod [20].

De asemenea, dacă se micșorează mobilitatea medie a purtătorilor de sarcină, de exemplu prin insuflarea în gaz a unui mediu dispers cu particule mari (praf, fum), conform relației (30), intensitatea curentului prin filtru scade, cum se verifică și experimental. Aceasta conduce însă

la problemele zonei de transport cînd, pe lîngă gaz, e prezentă şi o fază dispersă. Rezultatele aproximaţiei Deutsch sînt confirmate, în mare, pe cale experimentală.

O aproximaţie mai veche, făcută de Townsend pentru studiul zonei de transport dintre doi electrozi cilindrici coaxiali [48], se bazează pe ipoteza că ρ ar fi constant în întreaga zonă de transport. Conform relaţiei (25), aceasta este echivalent cu ipoteza simplificatoare că membrul al doilea din relaţia care urmează are aceeaşi valoare în întreaga zonă de transport

$$\rho = \frac{C_\alpha}{b\vartheta} = \frac{J_\alpha}{b\vartheta E_v} = \text{const.} \tag{25}$$

În această ipoteză se obţine prin integrare, din (24), pentru valoarea lui ϑ în punctul de lungime de arc l, pe linia de cîmp α:

$$\vartheta_\alpha(l) = \vartheta_\alpha(0) + \frac{\varkappa}{\varepsilon_0}\delta\int_{s=0}^{l}\frac{\mathrm{d}s}{E_{v\alpha}(s)},$$

sau:

$$\bar{E}_\alpha(l) = \bar{E}_{v\alpha}(l)\left[\frac{E_\alpha(0)}{E_{v\alpha}(0)} + \frac{\varkappa\rho}{\varepsilon_0}\int_0^l \frac{\mathrm{d}s}{E_{v\alpha}(s)}\right], \tag{31}$$

unde $E_\alpha(0)$ se determină din condiţia de descărcare (18), iar ρ din condiţia (22 a). Efectul de uniformizare a cîmpului $E_\alpha(l)$ apare deci şi în ipoteza Townsend. În cazul electrozilor cilindrici coaxiali, de lungime L şi de raze r_i şi r_e, cînd $E_{v\alpha}(r)$ este dat de formula (27), se obţine din (31)

$$E(r) = E(r_i)\frac{r_i}{r} + \frac{\varkappa\rho}{2\varepsilon_0}\frac{r^2 - r_i^2}{r}, \tag{31 a}$$

unde $E(r_i)$ este dat de formula (18 a), iar densitatea de sarcină se calculează din condiţia (22 a)

$$\int_{r_i}^{r_e} E(r)\,\mathrm{d}r = U,$$

unde $U > U_0$ este tensiunea dintre electrozi. Ea are următoarea expresie aproximativă, dacă se neglijează r_i faţă de r_e

$$\rho = \frac{4\varepsilon_0}{\varkappa r_e^2}(U - U_0).$$

Intensitatea curentului de descărcare are deci următoarea expresie, stabilită de Townsend:

$$i = 2\pi r L J_e = 2\pi r L \rho\delta E_v = 2\pi r L\left[\frac{4\varepsilon_0}{\varkappa r_e}(U - U_0)\right](b\vartheta)\frac{U}{r\ln\frac{r_e}{r_i}} =$$

$$= \frac{4Cb_1}{r_e^2}U(U - U_0), \tag{32}$$

unde C este capacitatea condensatorului format de cei doi electrozi, iar b_1 este mobilitatea ionilor în punctul în care $\vartheta = 1$.

3. ZONA DE TRANSPORT ÎN PREZENȚA UNEI FAZE DISPERSE

3.1. Încărcarea particulelor fazei disperse

Dacă particulele fazei disperse au permitivitate mai mare decît a fazei continue acestea provoacă o creștere a intensității cîmpului electric în imediata lor apropiere față de cîmpul la oarecare distanță de ele. De altă parte, între aceste particule și purtătorii de sarcină ai fazei continue (ioni moleculari și electroni) care sînt mici față de particulele fazei disperse se exercită forțe de atracție, care se pot calcula în primă aproximație cu forța imagine față de un plan (reprezentat de suprafața particulelor), după principiul imaginilor electrice, în ipoteza că particulele fazei disperse ar fi conductoare, cum și forțe de repulsie, după ce aceste particule au început să se încarce.

Dacă E este intensitatea cîmpului electric nederanjat care s-ar stabili în dreptul unei particule sferice de rază a și de permitivitate relativă dată de formule ca (26), (26 a) ; (28, (29 a), (31) și (31 a), componenta radială E_r a intensității cîmpului deranjat prin prezența particulei, care se stabilește la distanța r de centrul ei, într-un punct a cărui rază vectoare față de acest centru formează cu direcția cîmpului inițial unghiul α, e [17]

$$E_r = E\left(1 + 2\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{q^3}{r^3}\right)\cos\alpha,$$

putînd ajunge deci la maximum $\bar{E}_m = 3\bar{E}$, cînd $\alpha = 0$ și particula e conductoare ($\varepsilon = \infty$). Forța cu care cîmpul proiectează într-un anumit sens un purtător de sarcină q_0, contra unei astfel de particule, respectiv dinspre ea radial spre exterior este deci

$$F_c = q_0 E\cos\alpha\left(1 + 2\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\frac{a^3}{r^3}\right).$$

Forța-imagine, cu care este atras un electron sau un ion de o particulă a fazei disperse, cînd se găsește la distanța r de centrul ei, adică la distanța $(r - a)$ de suprafața ei, este

$$F_i = \frac{\varkappa}{4\pi\varepsilon_0}\frac{n q_0^2}{r^2}.$$

iar forța coulombiană de repulsie, cînd particula a fost încărcată în prealabil cu n cuante electrice q_0, este

$$F_k = -\frac{\varkappa}{4\pi\varepsilon_0}\frac{n q_0^2}{r^2}.$$

Forța radială rezultantă care, cînd este pozitivă, atrage purtătorul de sarcină spre particulă, este deci [17]

$$F_a = q_0 \left[E \cos \alpha \left(1 + \frac{2a^3}{r^3} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) + \frac{\varkappa}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0}{(r-a)^2} - \frac{\varkappa}{4\pi\varepsilon_0} \frac{n q_0}{r^2} \right]. \quad (33)$$

Acestor forțe li se adaugă și forța de difuziune a ionilor și electronilor, care este dirijată spre particulă, fiindcă în apropierea ei mediul dispers e sărăcit în ioni și electroni. Mai jos vom neglija această forță.

Cînd raza a este mare, forța F_i e neglijabilă (n mare) și numărul maxim n_m de cuante electrice cu care se poate încărca la *saturație* o particulă a fazei disperse (în ipoteza că toate particulele sînt în repaus) se determină din condiția ca pentru $r = a$ valoarea maximă a lui F_a, care se obține la $\alpha = 0$ și $r = a$, să nu fie negativă la $F_i = 0$. Din condiția limită $F_{max} = 0$ pentru $F_i = 0$, rezultă

$$n_m = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\varkappa q_0} a^2 \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 2} E. \quad (34)$$

La $\varepsilon = 1 \ldots 4$ și $a = 3{,}10^{-5}\ 10^{-3}$ cm rezultă pentru $E = 1\,500 \ldots 3\,000$ kV/cm, $n_m = 20 \ldots 6.10^4$.

Această formulă reprezintă o aproximație nu numai fiindcă a fost stabilită neglijînd forța de difuziune și forța-imagine, ci și fiindcă s-a neglijat viteza de agitație termică a ionilor, a electronilor și particulelor fazei disperse. Pentru $\varepsilon = 1$, ea este valabilă dacă acestea au raza $a \geqslant 0{,}5\mu$. Pentru particule cu rază mai mică trebuie făcute alte considerații.

Particulele mediului dispers se încarcă în timp pînă la sarcina de saturație $n_m q_0$ [11]. Interesează și sarcina $n q_0 < n_m q_0$ cu care se încarcă particulele în timpul t de la punerea filtrului sub tensiune. Cît timp $n < n_m$, cîmpul E_r are pentru $F_i = 0$, la suprafață $r = a$, a particulei următoarea expresie, care rezultă din (33):

$$E_{r\alpha} = \frac{3\varepsilon}{\varepsilon + 2} E \cos \alpha - \frac{\varkappa}{4\pi\varepsilon_0} \frac{n q_0}{a^2}.$$

Dacă se ține seamă de (34), se poate scrie

$$E_{r\alpha} = \frac{\varkappa q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2} (n_m \cos \alpha - n).$$

Dacă N_m este concentrația numerică a purtătorilor de sarcină ai fazei continue și v este viteza de migrație, iar b mobilitatea presupusă constantă a purtătorilor acestei faze în cîmpul $E_{r\alpha}$, numărul mediu de purtători $\frac{dn}{dt}$ care ajung în unitatea de timp la o particulă de rază a a mediului dispers e numărul de purtători care ajung cu această viteză la calota sferică de semideschidere α_0 a particulei, în dreptul căreia $q_0 E_{r\alpha}$

este încă forță de atracție, adică pentru care $\cos \alpha_0 = \frac{n}{n_m}$, calotă care are elementul de arie $dA = 2\pi a \sin\alpha d\alpha$. Se obține deci

$$\frac{dn}{dt} = \int_{\alpha=\alpha_0}^{0} 2\pi a^2 d(\cos\alpha) N_m v = 2\pi a^2 N_m b \frac{\varkappa q_0}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \int_{\alpha_0}^{0} (n_m \cos\alpha - n) d(\cos\alpha) =$$

$$= \frac{\varkappa q_0}{4\varepsilon_0} N_m b \frac{(n_m - n)^2}{n_m},$$

de unde rezultă prin separarea variabilelor

$$\frac{d\left(\frac{n}{n_m}\right)}{\left(1 - \frac{n}{n_m}\right)^2} = \frac{\varkappa q_0 b N_m}{4\varepsilon_0} dt,$$

adică prin integrare

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{n}{n_m}\right)} = \left(1 + \frac{\varkappa q_0 b N_m}{4\varepsilon_0} t\right),$$

dacă $n = 0$ pentru $t = 0$. Rezultă

$$\frac{n}{n_m} = \frac{\frac{\varkappa q_0 b N_m}{4\varepsilon_0} t}{1 + \frac{\varkappa q_0 b N_m}{4\varepsilon_0} t} \tag{35}$$

pentru legea după care se încarcă particulele.

Cînd raza particulelor fazei disperse e mai mică decît $0.5.10^{-4}$ cm, trebuie făcute însă considerațiile pe care le prezentăm mai jos [17]. Figura alăturată reprezintă dependența forței F_a de distanța r, pentru $a = 10^{-5}$ cm și $n = 10$, în ipoteza că $F_c = 5.10^{-9}$ dine. Se observă că pentru $1{,}2.10^{-5}$ cm $< r < 2.10^{-5}$ cm particula respinge purtătorii de sarcină ai fazei continue care se apropie de ea, dar că îi atrage atît de la distanțe mai mari, cît și de la distanțe mai mici. Pentru ca un purtător de sarcină al fazei continue, care se îndreaptă spre particulă, să ajungă la ea, trebuie deci ca el să aibă o energie cinetică suficientă spre a învinge lucrul mecanic pe care-l exercită asupra lui forțele din zona de repulsie. Aceste relații pot fi prezentate și în felul următor : suma algebrică dintre forța pe care o exercită asupra unui purtător de sarcină al fazei continue cîmpul modificat prin prezența particulelor fazei disperse, forța-imagine de atracțiune a lui și forța columbiană de repulsie a lui derivă dintr-un potențial care prezintă o barieră de potențial în jurul particulelor fazei disperse (fig. 3). Pot ajunge deci în interiorul barierei de potențial din jurul particulelor fazei disperse și sînt atrași și fixați apoi pe ele purtătorii de sarcină ai fazei continue care sînt dirijați spre ele și au energie cinetică suficientă

pentru a trece peste bariera de potențial respectivă. Printre purtătorii de sarcină din gaz care, pe lîngă viteza lor ordonată de migrație v, au și o viteză de agitație termică v_t, există însă întotdeauna și o mică fracțiune a lor, care au energia cinetică necesară în acest scop. În adevăr, conform

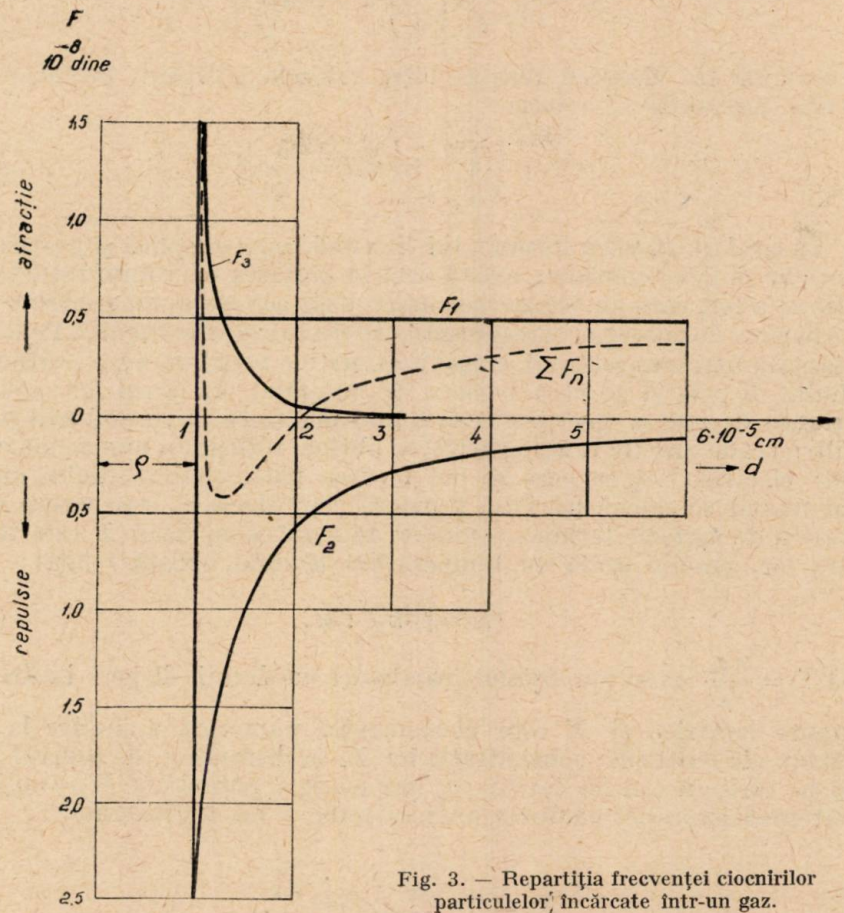


Fig. 3. — Repartiția frecvenței ciocnirilor particulelor încărcate într-un gaz.

unei teoreme a lui Maxwell, numărul dN de particule pe unitatea de volum dintr-un gaz perfect, din totalul de N particule libere egale din această unitate de volum, care au valoarea absolută a vitezelor de agitație termică cuprinsă între valorile v_t și $v_t + dv_t$, are expresia

$$dN = 4\pi N v_t^2 \left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2} e^{-\frac{m v_t^2}{2kT}} dv_t \qquad (36)$$

dacă m este masa particulelor, T este temperatura absolută a gazului, iar k este constanta lui Boltzmann. Aici viteza cea mai probabilă are

expresia $v_p = \sqrt{2kT : m}$ și deci formula lui Maxwell se poate pune și sub următoarea formă :

$$\mathrm{d}N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{v_t}{v_p}\right)^2 \mathrm{e}^{-\left(\frac{v_t}{v_p}\right)^2} \mathrm{d}\left(\frac{v_t}{v_p}\right). \tag{36 a}$$

Din formula lui Maxwell rezultă între vitezele pătratică mijlocie v_m și cea mai probabilă v_p relația :

$$v_m^2 = \frac{1}{N} \int_{v_t=0}^{\infty} v_t^2 \, \mathrm{d}N = \frac{3}{2} v_p^2 \tag{36 b}$$

În conformitate cu formula lui Maxwell, care se aplică și purtătorilor de sarcină ai fazei continue, există deci în unitatea de volum totdeauna o fracțiune a lor, care au viteza mai mare decît cea necesară pentru a trece peste bariera de potențial corespunzătoare și a se ataşa particulei. Pe măsură ce ataşează ioni sau electroni, crește însă sarcina negativă nq_0 a particulelor mediului dispers și se urcă bariera de potențial din jurul lor, aşa încît fracțiunea de ioni și electroni care o mai pot trece în timpul util pentru un filtru scade practic la zero ; astfel se obține, totuşi, un număr maxim de cuante electrice nq_0 cu care se pot încărca particulele mediului dispers. Acest număr se calculează cum urmează [20] dacă v_m este viteza medie pătratică de agitație termică a ionilor de masă m și dacă T este temperatura lor, practic egală cu temperatura gazului, există relația

$$v_m = \sqrt{3kT : m}. \tag{36 c}$$

Dacă $V = \frac{nq_0}{r}$ este potențialul particulei mediului dispers încărcat cu n cuante electrice și N este concentrația numerică a ionilor la mare depărtare de particulă, concentrația lor N_r la distanța r de centrul particulei la care un ion cu sarcina q_0 are energia potențială $W_p = q_0 V$ are următoarea expresie, conform unei teoreme a lui Boltzmann :

$$N_r = N\mathrm{e}^{-\frac{W_p}{kT}} = N\mathrm{e}^{-\frac{nq_0^2}{rkT}}. \tag{36 d}$$

Considerînd că vitezele v_m ale particulelor sînt uniform repartizate în toate orientările din spațiu, în medie o treime din ele vor avea o direcție oarecare, (cum este direcția normală pe unitatea de arie considerată), adică o șesime din ele au o orientare normală și îndreptată spre unitatea de arie considerată. Cum unitatea de arie ar putea fi lovită în unitatea de timp de particulele care ocupă un cilindru de bază egală cu unitatea și de înălțimea v_m, al căror număr este $N_r v_m$, rezultă că a șasea parte din $N_r v_m$ reprezintă numărul de ciocniri pe unitatea de timp ale particulelor cu unitatea de arie. Deci numărul de ciocniri pe unitatea de timp $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$

dintre aceste mici particule și o particulă mult mai mare, de rază a, care le prezintă aria $4\pi a^2$, este

$$\frac{dn}{dt} = 4\pi a^2 \frac{N_r}{G} v_m = 4\pi a^2 \frac{N}{G} \sqrt{\frac{3kT}{m}} e^{-\frac{nq_0^2}{akT}},$$

de unde rezultă prin separarea variabilelor, integrare și rezolvare în raport cu n

$$n = a \frac{kT}{q_0^2} \ln\left(1 + \sqrt{\frac{4}{3mkT}} \pi a N q_0^2 t\right). \tag{36 e}$$

Pentru raze a mici, după un timp util dat, care nu este mai lung decît 2—4 s în cazul filtrelor electrice, n este deci proporțional cu raza particulelor, nu cu pătratul ei, ca pentru raze mari. Practic, se calculează în cazul filtrelor cu următorul număr de saturație n_m de cuante electrice :

$$n_m = 2.10^6 a/[\text{cm}]. \tag{37}$$

3.2. Efectele sarcinii spațiale a particulelor fazei disperse

Sub acțiunea cîmpului electric din filtru, care exercită asupra lor forța $\bar{F}_p = q_p \bar{E}$, particulele încărcate cu sarcina $q_p = n q_0$ iau o viteză ordonată de migrație spre anod $\bar{v}_p = b_p \bar{E}$, care, din cauza razelor lor mult mai mari, este mult mai mică decît viteza $\bar{v}_i = b_i \bar{E}$ a ionilor moleculari negativi ai gazului sau ai electronilor. De aceea sarcina spațială ρ_p a acestor particule este comparabilă cu sarcina spațială ρ_i dată de ionii moleculari negativi și electroni, fără ca contribuția lor $\bar{J}_p = \rho_p \bar{v}_p = \rho_p b_p \bar{E}$ la curentul $\bar{J}$ prin filtru să fie comparabil cu contribuția $\bar{J}_i = \rho_i b_i \bar{E}$ a ionilor moleculari și electronilor [21]. Fenomenele pot fi aproximate cum urmează : dacă N_i și N_p ; sînt concentrațiile numerice ale ionilor și particulelor fazei disperse încărcate cu cîte n_m cuante electrice q_0, rezultă pentru densitatea spațială de sarcină expresia

$$\rho = q_0 (N_i + n_m N_p).$$

La aceeași tensiune aplicată, trebuie ca această expresie să fie pretutindeni aproximativ egală cu densitatea de sarcină spațială Nq_0 din cazul zonei de transport ocupate de un gaz pur. Dacă b_i și b_p sînt mobilitățile, densitatea de curent e încă

$$\bar{J}_f = \rho_i v_i + \rho_p v_p = (\rho_i b_i + \rho_p b_p) \bar{E} = \frac{N_i + n_m N_p \frac{b_p}{b_i}}{N_i + n_m N_p} N q_0 b_i \bar{E} =$$

$$= \frac{1 + n_m \frac{N_p}{N_i} \frac{b_p}{b_i}}{1 + n_m \frac{N_p}{N_i}} \bar{J},$$

unde J e densitatea de curent în zona de transport este ocupată de gazul pur. Raportul dintre cele două unități de curent este deci

$$\frac{J_f}{J} = \frac{1 + n_m \dfrac{N_p}{N_i}\dfrac{b_p}{b_i}}{1 + n_m \dfrac{N_p}{N_i}}. \tag{38}$$

Cînd acest raport este constant în cîmpul din filtru, el reprezintă și raportul dintre curenții prin filtrul cu și fără fază dispersă.

Cum cîtul dintre concentrații ($N_p : N_i$) este de ordinul miimilor și cîtul dintre mobilități ($b_p : b_i$) este cel mult de același ordin de mărime, rezultă că, chiar dacă n_m este de ordinul zecilor de mii, numărătorul este practic egal cu unitatea, iar numitorul este egal cu un multiplu mic al unității (2, 3 etc.). Prin prezența fazei disperse, curentul se reduce deci de exemplu la jumătate, sau mai mult.

Tabela 3 cuprinde dimensiunile medii ale particulelor în suspensie, în atmosferă.

Tabela 3

Diametrul aproximativ al prafului în suspensie

Felul prafului	Diametrul mm
Fraisil de lignit	0,20—0,04
Praf de ciment	0,10—0,003
Fraisil de cărbune	0,07—0,005
Fum de furnal	0,05—0,001
Oxid de zinc	0,03—0,0001
Vapori de acid sulfuric	0,02—0,001
Clorură de amoniu	0,05—0,0005
Negru de fum	0,001—0,00001

3.3. Efectele stratului depus

Particulele încărcate se depun în straturi pe electrodul de depunere unde se neutralizează. Condițiile de precipitare a mediului dispers pe electrodul de depunere, care nu sînt clarificate în toate detaliile, depind de dimensiunile și de alte proprietăți ale particulelor acestui mediu ; variația acestora poate produce deranjamente în funcționarea filtrelor [11]. Dacă praful este foarte uscat, la depunerea lui în straturi groase, dielectricul din condensator apare în două straturi ; la separația dintre ele, raportul dintre intensitățile cîmpului e egal cu valoarea reciprocă a raportului permitivităților straturilor, adică scade în stratul cu ε mai mare ; cum rigiditățile dielectrice nu scad cînd crește permitivitatea, rezultă că stratificația produce o înclinație spre străpungere. La particule rău conductoare de electricitate apare și efectul căderii de tensiune în stratul depus. Circuitul echivalent al condensatorului cu strat de fază dispersă depusă este reprezentat în figura 4 [19].

Faza de încărcare a unui astfel de circuit se studiază uşor. Teorema a doua a lui Kirchhoff, dă : $U = R_0 i + U_1$, din care rezultă :

$$\frac{du}{dt} + \frac{U}{T} - \frac{u}{N} = 0,$$

cu notaţiile $T = \frac{R_0 C R_1}{R_0 + R_1}$ şi $N = CR_0$.

Condiţiile iniţiale fiind $U = 0$ la $t = 0$ soluţia pentru o tensiune aplicată $u(t)$ este :

$$u = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} \int_0^t u(\tau) e^{\alpha\tau} d\tau.$$

În cazul aplicării unei trepte de tensiune în momentul $t = 0$: $u(t) = U_0$ şi se obţine :

$$u = U_0 \frac{R_1}{R_0 + R_1} (1 - e^{-t/T}).$$

Deci curentul creşte exponenţial, cu constanta de timp T. Tensiunea dintre electrozii filtrului nu poate fi urcată totdeauna pentru a compensa căderea de tensiune din stratul depus,fiindcă deasupra unei valori critice a intensităţii cîmpului se produc ionizări în porii şi în canalele microscopice din stratul depus. Ionii pozitivi produşi migrează spre catod, neutralizînd parţial sau total ionii negativi din zona de transport şi micşorînd astfel eficienţa filtrului în privinţa separării. Se produce totodată o scădere a

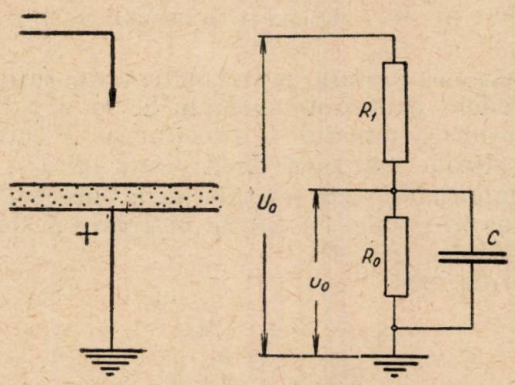


Fig. 4. — Circuitul echivalent al păturii de depunere.

tensiunii de străpungere a filtrului, ceea ce impune o scădere a tensiunii aplicate între electrozi şi provoacă o nouă reducere a eficacităţii filtrului. Această ultimă scădere e provocată de formarea de canale conductoare în zona de transport, care înaintează spre catodul filtrului, dinspre punctele de ionizare ale stratului depus pe anod. Pentru a evita aceste efecte, se recomandă uneori umezirea gazului înainte de intrarea lui în filtrul electric.

3.4. Variația mărimii particulelor fazei disperse și stabilitatea descărcării în filtre

Descărcarea avînd o caracteristică neliniară, în funcțiune de caracteristica sursei, pot apare zone de instabilitate [20]. Considerațiile cunoscute asupra stabilității se aplică și în acest caz (fig. 5).

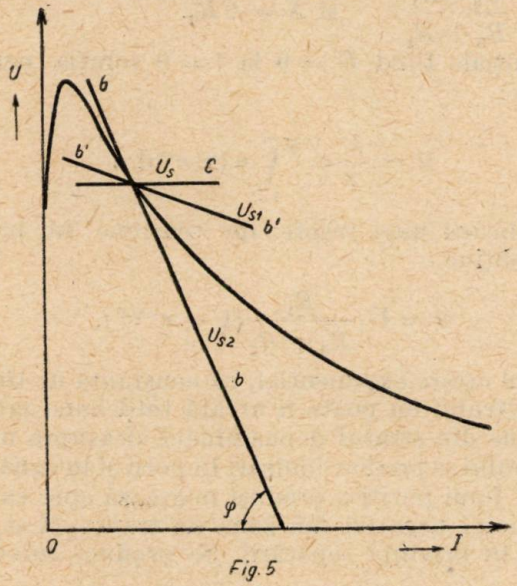


Fig. 5

Fig. 5. — Stabilitatea arcului electric.

Variații în mărimea prafului pot să influențeze caracteristica descărcării în sensul scăderii pantei, de exemplu de la U_{s2} la U_{s1} sau la U, ceea ce poate transforma punctul de funcționare P într-un punct labil, dacă panta sursei devine mai mică decît panta lui U_d.

Un calcul simplu lămurește relațiile [22]. Curentul de descărcare se poate considera pus în paralel cu cel de încărcare a condensatorului pe care-l reprezintă filtrul (fig. 6).

Din ecuațiile de bază

$$I = i_1 + i_2,$$

$$R_d i_2 = \frac{1}{C}\int i_1 \, dt,$$

și

$$U = R_s I + R_d i_2 = \text{const.},$$

se deduce ecuația diferențială

$$-R_s \frac{dI}{dt} = \frac{1}{C}\left(1 - \frac{U - R_s I}{R_d}\right),$$

sau

$$\frac{dI}{dt} + \frac{I}{R_e C} + \frac{I}{R_d C} = \frac{U}{R_s C R_d}.$$

Dacă R_d scade cu ΔR_d, deci devine $R_d - \Delta R_d$, curentul devine

$$I = \frac{u}{R_s + R_d - \Delta R_d} + u\left[\frac{1}{R_s + R_d} - \frac{1}{R_s + R_d - \Delta R_d}\right] e^{-t/T},$$

unde :

$$T = C(R_d - \Delta R_d) - C R_s$$

este constanta de timp a încărcării.

De la $t = 0$, cînd are valoarea

$$I_0 = \frac{U}{R_s + R_d},$$

curentul crește pentru $t \to \infty$ la valoarea

$$I_\infty = \frac{U}{R_s + R_d - \Delta R_d}.$$

Cu cît R_d este mai mare, cu atît constanta de timp crește, și curentul urmărește mai lent variațiile rezistenței de descărcare R_d (datorite de exemplu căderii de praf de pe electrodul de colectare). Cum condensatorului i se aplică tensiunea

$$u = U - R_s I,$$

cînd R_d este mic, și constanta de timp T scade ; deci caracteristica sursei se apropie de U_{s2} în figura 5. Acesta este cazul fazei disperse formate din particule mari. Cînd faza dispersă e formată din particule foarte mici

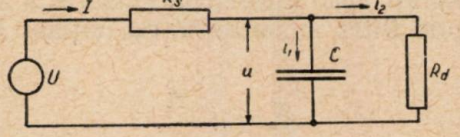


Fig. 6. — Schema echivalentă a păturii de depunere.

(praf fin), R_d este mare și u variază lent la o scădere a rezistenței (ΔR_d). Caracteristica are forma u_{s1}, curentul scade și descărcarea devine instabilă, ceea ce reduce randamentul.

3.5. Efectele vîntului electric din filtru

Punctele de luminescență mai puternică de pe catod sînt surse de raze de purtători de sarcină, care antrenează prin frecare aerul din jur, provocînd vine de vînt electric, în care vitezele pot atinge valori de ordinul

metrilor pe secundă. Acestea sînt reflectate neregulat de suprafața interioară a anodului și trebuie să se întoarcă spre catod, pentru a se asigura continuitatea mișcării. Vîntul electric nu mărește deci în medie viteza de migrație spre electrodul de depunere a purtătorilor de sarcină. El provoacă însă o turbulență puternică a gazului din filtru. Cum gazul trece axial cu viteze de $c = 1 \ldots 5$ m/s prin filtru, turbulența provocată de vîntul electric este mărită și de turbulența provocată de marea viteză axială a gazului. Se provoacă astfel mereu un schimb de particule ale fazei disperse, care asigură o concentrație numerică N practic constantă a acestor particule în diferitele secțiuni ale filtrului, transversale față de viteza c.

3.6. Eficiența filtrului

Raportul dintre numărul de particule de fază dispersă depuse pe anodul filtrului și numărul de particule intrate în filtru se numește eficiența lui. Acest raport se calculează pe baza observației că, în secțiunile transversale față de viteza de circulație a gazului, concentrația numerică N a particulelor încărcate ale fazei disperse e uniformă. Dacă v este viteza radială de migrație a particulelor spre anod, dată de formula (2), numărul de particule, care se depun în timpul dt pe lungimea de filtru dL, are expresia

$$d^2 n = 2\pi r_e N v . dL \cdot dt,$$

dacă r_e este raza interioară a electrodului de depunere. Scăderea corespunzătoare $(-dN)$ a concentrației N se calculează din ecuația

$$d^2 n = (-dN)\, \pi r_e^2\, dL.$$

Înlocuind în ecuația de mai sus și separînd variabilele, se obține :

$$\frac{dN}{N} = -2\frac{v}{r_e} dt.$$

Aceasta dă prin integrare cîtul dintre concentrația N a gazului după ce a trecut în timpul t prin filtru și concentrația inițială N_0, cu care a intrat în filtru :

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{2v}{r_e} t}$$

Dacă filtrul are lungimea L, timpul care trece între intrarea și ieșirea gazului din filtru este $t = \frac{L}{c}$, adică raportul dintre concentrațiile numerice N_L și N_0 ale fazei disperse încărcate, la ieșire și la intrare, este

$$\frac{N_L}{N_0} = e^{-2\frac{vL}{cr_e}}.$$

Eficiența filtrului are deci expresia

$$\eta = \frac{N_0 - N_L}{N_0} = 1 - e^{-2\frac{vL}{cr_e}},$$

sau dacă se ține seamă de relațiile (1) și (3)

$$\eta = 1 - e^{-\frac{n q_0 F_e L}{3\pi\eta a c r_e}} \tag{39}$$

Printr-o considerație analoagă se obține pentru filtrul plan, de lungime L și distanța D între electrozi, următoarea expresie a eficienței :

$$\eta = 1 - e^{-\frac{vL}{cD}}. \tag{40}$$

3.7. Fenomenele generale din filtru

Pe baza relațiilor deduse se poate face următorul tablou al fenomenelor generale. Caracteristica descărcării într-un gaz pur, fără fază dispersă, este în mare cea dedusă de Townsend pentru descărcarea cu efect corona. Sarcina spațială, care este mică față de sarcinile electrozilor nu modifică esențial acest tablou.

Dacă sarcinile ionilor devin mai mari, se produce o distorsiune a cîmpului, care devine aproape constant în zona de transport, zonă care ocupă aproape întregul filtru (aproximația Deutsch).

Cînd, în această situație, se introduce o fază dispersă (praf în suspensie) în gazul dintre electrozi, particulele fazei disperse sînt încărcate foarte repede de ionii care migrează cu viteză mare spre anod. Sarcina luată de particule crește pînă la o valoare de saturație, care depinde de raza lor. În acest caz se produce o scădere a tensiunii de amorsare a descărcării, la o valoare care se poate calcula din densitatea și concentrația fazei disperse. Reciproc, din scăderea acestei tensiuni se pot trage concluzii asupra sarcinii particulelor încărcate.

Sarcina spațială depinde apoi, în principal, de particulele fazei disperse, care, avînd o masă mult mai mare decît a ionilor gazului, au viteze de migrație mici. În schimb, curentul depinde în mare măsură de sarcina ionilor ; deci, la creșterea sarcinii particulelor în contul sarcinii ionilor, curentul scade, pînă la a se anula practic. De aceea, într-un gaz în repaus, după o fază scurtă, de ionizare și încărcare, urmează o fază de scădere pronunțată a curentului, în care sarcina particulelor fazei disperse crește continuu și cantitatea de fază dispersă depusă este moderată. După ce se atinge sarcina de saturație a particulelor fazei disperse, curentul crește încet la valoarea normală a descărcării Townsend, cantitatea de fază dispersă depusă crescînd.

La depunerea acestei faze dintr-un gaz în mișcare, succesiunea în timp a fenomenelor din gazul în repaus apare ca succesiune spațială, pe zone, în lungul filtrului. Există o zonă silențioasă în filtru, aproape de intrare, în care curentul aproape se anulează, fără ca practic depunerea să înceteze ; în această zonă, zgomotul caracteristic efectului corona încetează, sau este redus considerabil. Urmează în filtru o zonă cu un curent care crește, și în care depunerile sînt deosebit de active.

4. PROIECTAREA FILTRELOR ELECTRICE

4.1. Date necesare pentru dimensionare

Mărimea particulelor fazei disperse prezintă mare importanță pentru dimensionarea filtrelor. Figura 7 permite să se stabilească cu aproximație numărul n_m de cuante electrice de saturație în funcțiune de diametrul particulei și viteza de migrație v a particulelor în cîmpurile de 3 și 2 kV/cm.

Tabela 4

Diametrul mediu al particulelor de praf în suspensie în aer

Nr. crt.	Praf	mm	Precipitare
1	lignit ars	0,20—0,4	ușoară
2	ciment	0,10—0,005	ușoară
3	cărbune ars	0,07—0,005	
4	gaz de furnal	0,05—0,001	
5	oxid de zinc	0,03—0,0005	
6	ceață de H_2SO_4	0,02—0,0001	
7	clorură de amoniu	0,05—0,0005	grea
8	negru de fum	0,001—0,00001	grea
9	fum de țigară	0,0005—0,000001	foarte grea

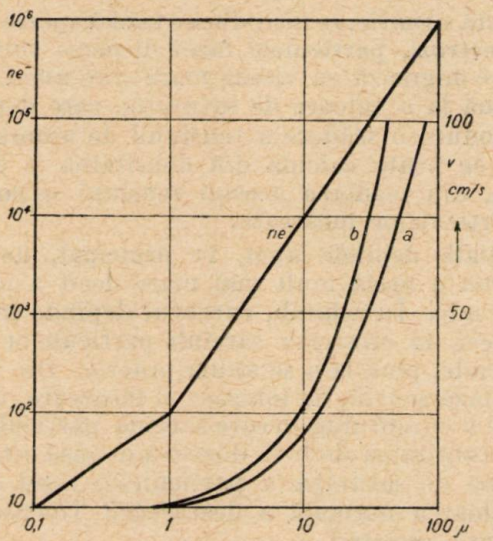


Fig. 7. — Sarcina limită și viteza de migrare a particulelor de praf.

Diametrul particulei $d = 2a$ trebuie stabilit prin măsurări optice sau fizice, pe un număr destul de mare de probe. Date sumare cuprinde tabela 4 alăturată. Particulele mai mari sînt mai ușor de precipitat, ele luînd sarcini și avînd viteze mai mari în cîmpul electric. Greu se precipită, de exemplu, fumul de țigaretă din aer (condiționarea aerului în localurile în care se fumează).

Densitatea volumetrică a prafului este necesară pentru calculul vitezei particulelor și al randamentului.

Permitivitatea relativă ε a particulelor în suspensie este necesară pentru determinarea sarcinii lor de saturație.

Concentrația prafului în aer este necesară pentru dimensionarea mecanică a filtrului.

Debitul de aer viciat trebuie cunoscut pentru alegerea formei filtrului și a secțiunilor de trecere a aerului.

4.2. Dimensionarea filtrelor

Folosim unități MKSA raționalizate.

a. *Particulele.* Forța pe care o exercită cîmpul asupra particulelor mediului dispers este

$$F = n q_0 E, \tag{41}$$

unde $n q_0$ este sarcina unei particule.

Numărul maxim n_m de cuante electrice q_0 care încarcă o particulă a fazei disperse, funcțiune de raza α a particulei și de cîmpul E are expresia (34):

$$n_m = \frac{4\pi\varepsilon_0 a^2}{q_0^2}\left(1 + 2\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right)E. \tag{42}$$

Mobilitatea ionilor moleculari ai gazului produși la electrodul care prezintă efect corona are expresia

$$b_i = a_b \frac{q_0 \lambda}{\sqrt{3 m k t}} \tag{43}$$

și se poate lua din tabloul alăturat. Ea este în aer curat $b = 3{,}2$ cm²/Vs, în aer cu praf, suspensii etc., în medie $b = 1{,}9$ cm²/Vs, deci încă foarte mare, și condiționează vîntul electric din filtru. Mobilitatea prafului particulelor mediului dispers are următoarea expresie conform formulelor (3) și (34):

$$b_p = \frac{n_m q_0}{G\pi\eta a} = \frac{2\varepsilon_0 a E}{3\eta}\left(1 + 2\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\right), \tag{44}$$

unde η este viscozitatea dinamică a gazului — și este mult mai mică decît cea precedentă și dependentă de raza particulelor, care variază într-un interval larg.

La $a = 10^{-3}$ cm corespunde o mobilitate $b = 2.10^{-2}$ cm²/Vs, iar la $a = 10^{-5}$ cm corespunde $b = 0{,}09.10^{-2}$ cm²/Vs.

Raportul de încărcare, definit prin cîtul $n : n_m$ care variază ca timpul t, și care are expresia (35)

$$\frac{n}{n_m} = \frac{\pi q_0 N_b t}{1 + \pi q_0 N b t}$$

unde N este concentrația ionilor, este necesar pentru urmărirea mersului în timp al fenomenelor.

b. *Partea electrică a filtrului.* Tensiunea critică U_0 depinde de raza electrodului cu efect corona, de suprafața lui, de presiune etc. Practic, se prezintă intensitatea cîmpului electric critic, pentru electrozi rotunzi sub forma

$$E_c = a + \frac{b}{\sqrt{r_i}} \quad [\text{kV/cm}], \tag{45}$$

unde pentru tensiuni pozitive ale acestui electrod

$$a = 33{,}7\,; \qquad b = 8{,}13\sqrt{\delta}, \tag{45 a}$$

iar pentru tensiuni negative ale lui :

$$a = 31\,; \qquad b = 0{,}54\sqrt{\delta}, \tag{45 b}$$

factorul δ avînd valoarea :

$$\delta = \frac{0{,}393\,p}{273 + \theta}, \tag{45 c}$$

unde p este presiunea gazului (presiunea atmosferică) în kg/cm^2. Din aceste relații se deduce formula (18 a) :

$$U_0 = 31\left(1 + 0{,}308\sqrt{\frac{\delta}{r}}\right) r_{i\,[\text{cm}]} \ln\frac{r_e}{r_i} \quad [\text{kV}]. \tag{46}$$

Caracteristica tensiunii — curent în cazul unui dispozitiv cilindric este după Townsend (formula (32))

$$i = \frac{8\pi\varepsilon_0 b_U L}{r_e^2 \ln\dfrac{r_e}{r_i}} U\,(U - U_0), \tag{47}$$

de unde rezultă că $i : u = f(u)$ este o dreaptă, ceea ce se confirmă cu destulă precizie prin experiențe.

Curentul total prin filtru, rezultă și din relația (32) și are valoarea

$$i = 2\pi r L \rho\, b\, E. \tag{48}$$

Deci, densitatea sarcinii spațiale a ionilor, care depinde de raza r are expresia

$$\rho = \frac{i}{2\pi r L b E}. \tag{49}$$

Intensitatea cîmpului electric în filtru e repartizată în spațiu conform relației (27 a)

$$E_r(r) = \frac{C_1}{r}. \tag{50}$$

Ea are pentru $r_e \gg r_i$ pe electrodul de depunere (r_e) următoarea valoare, care rezultă din (29 a):

$$E = \sqrt{\frac{i}{2\pi\varepsilon_0 b L}}. \tag{51}$$

Caracteristica se poate exprima cu aproximație și prin următoarea relație liniară:

$$u = u_0 + r_e E_e, \tag{52}$$

care a fost verificată de Troost cu precizie suficientă în aplicații.

Intensitatea cîmpului în filtrul de lungime L, cu plăci situate la distanța D de firele catodice, situate la distanțele h unele de altele, are valoarea

$$E_e \approx \sqrt{\frac{i}{2\pi\varepsilon_0 b L}\frac{4D}{h}}, \tag{53}$$

sau, în cazul obișnuit $h \approx 2D$

$$E \approx \sqrt{\frac{i}{\pi\varepsilon_0 b L}}, \tag{53 a}$$

valoare care a fost verificată experimental.

Căderea de tensiune datorită sarcinii spațiale, care ecranează catodul, se poate stabili cu aproximație din relația:

$$\Delta U = \frac{q_e}{2\pi\varepsilon_0} \approx r_e E_e, \tag{54}$$

și depinde de sarcina pe electrodul de depunere.

c. *Partea mecanică a filtrului.* Viteza de migrație a particulelor mediului dispers are expresia

$$v = \frac{n_m q_0 E}{G\pi\eta a} = Ka; \tag{55}$$

ea este proporțională cu raza particulelor. Această relație este foarte importantă pentru dimensionarea părții mecanice.

Timpul de migrație t_m se poate calcula, în ipoteza unei repartizări logaritmice a potențialului, prin integrare din relația de mai sus

$$t_m = \int_j dt = -\int r\, dr$$

și are deci expresia

$$t_m = \frac{r_e^2}{2}. \tag{56}$$

În ipoteza unui cîmp constant $E_e = \Delta u : r_e$, viteza de migrație este uniformă și egală cu $v = bE_0$, și deci timpul de migrație este

$$t_m = \frac{r_e}{bE_e}. \tag{57}$$

Raza cilindrului exterior al filtrului cilindric, la viteză constantă, are expresia

$$r_e = bE_e t_m = v t_m. \tag{58}$$

Eficiența, eficacitatea sau gradul de desprăfuire al filtrului se calculează din relațiile (36), (37) și are expresia

$$\eta = 1 - e^{-k\frac{vL}{cD}}, \tag{59}$$

unde c este viteza aerului cu praf, D este distanța dintre electrozi, iar k este un coeficient ($k = 2$ pentru filtre cilindrice și $k = 1$ pentru filtre plane). Eficacitatea este mare cînd argumentul exponențialei este mai mare decît 2.

Lungimea filtrului se calculează deci din relația :

$$k\frac{vL}{cD} = 2$$

și are expresia

$$L = 2\frac{c}{kv}D. \tag{60}$$

Pentru a mări randamentul, se pot dispune mai multe filtre electrice în serie.

d. *Date practice pentru dimensionarea filtrelor.* Electrozii centrali, care prezintă efect corona, se aleg în formă de fire, cu diametrul $d = 0{,}1 \ldots 2$ mm D, drepte, sau pătrate de 4×4 mm.

Electrozii exteriori, de sedimentare, pot fi fire ondulate, plase de sîrmă întinse pe cadre, sau plăci, de preferință ondulate (care nu se deformează). Distanța dintre catod și anod e de circa 200 ... 300 mm.

Lungimea filtrului se alege de $L = 2\,500 - 5\,000$ mm, în funcție de viteza gazului.

Camera filtrului poate fi din fier, din beton, cărămidă, după temperatura gazului.

Este de dorit ca izolatoarele să fie de tipul asigurat contra depunerilor de praf.

Este util ca tensiunea sursei să fie cel puțin de 50 kV, cu posibilitatea de a fi ridicată la 70—90 kV. Pentru filtre foarte mari, se recomandă pînă la 150 kV. Ea se mărește în regim staționar, pînă se produc descărcări. Filtrele care funcționează cu descărcări intermitente au un randament mai mare.

Intensitatea curentului, este de 40—70 mA la instalații mici și de 200—500 mA la instalații mari.

Eficiența sau gradul de desprăfuire, este foarte mare : 90%, dar aceasta înseamnă că se precipită numai 2/3 din faza dispersă conținută în gaze la intrare. De aceea, prin legarea în serie, eficacitatea poate fi mărită mult, și defectarea unei unități nu influențează mult conținutul în fază dispersă după ieșirea din filtru.

Umiditatea gazului la intrare în filtru este un element important, deoarece mărește conductivitatea în filtru și accelerează depunerea. Dacă filtrul se „îneacă", adică dacă se anulează curentul, introducerea de abur în filtru ridică imediat eficacitatea lui.

LA ZONE DE TRANSPORT DANS LES PROBLÈMES CONCERNANT L'ÉTABLISSEMENT DES DIMENSIONS DES FILTRES ÉLECTRIQUES

RÉSUMÉ

Après avoir souligné l'importance technique et technologique des filtres électrostatiques, de poussière, de fumée, etc., les auteurs analysent les phénomènes physiques fondamentaux ayant lieu dans ces filtres, tels que : l'effet corona du conducteur actif, la production des porteurs ioniques de charge, le mouvement des particules en suspension. A cette occasion, ils font la systématisation de quelques relations physiques connues et déduisent d'autres relations théoriques exactes, tout en fournissant quelques approximations supplémentaires utiles dans les applications techniques.

En vertu des relations physiques, ils déduisent les facteurs caractérisant le comportement intégral du filtre, ainsi que certaines influences, telles que celle de la variation de tension de la poussière déposée et celle de la grandeur des particules en suspension.

Pour finir, ils indiquent les données nécessaires à l'élaboration d'un projet de filtre électrique, et proposent une méthode cohérente pour le développement du calcul des dimensions, fondée sur les relations physiques analysées.

BIBLIOGRAFIE

1. ZALOGHIN SUHER, *Epurarea gazelor arse*. Ed. energetică de stat, București, 1953.
2. S. P. SEBROWSKI, *Filtre electrice*. I.D.T., București, 1954.
3. N.F. OLOFINSKI, *Metode electrice de separare*. I.D.T. București, 1955.
4. D. O. HEINRICH, *Das Elektrofilter als wichtige Betriebseinrichtung in der europäischen Industrie*. ETZ, **55**, *17*, 413—417 (1934).
5. — *Der heutige Stand der elektrischen Gasreinigung*. ETZ, **60**, *1*, 7—10 (1939).
6. G. MIERDEL, R., SEELIGER *Untersuchungen über die physikalischen Vorgänge bei der Elektrofilterung*. Arch. Elektrotechn., **29**, *3*, 149—172 (1935).
7. G. MIERDEL, *Über die Wanderunggeschwindigkeit suspendierter Staubteilchen in elektrischen Filtern*. Z. techn. Phys., **13**, 564—67. (1932).

8. V. I. POPKOV, *Cîmpuri electrice în cazul efectului corona tranzitoriu, unipolar*. Akad. Nauk URSS, Odl. Techn., *7*, 7—12., (1954).
9. G. MIERDEL R. SEELIGER, *Untersuchungen über die physikalischen Vorgänge bei den Elektrofiltern*. Arch. Electrotechn., **29**, 148—172 (1935).
10. F. FAULHABER, *Das Glimmen von Drähten im Zylinderfeld*. Arch. Elektrotechn., **35**, *7*, 431—38 (1941).
11. G. MIERDEL, *Der Einfluss des suspendierten und abgeschiedenen Staubes auf die Charakteristik von Elektrofiltern*. Wiss. Veröff. Siemens Konzern, **13**, *2*, 94—102 (1934).
12. N. A. KAPTOV, *Fenomene electrice în gaze și în vid*. Ed. tehnică, București, 1947, 603.
13. L. I. SIROTINSKI, *Tehnica tensiunilor înalte*. Ed. energetică de stat, București, 1954, 209.
14. R. SEELIGER, *Angewandte Atomphysik*. Springer, Berlin, 1938.
15. I. DOSSE, G. MIERDEL, *Der elektrische Strom im Hochvakuum und in Gasen*. S. Hirzel, Leipzig, 1943.
16. P. LANGEVIN, Ann. phys. chimie (7), 28, 289 (1903).
17. LANDENBURG-TIETZE, *Untersuchungen über die physikalischen Vorgänge bei der sogenanten elektrischen Gasreinigung*. Ann. Phys., 510 (1932).
18. DIDLAUKIS Z., Phys, *77*, 352 (1932).
19. W. DEUTSCH., *Über die Raumladungsbeschwerte Townsendentladung in dichten Nebeln*. Ann. Phys. (5) 10, 847—867 (1931).
20. — *Über die Dichteverteilung unipolarer Ionenströme*. Ann. Phys., (5) 16, 588 (1933).
21. — Phys, Z., **34**, 499 (1933).
22. H. BARKHAUSEN, *Warum kehren sich die für den Lichtbogen gültigen Stabilitätsbedingungen bei Elektronenröhren um?* Phys. Z., **27** 2, 43—47 (1926).

ASUPRA CALCULULUI CUPLULUI MOTORULUI ASINCRON CU ROTORUL ÎN FORMĂ DE PAHAR

DE

R. RĂDULEȚ și A. IFRIM

1. IPOTEZE DE CALCUL ȘI SIMPLIFICĂRI

Cuplul motorului asincron cu rotorul în formă de pahar se calculează de obicei în ipoteza că fundul paharului este perfect izolant, iar uneori că este perfect conductor. În afară de aceasta, se mai consideră că în zona capetelor de bobină cîmpul magnetic rezultant este nul.

În lucrarea de față se stabilește expresia cuplului luîndu-se în considerare prezența fundului conductor al paharului rotoric și fără să se neglijeze cîmpul magnetic rezultant în zona capetelor de bobină. Cîmpul magnetic învîrtitor se consideră de tipul eliptic.

Ipotezele de calcul și simplificările adoptate sînt următoarele: *a*) se neglijează curbura cilindrului rotorului considerîndu-se că rotorul formează o bandă care se mișcă în întrefieruri plane (fig. 1 *a*,); *b*) se consideră infinită permeabilitatea magnetică a miezului feromagnetic al motorului și egală cu μ_0 (permeabilitatea vidului) permeabilitatea magnetică a rotorului care este neferomagnetic; *c*) se consideră că liniile cîmpului magnetic în întrefieruri sînt normale pe planul benzii rotorice și că liniile cîmpului electric, respectiv ale densității curentului electric din rotor sînt situate în plane normale la direcția liniilor cîmpului magnetic; *d*) se neglijează dependența mărimilor electrice și magnetice de coordonata contată în direcția normală la planul benzii; *e*) se consideră că inducția magnetică stabilită de înfășurarea statorică în mașină este constantă în direcția normală pe mișcare, în fiecare zonă a mașinii caracterizată printr-o lărgime dată a întrefierului (fig. 1 *b*); *f*) de prezența fundului paharului rotoric se ține seamă prin efectuarea calculelor în două ipoteze dintre care prima presupune mărirea lățimii benzii (corespunzătoare lungimii paharului rotoric), în unul din sensuri, cu o mărime c' care se va calcula mai departe, iar a doua ipoteză consistă în adoptarea unei anumite repartiții a densității curentului electric în

zona fundului paharului, în stabilirea și integrarea ecuațiilor corespunzătoare ale densității curentului în această zonă și în racordarea soluțiilor găsite cu cele determinate în zona adiacentă a benzii rotorice; *g*) în direcția transversală pe mișcare, mașina se împarte în patru zone: (fig. 1): prima zonă corespunde întrefierului mașinii și considerăm lărgimea întrefierului din această zonă, δ_1, egală cu lărgimea întrefierului

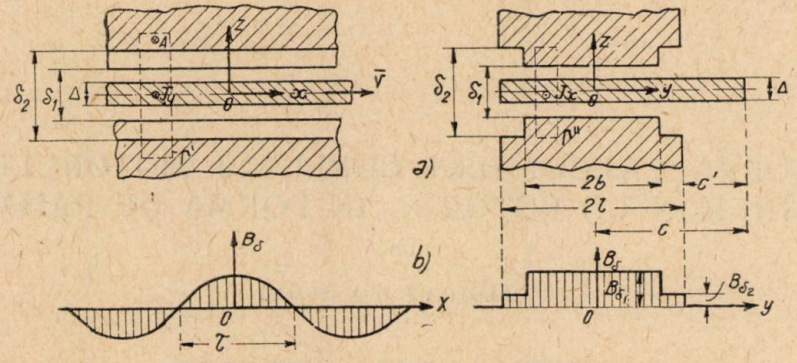


Fig. 1. — Repartiția inducției magnetice inductoare B_δ în întrefier.

real al motorului; a doua și a treia zonă corespund capetelor de bobină și au lărgimea întrefierului aceeași și egală cu δ_2 (calculată mai departe), iar zona a patra corespunde fundului paharului și se consideră că are întrefierul de lărgime infinită.

Considerarea existenței întrefierului echivalent δ_2 în a doua și a treia zonă este determinată de două din ipotezele de calcul menționate mai sus și anume de faptul că liniile cîmpului magnetic sînt contate în direcția normală pe bandă și de cerința de a se ține seamă de cîmpul magnetic de reacție și în aceste zone, în care s-a menționat că nu se va neglija cîmpul magnetic rezultant.

În zona a patra, corespunzătoare fundului paharului, se ține seamă de faptul că în motorul real cîmpul magnetic de reacție este neglijabil, ca și cel inductor, considerîndu-se că lărgimea întrefierului din această zonă tinde către infinit (în această trecere la limită menținîndu-se liniile de cîmp mereu perpendiculare pe planul benzii rotorice).

2. CALCULUL MĂRIMILOR δ_2, B_{δ_2} ȘI c'

Lărgimea δ_2 a întrefierului echivalent se calculează din condiția ca permanența geometrică aeriană P a mașinii — aferentă intervalului polar τ și calculată pentru forma reală a motorului — să fie egală cu permanența geometrică calculată pentru același interval polar τ, dar cu considerarea celor două întrefieruri și în ipoteza că în cele două întrefieruri cîmpul magnetic este uniform. Se obține astfel următoarea relație:

$$P = \frac{2b\tau}{\delta_1} + \frac{2(l-b)\tau}{\delta_2},$$

din care rezultă

$$\delta_2 = \frac{2\delta_1(l-b)\tau}{P\delta_1 - 2b\tau} \tag{1}$$

Pentru calculul permanenței geometrice P, indicăm formulele de mai jos stabilite de A. Țugulea [3]

$$P'_s = \frac{2b}{d}\left[1 + \frac{2d}{\pi b}(-\ln\alpha' + 1{,}5)\right],$$

$$P'_i = \frac{2b}{d}\left[1 + \frac{2d}{\pi b}(-\ln\alpha' + 1)\right], \tag{2}$$

$$P'_m = \frac{1}{2}(P'_s + P'_i)$$

unde $\alpha' = \dfrac{\pi d}{2(d+h)}$, iar d, h și b sînt dimensiuni indicate în figura 2.

Mărimile P'_s, P'_i și P'_m din (2) reprezintă respectiv valorile superioară, inferioară și medie ale permanenței geometrice raportată la unitatea de lungime, a unui pol de secțiune dreptunghiulară, de înălțime h, lățime $2b$ și lungime infinită, față de un plan infinit (fig. 2). Deoarece în motorul asincron se realizează două circuite magnetice de tipul celui din figura 2, legate în serie, valorile superioară, inferioară sau medie ale permanenței geometrice P căutate, se obțin prin împărțirea cu doi și prin înmulțirea cu τ a relațiilor de mai sus:

$$P_s = \frac{1}{2}P'_s\tau, \quad P_i = \frac{1}{2}P'_i\tau, \quad P_m = \frac{1}{2}P'_m\tau. \tag{3}$$

Permanența P poate fi calculată exact folosind și rezultatele lucrării lui L. V. Bewley [4].

Pentru a simplifica integrarea ecuațiilor lui Maxwell în cele patru zone, descompunem inducția magnetică $\bar{B}$ din întrefier în două componente, dintre care prima, $\bar{B}_\delta$, are rotorul diferit de zero numai în înfășurarea statorică, fiind deci inducția magnetică inductoare, iar a doua, $\bar{B}_r$, are rotorul nenul numai în bandă, constituind deci inducția magnetică de reacție a rotorului:

$$\bar{B} = \bar{B}_\delta + \bar{B}_r. \tag{4}$$

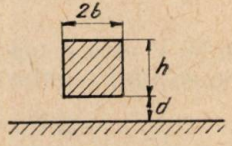


Fig. 2. — Schemă pentru determinarea permeanței geometrice aeriene.

Valorile inducției magnetice din cele patru zone ale mașinii se stabilesc în felul următor: inducția magnetică B_{δ_1} din prima zonă se calculează din încărcarea liniară statorică A (densitatea de linie a curentului electric din stator), astfel cum se va arăta mai departe; în zona a patra, în care întrefierul s-a considerat infinit, se admite că $\bar{B}_\delta$ este nul; în zonele a doua și a treia se consideră că $\bar{B}_\delta$ are o aceeași valoare în ambele zone, egală cu $\bar{B}_{\delta_2}$, și care se calculează

din condiția ca inducțiile magnetice din zonele I și II (sau III) să fie invers proporționale cu lărgimea întrefierului din zonele respective :

$$\frac{B_{\delta_1}}{B_{\delta_2}} = \frac{\delta_2}{\delta_1}$$

de unde rezultă expresia

$$B_{\delta_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2} B_{\delta_1} . \tag{5}$$

Pentru calculul lățimii echivalente c' admitem că forma liniilor de curent în zona fundului paharului (la forma reală a rotorului) este cea indicată în figura 3 (linii punctate), în care unghiul θ corespunde unui interval polar contat pe peretele cilindric al paharului (deci la distanța $\frac{D}{2}$ de centrul fundului paharului) adică

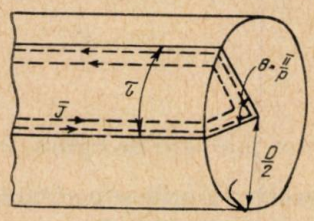


Fig. 3. — Repartiția densității curentului electric din rotor.

$$\theta = \frac{\pi}{p}$$

în care p reprezintă numărul de perechi de poli ai motorului.

Considerăm, într-o primă etapă de calcul, că grosimea medie a fundului paharului este egală cu grosimea Δ a benzii și scriem ecuațiile, care urmează, în raport cu un sistem de coordonate fix față de cîmpul magnetic învîrtitor inductor. După cum s-a menționat mai sus, în zona fundului paharului considerăm întrefierul infinit, deci neglijăm atît pe $\bar{B}_\delta$ cît și pe $\bar{B}_r$. Rezultă că ecuațiile satisfăcute de densitatea curentului electric $\bar{J}$ în această zonă sînt următoarele

$$\operatorname{div} \bar{J} = 0 ,$$

$$\operatorname{rot} \bar{J} = 0 .$$

Se poate deci scrie expresia :

$$\bar{J} = \operatorname{grad} V \tag{6}$$

unde V este o mărime scalară care satisface ecuația lui Laplace în două dimensiuni (conform ecuațiilor de mai sus satisfăcute de $\bar{J}$) :

$$\Delta V = 0 . \tag{7}$$

Considerăm numai sectorul de cerc, din fundul paharului, corespunzător unui interval polar τ (fig. 4 *a*) și scriem ecuația (7) în coordonate polare

$$r^2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + r \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = 0 , \tag{8}$$

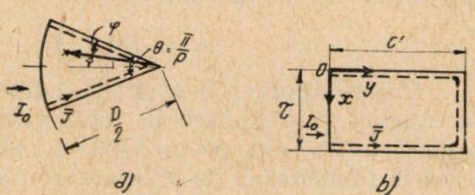


Fig. 4. — Scheme pentru determinarea lățimii echivalente c'.

căutăm o soluție de forma următoare:

$$V(r, \varphi) = R(r) \cdot \Phi(\varphi),$$

care, introdusă în (8), determină ecuațiile de mai jos

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} - \lambda^2 R = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \lambda^2 \Phi = 0, \tag{10}$$

în care λ este constanta de separare a variabilelor. O integrală particulară a ecuației (10) are forma următoare:

$$\Phi = M' \cos \lambda\varphi + N' \sin \lambda\varphi.$$

Constanta λ se determină din condiția ca Φ să aibă drept perioadă mărimea $\frac{2\pi}{p}$ (aceeași ca și cîmpul magnetic inductor $\bar{B}_\delta$) și deci anulăm armonicile superioare care intervin în soluția generală a ecuației (10). Rezultă deci

$\lambda = 2\pi : (2\pi : p) = p$ și obținem pentru Φ expresia următoare:

$$\Phi = M' \cos p\varphi + N' \sin p\varphi. \tag{11}$$

Soluția ecuației (9) are forma următoare:

$$R = r^\mu$$

care introdusă în (9), conduce la egalitatea de mai jos:

$\mu^2 = \lambda^2 = p^2$ deci $\mu = \pm p$ și deci

$$R = Pr^p + Qr^{-p}$$

în care $Q = 0$ pentru că altfel pentru $r \to 0$, se obține $R \to \infty$; deci

$$R = Pr^p$$

Rezultă că $V(r, \varphi)$ are următoarea expresie:

$$V(r, \varphi) = r^p (M \cos p\varphi + N \sin p\varphi)$$

și deci, din (6) se obțin următoarele expresii:

$$J_r = pr^{p-1}(M \cos p\varphi + N \sin p\varphi),$$

$$J_\varphi = pr^{p-1}(N \cos p\varphi - M \sin p\varphi).$$

Din condiția ca dreptele $\varphi = 0$ și $\varphi = \theta$ (fig. 4 *a*) să fie linii ale densității de curent, rezultă $N = 0$ și deci

$$\begin{aligned} J_r &= pr^{p-1} M \cos p\varphi, \\ J_\varphi &= -pr^{p-1} M \sin p\varphi. \end{aligned} \tag{12}$$

Din (12) rezultă pentru J următoarea expresie

$$J = \sqrt{J_r^2 + J_\varphi^2} = pMr^{p-1}. \tag{13}$$

Căldura dezvoltată în unitatea de timp în sectorul de cerc corespunzător unui interval polar, are deci următoarea expresie:

$$P_{j1} = \int_v \rho J^2 dv = \rho p^2 M^2 \int_0^{D/2} r^{2(p-1)} \Delta r \frac{\pi}{p} dr = \frac{\pi}{2} \rho \Delta M^2 \left(\frac{D}{2}\right)^{2p}, \tag{14}$$

în care D este diametrul mediu al paharului rotoric, iar ρ rezistivitatea fundului paharului.

Constanta M se determină din condiția ca densității de curent din punctele $r = \frac{D}{2}$ să-i corespundă un curent electric I_0 dat (cel care trece, prin suprafața de separare, din banda rotorică spre fundul paharului)

$$I_0 = \int_0^{\pi/2p} (J_r)_{r=\frac{D}{2}} \cdot \Delta \cdot \frac{D}{2} \cdot d\varphi = \Delta \left(\frac{D}{2}\right)^p M,$$

de unde rezultă

$$M = I_0 \Delta^{-1} \left(\frac{D}{2}\right)^{-p},$$

și deci (14) ia următoarea formă:

$$P_{j1} = \frac{\pi}{2} \frac{\rho}{\Delta} I_0^2.$$

Din cauză că grosimea fundului paharului nu este, în general, Δ ci are o valoare pe care o notăm cu Δ_f trebuie ca în expresia mărimii P_{j1} să se introducă în locul rezistivității ρ rezistivitatea $\rho' = \rho \frac{\Delta}{\Delta_f}$ pentru a se menține rezistența echivalentă a fundului paharului. În consecință P_{j1} are următoarea expresie:

$$P_{j1} = \frac{\pi}{2} \frac{\rho}{\Delta_f} I_0^2 \tag{15}$$

Considerăm acum porțiunea din bandă de lățime c' (prin care se ține seamă în prima ipoteză de calcul de fundul paharului) de lungime τ (fig. 4*b*) și de grosime Δ.

Ecuația (7) are următoarea formă:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0.$$

Separînd variabilele, punînd condiția ca V să aibă drept perioadă dublul interval polar 2τ, iar dreptele $x = 0$ și $x = \tau$ să fie linii de curent,

se obțin următoarele expresii :

$$\left.\begin{aligned} J_x &= -\sin \alpha x \,(M'' \operatorname{sh} \alpha y + N'' \operatorname{ch} \alpha y), \\ J_y &= \cos \alpha x\,(M'' \operatorname{ch} \alpha y + N'' \operatorname{sh} \alpha y), \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

în care $\alpha = \dfrac{\pi}{\tau}$.

Punem condiția ca pentru $y = c'$, J_y să se anuleze și obținem

$$J_x = M_1 \sin \alpha x . \operatorname{ch} \alpha (c' - y), \tag{17}$$

$$J_y = M_1 \cos \alpha x . \operatorname{sh} \alpha (c' - y), \tag{18}$$

în care $M_1 = \dfrac{M''}{\operatorname{sh} \alpha c'}$.

Rezultă deci următoarea expresie a densității curentului electric :

$$J = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = M_1 \sqrt{\sin^2 \alpha x + \operatorname{sh}^2 \alpha (c' - y)}.$$

Expresia puterii dezvoltate prin căldură în porțiunea de bandă considerată este deci următoarea :

$$P_{j2} = \rho M_1^2 \Delta \int_{x=0}^{\tau} \int_{y=0}^{c'} [\sin^2 \alpha x + \operatorname{sh}^2 \alpha (c' - y)]\, dx\, dy =$$

$$= \rho M_1^2 \Delta \frac{\tau^2}{2\pi} \operatorname{sh} \alpha c' . \operatorname{ch} \alpha c'. \tag{19}$$

Constanta M_1 se determină prin aceeași condiție la limită ca și constanta M de mai sus :

$$I_0 = \int_0^{\tau/2} (J_y)_{y=0}\, \Delta\, dx = \frac{\Delta}{\alpha} M_1 \operatorname{sh} \alpha c',$$

de unde rezultă

$$M_1 = \frac{\alpha}{\Delta} \frac{I_0}{\operatorname{sh} \alpha c'},$$

și în consecință P_{j2} are expresia următoare :

$$P_{j2} = \frac{\pi}{2} \frac{\rho}{\Delta} I_0^2 \operatorname{cth} \alpha c'. \tag{20}$$

Lățimea echivalentă c' a benzii se determină din condiția ca în sectorul de cerc și în porțiunea din bandă corespunzătoare unui interval polar, să se dezvolte aceeași căldură în unitatea de timp : $P_{j1} = P_{j2}$, de unde rezultă expresia

$$\operatorname{th} \alpha c' \equiv \operatorname{th} \alpha (c - l) = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \tag{21}$$

astfel că lățimea c' se determină din următoarea formulă:

$$c' = \frac{\tau}{\pi} \operatorname{arg\,th} \frac{\Delta_f}{\Delta}. \tag{22}$$

3. STABILIREA ȘI INTEGRAREA ECUAȚIILOR SATISFĂCUTE DE INDUCȚIA MAGNETICĂ ȘI DE DENSITATEA CURENTULUI ELECTRIC DIN ROTOR

Ecuațiile de mai jos satisfăcute de mărimile electrice și magnetice din rotor, le vom scrie într-un referențial $Oxyz$ fix în raport cu rotorul și pe care îl contăm ca în figura 1.

Vom efectua mai întîi calcule în prima ipoteză și anume în aceea a înlocuirii fundului paharului printr-un adaos c' la lățimea $2l$ a benzii.

Din legea circuitului magnetic, aplicată contururilor Γ' și Γ'' din figura 1 și asociată cu legea legăturii dintre inducție, intensitate și polarizație în cîmpul magnetic, rezultă următoarele ecuații valabile în una din cele patru zone:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial B_{ri}}{\partial x} &= \varkappa \mu_0 \frac{\Delta}{\delta_i} J_{yi}, \\ \frac{\partial B_{ri}}{\partial y} &= \varkappa \mu_0 \frac{\Delta}{\delta_i} J_{xi} \end{aligned}\right\}, \tag{23}$$

care sînt echivalente cu relația

$$\operatorname{rot} \bar{B}_{ri} = \varkappa \mu_0 \frac{\Delta}{\delta_i} \bar{J}_i, \tag{23a}$$

($i = 1,2,3,4$ indică zona în care se scriu ecuațiile),
în care $\bar{J}$ este densitatea curentului electric din bandă, Δ este grosimea benzii iar $\varkappa$ este coeficientul de raționalizare, egal cu unitatea în sistemele de unități de măsură raționalizate și cu 4π în cele neraționalizate.

Din legea inducției electromagnetice asociată cu legea lui Ohm, rezultă în interiorul benzii, următoarea relație:

$$\operatorname{rot} \bar{J}_i = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \bar{B}_{\delta i}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{B}_{ri}}{\partial t}\right), \quad (i = 1,2,3,4). \tag{24}$$

Din legea conservării sarcinii electrice adevărate, obținem următoarea relație, considerînd nulă densitatea sarcinii electrice din interiorul benzii:

$$\operatorname{div} \bar{J}_i = 0 \tag{25}$$

($i = 1, 2, 3, 4$).

La stabilirea ecuațiilor (23), (23 a) și (24) s-a ținut seamă de relația (4) și de faptul menționat mai sus, că rot $\bar{B}_\delta \neq 0$ numai în înfășurarea statorului și rot $\bar{B}_r \neq 0$ numai în banda rotorică.

Cîmpul magnetic inductor $\bar{B}_\delta$ fiind de tipul eliptic, se poate descompune într-un cîmp învîrtitor direct, care se rotește în același sens cu rotorul și într-unul invers care se rotește în sens contrar. În adevăr, dacă inducțiile magnetice stabilite de cele două înfășurări statorice au următoarele expresii într-un referențial imobil față de stator:

$$\left.\begin{aligned} B_{\delta_I} &= B_{\delta mI} \sin(\alpha x + \psi'_I) \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi'_I), \\ B_{\delta II} &= B_{\delta mII} \sin(\alpha x + \psi'_{II}) \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi'_{II}), \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

în care $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$, $\omega_1 = 2\pi f$, f fiind frecvența mărimilor din stator, rezultă că inducția magnetică inductoare din întrefier are următoarea expresie:

$$B_\delta = B_{\delta I} + B_{\delta II} = B_{\delta m} \cos(\omega_1 t - \alpha x + \psi) + B_{\delta m\ inv} \cos(\omega_1 t + \alpha x + \psi_{inv}), \tag{26 a}$$

în care

$$B_{\delta m} = \frac{1}{2}\sqrt{B^2_{\delta mI} + B^2_{\delta mII} + 2B_{\delta mI} B_{\delta mII} \cos(\psi_I - \psi_{II})},$$

$$B_{\delta m\ inv} = \frac{1}{2}\sqrt{B^2_{\delta mI} + B^2_{\delta mII} + 2B_{\delta mI} B_{\delta mII} \cos(\varphi_I - \varphi_{II})},$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{B_{\delta mI}\sin\psi_I + B_{\delta mII}\sin\psi_{II}}{B_{\delta mI}\cos\psi_I + B_{\delta mII}\cos\psi_{II}}; \quad \operatorname{tg}\psi_{inv} = \frac{-B_{\delta mI}\sin\varphi_I - B_{\delta mII}\sin\varphi_{II}}{-B_{\delta mI}\cos\varphi_I - B_{\delta mII}\cos\varphi_{II}},$$

și unde

$$\psi_I = \varphi'_I - \psi'_I; \quad \varphi_I = \varphi'_I + \psi'_I; \quad \psi_{II} = \varphi'_{II} - \psi'_{II}; \quad \varphi_{II} = \varphi'_{II} + \psi'_{II}.$$

Menționăm că expresiile de mai sus sînt scrise în una (oricare) din zonele mașinii și că nu s-a mai pus indicele i pentru a nu se complica scrierea.

Din cauză că circuitul magnetic este presupus liniar (consecință a faptului că s-a considerat $\mu_{Fe} = \infty$) iar cuplurile medii corespunzătoare produselor mixte dintre cîmpul magnetic direct și densitatea de curent indusă în rotor de cîmpul magnetic invers — și reciproc — sînt nule (mărimile respective avînd frecvențe diferite), rezultă că cuplul motorului este egal cu diferența dintre cuplul „direct" C_d care s-ar exercita asupra rotorului în lipsa cîmpului învîrtitor invers și dintre cuplul „invers" C_{inv} care s-ar exercita asupra rotorului în lipsa cîmpului învîrtitor direct:

$$C = C_d - C_{inv}.$$

Vom efectua calculele numai pentru cuplul „direct" C_d iar rezultatul îl vom transpune pentru cuplul „invers" C_{inv} prin substituții adecvate.

Considerăm deci că în întrefier cîmpul magnetic învîrtitor este direct și de tipul circular, avînd în zona cu numărul i (una din cele patru zone) amplitudinea $B_{\delta mi}$ care rezultă din formula (26 a).

În aceste condiții, mărimile $\bar{B}_{\delta i}$, $\bar{B}_{ri}$ și $\bar{J}_i$ sînt funcții armonice de $(\omega t - \alpha x)$ în care $\omega = 2\pi sf$, f fiind frecvența mărimilor din stator, iar

s alunecarea mașinii, dacă sînt scrise în raport cu referențialul fix față de bandă, astfel că expresiile lor în complex au forma de mai jos, în acest referențial

$$\dot{B}_{\delta i} = j\, B_{\delta m i}\; e^{j(\omega t - \alpha x + \psi_i)},$$
$$\dot{B}_{ri} = j\, B_{rmi}\; e^{j(\omega t - \alpha x + \psi_{ri})}, \tag{26 b}$$
$$\dot{J}_i = j\, J_{mi}\; e^{j(\omega t - \alpha x + \psi_{Ji})}.$$

Scriem ecuațiile (23 a), (24) și (25) în complex :

$$\text{rot}\ \dot{B}_{ri} = \frac{\varkappa \mu_0 \Delta}{\delta_i} \dot{J}_i, \tag{27 a}$$

$$\text{rot}\ \dot{J}_i = -j \frac{\omega}{\rho} (\dot{B}_{\delta i} + \dot{B}_{ri}), \tag{27 b}$$

$$\text{div}\ \dot{J}_i = 0. \tag{27 c}$$

Ecuațiile (23) au, de asemenea în complex, forma următoare :

$$j\alpha \dot{B}_{ri} = \frac{\varkappa \mu_0 \Delta}{\delta_i} \dot{J}_{yi}, \tag{27 d}$$

$$\frac{\partial \dot{B}_{ri}}{\partial y} = \frac{\varkappa \mu_0 \Delta}{\delta_i} \dot{J}_{xi}. \tag{27 e}$$

Din ecuațiile (27 *b*) și (27 *d*) rezultă relația următoare :

$$\frac{\partial \dot{J}_{xi}}{\partial y} + j \frac{\dot{\gamma}_i^2}{\alpha} \dot{J}_{yi} = j \frac{\omega}{\rho} \dot{B}_{\delta i}, \tag{28}$$

în care s-au făcut următoarele notații :

$$\left.\begin{aligned} \dot{\gamma}_i^2 &= \alpha^2 + j\, \beta_i^2, \\ \beta_i^2 &= \frac{\varkappa \mu_0 \omega \Delta}{\rho \delta_i}. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Din (27 *c*) rezultă relația

$$j\alpha \dot{J}_{xi} = \frac{\partial \dot{J}_{yi}}{\partial y}. \tag{30}$$

Dacă se derivează ultima relație în raport cu y și se introduce $\frac{\partial \dot{J}_{xi}}{\partial y}$ astfel obținută în (28) rezultă ecuația satisfăcută de $\dot{J}_{yi}$

$$\frac{\partial^2 \dot{J}_{yi}}{\partial y^2} - \dot{\gamma}_i^2\ \dot{J}_{yi} = -\frac{\omega \alpha}{\rho} \dot{B}_{\delta i}. \tag{31}$$

Integrala ecuației (31) are următoarea formă

$$\dot{J}_{yi} = j\frac{\alpha\delta_i}{\varkappa\mu_0\,\Delta}\left[\dot{M}_i \operatorname{ch}\dot{\gamma}_i y + \dot{N}_i \operatorname{sh}\dot{\gamma}_i y - j\frac{\beta_i^2}{\dot{\gamma}_i^2}\dot{B}_{\delta i}\right], \qquad (32)$$

$(i = 1,2,3)$

iar din (30) rezultă pentru $\dot{J}_{xi}$ expresia următoare:

$$\dot{J}_{xi} = \frac{\dot{\gamma}_i\,\delta_i}{\varkappa\mu_0\,\Delta}[\dot{M}_i \operatorname{sh}\dot{\gamma}_i y + \dot{N}_i \operatorname{ch}\dot{\gamma}_i y], \qquad (i = 1,2,3). \qquad (33)$$

În expresia (32) s-a ales pentru constantele de integrare o formă convenabilă pentru simplificarea calculelor care urmează.

Expresiile (32) și (33) sînt valabile în forma de mai sus numai pentru zonele I, II și III în care întrefierul are lărgimea finită. În zona a IV-a se obțin expresiile corespunzătoare ale componentelor densității de curent dacă în (31) se face o trecere la limită pentru $\delta_4 \to \infty$, cînd se obține $\beta_4 \to 0$ și $\dot{\gamma}_4 \to \alpha$ astfel că rezultă următoarea ecuație:

$$\frac{\partial^2 \dot{J}_{y4}}{\partial y^2} - \alpha^2 \dot{J}_{y4} = 0, \qquad (34)$$

în care s-a ținut seamă că $\dot{B}_{\delta 4} = 0$.

Alegînd, ca mai sus, o formă convenabilă pentru constantele de integrare, rezultă pentru componentele mărimii $\dot{J}_4$ următoarele expresii:

$$\left.\begin{aligned}\dot{J}_{x4} &= \frac{\alpha\,\delta_2}{\varkappa\mu_0\,\Delta}[\dot{M}_4 \operatorname{sh}\alpha y + \dot{N}_4 \operatorname{ch}\alpha y],\\ \dot{J}_{y4} &= j\frac{\alpha\,\delta_2}{\varkappa\mu_0\,\Delta}[\dot{M}_4 \operatorname{ch}\alpha y + \dot{N}_4 \operatorname{sh}\alpha y],\end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

care reprezintă forma în complex, în referențialul fix față de rotor, a expresiilor (16).

Constantele de integrare din relațiile (32), (33) și (35) se determină din următoarele condiții la limită și de racordare: *a*) pe suprafețele $y = -l$ și $y = c$ densitatea curentului electric are numai componentă tangențială; *b*) pe suprafețele $y = -b$, $y = b$ și $y = l$ componentele densității curentului electric sînt continui.

Se obțin, astfel, următoarele expresii ale constantelor de integrare:

$$\left.\begin{aligned}\dot{M}_i &= \dot{P}_{i1}\,\dot{B}_{\delta 1} + \dot{P}_{i2}\,\dot{B}_{\delta 2},\\ \dot{N}_i &= \dot{Q}_{i1}\,\dot{B}_{\delta 1} + \dot{Q}_{i2}\,\dot{B}_{\delta 2},\end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

($i = 1, 2, 3, 4$) în care s-au făcut notațiile indicate mai jos:

$$\dot{P}_{11} = \frac{\dot{\lambda}_{17} \dfrac{\operatorname{sh} \alpha (c-l)}{\operatorname{sh} \alpha c} - \dot{\lambda}_{11} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}_{14} \operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l}{\dot{\lambda}_{10} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{13} \operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}_{16} \dfrac{\operatorname{sh} \alpha (c-l)}{\operatorname{sh} \alpha c}};$$

$$\dot{P}_{12} = \frac{\dot{\lambda}_{18} \dfrac{\operatorname{sh} \alpha (c-l)}{\operatorname{sh} \alpha c} - \dot{\lambda}_{12} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}_{15} \operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l + j \dfrac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2}}{\dot{\lambda}_{10} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{13} \operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}_{16} \dfrac{\operatorname{sh} \alpha (c-l)}{\operatorname{sh} \alpha c}}$$

$$\dot{P}_{21} = \dot{\lambda}_1 \dot{P}_{11} + \dot{\lambda}_2 ; \quad \dot{P}_{22} = \dot{\lambda}_1 \dot{P}_{12} + \dot{\lambda}_3 ,$$

$$\dot{P}_{31} = \dot{\lambda}_{10} \dot{P}_{11} + \dot{\lambda}_{11} ; \quad \dot{P}_{32} = \dot{\lambda}_{10} \dot{P}_{12} + \dot{\lambda}_{12} ,$$

$$\dot{P}_{41} = \dot{\lambda}_{16} \dot{P}_{11} + \dot{\lambda}_{17} ; \quad \dot{P}_{42} = \dot{\lambda}_{16} \dot{P}_{12} + \dot{\lambda}_{18} ,$$

$$\dot{Q}_{11} = \dot{\lambda}_7 \dot{P}_{11} + \dot{\lambda}_8 ; \quad \dot{Q}_{12} = \dot{\lambda}_7 \dot{P}_{12} + \dot{\lambda}_9 ,$$

$$\dot{Q}_{21} = \dot{\lambda}_4 \dot{P}_{11} + \dot{\lambda}_5 ; \quad \dot{Q}_{22} = \dot{\lambda}_4 \dot{P}_{12} + \dot{\lambda}_6 ,$$

$$\dot{Q}_{31} = \dot{\lambda}_{13} \dot{P}_{11} + \dot{\lambda}_{14} ; \quad \dot{Q}_{32} = \dot{\lambda}_{13} \dot{P}_{12} + \dot{\lambda}_{15} ,$$

$$\dot{Q}_{41} = - \dot{P}_{41} \operatorname{cth} \alpha c ; \quad \dot{Q}_{42} = - \dot{P}_{42} \operatorname{cth} \alpha c .$$

În aceste expresii $\dot{\lambda}_1, \ldots, \dot{\lambda}_{18}$ reprezintă următoarele notații:

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l}{\operatorname{ch} \dot{\gamma}_1 b \,.\, \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 (l-b) \left[\operatorname{th} \dot{\gamma}_2 (l-b) + \dfrac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1} \operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b \right]} ;$$

$$\dot{\lambda}_2 = - j \frac{\beta_1^2}{\dot{\gamma}_1^2} \frac{\delta_1}{\delta_2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l}{\operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 (l-b) \left[\operatorname{th} \dot{\gamma}_2 (l-b) + \dfrac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1} \operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b \right]} ,$$

$$\dot{\lambda}_3 = - j \frac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2} \frac{\operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 b - \operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l - \dfrac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 b \,.\, \operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b}{\operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 (l-b) + \dfrac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_2 (l-b) .\, \operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b} ; \quad \dot{\lambda}_4 = \dot{\lambda}_1 \operatorname{cth} \dot{\gamma}_2 l ,$$

$$\dot{\lambda}_5 = \dot{\lambda}_2 \operatorname{cth} \dot{\gamma}_2 l ; \quad \dot{\lambda}_6 = \dot{\lambda}_3 \operatorname{cth} \dot{\gamma}_2 l - j \frac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2} \frac{1}{\operatorname{sh} \dot{\gamma}_2 l} ;$$

$$\dot{\lambda}_7 = \frac{\dot{\gamma}_2 + \dot{\gamma}_1 \operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b \,.\, \operatorname{th} \dot{\gamma}_2 (l-b)}{\dot{\gamma}_2 \operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b + \dot{\gamma}_1 \operatorname{th} \dot{\gamma}_2 (l-b)} ,$$

$$\dot{\lambda}_8 = -j\frac{\beta_1^2}{\dot{\gamma}_1^2}\frac{\dot{\gamma}_2}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b[\dot{\gamma}_2 \operatorname{th}\dot{\gamma}_1 b + \dot{\gamma}_1 \operatorname{th}\dot{\gamma}_2 (l-b)]};$$

$$\dot{\lambda}_9 = -j\frac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2}\frac{\delta_2}{\delta_1}\frac{\dot{\gamma}_2[1-\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2(l-b)]}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2(l-b)\,.\operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b\,.[\dot{\gamma}_2 \operatorname{th}\dot{\gamma}_1 b + \dot{\gamma}_1 \operatorname{th}\dot{\gamma}_2 (l-b)]}$$

$$\dot{\lambda}_{10} = \frac{\delta_1}{\delta_2}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b\left[\operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b + \dot{\lambda}_7 \operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b - \frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_2}\operatorname{th}\dot{\gamma}_2 b(\operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b + \dot{\lambda}_7 \operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b)\right],$$

$$\dot{\lambda}_{11} = \frac{\delta_1}{\delta_2}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b\left[\dot{\lambda}_8 \operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b - \frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_2}\dot{\lambda}_8 \operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b\,.\operatorname{th}\dot{\gamma}_2 b - j\frac{\beta_1^2}{\dot{\gamma}_1^2}\right],$$

$$\dot{\lambda}_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b\left[\dot{\lambda}_9 \operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b - \frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_2}\dot{\lambda}_9 \operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b\,.\operatorname{th}\dot{\gamma}_2 b + j\frac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2}\frac{\delta_2}{\delta_1}\right],$$

$$\dot{\lambda}_{13} = \frac{\dot{\gamma}_1\delta_1}{\dot{\gamma}_2\delta_2}\frac{\operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b + \dot{\lambda}_7 \operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b} - \dot{\lambda}_{10}\operatorname{th}\dot{\gamma}_2 b,$$

$$\dot{\lambda}_{14} = \frac{\dot{\gamma}_1\delta_1}{\dot{\gamma}_2\delta_2}\frac{\dot{\lambda}_8 \operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b} - \dot{\lambda}_{11}\operatorname{th}\dot{\gamma}_2 b,$$

$$\dot{\lambda}_{15} = \frac{\dot{\gamma}_1\delta_1}{\dot{\gamma}_2\delta_2}\frac{\dot{\lambda}_9 \operatorname{ch}\dot{\gamma}_1 b}{\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b} - \dot{\lambda}_{12}\operatorname{th}\dot{\gamma}_2 b,$$

$$\dot{\lambda}_{16} = -\frac{\dot{\gamma}_2}{\alpha}\frac{\operatorname{sh}\alpha c}{\operatorname{ch}\alpha(c-l)}[\dot{\lambda}_{10}\operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{13}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 l],$$

$$\dot{\lambda}_{17} = -\frac{\dot{\gamma}_2}{\alpha}\frac{\operatorname{sh}\alpha c}{\operatorname{ch}\alpha(c-l)}[\dot{\lambda}_{11}\operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{14}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 l],$$

$$\dot{\lambda}_{18} = -\frac{\dot{\gamma}_2}{\alpha}\frac{\operatorname{sh}\alpha c}{\operatorname{ch}\alpha(c-l)}[\dot{\lambda}_{12}\operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{15}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 l].$$

În a doua ipoteză de calcul, menționată la punctul $(1, f)$, se integrează ecuațiile satisfăcute de densitatea curentului electric în sectorul de cerc de deschidere θ (fig. 3 și 4) a fundului paharului, iar constantele de integrare $\dot{M}_i$ și $\dot{N}_i$, $(i = 1, 2, 3, 4)$ se determină din condițiile la limită și de racordare menționate mai sus, pentru suprafețele $y = -l$, $y = -b$ și $y = b$ și din condițiile la limită și de racordare care se vor indica mai departe, pentru suprafața $y = l$ și pentru centrul sectorului de cerc.

Ecuațiile satisfăcute de densitatea curentului electric sînt cele care au condus la relația (6) și în consecință componentele J_r și J_φ ale densității de curent au expresiile (12) de mai sus în care argumentnl $p\varphi$ al mărimilor trigonometrice trebuie înlocuit prin $(\omega t - p\varphi + \psi_{r,\varphi})$ pentru a obține expresii raportate la referențialul fix față de rotor.

Alegînd o formă convenabilă pentru constantele de integrare, expresiile (12) se scriu în complex în modul următor:

$$\left.\begin{aligned} \dot{J}_{\varphi 4} &= \frac{\alpha \delta_2}{\varkappa \mu_0 \Delta} \dot{M}_4 r^{p-1}, \\ \dot{J}_{r4} &= j \frac{\alpha \delta_2}{\varkappa \mu_0 \Delta} \dot{M}_4 r^{p-1}. \end{aligned}\right\} \tag{12 a}$$

Condițiile de racordare dintre componentele densității curentului electric din zonele III și IV (zona IV este constituită, în ipoteza a doua de calcul, din sectorul de cerc de deschidere θ al fundului paharului, în locul adaosului de bandă, de lățime c', considerat în prima ipoteză) se stabilesc astfel: din legea conservării sarcinii electrice, scrisă pe suprafața $y = l$

$$\operatorname{divs} \dot{J} = 0,$$

rezultă următoarea condiție de racordare:

$$\dot{J}_{y3}(l) = -\dot{J}_{r4}\left(\frac{D}{2}\right), \tag{13 a}$$

în care $\dot{J}_{r4}$ are semnul schimbat din cauză că este contat pozitiv în sensul negativ al axei Oy, iar din relația rots $\dot{E} = 0$ pe suprafața $y = l$, asociată cu legea lui Ohm $\dot{E} = \rho \dot{J}$, rezultă a doua condiție de racordare

$$\rho \dot{J}_{x3}(l) = \rho' \dot{J}_{\varphi 4}\left(\frac{D}{2}\right), \tag{14 a}$$

în care $\rho' = \rho \dfrac{\Delta}{\Delta_f}$ este rezistivitatea fundului paharului (care are grosimea medie Δ_f), calculată astfel cum s-a arătat mai sus, la stabilirea formulei (15).

Menționăm că în punctele $r = \dfrac{D}{2}$ produsul $p\varphi$ care intervine în argumentul mărimilor trigonometrice din expresiile componentelor J_{r4} și $J_{\varphi 4}$ devine egal cu αx și că în consecință racordările dintre componentele $\dot{J}_{x3}$, $\dot{J}_{\varphi 4}$ și $\dot{J}_{y3}$, $\dot{J}_{r4}$ sînt posibile. În adevăr, pentru $r = \dfrac{D}{2}$ obținem

$$x = \frac{D}{2}\varphi, \quad \text{deci } \varphi = \frac{2}{D}x = \frac{\pi}{p\tau}x \quad \text{și deci } p\varphi = \frac{\pi}{\tau}x = \alpha x$$

astfel că $J_{r4}\left(\dfrac{D}{2}\right)$ și $J_{\varphi 4}\left(\dfrac{D}{2}\right)$ sînt funcții armonice de $(\omega t - \alpha x)$ ca și J_{x3} și J_{y3}.

Celelalte relații de racordare sînt aceleași ca în prima ipoteză de calcul, astfel cum s-a indicat mai sus.

Efectuîndu-se calculele, se constată că expresiile constantelor de integrare $\dot{M}_i$ și $\dot{N}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) sînt aceleași ca în prima ipoteză, cu deosebirea că mărimile $\dot{\lambda}_{16}$, $\dot{\lambda}_{17}$, $\dot{\lambda}_{18}$, $\dot{P}_{11}$ și $\dot{P}_{12}$ trebuie înlocuite respectiv prin mărimile

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\lambda}'_{16} &= -\frac{\dot{\gamma}_2}{\alpha}\left(\frac{D}{2}\right)^{1-p}(\dot{\lambda}_{10}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{13}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l),\\
\dot{\lambda}'_{17} &= -\frac{\dot{\gamma}_2}{\alpha}\left(\frac{D}{2}\right)^{1-p}(\dot{\lambda}_{11}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{14}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l)\\
\dot{\lambda}'_{18} &= -\frac{\dot{\gamma}_2}{\alpha}\left(\frac{D}{2}\right)^{1-p}(\dot{\lambda}_{12}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{15}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l),
\end{aligned}\right\} \qquad (15\,a)$$

$$\left.\begin{aligned}
\dot{P}'_{11} &= \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^{p-1}\dot{\lambda}'_{17} - \dot{\lambda}_{11}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}_{14}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l}{\dot{\lambda}_{10}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{13}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}'_{16}\left(\frac{D}{2}\right)^{p-1}},\\
\dot{P}'_{12} &= \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^{p-1}\dot{\lambda}'_{18} - \dot{\lambda}_{12}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}_{15}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l + j\frac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2}}{\dot{\lambda}_{10}\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_2 l + \dot{\lambda}_{13}\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}_2 l - \dot{\lambda}'_{16}\left(\frac{D}{2}\right)^{p-1}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (16\,a)$$

4. CALCULUL CUPLULUI MOTORULUI

Cuplul motorului este egal cu diferența dintre cuplul „direct" și cel „invers" astfel cum s-a arătat mai sus :

$$C = C_d - C_{inv}.$$

Cele două componente aditive ale cuplului se calculează cu formulele

$$\left.\begin{aligned}
C_d &= \frac{D}{2}\int_{x=0}^{2p\tau}\Delta\,dx\int_{y=-l}^{c}\mathcal{R}e\left\{\frac{\dot{J}_y\dot{B}^*}{2}\right\}dy,\\
C_{inv} &= \frac{D}{2}\int_{x=0}^{2p\tau}\Delta\,dx\int_{y=-l}^{c}\mathcal{R}e\left\{\frac{\dot{J}_{y\,inv}\dot{B}^*_{inv}}{2}\right\}dy,
\end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

în care $\dot{B}^* = \dot{B}^*_\delta + \dot{B}^*_r$ reprezintă conjugata complexă a inducției magnetice „directe", iar $\dot{B}^*_{inv} = \dot{B}^*_{\delta\,inv} + \dot{B}^*_{r\,inv}$ a celei „inverse", $\dot{J}_y$ fiind indus de $\dot{B}$ iar $\dot{J}_{y\,inv}$ de $\dot{B}_{inv}$.

Calculăm cuplul direct C_d.

Deoarece produsele ($\dot{J}_{vi}$, $\dot{B}^{*}_{ri}$) au numai parte imaginară, astfel cum rezultă din expresia (27 d) care arată că $\dot{J}_{vi}$ și $\dot{B}_{ri}$ sînt în cuadratură, expresia cuplului se mai scrie sub forma următoare:

$$C_d = \frac{p^2\tau^2\Delta}{\pi}\mathcal{R}e\left\{\int_{-l}^{-b}\dot{J}_{v2}\,\dot{B}^{*}_{\delta 2}\,dy + \int_{-b}^{b}\dot{J}_{v1}\,\dot{B}^{*}_{\delta 1}\,dy + \int_{b}^{l}\dot{J}_{v3}\,\dot{B}^{*}_{\delta 2}\,dy\right\}. \quad (38)$$

După efectuarea calculelor se obține pentru cuplul direct următoarea expresie:

$$C_d = \frac{p^2\tau}{\varkappa\mu_0}\left[B^2_{\delta m1}\,\mathcal{R}e\{\dot{T}_{11}\} + B_{\delta m1}B_{\delta m2}\,\mathcal{R}e\{\dot{T}_{12}\} + B^2_{\delta m2}\,\mathcal{R}e\{\dot{T}_{22}\}\right], \quad (39)$$

în care s-au făcut următoarele notații:

$$\dot{T}_{11} = 2\delta_1\left[j\frac{\dot{P}_{11}\operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b}{\dot{\gamma}_1} + \frac{\beta_1^2}{\dot{\gamma}_1^2}b\right],$$

$$\dot{T}_{12} = j\frac{\delta_2}{\dot{\gamma}_2}\left[(\dot{P}_{21}+\dot{P}_{31})(\operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 l - \operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 b) + (\dot{Q}_{31}-\dot{Q}_{21})(\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 l - \operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b)\right] +$$

$$+ j\frac{2\delta_1}{\dot{\gamma}_1}\dot{P}_{12}\operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b,$$

$$\dot{T}_{22} = j\frac{\delta_2}{\dot{\gamma}_2}\left[(\dot{P}_{22}+\dot{P}_{32})(\operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 l - \operatorname{sh}\dot{\gamma}_2 b) + (\dot{Q}_{32}-\dot{Q}_{22})(\operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 l - \operatorname{ch}\dot{\gamma}_2 b)\right] +$$

$$+ \frac{\beta_2^2}{\dot{\gamma}_2^2}2\delta_2(l-b).$$

Expresia (39) a cuplului se poate simplifica dacă se neglijează $B_{\delta m2}$ în raport cu $B_{\delta m1}$. În acest caz se obține

$$C_d \simeq \frac{2p^2\tau\delta_1}{\varkappa\mu_0}\left[\frac{k_1}{1+k_1^2}b + \mathcal{R}e\left\{j\frac{\dot{P}_{11}\operatorname{sh}\dot{\gamma}_1 b}{\dot{\gamma}_1}\right\}\right]B^2_{\delta m1}, \quad (40)$$

în care s-a făcut notația următoare:

$$k_1 = \frac{\varkappa\mu_0\tau^2\omega\Delta}{\pi^2\rho\delta_1} \quad (41)$$

și s-a ținut seamă de egalitatea $\dfrac{\beta_1^2}{\dot{\gamma}_1^2} = \dfrac{k_1}{1+jk_1}$.

După efectuarea calculelor se obține din (40) următoarea expresie a cuplului direct al motorului, aceeași în ambele ipoteze de calcul menționate la punctul (1 *f*), și după ce în prima ipoteză s-a ținut seamă și de relația (21)

$$C_d \simeq \frac{2p^2\tau\delta_1}{\varkappa\mu_0}\frac{k_1}{1+k_1^2}B^2_{\delta m1}\cdot L \quad (42)$$

în care factorul L are următoarea expresie

$$L = \frac{b(T^2 + U^2) - T(R + k_1 S) - U(S - k_1 R)}{T^2 + U^2}, \tag{43}$$

unde s-au folosit următoarele notații succesive:

$$\sigma_i = \alpha \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + k_i^2}}, \quad \nu_i = \alpha \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + k_i^2}},$$

$$k_i = \frac{\varkappa \mu_0 \tau^2 \omega \Delta}{\pi^2 \rho \delta_i},$$

introduse prin identitățile: $\dot{\gamma}_i = \alpha \sqrt{1 + j k_i} \equiv \sigma_i + j \nu_i$, $(i = 1, 2)$,

$$t_1 = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\sigma_1 b - \cos 2\nu_1 b}{\operatorname{ch} 2\sigma_1 b + \cos 2\nu_1 b}}, \quad t_2 = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2\sigma_2 (l-b) - \cos 2\nu_2 (l-b)}{\operatorname{ch} 2\sigma_2 (l-b) + \cos 2\nu_2 (l-b)}},$$

$$\vartheta_1 = \operatorname{arctg} \frac{\sin 2\nu_1 b}{\operatorname{sh} 2\sigma_1 b}, \quad \vartheta_2 = \operatorname{arctg} \frac{\sin 2\nu_2 (l-b)}{\operatorname{sh} 2\sigma_2 (l-b)}, \quad \vartheta_{12} = \vartheta_1 + \vartheta_2,$$

mărimile t_1, t_2, ϑ_1 și ϑ_2 fiind introduse prin identitățile

$$\operatorname{th} \dot{\gamma}_1 b \equiv t_1 e^{j\vartheta_1}, \quad \operatorname{th} \dot{\gamma}_2 (l-b) \equiv t_2 e^{j\vartheta_2},$$

$$R_0 = t_1 (\sigma_2 \cos \vartheta_1 - \nu_2 \sin \vartheta_1),$$

$$S_0 = t_1 (\nu_2 \cos \vartheta_1 + \sigma_2 \sin \vartheta_1),$$

$$T_0 = \sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \nu_2 + \alpha^2 t_1 t_2 [\cos \vartheta_{12} - k_1 \sin \vartheta_{12}],$$

$$U_0 = \sigma_1 \nu_2 + \sigma_2 \nu_1 + \alpha^2 t_1 t_2 [k_1 \cos \vartheta_{12} + \sin \vartheta_{12}],$$

$$R_1 = t_1 t_2 \cos \vartheta_{12} \left[2\alpha^2 t_1 (\cos \vartheta_1 - k_2 \sin \vartheta_1) + (\sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \nu_2) \left(t_2 + \frac{1}{t_2} \right) \cos \vartheta_2 - \right.$$

$$\left. - (\sigma_1 \nu_2 + \sigma_2 \nu_1) \left(t_2 - \frac{1}{t_2} \right) \sin \vartheta_2 \right] - t_1 t_2 \sin \vartheta_{12} \left[2\alpha^2 t_1 (k_2 \cos \vartheta_1 + \sin \vartheta_1) + \right.$$

$$\left. + (\sigma_1 \nu_2 + \sigma_2 \nu_1) \left(t_2 + \frac{1}{t_2} \right) \cos \vartheta_2 + (\sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \nu_2) \left(t_2 - \frac{1}{t_2} \right) \sin \vartheta_2 \right],$$

$$S_1 = t_1 t_2 \sin \vartheta_{12} \left[2\alpha^2 t_1 (\cos \vartheta_1 - k_2 \sin \vartheta_1) + (\sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \nu_2) \left(t_2 + \frac{1}{t_2} \right) \cos \vartheta_2 - \right.$$

$$\left. - (\sigma_1 \nu_2 + \sigma_2 \nu_1) \left(t_2 - \frac{1}{t_2} \right) \sin \vartheta_2 \right] + t_1 t_2 \cos \vartheta_{12} \left[2\alpha^2 t_1 (k_2 \cos \vartheta_1 + \sin \vartheta_1) + \right.$$

$$\left. + (\sigma_1 \nu_2 + \sigma_2 \nu_1) \left(t_2 + \frac{1}{t_2} \right) \cos \vartheta_2 + (\sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \nu_2) \left(t_2 - \frac{1}{t_2} \right) \sin \vartheta_2 \right],$$

$$T_1' = 2\alpha^2 t_1 t_2 [2 \cos \vartheta_{12} - (k_1 + k_2) \sin \vartheta_{12}] +$$

$$+ (\sigma_1 \sigma_2 - \nu_1 \nu_2) [(1 + t_1^2 \cos 2\vartheta_1)(1 + t_2^2 \cos 2\vartheta_2) - t_1^2 t_2^2 \sin 2\vartheta_1 \cdot \sin 2\vartheta_2] -$$

$$-(\sigma_1\nu_2+\sigma_2\nu_1)\,[t_1^2\sin 2\vartheta_1(1+t_2^2\cos 2\vartheta_2)+t_2^2\sin 2\vartheta_2(1+t_1^2\cos 2\vartheta_1)],$$

$$U_1'=2\alpha^2 t_1 t_2\,[(k_1+k_2)\cos\vartheta_{12}+2\sin\vartheta_{12}]+$$

$$+(\sigma_1\sigma_2-\nu_1\nu_2)\,[t_1^2\sin 2\vartheta_1(1+t_2^2\cos 2\vartheta_2)+t_2^2\sin 2\vartheta_2(1+t_1^2\cos 2\vartheta_1)]+$$

$$+(\sigma_1\nu_2+\sigma_2\nu_1)\,[(1+t_1^2\cos 2\vartheta_1)(1+t_2^2\cos 2\vartheta_2)-t_1^2t_2^2\sin 2\vartheta_1\cdot\sin 2\vartheta_2],$$

$$T_1=\sigma_1 T_1'-\nu_1 U_1',$$

$$U_1=\sigma_1 U_1'+\nu_1 T_1',$$

$$R=\frac{\Delta_f}{2\alpha\Delta}(\sigma_2 R_1-\nu_2 S_1)+R_0\,[t_1(\sigma_2\cos\vartheta_1-\nu_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\sigma_1\cos\vartheta_2-\nu_1\sin\vartheta_2)]-S_0\,[t_1(\nu_2\cos\vartheta_1+\sigma_2\sin\vartheta_1)+t_2(\nu_1\cos\vartheta_2+\sigma_1\sin\vartheta_2)],$$

$$S=\frac{\Delta_f}{2\alpha\Delta}(\nu_2 R_1+\sigma_2 S_1)+R_0\,[t_1(\nu_2\cos\vartheta_1+\sigma_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\nu_1\cos\vartheta_2+\sigma_1\sin\vartheta_2)]+S_0\,[t_1(\sigma_2\cos\vartheta_1-\nu_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\sigma_1\cos\vartheta_2-\nu_1\sin\vartheta_2)],$$

$$T=\frac{\Delta_f}{2\alpha\Delta}(\sigma_2 T_1-\nu_2 U_1)+T_0\,[t_1(\sigma_2\cos\vartheta_1-\nu_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\sigma_1\cos\vartheta_2-\nu_1\sin\vartheta_2)]-U_0\,[t_1(\nu_2\cos\vartheta_1+\sigma_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\nu_1\cos\vartheta_2+\sigma_1\sin\vartheta_2)],$$

$$U=\frac{\Delta_f}{2\alpha\Delta}(\nu_2 T_1+\sigma_2 U_1)+T_0\,[t_1(\nu_2\cos\vartheta_1+\sigma_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\nu_1\cos\vartheta_2+\sigma_1\sin\vartheta_2)]+U_0\,[t_1(\sigma_2\cos\vartheta_1-\nu_2\sin\vartheta_1)+$$

$$+t_2(\sigma_1\cos\vartheta_2-\nu_1\sin\vartheta_2)].$$

Expresia cuplului se mai poate scrie și în funcție de încărcarea liniară statorică A (densitatea de linie a curentului electric din stator) în funcție de care se stabilește expresia inducției magnetice inductoare $B_{\delta 1}$ din prima zonă (cu întrefierul de lărgime δ_1) a mașinii, inducția magnetică din a doua și a treia zonă urmînd să se calculeze cu ajutorul formulei (5).

Încărcările liniare statorice A_{I} și A_{II} ale celor două înfășurări determină, prin compunerea lor, o undă învîrtitoare directă și una inversă care se calculează din A_{I} și A_{II} cu formule analoge formulelor (26 a), expresiile mărimilor A_{I} și A_{II} fiind de forma celor din (26). Expresia în complex a undei învîrtitoare directe o scriem în felul următor în referențialul imobil în raport cu rotorul:

$$\dot{A}=j A_m e^{j(\omega t-\alpha x+\zeta)}.$$

Între mărimile $\dot{B}_{\delta 1}$ și $\dot{A}$ se obține următoarea relație prin aplicarea legii circuitului magnetic, asociată cu relația $\dot{B}_{\delta 1}=\mu_0\dot{H}_{\delta 1}$, conturului Γ' din figura 1 *a*

$$j\alpha\dot{B}_{\delta 1}=\frac{\varkappa\mu_0}{\delta_1}\dot{A},$$

din care rezultă

$$B_{\delta m1} = \frac{\varkappa \mu_0}{\alpha \delta_1} A_m = \frac{\varkappa \mu_0 \tau}{\pi \delta_1} A_m. \tag{44}$$

Pentru inducția magnetică inversă se obține în același mod, expresia următoare:

$$B_{\delta m1 inv} = \frac{\varkappa \mu_0}{\alpha \delta_1} A_{m inv} = \frac{\varkappa \mu_0' \tau}{\pi \delta_1} A_{m inv}. \tag{44 a}$$

Dacă se introduce (44) în (42) se obține următoarea formulă a cuplului direct în funcție de încărcarea liniară statorică

$$C_d = \frac{2 \varkappa \mu_0 p^2 \tau^3}{\pi^2 \delta_1} \frac{k_1}{1 + k_1^2} A_m^2 L. \tag{45}$$

Expresia cuplului invers C_{inv} se determină din expresiile (42) și (45) ale cuplului direct C_d, înlocuind, în ultimele expresii, pulsația $\omega = 2\pi s f$ prin pulsația $\omega_{inv} = 2\pi (2-s) f$. Dacă se notează prin $k_{1\,inv}$ respectiv L_{inv} mărimile obținute din k_1, respectiv L prin substituția $\omega \to \omega_{inv}$, rezultă expresiile de mai jos ale cuplului motorului:

$$C = \frac{2 p^2 \tau \delta_1}{\varkappa \mu_0} \left[\frac{k_1}{1 + k_1^2} B_{\delta m1}^2 L - \frac{k_{1 inv}}{1 + k_{1 inv}^2} B_{\delta m1 inv}^2 L_{inv} \right], \tag{46}$$

$$C = \frac{2 \varkappa \mu_0 p^2 \tau^3}{\pi^2 \delta_1} \left[\frac{k_1}{1 + k_1^2} A_m^2 L - \frac{k_{1 inv}}{1 + k_{1 inv}^2} A_{m inv}^2 L_{inv} \right]. \tag{47}$$

5. EXPRESIA CUPLULUI ÎN CAZURILE LIMITĂ ALE CONSIDERĂRII FUNDULUI PAHARULUI DREPT PERFECT IZOLANT SAU PERFECT CONDUCTOR

Cele două cazuri limită se obțin dînd valori corespunzătoare rezistivității $\rho' = \rho \frac{\Delta}{\Delta_f}$ a fundului paharului rotoric.

Dacă fundul paharului se consideră izolator perfect se consideră că $\rho' \to \infty$ deci și $\frac{\Delta}{\Delta_f} \to \infty$ și se calculează limita spre care tind mărimile R, S, T și U cînd $\frac{\Delta}{\Delta_f} \to \infty$. Se obține pentru cuplu următoarea expresie:

$$C_0 = \frac{2 p^2 \tau \delta_1}{\varkappa \mu_0} \left[\frac{k_1}{1 + k_1^2} B_{\delta m1}^2 L_0 - \frac{k_{1 inv}}{1 + k_{1 inv}^2} B_{\delta m1 inv}^2 L_{0 inv} \right], \tag{48}$$

în care

$$L_0 = \frac{b (T_0^2 + U_0^2) - T_0 (R_0 + k_1 S_0) - U_0 (S_0 - k_1 R_0)}{T_0^2 + U_0^2},$$

iar $L_{0 inv}$ se obține din L_0 prin substituția $\omega \to \omega_{inv}$.

În cazul cînd se consideră, mai departe, că în zona capetelor de bobină întrefierul este infinit, iar cîmpul învîrtitor invers nul, se obține pentru cuplu — trecînd la limită în expresia (48) pentru $\delta_2 \to \infty$ și ținînd seamă de (44) — expresia pe care au obținut-o A. Fransua [2] și A. Moraru [1] în teoria stabilită de ei pentru motorul asincron cu rotorul în formă de pahar.

Dacă fundul paharului se consideră perfect conductor, atunci $\rho' \to 0$ și deci $\frac{\Delta}{\Delta_f} \to 0$. Trecîndu-se la limită în expresiile R, S, T și U, se obține pentru cuplu următoarea formulă :

$$C_1 = \frac{2p^2 \tau \delta_1}{\varkappa \mu_0} \left[\frac{k_1}{1 + k_1^2} B_{\delta m1}^2 L_1 - \frac{k_{1\,inv}}{1 + k_{1\,inv}^2} B_{\delta m1\,inv}^2 L_{1\,inv} \right], \qquad (49)$$

în care

$$L_1 = \frac{b(T_1^2 + U_1^2) - T_1(R_1 + k_1 S_1) - U_1(S_1 - k_1 R_1)}{T_1^2 + U_1^2},$$

iar $L_{1\,inv}$ se obține din L_1 prin substituția $\omega \to \omega_{inv}$.

Menționăm că expresiile (48) și (49) au fost stabilite de autori și direct, prin rezolvarea problemelor la limită adecvate.

Se constată că expresiile (48) și (49) se obțin din (46) prin înlocuirea mărimilor R, S, T și U din L prin R_0, S_0, T_0 și U_0 din L_0, respectiv prin R_1, S_1, T_1 și U_1 din L_1.

SUR LE CALCUL DU COUPLE DU MOTEUR ASYNCHRONE À ROTOR EN FORME DE CYLINDRE CREUX

RÉSUMÉ

Les auteurs établissent, pour le couple de ce moteur, une relation tenant compte de l'influence du fond du cylindre creux du rotor sur la répartition et la valeur de la densité du courant induit dans ce cylindre, dans l'hypothèse où il existerait, dans l'entrefer, un champ magnétique tournant d'excitation, du type elliptique.

Dans ce calcul, on a considéré que, dans la zone des têtes de bobines, le champ magnétique résultant, tout en n'étant pas nul, est négligeable dans la zone occupée par le fond du cylindre.

En particularisant, on obtient l'expression du couple dans le cas où le fond du cylindre creux est, ou bien parfaitement conducteur, ou bien parfaitement isolant, — et l'on retrouve, dans ce dernier cas particulier, des relations qui ont été déterminées en suivant d'autres voies, par A. Moraru et Al. Fransua.

BIBLIOGRAFIE

1. A. MORARU, *Rezistența rotorului în formă de pahar.* Electrotehnica, **5**, *5*, 153, (1957).
2. AL. FRANSUA, *Considerații asupra funcționării motorului asincron bifazat cu rotor în formă de pahar.* Electrotehnica, **7**, *5*, 168 (1959).
3. A. ŢUGULEA, *Calculul prin încadrare al permeanței în cîmpuri cu simetrie.* Autoreferat asupra lucrării de disertație întocmită pentru obținerea titlului de candidat în științele tehnice. Lit. și tip. învăț., 1958.
4. L. V. BEWLEY, *Two-dimensional fields in electrical engineering.* New York, 1948.
5. И. И. ЛЕХТМАН, *Нагрузочные характеристики маломощных индукционных двухфазных двигателей.* Автоматика и Телемеханика, 10, *1*, 25 (1949).
6. И. А. ВЕВЮРКО, *К расчету характеристик двухфазной индукционной машины с полым ротором.* Вестн. Электропром. **28**, *6*, 34, (1957).
7. И. А. ВЕВЮРКО, *О расчете асинхронной машины с полым ротором методом симметричных составляющих.* Вестн. Электропром, **29**, *4*, 11 (1958).

MOTORUL ASINCRON DIFAZAT CU LAME ROTORICE NEFEROMAGNETICE ȘI CÎMP MAGNETIC ÎNVÎRTITOR ELIPTIC

DE

R. RĂDULEȚ și A. IFRIM

Motorul asincron difazat cu lame rotorice este constituit dintr-un stator cu înfășurare difazată și un rotor în tobă feromagnetic, prevăzut cu un număr de lame neferomagnetice care ocupă generatoarele rotorului ca în schema din figura 1.

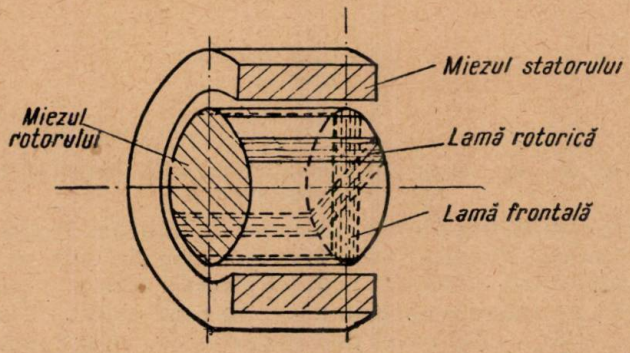


Fig. 1. — Schema de principiu a motorului.

Lamele diametral opuse sînt unite printr-o lamă frontală (de fapt lamele diametral opuse și lama frontală care le unește sînt obținute, prin îndoire, dintr-o bandă metalică).

Diferitele lame frontale sînt în contact electric unele cu altele.

1. IPOTEZE DE CALCUL ȘI SIMPLIFICĂRI

Se fac următoarele ipoteze de calcul și simplificări :

a) se consideră că liniile cîmpului magnetic din întrefier sînt radiale și că inducția magnetică nu depinde de coordonata contată în direcția radială ;

b) se neglijează componenta radială a densității curentului electric din lamele rotorice și se consideră densitatea de curent independentă de coordonata radială ;

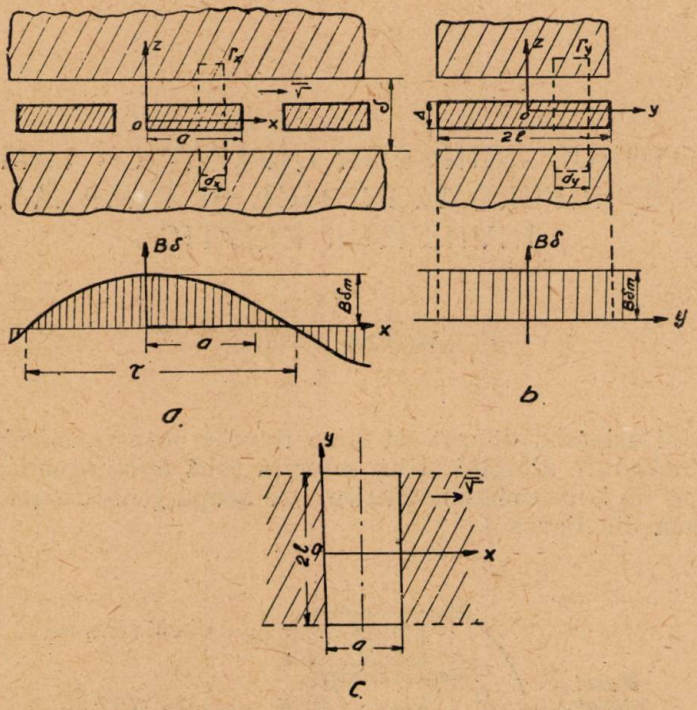


Fig. 2. — *a*) — *b*) repartiția inducției magnetice inductoare în întrefier ; *c*) lamă rotorică.

c) se neglijează impedanța electrică a lamelor frontale în raport cu aceea a lamelor longitudinale, întrucît primele sînt situate în cîmp magnetic relativ slab și sînt în contact electric unele cu altele, ceea ce este echivalent cu mărirea secțiunii lor ; în felul acesta fiecare lamă longitudinală (pe care o vom numi mai departe, pe scurt, lamă) are una din extremități liberă iar cealaltă scurtcircuitată și se poate deci considera independentă de celelalte lame ;

d) se admite că în întrefier cîmpul magnetic inductor este repartizat uniform în direcția transversală pe mișcarea rotorului și constituie o undă învîrtitoare eliptică (înfășurarea rotorului fiind difazată), în sensul mișcării și avînd în raport cu rotorul o viteză corespunzătoare alunecării mașinii ;

e) se consideră infinită permeabilitatea magnetică a miezurilor feromagnetice și egală cu μ_0 — permeabilitatea vidului — aceea a lamelor neferomagnetice;

f) calculul se va efectua în ipoteza că în cîmpul magnetic inductor se află o singură lamă, complet izolată, al cărei contur constituie o linie a densității curentului electric; prin înjumătățirea acesteia se obține apoi și cazul lamelor diametrale unite prin lama frontală cu impedanță nulă. Cuplul mediu fiind același pentru fiecare lamă, se va determina cuplul aferent uneia din ele, iar cuplul rezultant se obține prin multiplicarea acestuia prin numărul de lame;

g) se neglijează curbura suprafețelor cilindrice ale miezurilor, care determină întrefierul, considerîndu-se întrefierul plan (fig. 2).

2. STABILIREA ȘI INTEGRAREA ECUAȚIILOR SATISFĂCUTE DE INDUCȚIA MAGNETICĂ DIN ÎNTREFIER ȘI DE DENSITATEA CURENTULUI ELECTRIC DIN LAMĂ

Considerăm înfășurarea statorică difazată, în care axele de simetrie ale celor două faze formează un unghi oarecare, iar curenții electrici din faze au un defazaj arbitrar. Inducția magnetică inductoare stabilită de fiecare din cele două faze în întrefier, are următoarea formă, într-un referențial fix față de stator

$$B_{\delta I} = B_{\delta m1} \sin(\beta x + \psi_I') \sin(\omega_1 t + \varphi_I'); \; B_{\delta II} = B_{\delta mII} \sin(\beta x + \psi_{II}') \sin(\omega_1 t + \varphi_{II}').$$

în care: $\beta = \frac{\pi}{\tau}$, unde τ este intervalul polar, iar $\omega_1 = 2\pi f$ în care f este frecvența mărimilor din stator.

Cîmpul magnetic inductor rezultant are deci următoarea formă, după cum rezultă din calcule simple:

$$B_\delta = B_{\delta I} + B_{\delta II} = B_{\delta m1} \cos(\beta x - \omega_1 t + \psi_1) + B_{\delta m2} \cos(\beta x + \omega_1 t + \psi_2) \tag{1}$$

unde s-au făcut următoarele notații:

$$B_{\delta m1} = \frac{1}{2}\sqrt{B_{\delta mI}^2 + B_{\delta mII}^2 + 2B_{\delta mI} B_{\delta mII} \cos(\psi_I - \psi_{II})},$$

$$B_{\delta m2} = \frac{1}{2}\sqrt{B_{\delta mI}^2 + B_{\delta mII}^2 + 2B_{\delta mI} B_{\delta mII} \cos(\varphi_I - \varphi_{II})},$$

$$\operatorname{tg}\psi_1 = \frac{B_{\delta mI}\sin\psi_I + B_{\delta mII}\sin\psi_{II}}{B_{\delta mI}\cos\psi_I + B_{\delta mII}\cos\psi_{II}},$$

$$\operatorname{tg}\psi_2 = \frac{-B_{\delta mI}\sin\varphi_I - B_{\delta mII}\sin\varphi_{II}}{-B_{\delta mi}\cos\varphi_I - B_{\delta mII}\cos\varphi_{II}},$$

$$\psi_I = \psi_I' - \varphi_I'; \; \psi_{II} = \psi_{II}' - \varphi_{II}'; \; \varphi_I = \varphi_I' + \psi_I'; \; \varphi_{II} = \varphi_{II}' + \psi_{II}'.$$

Cîmpul magnetic din întrefierul mașinii îl vom considera egal cu suma dintre cîmpul magnetic inductor $\bar{B}_\delta$ și dintre cîmpul magnetic de reacție $\bar{B}_r$, primul avînd rotorul nenul numai în înfășurarea statorului, iar al doilea numai în lamele rotorului:

$$\bar{B} = \bar{B}_\delta + \bar{B}_r. \tag{2}$$

Ecuațiile satisfăcute, în lamele rotorului, de inducția magnetică $\bar{B}$ și de densitatea curentului electric $\bar{J}$ din lame sînt următoarele:

$$\operatorname{rot} \bar{B}_r = \frac{\varkappa \mu_0 \Delta}{\delta} \bar{J} \tag{3}$$

$$\operatorname{rot} \bar{J} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \bar{B}_r}{\partial t} + \frac{\partial \bar{B}_\delta}{\partial t}\right), \tag{4}$$

unde: Δ este grosimea lamei, δ lărgimea întrefierului, ρ rezistivitatea lamei, μ_0 permeabilitatea magnetică a vidului considerată egală cu a lamei neferomagnetice, $\varkappa$ coeficientul de raționalizare egal cu unitatea în sistemele de unități de măsură raționalizate și cu 4π în cele neraționalizate.

Ecuația (3) rezultă din legea circuitului magnetic aplicată contururilor Γ_z și Γ_y din figurile 2*a* și 2*b*, și asociată cu expresia $\bar{B} = \mu_0 \bar{H}$, în care $\bar{H}$ este intensitatea cîmpului magnetic din lamă, iar ecuația (4) rezultă din legea inducției electromagnetice asociată cu legea lui Ohm: $\bar{E} = \rho \bar{J}$ în care $\bar{E}$ este intensitatea cîmpului electric.

Prin eliminarea mărimii $\bar{J}$ între ecuațiile (3) și (4) rezultă ecuația satisfăcută de inducția magnetică de reacție $\bar{B}_r$. În adevăr, din (3) rezultă ecuația următoare:

$$\text{rot. rot } \bar{B}_r = -\nabla^2 \bar{B}_r = \varkappa \mu_0 \frac{\Delta}{\delta} \operatorname{rot} \bar{J} = -\frac{\varkappa \mu_0 \Delta}{\rho \delta}\left(\frac{\partial \bar{B}_r}{\partial t} + \frac{\partial \bar{B}_\delta}{\partial t}\right),$$

în care s-a ținut seamă de legea fluxului magnetic: $\operatorname{div} \bar{B}_r = 0$ și de ecuația (4).

Rezultă deci următoarea ecuație satisfăcută de $\bar{B}_r$:

$$\nabla^2 \bar{B}_r - \frac{k_1^2}{\omega} \frac{\partial \bar{B}_r}{\partial t} = \frac{k_1^2}{\omega} \frac{\partial \bar{B}_\delta}{\partial t}, \tag{5}$$

în care s-a făcut notația următoare:

$$k_1^2 = \frac{\varkappa \mu_0 \omega \Delta}{\rho \delta}. \tag{6}$$

Considerăm referențialul *Oxyz* indicat în figura 2, fix în raport cu lamele rotorului, avînd axa *Ox* în sensul mișcării rotorului, iar axa *Oz* în sensul pozitiv al liniilor cîmpului magnetic din întrefier. În acest referențial, expresia (1) a inducției magnetice inductoare are următoarea formă:

$$B_\delta = B_{\delta m1} \cos(\beta x - \omega t + \psi_1)\, B_{\delta m2} \cos(\beta x + \omega' t + \psi_2), \tag{7}$$

în care $\omega = 2\pi s f$, $\omega' = 2\pi (2 - s) f$ dacă s este alunecarea mașinii.

Primul termen din membrul drept al ecuației (7) constituie cîmpul magnetic învîrtitor direct, iar al doilea termen cîmpul magnetic învîrtitor invers, exprimate în referențialul $Oxyz$. Întrucît s-a presupus că permeabilitatea magnetică a fierului este infinită — și prin aceasta că circuitul magnetic este liniar, — se poate aplica superpoziția și deci se poate considera că densitatea curentului electric din lame este egal cu suma dintre densitatea de curent $\bar{J}_1$ corespunzătoare cîmpului magnetic învîrtitor direct, și densitatea de curent $\bar{J}_2$ care corespunde cîmpului magnetic invers. Aceeași presupunere se poate face și pentru cîmpul magnetic de reacție.

Vom integra deci ecuația (5) pentru mărimile *directe* $\bar{B}_{r1}$ și $\bar{J}_1$, rezultatele le vom transpune direct mărimilor *inverse* $\bar{B}_{r2}$ și $\bar{J}_2$, iar cîmpul magnetic de reacție $\bar{B}_r$ îl obținem prin însumarea mărimilor $\bar{B}_{r1}$ și $\bar{B}_{r2}$.

Dacă se ține seamă că inducția magnetică are componentă numai după axa Oz și nu depinde de z, expresia (5) se poate scrie astfel

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_r}{\partial y^2} - \frac{k_1^2}{\omega}\frac{\partial B_r}{\partial t} = \frac{k_1^2}{\omega}\frac{\partial B_\delta}{\partial t}. \tag{8}$$

Din egalitatea de mai jos, referitoare la cîmpul magnetic inductor direct:

$$B_{\delta 1} = B_{\delta m1}\cos(\beta x - \omega t + \psi_1) = \mathcal{R}e\{B_{\delta m1}\, e^{j(\beta x+\psi_1)}\, e^{-j\omega t}\} \equiv \mathcal{R}e\{\dot{B}_{\delta 1}\, e^{-j\omega t}\} \tag{9}$$

în care s-a notat $\dot{B}_{\delta 1} = B_{\delta m1}\, e^{j(\beta x+\psi_1)}$,

rezultă că ecuația (8) are următoarea formă scrisă în complex pentru cîmpul magnetic direct:

$$\frac{\partial^2 \dot{B}_{r1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{B}_{r1}}{\partial y^2} + j k_1^2 \dot{B}_{r1} = -j k_1^2 \dot{B}_{\delta 1}.$$

Dacă se face notația $\dot{\eta}^2 \equiv -j k_1^2$, care se mai poate scrie și sub forma

$$\dot{\eta} = (1-j)\,\alpha \quad \text{în care} \quad \alpha \equiv \frac{k_1}{\sqrt{2}}, \tag{10}$$

ultima ecuație ia forma următoare:

$$\frac{\partial^2 \dot{B}_{r1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{B}_{r1}}{\partial y^2} - \dot{\eta}^2 \dot{B}_{r1} = \dot{\eta}^2 B_{\delta m1}\, e^{j(\beta x+\psi_1)}. \tag{11}$$

O soluție particulară a ecuației (11), corespunzătoare membrului drept, are următoarea formă:

$$\dot{B}_{r1p} = \dot{D}_1\, e^{j(\beta x+\psi_1)} + \dot{D}_1'\, e^{-j(\beta x+\psi_1)}.$$

Introducînd ultima expresie în ecuația (11) se obține prin identificare

$$\dot{D}_1 = \frac{-\dot{\eta}^2}{\dot{\eta}^2+\beta^2} B_{\delta m1} = \frac{-k_1^2}{k_1^2 + j\,\beta^2} B_{\delta m1} \quad \text{și} \quad \dot{D}_1' \equiv 0.$$

Dacă se face notația

$$\dot{D}_2 = -\frac{k_1^2}{k_1^2 + j\beta^2} e^{j\psi_1}, \tag{12}$$

rezultă că o soluție particulară a ecuației (11) este următoarea :

$$\dot{B}_{r1p} = \dot{D}_2 \, e^{j\beta x} B_{\delta m1} . \tag{13}$$

Soluția ecuației omogene obținută din ecuația (5) în care se consideră membrul drept nul, are următoarea formă :

$$\dot{B}_{r10} = (\dot{M}_1 \cos \lambda x + \dot{N}_1 \sin \lambda x)(\dot{P}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma} y + Q_1 \operatorname{sh} \dot{\gamma} y), \tag{14}$$

unde λ este o mărime constantă care se determină prin condițiile la limită, iar $\dot{\gamma}^2 = \lambda^2 + \dot{\eta}^2 = \lambda^2 - j k_1^2$ și deci

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\gamma} = \sigma - j\nu \\ \text{în care s-a notat} \quad &\sigma = \lambda \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{k_1^2}{\lambda^2}\right)^2}}, \\ &\nu = \lambda \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{k_1^2}{\lambda^2}\right)^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Condițiile la limită rezultă din ipoteza de calcul menționată mai sus la punctul *f*), prin care se consideră conturul lamei longitudinale drept linie a densității curentului electric și ele se scriu deci în felul următor pentru una din lame :

$$\dot{J}_{x1}(0, y) = 0, \tag{16 a}$$

$$\dot{J}_{x1}(a, y) = 0, \tag{16 b}$$

$$\dot{J}_{y1}(x, \pm l) = 0, \tag{16 c}$$

Vom determina expresia densității curentului electric în acea lamă a rotorului în care s-a contat originea sistemului de coordonate.

Mărimea $\dot{B}_{r1}$ trebuie să fie o funcție pară de y, din motive de simetrie, astfel că trebuie considerat $\dot{Q}_1 = 0$. Rezultă deci din (13) și (14) următoarea expresie a mărimii $\dot{B}_{r1}$:

$$\dot{B}_{r1} = (\dot{M}_2 \cos \lambda x + \dot{N}_2 \sin \lambda x) \operatorname{ch} \dot{\gamma} y + \dot{D}_2 \, e^{j\beta x} \cdot B_{\delta m1} , \tag{17}$$

în care :

$$\dot{M}_2 = \dot{P}_1 \dot{M}_1 \quad \text{și} \quad \dot{N}_2 = \dot{P}_1 \dot{N}_1 .$$

Expresiile componentelor densității curentului electric din lamă rezultă din ecuația (3) și ele au forma de mai jos

$$\dot{J}_{x1} = \frac{\delta}{\varkappa \mu_0 \Delta} \frac{\partial \dot{B}_{r1}}{\partial y}, \tag{18 a}$$

$$\dot{J}_{y1} = -\frac{\delta}{\varkappa \mu_0 \Delta} \frac{\partial \dot{B}_{r1}}{\partial x} . \tag{18 b}$$

Dacă se fac următoarele notații:

$$\dot{M}=\frac{\delta}{\varkappa\mu_0\Delta}\dot{M}_2,\quad \dot{N}'=\frac{\delta}{\varkappa\mu_0\Delta}\dot{N}_2 \text{ și } \dot{D}=\frac{\delta}{\varkappa\mu_0\Delta}\dot{D}_2, \tag{19}$$

rezultă următoarele expresii ale componentelor densității curentului electric:

$$\dot{J}_{x1}=\dot{\gamma}\,(\dot{M}\cos\lambda x+\dot{N}'\sin\lambda x)\,\mathrm{sh}\,\dot{\gamma}y, \tag{20 a}$$

$$\dot{J}_{y1}=-\lambda\,(-\dot{M}\sin\lambda x+\dot{N}'\cos\lambda x)\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}y-j\beta\dot{D}\,e^{j\beta x}\cdot B_{\delta m1}. \tag{20 b}$$

Constanta $\dot{D}$ se poate scrie în felul următor, astfel cum rezultă din expresiile (12) și (19):

$$\left.\begin{aligned}\dot{D}&=[-G+jH]\frac{k_1^2}{k_1^4+\beta^4},\\ \text{unde:}\quad G&=\frac{\delta}{\varkappa\mu_0\Delta}[k_1^2\cos\psi_1+\beta^2\sin\psi_1],\\ H&=\frac{\delta}{\varkappa\mu_0\Delta}[\beta^2\cos\psi_1-k_1^2\sin\psi_1].\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Ultimul termen din (20 b) are deci forma de mai jos

$$j\beta\dot{D}B_{\delta m1}e^{\beta}=B_{\delta m1}(-jG-H)(\cos\beta x+j\sin\beta x)\frac{\beta k_1^2}{k_1^4+\beta^4}=$$

$$=B_{\delta m1}[-H\cos\beta x+G\sin\beta x-j(H\sin\beta x+G\cos\beta x)]\frac{\beta k_1^2}{k_1^4+\beta^4},$$

astfel că pentru $\dot{J}_{y1}$ se obține următoarea expresie:

$$\dot{J}_{y1}=\lambda(\dot{M}\sin\lambda x-\dot{N}'\cos\lambda x)\,\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}y+\frac{\beta k_1^2}{k_1^4+\beta^4}B_{\delta m1}\times$$
$$\times[H\cos\beta x-G\sin\beta x+j(H\sin\beta x+G\cos\beta x)]. \tag{22}$$

Deoarece $\cos\lambda x$ nu se anulează pentru $x=0$, rezultă că condițiile de limită (16 a) și (16 b) pot fi satisfăcute pentru valorile următoare ale constantelor $\dot{M}$ și λ:

$$\dot{M}=0,$$

$$\lambda_n=n\frac{\pi}{a},\quad n=0,1,2,\ldots \tag{23}$$

Soluția generală a ecuației (11) are deci forma următoare:

$$\dot{B}_{r1}=\dot{D}_2B_{\delta m1}e^{j\beta x}+\sum_{n=0}^{\infty}\dot{N}_{2n}\sin\lambda_n x\cdot\mathrm{ch}\,\dot{\gamma}_n y, \tag{24}$$

în care $\dot{\gamma}_n$ se obține din $\dot{\gamma}$ dacă se înlocuiește λ prin λ_n, astfel că pentru expresiile (20 a) și (22) se obțin formele de mai jos:

$$\dot{J}_{x1} = \sum_{n=0}^{\infty} \dot{\gamma}_n \dot{N}'_n \sin \lambda_n x \cdot \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y, \tag{25}$$

$$\dot{J}_{y1} = \frac{\beta k_1^2}{\beta^4 + k_1^4} B_{\delta m1} [H \cos \beta x - G \sin \beta x + j (H \sin \beta x + G \cos \beta x)] - \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \dot{N}'_n \cos \lambda_n x \cdot \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y. \tag{26}$$

Funcțiunile $\cos \beta x$ și $\sin \beta x$, fiind date pe domeniul închis $0 \leqslant x \leqslant a$, pot fi dezvoltate în serie Fourier de cosinusuri cu perioada egală cu submultiplii întregi ai lățimii a a lamei, prin prelungirea lor pară în afara domeniului $0 \leqslant x \leqslant a$; seriile Fourier astfel obținute au aceleași valori ca funcțiunile $\cos \beta x$ și $\sin \beta x$ și pe suprafețele $x = 0$ și $x = a$ deoarece funcțiile obținute prin prelungirea pară nu sînt discontinue pe aceste suprafețe. Se obțin deci expresiile următoare:

$$\sin \beta x = \sum_{n=0}^{\infty} S_n \cos \lambda_n x \tag{27 a}$$

$$\cos \beta x = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos \lambda_n x, \tag{27 b}$$

în care:

$$S_n = \frac{2q \left[(-1)^n \cos \frac{\pi}{q} - 1 \right]}{\pi (n^2 q^2 - 1)}, \qquad C_n = -(-1)^n \frac{2q \sin \frac{\pi}{q}}{\pi (n^2 q^2 - 1)}, \tag{28}$$

unde

$$q = \frac{\tau}{a}.$$

Expresiile (28) sînt valabile numai atunci cînd $n^2 q^2 \neq 1$. Dacă $\frac{1}{q} = \frac{a}{\tau}$ este un număr întreg, expresiile (28) sînt valabile numai pentru $n \neq \frac{a}{\tau}$, pentru $n = \frac{a}{\tau}$ coeficienții S_n și C_n calculîndu-se astfel:

$$S_{n=\frac{a}{\tau}} = \int_0^a \sin \beta x \cdot \cos \frac{a}{\tau} \frac{\pi}{a} x \, dx = \int_0^a \sin \beta x \cdot \cos \beta x \, dx = \frac{\tau}{2\pi} \sin^2 \frac{\pi}{q}, \tag{28 a}$$

$$C_{n=\frac{a}{\tau}} = \int_0^a \cos \beta x \cdot \cos \frac{a}{\tau} \frac{\pi}{a} x \, dx = \int_0^a \cos^2 \beta x \, dx = \frac{\tau}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{q} + \sin \frac{2\pi}{q} \right). \tag{28 b}$$

Ținînd seamă de (27 a) și (27 b) expresia (26) se scrie astfel

$$\dot{J}_{v1} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1} (HC_n - GS_n) + j \frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1} (HS_n + GC_n) - \right.$$

$$\left. - \lambda_n \dot{N}'_n \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y \right] \cos \lambda_n x. \tag{29}$$

Dacă se face notația

$$- \lambda_n \dot{N}'_n \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n l = R_n + j P_n, \tag{30}$$

condiția la limită (16 c) conduce la următoarea relație:

$$\frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1} (HC_n - GS_n) + j \frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1} (HS_n + GC_n) + R_n + j P_n = 0,$$

din care rezultă valorile constantelor R_n și P_n

$$R_n = (GS_n - HC_n) \frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1}, \tag{31 a}$$

$$P_n = - (GC_n + HS_n) \frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1}. \tag{31 b}$$

Dacă se mai notează

$$R'_n = GS_n - HC_n \quad \text{și} \quad P'_n = - (GC_n + HS_n),$$

rezultă din (30) pentru $\dot{N}'_n$ următoarea expresie:

$$\dot{N}'_n = (E_n + j F_n) \frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4} B_{\delta m1},$$

unde

$$\left.\begin{aligned} E_n &= \frac{P'_n \operatorname{sh} \sigma_n l \cdot \sin \nu_n l - R'_n \operatorname{ch} \sigma_n l \cdot \cos \nu_n l}{\lambda_n [\operatorname{ch}^2 \sigma_n l \cdot \cos^2 \nu_n l + \operatorname{sh}^2 \sigma_n l \cdot \sin^2 \nu_n l]}, \\ F_n &= \frac{- P'_n \operatorname{ch} \sigma_n l \cdot \cos \nu_n l - R'_n \operatorname{sh} \sigma_n l \cdot \sin \nu_n l}{\lambda_n [\operatorname{ch}^2 \sigma_n l \cdot \cos^2 \nu_n l + \operatorname{sh}^2 \sigma_n l \cdot \sin^2 \nu_n l]}, \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

în care σ_n, respectiv ν_n se obțin din σ, respectiv ν, dacă în expresiile (15) se înlocuiește λ prin λ_n.

3. CALCULUL CUPLULUI

Cuplul motorului, calculat pentru una din lame, este egal cu diferența dintre cuplul M_{1d} care s-ar stabili dacă în mașină ar exista numai cîmpul magnetic inductor direct și dintre cuplul M_{1i} corespunzător cîm-

pului magnetic inductor invers. Cuplurile medii corespunzătoare produselor mixte dintre cîmpul magnetic direct și curentul electric invers, respectiv dintre cîmpul magnetic invers și curentul electric direct, sînt nule deoarece mărimile *directe* au frecvențele diferite de cele ale mărimilor *inverse*. Cuplul pentru una din lame are deci expresia următoare :

$$M_1 = M_{1d} - M_{1i}. \tag{33}$$

Calculul se va efectua pentru cuplul M_{1d} și rezultatul obținut se va transpune apoi direct pentru M_{1i}.

Cuplul M_{1d} se obține din următoarea formulă :

$$M_{1d} = \frac{d}{2}\int_{x=0}^{a}\int_{y=-l}^{l} \mathcal{R}e\left\{\frac{\dot{J}_{y1}\,\dot{B}^{*}_{\delta 1}}{2}\right\}\Delta\, dx\, dy = \tag{34}$$

$$= \frac{d\,\Delta}{4}\mathcal{R}e\left\{\int_{0}^{a}\int_{-l}^{l} \dot{J}_{y1}\,\dot{B}^{*}_{\delta 1}\, dx\, dy\right\}$$

unde d este diametrul mediu al cilindrului pe care îl ocupă lamele longitudinale.

Dacă se face notația următoare :

$$L = \sum_{n=0}^{\infty}(C'_n T_n + S'_n U_n) \tag{35}$$

în care

$$C'_n = C_n \cos\psi_1 - S_n \sin\psi_1,$$

$$S'_n = S_n \cos\psi_1 + C_n \sin\psi_1,$$

$$T_n = -GS_n + HC_n -$$

$$- \frac{\lambda_n}{l}\,\frac{(\sigma_n E_n - \nu_n F_n)\,\mathrm{sh}\,\sigma_n l\cdot\cos\nu_n l + (\nu_n E_n + \sigma_n F_n)\,\mathrm{ch}\,\sigma_n l\cdot\sin\nu_n l}{\sigma_n^2 + \nu_n^2},$$

$$U_n = GC_n + HS_n -$$

$$- \frac{\lambda_n}{l}\,\frac{(\nu_n E_n + \sigma_n F_n)\,\mathrm{sh}\,\sigma_n l\cdot\cos\nu_n l - (\sigma_n E_n - \nu_n F_n)\,\mathrm{ch}\,\sigma_n l\cdot\sin\nu_n l}{\sigma_n^2 + \nu_n^2}, \tag{36}$$

se obține următoarea formulă pentru cuplul M_{1d}

$$M_{1d} = \frac{\Delta}{4}\, d\, a\, l\, B^2_{\delta m1}\,\frac{\beta k_1^2}{k_1^4 + \beta^4}\, L = \frac{\Delta}{4}\, d\, a\, l\, B^2_{\delta m1}\,\frac{k}{k^2 + \beta^2}\, L, \tag{37}$$

unde

$$k = \frac{k_1^2}{\beta} = \frac{\varkappa\,\mu_0\,\omega\,\Delta}{\beta\,\delta\,\rho}. \tag{38}$$

Dacă în expresiile (35) și (36) se înlocuiește pulsația $\omega = 2\pi sf$ prin $\omega' = 2\pi(2 - s)f$ și ψ_1 prin ψ_2, notîndu-se expresiile corespunzătoare prin L', T'_n, U'_n și k', se obține următoarea formulă pentru M_{1i}.

$$M_{1i} = \frac{\Delta}{4} dal\, B^2_{\delta m2} \frac{k'}{k'^2 + \beta^2} L', \tag{37'}$$

astfel că pentru cuplul care revine unei lame se obține expresia

$$M_1 = \frac{\Delta}{4} dal \left[\frac{k}{k^2 + \beta^2} B^2_{\delta m1} L - \frac{k'}{k'^2 + \beta^2} B^2_{\delta m2} L' \right]. \tag{38'}$$

Dacă rotorul are N lame, cuplul motorului se calculează din următoarea formulă:

$$M = \frac{N\Delta}{4} dal \left[\frac{k}{k^2 + \beta^2} B^2_{\delta m1} L - \frac{k'}{k'^2 + \beta^2} B^2_{\delta m2} L' \right]. \tag{39}$$

Din formula (39) se poate obține cuplul motorului asincron cu cîmp magnetic circular, în care înfășurările celor două faze sînt simetrice iar curenții electrici sînt în cuadratură, astfel că în mașină există numai cîmp magnetic învîrtitor direct. Cuplul unui astfel de motor are următoarea expresie:

$$M = \frac{N\Delta}{4} dal \frac{k}{k^2 + \beta^2} B^2_{\delta m} L, \tag{40}$$

în care $B_{\delta m}$ este amplitudinea cîmpului magnetic învîrtitor inductor circular.

Formula (40) este valabilă, în general, pentru orice înfășurare polifazată simetrică a statorului, cînd în întrefier există numai un cîmp magnetic învîrtitor direct.

Cuplul motorului cu lamele scurtcircuitate prin lamele frontale se obține din formula (39), respectiv din (40), dacă în aceste formule, cum și în expresiile din care rezultă L și L', se înlocuiește lungimea l prin $2l$ iar N prin $\frac{N}{2}$ deoarece lamele diametrale constituie, în acest caz, o lamă cu lungimea egală cu $2l$, al cărei contur este o linie de curent. Dacă L_{sc} și L'_{sc} sînt obținute din L, respectiv din L' prin substituția $l \to 2l$ indicată mai sus, cuplul motorului cu lamele scurtcircuitate are deci următoarea expresie, în cazul cîmpului magnetic învîrtitor eliptic

$$M = \frac{N}{4} \Delta\, dal \left[\frac{k}{k^2 + \beta^2} B^2_{\delta m1} L_{sc} - \frac{k'}{k'^2 + \beta^2} B^2_{\delta m2} L'_{sc} \right] \tag{41}$$

și următoarea expresie, în cazul cîmpului magnetic învîrtitor circular:

$$M = \frac{N}{4} \Delta dal \frac{k}{k^2 + \beta^2} B^2_{\delta m} L_{sc}. \tag{42}$$

LE MOTEUR ASYNCHRONE DIPHASÉ À ROTOR À LAMES NON FERROMAGNÉTIQUES ET À CHAMP MAGNÉTIQUE TOURNANT ELLIPTIQUE

RÉSUMÉ

Dans l'hypothèse où, dans l'entrefer d'une machine, il y a un champ magnétique tournant d'excitation de type elliptique, les auteurs établissent une formule du couple d'un moteur, dont le rotor est constitué par des lames disposées selon les génératrices du rotor et qui sont réunies, à l'une des extrémités, par des lames frontales.

Le calcul est effectué dans deux hypothèses, fournissant donc deux formules : selon la première hypothèse, les lames frontales sont censées n'avoir pas d'influence sensible sur la répartition du courant électrique dans les lames longitudinales ; selon la seconde, l'impédance des lames frontales est supposée nulle.

Les formules obtenues pour le couple sont particularisées pour les moteurs polyphasés symétriques, dont le champ magnétique tournant est de type circulaire.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

DETERMINAREA SOLUȚIEI OPTIME ÎN PROIECTAREA MAȘINILOR ELECTRICE

DE

C. APETREI

1. PROBLEMA

1.1. Mașina electrică, trebuie să satisfacă anumite condiții impuse în primul rînd de exploatare : criteriile de apreciere a unei mașini se pot reduce la următoarele trei : *criteriul funcțional*, în sensul realizării mașin electrice cu anumite caracteristici tehnice impuse de beneficiar, *criteriul de siguranță*, în sensul asigurării unei comportări sigure a mașinii în exploatare în condiții normale și de avarie a sistemului energetic, *criteriul economic*, în sensul realizării mașinii la preț de cost minim avînd în vedere, atît cheltuielile constructive, cît și cele de exploatare.

1.2. Criteriul funcțional poate fi exprimat în mod diferit în funcție de tipul mașinii ; este recomandabil ca acest criteriu să fie definit prin intermediul așa-numiților *parametri funcționali* : reactanțele și constantele de timp ale mașinii în regim staționar și tranzitoriu, factorul de putere, căderea de tensiune la sarcină dată etc.

Parametrii funcționali, sînt determinați de geometria, construcția și sarcinile electromagnetice ale mașinii ca atare, pot fi exprimați în funcție de acești factori, care în continuare vor fi denumiți *parametri constructivi*.

Criteriul siguranței necesită satisfacerea de către mașină a anumitor condiții restrictive impuse de exploatarea sistemului energetic ; condițiile respective pot fi grupate în condiții de natură electrică — asigurarea mașinii față de eventualele străpungeri ale izolației, de exemplu — termică, respectarea temperaturilor maxime admisibile — sau mecanică — asigurarea solicitărilor mecanice admisibile pentru materialele constructive în condiții normale și de avarie ale mașinii.

Criteriul economic poate fi exprimat prin două elemente principale, cheltuielile de fabricație ale mașinii și cheltuielile de exploatare, prin acestea înțelegînd într-o primă aproximație, prețul de cost al pierderilor mașinii.

Criteriile funcțional, siguranță și economic, trebuie să concure în definirea *optimului* în proiectarea, construcția și exploatarea mașinii electrice.

1.3. Factorii, funcțional, siguranță și economic sînt în strînsă și directă interdependență; explicitarea și definirea sub formă generală a acestei interdependențe, proprie situației reale, întîmpină însă serioase dificultăți.

Aceste dificultăți determină modul în care se conduce în practică, proiectarea mașinii electrice; calcularea mai multor variante și alegeaer uneia dintre variante, considerată, de către proiectant, optimă din punct de vedere tehnico-economic.

Metodica de calcul a mașinilor a fost evident îmbunătățită în timp, iar utilizarea mașinilor de calcul cifrice reprezintă un mijloc eficient pentru diminuarea volumului de muncă necesar determinării soluției optime. De cele mai multe ori, soluția optimă, cel puțin din punct de vedere economic, se determină, avînd în vedere exclusiv cheltuielile de producție ale mașinii. După cum se va vedea însă, economicitatea mașinii este influențată în principal de cheltuielile de exploatare, deci de costul pierderilor de energie în exploatare.

1.4. Literatura de specialitate indică metode de proiectare a mașinilor electrice prin considerarea unor factori de natură tehnică și economică [1]; lipsește însă metoda generală care să permită stabilirea, comodă a variantei optime prin considerarea simultană a cerințelor esențiale ridicate de exploatarea mașinii.

În lucrarea de față se formulează optimul în proiectarea, construcția și exploatarea mașinilor electrice, considerîndu-se criteriul funcțional, criteriul de siguranță și criteriul economic; se definește prețul de cost efectiv al mașinii prin luarea în considerație a cheltuielilor de fabricație și de exploatare; cheltuielile în exploatare se evaluează prin intermediul pierderilor și a prețului de cost echivalent al acestora. Determinarea soluției optime se reduce la calculul minimului prețului de cost efectiv al mașinii.

Este necesar să se sublinieze că metoda expusă în lucrare, de determinare a optimului în proiectare, are în primul rînd o importanță principială în sensul că ea dă posibilitate proiectantului de a compara o variantă oarecare de calcul cu o variantă *optimă* stabilită în mod obiectiv. Lipsa importantă a literaturii constă tocmai în faptul, că superioritatea unei variante de calcul față de alta se poate determina doar aproximativ prin introducerea a numeroase elemente subiective dependente de persoana care efectuează analiza.

Considerațiile din lucrare au în vedere mașinile electrice rotative în general, concretizările făcîndu-se în cazul particular al mașinilor sincrone de mare și foarte mare putere.

2. DEFINIREA PREȚULUI DE COST EFECTIV AL MAȘINII

2.1. Optimul în proiectarea, construcția și exploatarea mașinii poate fi definit de acea mașină, care asigurînd caracteristici funcționale și grad de siguranță corespunzătoare prezintă totodată preț de cost minim, în

evaluarea prețului de cost intervenind, atît cheltuielile de fabricație, cît și cheltuielile de exploatare corespunzătoare pierderilor de energie.

2.2. La determinarea prețului de cost efectiv al mașinii, intervin cheltuielile de producție și de exploatare; parte din acestea, cheltuielile de regie în producție, cheltuielile de instalare și deservire în exploatare etc., se elimină, ele putînd varia în limite largi și în funcție de factori ce nu depind direct de mașina proiectată*).

În plus, în structura prețului de fabricație, pot interveni cheltuieli, care variază în limite largi, în cazul cînd soluția preconizată se îndepărtează de soluția optimă — de exemplu costul materialelor : active, izolante, constructive — sau cheltuieli ce variază în limite strînse — de exemplu cheltuielile corespunzătoare manoperii —. Întrucît, în cele ce urmează, interesează în primul rînd variația prețului de cost în funcție de gabaritul și randamentul mașinii și nu însăși valoarea lui, într-o primă aproximație, se pot reține în structura prețului de fabricație doar cheltuielile corespunzătoare materialelor utilizate în construcția mașinii.

În aceste premise, prețul de cost efectiv al mașinii, C_r poate fi exprimat

$$C_r = C_f + K_p \, \Sigma p \tag{1}$$

unde

prețul de cost corespunzător cheltuielilor de fabricație C_f se poate exprima sub forma

$$C_f = C_{ma}\left(1 + \frac{C_{mc}}{C_{ma}}\right) + C_{miz}. \tag{2}$$

În expresiile (1) și (2) s-au introdus notațiile

Σp — pierderile totale ale mașinii în exploatare;
K_p — echivalentul pierderilor;
C_{ma} — prețul de cost al materialelor active;
C_{mc} — prețul de cost al materialelor constructive;
C_{miz} — prețul de cost al materialelor izolante.

3. DEFINIREA ȘI VALOAREA ECHIVALENTULUI PIERDERILOR

3.1. În expresia (1) a prețului de cost efectiv al mașinii, intervine — factorul K_p, echivalentul pierderilor, care reprezintă costul unității de putere pierdută.

Echivalentul pierderilor poate fi determinat din expresia (1)

$$K_p = \frac{C_r - C_f}{\Sigma_p}, \tag{3}$$

în care caz însă, valoarea lui C_f trebuie corectată corespunzător cheltuielilor totale necesare realizării mașinii; definită în acest mod, valoarea lui K_p depinde de numeroși factori tehnico-economici.

*) Într-o primă aproximație nu se are în vedere caracterul producției — unicate, serie, de masă —, acest factor necesitînd un studiu de sine stătător.

Definirea echivalentului pierderilor conform relației (3) ar putea servi ca indice tehnico-economic global pentru compararea economicității a două mașini.

3.2. În cazul cînd se urmărește determinarea prin calcul a optimului în proiectare, prezintă interes introducerea echivalentului pierderilor în relația (1) ca o mărime cunoscută determinată în prealabil.

Determinarea echivalentului pierderilor pe cale indirectă poate fi făcută în modul următor: să notăm cu T_{ri} timpul de recuperare a investițiilor capitale, iar cu C_{rr} prețul de cost efectiv al mașinii raportat la T_{ri}; în aceste condiții, C_{rr} va putea fi exprimat sub forma

$$C_{rr} = \frac{C_f}{T_{ri}} + n_{ou}\, C_e\, \Sigma p, \tag{4}$$

unde

n_{ou} — numărul de ore de utilizare anuală a mașinii;
c_e — costul unității de energie electrică.

Prin înmulțirea termenilor relației (4) cu T_{ri} și identificarea relațiilor (4) și (1) rezultă expresia echivalentului pierderilor K_p sub forma

$$K_p = n_{ou}\, c_e\, T_{ri} = \frac{n_{ou}\, c_e}{l_{ei}}, \tag{5}$$

unde l_{ei} reprezintă eficacitatea economică anuală a investițiilor.

În acest mod, prețul de cost efectiv al mașinii poate fi definit ca suma cheltuielilor de fabricație și a cheltuielilor corespunzătoare pierderilor de energie pe perioada timpului de recuperare T_{ri}.

Valoarea termenilor care definesc echivalentul pierderilor n_{ou}, c_e, T_{ri} poate varia în limite largi și depinde de factori tehnico-economici de ordin general, ai economiei naționale, sau de elemente cu caracter particular, referitoare la tipul și construcția mașinii, respectiv, tipul, structura și condițiile de exploatare ale sistemului energetic la care se racordează mașina.

Fără a intra în analiza factorilor tehnico-economici care definesc termenii relației (7), problema, care necesită un studiu de specialitate de sine stătător, indicăm doar din punct de vedere ilustrativ, valorile medii ale echivalentului pierderilor pentru motoare și generatoare.

Considerînd ca valori medii

$c_e = 0{,}15$ l/kWh; $T_{ri} = 6$ ani/8 ani; $n_{ou} = 2\,000$ ore/an; $n_{ou} = 6\,000$ ore/an,

se obține în cazul motoarelor $K_p = 1\,800$ l/kW, în cazul generatoarelor $K_p = 7\,200$ l/kW.

Subliniem că valorile lui K_p anterior, determinate au doar un caracter ilustrativ.

4. FORMULAREA ȘI REZOLVAREA PROBLEMEI

4.1. Relația (1), în care echivalentul pierderilor este determinat, poate fi utilizată pentru rezolvarea generală a problemei.

Într-adevăr, dacă se are în vedere, că atît prețul de cost C_f, cît și pierderile Σp pot fi exprimate în funcție de parametrii constructivi ai mașinii-parametri care fixează geometria mașinii, dimensiunile gabarit și sarcinile electromagnetice — notînd acești parametri cu x_i, prețul de cost al mașinii poate fi exprimat de o funcție de forma

$$f(x_1,\ x_2, \ldots,\ x_m,\ x_{m+1}, \ldots,\ x_{m+n}). \tag{6}$$

Întrucît parametrii funcționali, care definesc criteriul funcțional, ca și condițiile de siguranță pot fi exprimați în funcție de parametri constructivi identici, satisfacerea criteriului funcțional și siguranță conduce la existența funcțiunilor de forma:

$$\varphi_i\ (x_1,\ x_2, \ldots,\ x_m,\ x_{m+1}, \ldots,\ x_{m+n}) = 0\,, \tag{7}$$

unde

$$i = 1,\ 2, \ldots,\ n\,.$$

În aceste condiții, soluția optimă va fi definită de soluția cu preț de cost minim cu considerarea criteriilor funcțional și siguranța în exploatare; în cazul de față, problema poate fi redusă la determinarea valorilor variabilelor x_i pentru care funcția $f(x)$ obține valori minime cu respectarea condițiilor $\varphi_i(x)$.

Determinarea minimului funcției (6) poate fi efectuată direct prin eliminarea a n parametri și rezolvarea sistemului de m ecuații obținut prin egalarea cu zero a derivatelor funcției $f(x)$ în raport cu cele m variabile independente, sau prin utilizarea metodei multiplicatorilor lui Lagrange.

Rezolvarea directă a problemei poate fi recomandată în cazul efectuării manuale a calculelor, iar utilizarea metodei multiplicatorilor lui Lagrange, îndeosebi, în cazul utilizării mașinilor cifrice de calcul.

5. EXPRESIILE ELEMENTELOR COMPONENTE ALE PREȚULUI DE COST AL MAȘINII

5.1. Prețul de cost de fabricație s-a văzut că poate fi redus într-o primă aproximație la costul materialelor active, izolante și constructive, ultimile putînd fi exprimate în funcție de costul materialelor active. În aceste premise, cheltuielile de fabricație pot fi exprimate dacă se cunoaște costul specific și greutatea materialelor utilizate în construcția mașinii.

Utilizînd notațiile din figura 1*), greutatea materialelor active și izolante poate fi exprimată suficient de exact cu ajutorul următoarelor expresii:

Greutatea dinților armăturii statorice

$$G_{ds} = 2p\ \gamma_{Fes}\ \varphi_{Fes}\ a_{1s}\ a_{2s}\ \frac{\tau^3}{\beta}\,.$$

Greutatea jugului armăturii statorice

$$G_{js} = 2p\ \gamma_{Fes}\ \varphi_{Fes}\ a_{1s}\ b_s \left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s\, a_{1s}}{2\pi p} + \frac{a_{2s}}{p}\right)\frac{\tau^3}{\beta}\,.$$

*) Semnificația altor notații utilizate este dată la sfîrșitul lucrării, în anexa 1.

Greutatea dinților armăturii rotorice

$$G_{dr} = 2p\gamma_{Fer}\varphi_{Fer}\, a_{1r}\, a_{2r}\, \frac{\tau^3}{\beta}\,.$$

Greutatea jugului armăturii rotorice

$$G_{jr} = 2p\gamma_{Fer}\varphi_{Fer}\, a_{1r}\, b_r \left(\frac{1}{\pi} - \frac{b_r \cdot a_{1r}}{2\pi p} - \frac{a_{2r}}{p}\right)\frac{\tau^3}{\beta}\,.$$

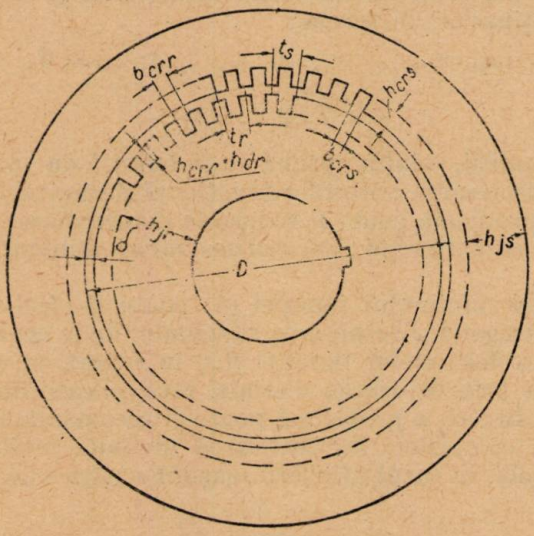


Fig. 1. — Armăturile cu dimensiunile principale ale mașinii electrice.

Considerînd $\gamma_{Fes} = \gamma_{Fer} = \gamma_{Fe}$, greutatea totală a fierului activ al mașinii poate fi definită de expresia

$$G_{Fe} = 2p\,\gamma_{Fe}\left\{\varphi_{Fes}\left[a_{2s} + b_s\left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s\, a_{1s}}{2\pi p} + \frac{a_{2s}}{p}\right)\right]a_{1s} + \right.$$

$$\left. + \varphi_{Fer}\left[a_{2r} + b_r\left(\frac{1}{\pi} - \frac{b_r\, a_{1r}}{2\pi p} - \frac{a_{2r}}{p}\right)\right]a_{1r}\right\}\frac{\tau^3}{\beta}\,. \qquad (8)$$

Greutatea conductorului utilizat pentru înfășurări, considerînd că armăturile sînt înzestrate cu cîte o singură înfășurare, are expresiile

$$G_{cs} = 2p\gamma_c\,\varphi_{cs}\,(1 + K_{cbs}\,\beta)\,a_{2s}\,a_{3s}\,\frac{\tau^3}{\beta} \text{ pentru stator,} \qquad (9)$$

iar pentru rotor

$$G_{cr} = 4p\,\gamma_c\,K_{ie}\,a_{1s}\,\varphi_{Fes}\,\frac{(1 + K_{cbr}\,\beta)}{\Delta_r}\,B_{ds}\,\frac{\tau}{\beta}\,\delta\,. \qquad (10)$$

Greutatea izolației înfășurării statorice, în cazul în care este înfășurarea de înaltă tensiune, izolată neîntrerupt cu configurația izolației capetelor de bobină identică cu cea a zonei active, poate fi definită de expresia :

$$G_{izs} = 2p\,\gamma_{izs}\,(1 - \varphi_{cs})\,(1 + K_{cbs}\,\beta)\,a_{2s}\,a_{3s}\,\frac{\tau^3}{\beta}\cdot \qquad (11)$$

Greutatea izolației înfășurării rotorice în principiu, poate fi definită de o expresie analogă cu (11); presupunînd însă, înfășurarea respectivă de joasă tensiune, costul izolației poate fi neglijat sau aproximat prin corectarea corespunzătoare a costului izolației înfășurării de înaltă tensiune.

5.2. Pierderile mașinii se pot exprima în funcție de parametrii constructivi în cadrul următoarelor premise : se iau în considerație doar pierderile în fier, materialul conductor al înfășurărilor și pierderile de ventilație ; pierderile electrice suplimentare — în fier și conductor — se apreciază prin majorarea pierderilor specifice în cazul fierului, respectiv a rezistivității în cazul conductorului.

Dacă pentru pierderile specifice în dinți și jug se adoptă o valoare medie σ_{Fe}, pierderile totale în fierul armăturii statorice se pot exprima în modul următor :

$$p_{Fes} = 2p\,\sigma_{Fe}\,\gamma_{Fes}\,\varphi_{Fes}\left[\left[a_{1s}\,a_{2s} + \left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s}{2\pi p}\,\frac{a_{1s}}{p} + \frac{a_{2s}}{p}\right)\frac{a_{1s}}{b_s}\right] B_{ds}^2\,\frac{\tau^3}{\beta}\cdot \qquad (12)$$

În expresia (12) inducția B_{ds} trebuie raportată la valoarea inducției pentru care s-a considerat σ_{Fe}.

Pierderile în fierul armăturii rotorice, în cazul premiselor simplificatorii, făcute, la frecvență de magnetizare egală cu zero — mașina sincronă de exemplu, mașina asincronă — cu suficientă exactitate — se pot neglija.

Pierderile în conductorul înfășurărilor au expresiile

$$p_{cs} = 2p\;\rho_s\,\varphi_{cs}\,(1 + K_{cbs}\,\beta)\,a_{2s}\,a_{3s}\,\Delta_s^2\,\frac{\tau^3}{\beta}, \qquad (13)$$

pentru înfășurarea statorică și

$$p_{cr} = 4p\;\rho_r K_{ie}\,\varphi_{Fes}\,a_{1s}\,(1 + K_{cbr}\,\beta)\;\Delta_r B_{ds}\,\frac{\tau}{\beta}\,\delta, \qquad (14)$$

pentru înfășurarea rotorică.

Pierderile de ventilație p_v pot fi exprimate prin intermediul pierderilor corespunzătoare răcirii mașinii p_{v1} și frecărilor cu agentul de răcire p_{v2} [3].

La inducție B_d, densități de curent Δ_s și Δ_r, la frecvența f număr de perechi de poli p și încălzire medie a agentului de răcire în mașină $\Delta\theta_a$ date, pierderile p_v pot fi exprimate de o expresie de forma

$$p_v = K_v\,\frac{\tau^5}{\beta}, \qquad (15)$$

unde

K_v — coeficient de proporționalitate, constant în condițiile indicate; valoarea sa poate fi determinată prin comparație cu mașinile executate.

5.3. Greutatea materialelor și a pierderilor mașinii fiind determinate, prețul de cost al mașinii are o expresie de forma

$$C_r = c_{Fes} G_{Fes} + c_{Fer} G_{Fer} + c_{cs} G_{cs} + c_{cr} \cdot G_{cr} + c_{iz} G_{iz} + \\ + K_p (p_{Fes} + p_{cs} + p_{er} + p_v), \tag{16}$$

unde

c_{Fes}, c_{Fer} etc. — costul specific al materialelor active și izolante care în cazul calculelor concrete, urmează a fi corectat corespunzător pentru aprecierea costului materialelor constructive, izolației înfășurării de joasă tensiune etc.

Prețul de cost al mașinii a fost determinat deci ca o funcție de forma

$$C_r = f(\tau, \delta, B_d, \Delta_s, \Delta_r, \beta, b, a_1, a_2, a_3, K_{cb}, \varphi_c, \varphi_{Fe}, \\ K_{ie}, \sigma_{Fe} K_p, c, \rho, \gamma). \tag{17}$$

Calculul efectiv presupune analiza tuturor parametrilor ce determină funcția (17); numărul lor a fost redus la minimum, fără ca prin aceasta să se deformeze conținutul real al problemei formulate.

Parte dintre parametrii care definesc funcția C_r pot fi considerați într-o primă aproximație constanți, sau variabili în limite strînse: ρ, γ, c, σ_{Fe}, K_p, b, a, K_{cb}, φ_c, φ_{Fe}, K_{ie} etc.

Spre deosebire de aceștia, parametrii τ, β, δ, B_d, Δ_s, Δ_r, care definesc dimensiunile, geometria și solicitările electromagnetice ale mașinii, pot fi considerați ca fundamentali și în funcție de variația lor urmează a se determina optimul în proiectare; deci aceste mărimi, deși în mod practic limitate superior și inferior, vor fi considerate variabile independente putînd lua într-o primă aproximație, orice valori finite și pozitive.

6. EXPRIMAREA CRITERIULUI FUNCȚIONAL ȘI DE SIGURANȚĂ ÎN FUNCȚIE DE PARAMETRII CONSTRUCTIVI

Proiectantul mașinii urmează să formuleze și să exprime condițiile funcționale și de siguranță în așa mod, încît soluția optimă stabilită, valabilă teoretic în orice condiții, să poată fi realizată și practic. Această observație, trebuie să conducă la stabilirea condițiilor absolut necesare impuse funcției (17), căutîndu-se pentru simplificarea rezolvării problemei ca numărul lor să fie redus la minimum posibil.

Condițiile funcționale și de siguranță pot diferi, atît ca formulare, cît și ca număr în funcție de cazul concret analizat.

6.1. Condiția ca mașina proiectată să dezvolte la viteză de rotație și frecvență date o putere determinată, poate fi exprimată printr-o relație de forma

$$\tau = \sqrt[4]{\frac{P\,\beta}{2pf \cdot \sqrt{2} K_w \varphi_{Fes} \varphi_{cs} a_{1s} a_{2s} a_{3s} B_{ds} \Delta_s}} . \tag{18}$$

Relația (18) s-a stabilit pentru mașinile de curent alternativ rotative, considerînd ca indus al mașinii, armătura statorică.

Considerînd P, p, f date, și aproximînd pe φ_{Fes}, φ_{cs}, a_{1s} a_{2s}, a_{3s}, K_w ca mărimi constante relația (18) poate fi pusă și sub forma

$$\frac{\tau^4}{\beta} = \frac{M_1}{B_{ds} \cdot \Delta_s} , \tag{18'}$$

unde M_1 este o constantă, care are valoarea

$$M_1 = \frac{P}{2pf \sqrt{2} K_w \varphi_{Fes} \varphi_{cs} a_{1s} a_{2s} a_{3s}} . \tag{18''}$$

6.2. Caracteristicile funcționale pot fi definite prin intermediul parametrilor funcționali, iar aceștia exprimați în funcție de parametrii constructivi. Astfel de exemplu, comportarea mașinii sincrone, poate fi caracterizată de reactanțele în regim staționar și tranzitoriu, constantele de timp, constanta de inerție, caracteristica de magnetizare etc.

Reactanța corespunzătoare reacțiunii indusului, definită în u.r. poate fi exprimată de o relație de forma următoare:

$$X_{ad} = K_{xad} \frac{\varphi_{cs}}{\varphi_{Fes}} \frac{a_{2s} a_{3s}}{a_{1s}} \frac{\Delta_s}{B_{ds}} \frac{1}{\delta} \tau^2 , \tag{19}$$

unde

$$K_{xad} = \mu_0 K_d \frac{\sqrt{2}}{\pi} K_w .$$

Reactanța de scăpări a indusului se poate exprima în unitățile relative printr-o relație de forma următoare:

$$X_s \cong K_{xs} \frac{\varphi_{cs}}{\varphi_{Fes}} \frac{a_{2s} a_{3s}}{3a_{1s}} \left(\frac{a_{4s}}{a_{3s}} + \frac{a_{2s}}{a_{3s}} + 0{,}2\ \beta \right) \frac{\Delta_s}{B_{ds}} \tau . \tag{20}$$

În expresia (20) valoarea lui X_s poate fi considerată minimală, determinată în următoarele premise: crestătura este deschisă, înfășurarea se execută cu pas diametral scăpările diferențiale și cele corespunzătoare întrefierului se neglijează.

Coeficienții K_{xs} și a_{4s} din expresia (24) au valorile: $K_{xs} = \frac{\sqrt{2}\,\pi\mu_0}{K_w}$;

$a_{4s} = \frac{h_0}{\tau}$, unde h_0 reprezintă înălțimea istmului crestăturii.

Expresia reactanțelor tranzitorii, X'_d, X''_d de exemplu, poate fi stabilită în mod analog, în funcție de aceeași parametri; expresiile lor pot fi însă simplificate și reduse la reactanța de scăpări statorică în cazul cînd se consideră egalitatea aproximativă a reactanțelor de scăpări statorice și rotorice — a înfășurării de excitație și a înfășurărilor de amortizare — iar $X_{ad} \cong X_d$ respectiv $X_{aq} \cong X_q$; în acest caz, reactanțele în regim tranzitoriu pot fi exprimate, aproximativ, în funcție de reactanța de scăpări a statorului

$$x'_d \cong 2x_s,$$

$$x''_d \cong 1{,}5\, x_s.$$

Oricare alt parametru funcțional poate fi exprimat în mod analog în funcție de parametri constructivi; în lucrare s-au stabilit doar relațiile care vor fi folosite în continuare, în mod nemijlocit.

6.3. Criteriul siguranței în funcționare poate fi exprimat, în principal, prin intermediul condițiilor solicitărilor termice și mecanice admisibile ale materialelor utilizate în construcția mașinilor electrice.

Condiția solicitărilor termice se determină făcînd următoarele ipoteze simplificatoare: se ia în considerație doar solicitarea termică a zonei active a înfășurărilor, corpurile fiind termic omogene; sistemul de răcire adoptat este sistemul clasic axial radial cu intrare a agentului de răcire prin cele două părți frontale ale mașinii.

În cazul acestor ipoteze, încălzirea înfășurărilor este dată de expresia

$$\theta_c = \frac{W_c}{\alpha_{Fe}} + \frac{W_c}{\alpha_i} + \frac{W_{Fe}}{\alpha_{Fe}} + \frac{1}{2}\Delta\theta_a, \tag{21}$$

unde

W_c, W_{Fe}, α_i, α_{Fe} au expresiile din [1]:

$$W_c = \frac{p'_c}{\pi D_l},$$

$$W_{Fe} = \frac{p_{Fes}}{\pi D l},$$

$$\alpha_i = K_{\alpha i}\, a_3\, (a_5 + 1),$$

$$\alpha_{Fe} \cong K_{\alpha Fe}\, \tau,$$

$$K_{\alpha i} = 2\frac{\lambda_{iz}}{d_{iz}}, \text{ iar:}$$

$K_{\alpha Fe}$ — reprezintă o constantă determinată experimental;

λ_{iz} — conductibilitatea termică prin izolație;

d_{iz} — grosimea stratului izolației înfășurării dispusă în crestătură;

$a_5 = \frac{h_{cr}}{b_{cr}}$ — raportul dintre înălțimea și lățimea crestăturii.

Înlocuind în (21) p_c' pierderile în zona activă a înfășurărilor, și p_{Fes}, pierderile în fierul armăturii statorice, se obțin condițiile solicitărilor termice în funcție de parametrii constructivi sub forma

$$\theta_{cs} - \frac{1}{2}\Delta\theta_a = \rho_s \varphi_{cs} a_{2s} a_{3s} \Delta_s^2 \tau \left(\frac{1}{K_{\alpha Fes}\tau} + \frac{1}{K_{\alpha is} a_{3s}(a_{5s}+1)}\right) +$$

$$+ \frac{\sigma_{Fe}\gamma_{Fes}\varphi_{Fes}}{K_{\alpha Fes}}\left[a_{2s} + \frac{1}{b_s}\left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s a_{1s}}{2\pi p} + \frac{a_{2s}}{p}\right)\right] a_{1s} B_{ds}^2 \qquad (22)$$

$$\theta_{cr} - \frac{1}{2}\Delta\theta_a = 2\varphi_{Fes}\rho_r K_{ie} a_{1s} \Delta_r \frac{B_{ds\delta}}{\tau}\left(\frac{1}{K_{\alpha Fer}\tau} + \frac{1}{K_{\alpha ir} a_{3r} a_{5r}+1)}\right). \qquad (23)$$

În expresiile (22) și (23) θ_{cs} și θ_{cr}, iau valori diferite în funcție de natura izolației înfășurărilor și temperatura agentului de răcire la intrarea în mașină.

Condițiile solicitărilor mecanice admisibile pot fi definite în mod diferit în funcție de tipul constructiv al mașinii și elementul a cărui solicitare mecanică se consideră. Astfel, solicitarea mecanică admisibilă a rotorului se poate exprima în funcție de viteza periferică admisibilă V_{ad} și frecvență variabilă f_p sub forma

$$\tau_{max} \leqslant \frac{V_{ad}}{2f_p}. \qquad (24)$$

Valori limită pentru dimensiunile mașinii se pot obține de asemenea din condiția vitezei critice admisibile, a solicitărilor mecanice a dinților rotorului etc. În general, este recomandabil de a se considera condițiile solicitărilor mecanice admisibile sub forma unor inegalități utilizate pentru verificarea valorilor parametrilor constructivi rezultate din determinarea optimului tehnico-economic.

7. OBSERVAȚII PRIVIND REZOLVAREA PROBLEMEI CU AJUTORUL MAȘINILOR DE CALCUL

7.1. Expresia prețului de cost efectiv al mașinii (16) poate fi pusă și sub următoarea formă

$$C_r = (A_1 + A_2 + A_6 + A_8 B_{ds}^2 + A_9 \Delta_s^2)\frac{\tau^3}{\beta} + (A_3 + A_7 + A_{10}\Delta_s^2)\tau^2 +$$

$$+ \left(\frac{A_4}{\Delta_r} + A_{11}\Delta_r\right) B_{ds}\delta\frac{\tau}{\beta} + \left(\frac{A_5}{\Delta_r} + A_{12}\Delta_r\right) B_{ds}\delta\tau + N_{14}\frac{\tau}{B_{ds}\Delta_s}. \qquad (25)$$

Criteriul economic exprimat de minimul prețului de cost efectiv al mașinii impune determinarea valorilor variabilelor independente pentru care C_r este minim prin luarea în considerație a condițiilor ce definesc criteriul funcțional și de siguranță.

În cazul mașinilor sincrone turbogeneratoare, condițiile considerate fundamentale se pot exprima sub următoarea formă

Condiția asigurării puterii prescrise — conform (18′)

$$\frac{\tau^4}{\beta} = \frac{M_1}{B_{ds}\Delta_s}. \tag{26}$$

Condiția reactanței x_{ad} — conform (19)

$$\frac{1}{\delta}\frac{\Delta_s}{B_{ds}}\tau^2 = M_2. \tag{27}$$

Condiția reactanței de scăpări a indusului — conform (20)

$$\frac{\Delta_s}{B_{ds}}\tau = N_{15}. \tag{28}$$

Condiția solicitărilor termice admisibile pentru înfășurările statorică respectiv rotorică — conform (22) și (23)

$$\theta_s = \theta_{cs} - \frac{1}{2}\Delta\theta_a = M_3\,\Delta_s^2 + M_4\,\Delta_s^2\,\tau + M_5\,B_{ds}^2, \tag{29}$$

$$\theta_r = \theta_{cr} - \frac{1}{2}\Delta\theta_a = M_6\,\Delta_r\frac{B_{ds}}{\tau^2}\,\delta + M_7\,\Delta_r\frac{B_{ds}}{\tau}\,\delta. \tag{30}$$

Condițiile (26), (27)... (30), caracterizează, într-o primă aproximație în mod suficient, comportarea mașinii sincrone, având totodată implicații directe asupra dimensiunilor și geometriei mașinii, solicitărilor electrice și magnetice, pierderilor mașinii etc.

7.2. În relațiile (25), (26) ... (30), intervin mărimile A_i, M_i, N_i a căror expresii au următoarea formă:

$$A_1 = c_{Fe}\left\{2p\,\gamma_{Fes}\,\varphi_{Fes}\left[a_{2s} + b_s\left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s\,a_{1s}}{2\pi p} + \frac{a_{2s}}{p}\right)\right]a_{1s} + 2p\,\gamma_{Fer}\,\varphi_{Fer}\left[a_{2r} + b_r\left(\frac{1}{\pi} - \frac{b_r\,a_{1r}}{2\pi p} - \frac{a_{2r}}{p}\right)\right]a_{1r}\right\}, \tag{31}$$

$$A_2 = c_{cs}\,2p\cdot\gamma_{cs}\,\varphi_{cs}\,a_{2s}\,a_{3s}, \tag{32}$$

$$A_3 = c_{cs}\,2p\,\gamma_{cs}\,\varphi_{cs}\,K_{cbs}\cdot a_{2s}\,a_{3s}, \tag{33}$$

$$A_4 = c_{cr}\cdot 4p\,\gamma_{cr}\,K_{ie}\,\varphi_{Fes}\,a_{1s}, \tag{34}$$

$$A_5 = c_{cr}\cdot 4p\,\gamma_{cr}\cdot K_{ie}\,\varphi_{Fes}\,K_{cbr}\cdot a_{1s}, \tag{35}$$

$$A_6 = c_{iz}\cdot 2p\,\gamma_{iz}(1-\varphi_{cs})\,a_{2s}\,a_{3s}, \tag{36}$$

$$A_7 = c_{iz}\,2p\,\gamma_{iz}(1-\varphi_{cs})\,K_{cbs}\cdot a_{2s}\,a_{3s}, \tag{37}$$

$$A_8 = K_p\, 2p\, \gamma_{Fes}\, \sigma_{Fes}\, \varphi_{Fes} \left[a_{2s} + b_s \left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s\, a_{1s}}{2\pi p} + \frac{a_{2s}}{p} \right) \right] a_{1s}, \tag{38}$$

$$A_9 = K_p\, 2p\, \rho_s\, \varphi_{cs}\, a_{2s}\, a_{3s}, \tag{39}$$

$$A_{10} = K_p\, 2p\, \rho_s\, \varphi_{cs}\, K_{cbs}\, a_{2s}\, a_{3s}, \tag{40}$$

$$A_{11} = K_p\, 4p\, \varphi_{Fes}\, \rho_r\, K_{ie}\, a_{1s}, \tag{41}$$

$$A_{12} = K_p\, 4p\, \varphi_{Fes}\, \rho_r\, K_{ie}\, K_{cbr}\, a_{1s}, \tag{42}$$

$$M_2 = \frac{X_{ad}\, \varphi_{Fes} \cdot a_{1s}}{K_{xad}\, \varphi_{cs}\, a_{2s}\, a_{3s}}, \tag{43}$$

$$M_3 = \frac{1}{K_{\alpha\, Fes}}\, \rho_s\, \varphi_{cs}\, a_{2s}\, a_{3s}, \tag{44}$$

$$M_4 = \frac{\rho_s \cdot \varphi_{cs} \cdot a_{2s}\, a_{3s}}{K_{\alpha is}\, a_{3s}\, (a_{5s} + 1)}, \tag{45}$$

$$M_5 = \frac{\sigma_{Fe} \cdot \gamma_{Fes}\, \varphi_{Fes}}{K_{\alpha Fes}} \left[a_{2s} + b_s \left(\frac{1}{\pi} + \frac{b_s\, a_{1s}}{2\pi p} + \frac{a_{2s}}{p} \right) \right] a_{1s}\, \frac{1}{B_r^2} \tag{46}$$

$$M_6 = 2\varphi_{Fes}\, \rho_r\, K_{ie}\, a_{1s}\, \frac{1}{K_{\alpha Fer}}, \tag{47}$$

$$M_7 = \frac{2\varphi_{Fes}\, \rho_r \cdot K_{ie}\, a_{1s}}{K_{\alpha ir}\, a_{3r}\, (a_{5r} + 1)}, \tag{48}$$

$$N_{14} = K_p\, K_v\, M_1, \tag{49}$$

$$N_{15} = \frac{X_s\, \varphi_{Fes}\, a_{1s}}{K_{xs} \cdot \varphi_{cs}\, a_{2s}\, a_{3s} \left(\dfrac{a_{4s}}{a_{3s}} + \dfrac{a_{2s}}{3a_{3s}} \right)}. \tag{50}^*)$$

În cazul rezolvării problemei cu ajutorul mașinilor de calcul cifrice, este necesar ca la programare să se aibă în vedere, următoarele considerații :

a) toate mărimile care intervin în sistemele de ecuații stabilite sînt mărimi finite, reale, diferite de zero și pozitive ;

b) variabilele independente : τ, δ, β, Δ_s, Δ_r, B_{ds} deși teoretic pot varia în tot domeniul definit mai sus, practic pot lua valori între limite determinate ;

c) coeficienții A_i pot fi considerați constanți sau variabili ; în ultimul caz se poate analiza influența parametrilor care definesc valorile coeficienților A_i asupra economicității mașinii ;

*) Pentru simplificare scăpările capetelor de bobină s-au neglijat.

d) parametrii x_{ad} x_s, θ_r, θ_s, K_{ie} pot fi considerați constanți doar cînd sînt independenți unul față de celălalt; în caz contrar, urmează a fi considerați variabili: în ambele cazuri poate fi determinată influența caracteristicilor funcționale asupra economicității mașinii.

Rezolvarea problemei în cazul general constă deci în determinarea cu ajutorul mașinilor de calcul a valorilor parametrilor, care determină prețul de cost real minim; dacă soluțiile problemei nu se pot încadra între valorile limită impuse — de condiții suplimentare neintroduse în calcul —, soluția determinată poate fi considerată ca un caz ideal cu care se poate compara din punct de vedere tehnico-economic oricare alt caz, practic realizabil.

8. REZOLVAREA PROBLEMEI PRIN CALCUL DIRECT

Se poate demonstra — vezi anexa 1 — că, în cazul concret studiat, problema poate fi rezolvată, considerînd x_{ad}, x_s și θ_s constante, deși între x_{ad}, x_s, θ_s sînt relații de legătură.

8.1. În aceste condiții, rezolvarea problemei poate fi redusă la determinarea minimului funcțiunii (25) cu respectarea condițiilor exprimate de relațiile (26)... (30).

C_r din (25) se exprimă sub forma

$$C_r = (A_1 + A_2 + A_6 + A_8 B_{ds}^2 + A_9 \Delta_s^2)\frac{\tau^3}{\beta} + \left(A_4 \frac{B_{ds}}{\Delta_r} + A_{11} B_{ds} \Delta_r\right)\frac{\tau}{\beta}\delta +$$

$$+ (A_3 + A_7 + A_{10} \Delta_s^2)\tau^3 + \left(A_5 \frac{B_{ds}}{\Delta_r} + A_{12} \Delta_r B_{ds}\right)\tau\delta + K_p K_v \frac{\tau^5}{\beta}. \quad (25'')$$

Relațiile (26)... (30) se exprimă sub forma*

$$\frac{1}{\beta} = \frac{M_1}{\tau^4 B_{ds} \Delta_s}, \quad (26'')$$

$$\delta = \frac{\Delta_s}{M_2 B_{ds}}\tau^2, \quad (27'')$$

$$B_{ds} = \frac{\Delta_s \cdot \tau}{N_{15}}, \quad (28'')$$

$$\theta_s = M_3 \Delta_s^2 + M_4 \Delta_s^2 \tau + M_5 B_{ds}^2, \quad (29'')$$

$$\theta_r = (N_{10} + N_{11}\tau)\Delta_r \Delta_s, \quad (30'')$$

unde:

$$N_{10} = \frac{M_6}{M_2}; \quad N_{11} = \frac{M_7}{M_2}. \quad (51)$$

* Prin introducerea unei relații suplimentare față de 26'' ... 30'' — condiția asigurării spațiului necesar dispunerii înfășurării rotorului — și a unei noi variabile independente — θ_r —, rezolvarea problemei prin calcul direct se poate simplifica substanțial.

Exprimînd pe Δ_s și Δ_r din (29″) și (30″) în care se înlocuiește B_d, din (28″) se obține

$$\Delta_s = \sqrt{\frac{\theta_s}{M_3 + M_4\tau + \frac{M_5}{N_{15}^2}\tau^2}}, \tag{52}$$

$$\Delta_r = \frac{\theta_r}{N_{10} + N_{11}\tau}\sqrt{\frac{M_3 + M_4\tau + \frac{M_5}{N_{15}^2}\tau^2}{\theta_s}}. \tag{53}$$

Eliminînd β, δ, B_{ds}, Δ_r și Δ_s din (25″) prin utilizarea relațiilor (26″), (27″), (28″), (52) și (53), expresia lui C_r se obține în funcție de pasul polar sub forma

$$C_r = \frac{S_3(N_1R_2 + S_1\tau^2 + S_2)}{\tau^2} + \frac{S_5(N_4R_1^2 + S_4R_2)}{R_1\tau^2} + \frac{N_6R_2 + S_6}{R_2}\tau^3 + \\ + \frac{S_8(N_8R_1^2 + S_7R_2)}{R_1R_2}\tau^3 + S_9R_2, \tag{54}$$

unde N_i, S_i, R_i sînt coeficienți de calcul.

Coeficienții de calcul au expresiile următoare:

$$\left.\begin{aligned}
N_1 &= (A_1 + A_2 + A_6)M_1,\\
N_2 &= A_8M_1\frac{1}{B_r^2},\\
N_3 &= A_9M_1,\\
N_4 &= A_4\frac{M_1}{M_2},\\
N_5 &= A_{11}\frac{M_1}{M_2},\\
N_6 &= A_3 + A_7,\\
N_7 &= A_{10},\\
N_8 &= \frac{A_5}{M_2},\\
N_9 &= \frac{A_{12}}{M_2},
\end{aligned}\right\} \tag{55}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
S_1 &= \theta_s \frac{N_2}{N_{15}}, \\
S_2 &= N_3\, \theta_s, \\
S_3 &= N_{15}/\theta_s, \\
S_4 &= \theta_r^2 \frac{N_5}{\theta_s}, \\
S_5 &= \frac{N_{15}}{\theta_r}, \\
S_6 &= N_7\, \theta_s, \\
S_7 &= \theta_r^2 \frac{N_9}{\theta_s}, \\
S_8 &= \frac{\theta_s}{\theta_r}, \\
S_9 &= N_{14} \frac{N_{15}}{\theta_s},
\end{aligned}
\right\} \tag{56}
$$

$$
R_1 = (N_{10} + N_{11}\tau),
$$

$$
R_2 = \left(M_3 + M_4\tau + \frac{M_5}{N_{15}^2}\tau^2\right). \tag{57}
$$

În expresia (54), primul și al doilea termen reprezintă prețul de cost al materialelor și pierderilor zonei active statorice, respectiv rotorice, al 3-lea și al 4-lea al zonei capetelor de bobină statorice, respectiv rotorice; termenul al 5-lea reprezintă prețul de cost al pierderilor de ventilație.

Derivata expresiei (54) în raport cu τ egalată cu zero determină valoarea lui τ, respectiv a lui β, δ, B_{ds}, Δ_r și Δ_s pentru care prețul de cost efectiv al mașinii este minim; expresia derivatei are forma

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial C_r}{\partial \tau} = {} & S_3[N_1 R_2'\tau - 2(N_1 R_2 + S_2) + S_9 R_2'\tau^3] R_1^2 R_2^2 + S_5[S_4(R_1 R_2' - \\
& - R_2 R_1')\tau + N_4 R_1^2(R_1'\tau - 2R_1) - 2 S_4 R_1 R_2] R_2^2 + [3(N_6 R_2 + S_6) R_2 - \\
& - S_6 R_2'\tau] R_1^2 \tau^5 + S_8[3 R_1 R_2 (N_8 R_1^2 + S_7 R_2) + N_8 R_1^2 \tau (R_2 R_1' - R_1 R_2') - \\
& - S_7 R_2^2 R_1'\tau] \tau^5,
\end{aligned} \tag{58}
$$

R_1' și R_2' reprezintă derivatele lui R_1 și R_2 în raport cu τ.

Dacă termenii derivatei (58) îi notăm în ordine cu D_{avs} D_{ar}, D_{cbs} și D_{cbr} termenii D pot fi exprimați sub forma :

a) Termenul D_{avs} corespunzător zonei active statorice și pierderilor de ventilație

$$D_{avs} = T_1 T_8 \tau^{10} + (T_2 T_8 + T_1 T_9)\tau^9 + (T_2 T_9 + T_3 T_8)\tau^8 + (T_3 T_9 + T_4 T_8 - T_1 T_{10})\tau^7 + (T_4 T_9 + T_5 T_8 - T_1 T_{11} - T_2 T_{10})\tau^6 + (T_5 T_9 + T_6 T_8 - T_2 T_{11} - T_3 T_{10})\tau^5 + (T_6 T_9 + T_7 T_8 - T_3 T_{11} - T_4 T_{10})\tau^4 + (T_7 T_9 - T_4 T_{11} - T_5 T_{10})\tau^3 - (T_5 T_{11} + T_6 T_{10})\tau^2 - (T_6 T_{11} + T_7 T_{10})\tau - T_7 T_{11}. \quad (59)$$

În expresia (59) T_i sînt coeficienți de calcul, definiți de relațiile :

$$T_1 = N_{11}^2 \frac{M_5^2}{N_{15}^4},$$

$$T_2 = 2N_{11}(N_{11} M_4 \frac{M_5}{N_{15}^2} + N_{10} \frac{M_5^2}{N_{15}^4},$$

$$T_3 = N_{10}^2 \frac{M_5^2}{N_{15}^4} + N_{11}^2 \left(M_4^2 + 2M_3 \frac{M_5}{N_{15}^2}\right) + 4N_{10} N_{11} M_4 \frac{M_5}{N_{15}^2},$$

$$T_4 = 2\left[N_{10}^2 M_4 \frac{M_5}{N_{15}^2} + N_{11}^2 M_3 M_4 + N_{10} N_{11} \left(M_4^2 + 2M_3 \frac{M_5}{N_{15}^2}\right)\right],$$

$$T_5 = N_{10}^2 \left(M_4^2 + 2M_3 \frac{M_5}{N_{15}^2}\right) + N_{11}^2 M_3^2 + 4N_{10} N_{11} M_3 M_4, \quad (60)$$

$$T_6 = 2(N_{10}^2 M_3 M_4 + N_{10} N_{11} M_3^2),$$

$$T_7 = N_{10}^2 M_3^2,$$

$$T_8 = 2S_9 \frac{M_5}{N_{15}^2},$$

$$T_9 = S_9 M_4,$$

$$T_{10} = N_1 M_4 S_3,$$

$$T_{11} = 2S_3(N_1 M_3 + S_2).$$

În expresia (59) termenii T_i sînt constanți, cei pozitivi corespund derivatei prețului de cost al pierderilor de ventilație, iar cei negativi derivatei prețului de cost al materialelor și pierderilor zonei active statorice.

b) Termenul D_{ar} are forma :

$$D_{ar} = -[V_1 V_5 \tau^7 + (V_1 V_6 + V_2 V_5)\tau^6 + (V_1 V_7 + V_2 V_6 + V_3 V_5)\tau^5 + (V_1 V_8 + V_2 V_7 + V_3 V_6 + V_4 V_5)\tau^4 + (V_1 V_9 + V_2 V_8 + V_3 V_7 + V_4 V_6)\tau^3 + (V_2 V_9 + V_3 V_8 + V_4 V_7)\tau^2 + (V_3 V_9 + V_4 V_8)\tau + V_4 V_9], \quad (61)$$

unde V_i sînt coeficienți de calcul, constanți, definiți de expresiile următoare :

$$
\begin{aligned}
V_1 &= N_4 N_{11}^3 + N_{11} S_4 \frac{M_5}{N_{15}^2}, \\
V_2 &= 2(2N_4 M_{10} N_{11}^2 + M_4 N_{11} S_4), \\
V_3 &= 5N_4 N_{10}^2 N_{11} + 3M_3 N_{11} S_4 + M_4 N_{10} S_4, \\
V_4 &= 2(M_3 N_{10} S_4 + N_4 N_{10}^3). \\
V_5 &= S_5 \frac{M_5^2}{N_{15}^4}, \\
V_6 &= 2 S_5 M_4 \frac{M_5}{N_{15}^2} \\
V_7 &= S_5 \left(M_4^2 + 2 M_3 \frac{M_5}{N_{15}^2} \right), \\
V_8 &= 2 S_5 M_3 M_4, \\
V_9 &= S_5 M_3^2.
\end{aligned}
\tag{62}
$$

În expresia lui D_{ar} toți termenii sînt negativi și corespund prețului de cost al materialelor și pierderilor din zona activă rotorică.

c) Termenul D_{cbs} are forma

$$
\begin{aligned}
D_{cbs} = Z_1 Z_6 \tau^{11} + (Z_2 Z_6 + Z_1 Z_7) \tau^{10} + (Z_3 Z_6 + Z_2 Z_7 + Z_1 Z_8) \tau^9 + \\
+ (Z_4 Z_6 + Z_3 Z_7 + Z_2 Z_8) \tau^8 + (Z_5 Z_6 + Z_4 Z_7 + Z_3 Z_8) \tau^7 + (Z_5 Z_7 + \\
Z_4 Z_8) \tau^6 + Z_5 Z_8 \tau^5 .
\end{aligned}
\tag{63}
$$

În (75) coeficienții de calcul Z_i au următoarele valori :

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= 3 N_6 \frac{M_5^2}{N_{15}^4}, \\
Z_2 &= 6 N_6 M_4 \frac{M_5}{N_{15}^2}, \\
Z_3 &= 6 N_6 M_3 \frac{M_5}{N_{15}^2} + 3 N_6 M_4^2 + S_6 \frac{M_5}{N_{15}^2}, \\
Z_4 &= 6 N_6 M_3 M_4 + 2 M_4 S_6, \\
Z_5 &= 3 M_3 (S_6 + N_6 M_3), \\
Z_6 &= N_{11}^2, \\
Z_7 &= 2 N_{10} N_{11}, \\
Z_8 &= N_{10}^2.
\end{aligned}
\tag{64}
$$

d) Termenul D_{cbr} are forma

$$D_{cbr} = (Y_1 Y_5 - X_1 X_4 - U_1 U_2)\,\tau^{10} + (Y_1 Y_6 + Y_2 Y_5 - X_1 X_5 - X_2 X_4 - U_1 U_3)\,\tau^9 + (Y_1 Y_7 + Y_2 Y_6 + Y_3 Y_5 - X_1 X_6 - X_2 X_5 + X_3 X_4 - U_1 U_4)\,\tau^8 + (Y_2 Y_7 + Y_3 Y_6 + Y_4 Y_5 - X_2 X_6 + X_3 X_5 - U_1 U_5)\,\tau^7 + (Y_3 Y_7 + Y_4 Y_6 + X_3 X_6 - U_1 U_6)\,\tau^6 + Y_4 Y_7\,\tau^5. \quad (65)$$

Coeficienții de calcul Y_i, X_i, U_i au următoarele expresii:

$$Y_1 = 3 N_{11} \frac{M_5}{N_{15}^2},$$

$$Y_2 = 3 \left(N_{10} \frac{M_5}{N_{15}^2} + M_4 N_{11} \right),$$

$$Y_3 = 3 (N_{10} M_4 + N_{11} M_3),$$

$$Y_4 = 3 N_{10} N_3,$$

$$Y_5 = S_7 S_8 \frac{M_5}{N_{15}^2} + N_8 S_8 N_{11}^2,$$

$$Y_6 = S_7 S_8 M_4 + 2 N_{10} N_{11} N_8 S_8,$$

$$Y_7 = M_3 S_7 S_8 + N_8 N_{10}^2 S_8,$$

$$X_1 = N_{11} S_8 \frac{M_5}{N_{15}^2},$$

$$X_2 = N_{10} S_8 \frac{M_5}{N_{15}^2}, \quad (66)$$

$$X_3 = S_8 (N_{11} M_3 - N_{10} M_4),$$

$$X_4 = N_8 N_{11}^2,$$

$$X_5 = 2 N_8 N_{10} N_{11},$$

$$X_6 = N_8 N_{10}^2,$$

$$U_1 = S_7 S_8 N_{11},$$

$$U_2 = \frac{M_5^2}{N_{15}^4},$$

$$U_3 = 2 M_4 \frac{M_5}{N_{15}^2},$$

$$U_4 = M_4^2 + 2 M_3 \frac{M_5}{N_{15}^2},$$

$$U_5 = 2 M_3 M_4,$$

$$U_6 = M_3^2.$$

Suma termenilor D egalată cu zero determină valorile lui τ pentru care C_r ia valori minime. Ecuația.

$$D_{avs} + D_{ar} + D_{cbs} + D_{cbr} = 0, \tag{67}$$

reprezintă o ecuație de gradul 11, care poate fi rezolvată prin aproximații succesive.

Se poate demonstra, că la valori curente ale coeficienților termenilor D, ecuația (67) admite o singură rădăcină reală și pozitivă.

Din analiza termenilor D rezultă că, variația prețului de cost al materialelor și pierderilor zonei active statorice și rotorice în raport cu τ determină mărirea pasului polar τ, în timp ce, variația prețului de cost al materialelor și pierderilor zonei capetelor de bobină statorice și rotorice conduce la micșorarea aceluiași parametru.

Rezultă de asemenea, că geometria mașinii — definită de raportul β — depinde de ponderea termenilor D, în expresia prețului de cost.

8.2. Pentru ilustrarea metodei s-a efectuat calculul unui turbogenerator cu : $P = 31\,250$ kVA, iar rezultatele stabilite s-au comparat cu rezultatele din [3] unde este redat calculul complet al unui turbogenerator de aceeași putere; calculul în [3] s-a condus după metodica de proiectare curentă.

Pentru parametrii considerați constanți, s-au ales valorile indicate în [1], [2], [3]; valorile reactanțelor x_{ad} și x_s s-au luat comparabile cu valorile stabilite în [3].

Încălzirea statorului s-a considerat egală cu valoarea maxim admisibilă $\theta_s = 60°C$, — deoarece conform anexei 1, C_r ia valori minime la θ_s maxim; în cazul concret analizat, așa-numita valoare critică minim posibilă a încălzirii statorului — la $\theta_r = (10-60)°C$ și $\tau = (110-175)$ cm — a rezultat egală cu 100°C.

Întrucît s-a constatat că variațiile lui θ_r influențează într-o mică măsură valoarea lui τ determinată prin rezolvarea ecuației (67), valoarea lui θ_r, pentru care prețul de cost al mașinii ia valori minime, s-a determinat pe baza unor considerații suplimentare.

S-au considerat termenii prețului de cost care depind de Δ_r respectiv θ_r :

$$C_r^1 = (N_4 + N_5 \Delta_r^2) \frac{1}{B_{ds} \Delta_r \tau} + (N_8 + N_9 \Delta_r^2) \frac{\Delta_s \tau^3}{\Delta_r} \tag{68}$$

și s-a determinat valoarea minimă a lui C_r^1 prin rezolvarea ecuației

$$\frac{\partial C_r^1}{\partial \Delta_r} = 0, \tag{69}$$

la τ, Δ_s și B_{ds} determinați anterior.

Au rezultat pentru Δ_r respectiv θ_r următoarele valori : $\Delta_r = 90{,}2$ A/cm² și $\theta_r = 5°C$.

Rezolvarea ecuației (67) la valori ale lui $\theta_r = 10, 20, 30, 40, 50, 60°C$ a condus la valori ale parametrilor τ, β, δ, Δ_s, B_{ds} practic constante și egale cu :

$$\tau = 115 \text{ cm},$$

$$\beta = 0{,}233,$$

$$\delta = 2{,}2 \text{ cm},$$

$$\Delta_s = 200 \text{ A/cm}^2,$$

$B_{ds} = 2{,}3.10^{-4}$ Wb/cm^2 respectiv : $B_\delta = 0{,}85.10^{-4}$ Wb./cm^2.

Densitatea de curent în înfășurarea rotorică a variat la variațiile lui θ_r conform datelor din tabela 1.

Tabela 1

θ_r (°C)	5	10	20	30	40	50	60
Δ_r (A/cm^2)	90,2	194	389	583	776	974	1160
C_r (10^6 u.)	2,310	2,368	—	—	—	—	2,962

În tabela 1, sînt indicate și valorile prețului de cost ; se observă că la $\theta_r = 5°C$, prețul de cost la valoarea minimă.

Valorile stabilite pentru τ, β, δ, Δ_s, B_{ds} ... etc. permit realizarea mașinii la puterea și parametrii impuși ; prin variația lui β sau a celorlalți parametri se pot realiza și alte variante, care se vor abate însă, față de varianta optimă determinată.

În [3], varianta proiectată este caracterizată de următoarele valori ale parametrilor :

$$\tau = 154 \text{ cm},$$

$$\beta = 0{,}695,$$

$$\delta = 3{,}3 \text{ cm},$$

$$\Delta_s = 200 \text{ A/cm}^2,$$

$B_{ds} = 2{,}4.10^{-4}$ Wb/cm^2 — valoare recalculată la :

$B_\delta = 0{,}84.10^{-4}$ Wb/cm^2.

Calculînd prețul de cost al acestei variante, rezultă : $C_r = 2{,}506.10^6$u ; abaterea ΔC_r de la varianta tehnico-economică optimă :

$$\Delta C_r = \frac{2{,}506 - 2{,}310}{2{,}310} 100 = 8{,}5\%.$$

Abaterea ΔC_r deși relativ mică, poate reprezenta în valori absolute, un efort economic suplimentar important.

Analiza structurii prețului de cost permite sublinierea unor aspecte practice importante :

a) În cazul mașinilor cu număr de ore de utilizare anuală relativ mare — în cazul de față 6 000 ore — ponderea prețului de fabricație al mașinii este relativ mică (10—15)% ; prețul pierderilor de putere este relativ mare și de aceea, în acest caz, este important de a se realiza mașini cu randamente maxime ;

b) Ponderea prețului de cost al pierderilor în fier este relativ mare — circa (40—60)% în cazurile analizate — ; se impune deci utilizarea unui material feromagnetic cu pierderi specifice mici, la solicitări magnetice ponderate.

9. CONCLUZII

9.1. În lucrarea de față se indică o metodă de determinare a mărimilor fundamentale, mărimi care definesc geometria și sarcinile electromagnetice ale mașinii, din condiția optimului tehnico-economic.

9.2. Optimul tehnico-economic se definește ca varianta care satisface criteriul funcțional și de siguranță, asigurînd preț de cost minim ; prețul de cost efectiv al mașinii apreciază, atît cheltuielile de fabricație, cît și cheltuielile de exploatare, acestea din urmă fiind determinate de prețul de cost al pierderilor de energie.

9.3. Metoda expusă în lucrare, oferă posibilitatea determinării în mod obiectiv a variantei optime în raport cu care poate fi făcută comparația oricărei alte soluții stabilite în proiectare ; în acest mod, proiectantul are la îndemînă un criteriu obiectiv de comparație a mașinii proiectate, înlăturîndu-se subiectivitatea în aprecierea soluțiilor adoptate.

9.4. Metoda poate fi utilizată în proiectarea oricărei mașini electrice rotative ; ea dă posibilitatea calculului și proiectării celei mai economice mașini luîndu-se în considerație atît construcția mașinii, cît și comportarea ei în condițiile exploatării. Cu ajutorul metodei factori complecși, de natură relativ diferită — funcționali, siguranță în exploatare etc., pot fi luați în considerație în mod unitar, în interdependența lor.

9.5. Determinarea geometriei mașinii, a dimensiunilor ei și sarcinilor electromagnetice reprezintă o problemă complexă, care poate fi corect rezolvată prin analiza de detaliu a condițiilor concrete în care urmează a funcționa mașina electrică. Din lucrare rezultă, că realizarea unei mașini de dimensiuni, gabarit, greutate reduse poate să apară rentabilă, analizînd în paralel, pierderile mașinii și costul lor ; tendința în construcția de mașini trebuie să constea în primul rînd în micșorarea pe toate căile a pierderilor și realizarea mașinii cu randamente ridicate, chiar dacă pentru aceasta se impune utilizarea unor materiale relativ scumpe ; această concluzie, trebuie să se bazeze pe analiza structurii prețului de cost în care intervine atît costul pierderilor de energie, cît și costul materialelor active utilizate.

9.6. Metoda expusă în lucrare, dă posibilitatea aprecierii calitative și cantitative a modului în care este influențat optimul economic de cerin-

țele de natură funcțională sau de siguranță : se poate determina, de exemplu, influența inerției electromagnetice sau electromecanice asupra prețului de cost, influența gradului de stabilitate, a factorului de putere, a forțării excitației, a variației admisibile a tensiunii etc. asupra economicității mașinii ; din acest punct de vedere utilizarea combinată a mașinilor electronice de calcul și a metodei expuse poate să conducă la simplificări importante în proiectarea mașinilor electrice ; de menționat că metoda este adecvată unei programări relativ simple în cazul utilizării mașinilor de calcul cifrice.

9.7. Utilizarea corectă a metodei poate conduce la importante economii în proiectarea, realizarea și exploatarea mașinilor electrice ; efectul economic al utilizării metodei apare în mod deosebit, în cazul seriilor mari de mașini, sau a unicatelor de mare putere ; chiar în cazul cînd dintr-un motiv sau altul, varianta optimă nu poate fi realizată, metoda dă posibilitatea alegerii acelei variante care să apropie cel mai mult față de optimul stabilit.

9.8. Considerațiile expuse în lucrare, nu exclud utilizarea metodelor clasice de proiectare a mașinilor electrice ; metoda elaborată, reprezintă în fond o sinteză a tendințelor manifestate în proiectarea mașinilor electrice și ea urmează a fi aplicată prin utilizarea în paralel a procedeelor de calcul curente fără de care proiectarea de detaliu nu este posibilă.

ANEXA 1

Considerînd într-o primă aproximație coeficienții A_i , M_i , K_{ie} și N_{14} constanți, relațiile (25)... (30) pot fi scrise sub forma :

$$C_r = f_1(\tau, \delta, \beta, \Delta_s, \Delta_r, B_{ds}) \tag{25'}$$

Între parametrii variabili τ, δ,..., B_{ds} sînt relații de legătură de forma

$$f_2(\tau, \beta, \Delta_s, B_{ds}) = 0, \tag{26'}$$

$$f_2(\tau, \delta, x_{ad}, \Delta_s, B_{ds}) = 0, \tag{27'}$$

$$f_3(\tau, x_s, \Delta_s, B_{ds}) = 0, \tag{28'}$$

$$f_4(\tau, \theta_s, \Delta_s, B_{ds}) = 0, \tag{29'}$$

$$f_5(\tau, \delta, \theta_r, \Delta_r, B_{ds}) = 0. \tag{30'}$$

Problema constă în determinarea minimului funcției C_r în premisa că τ, δ, β, Δ_s , Δ_r , B_{ds} sînt variabile independente, putînd obține într-o primă aproximație orice valori, iar x_{ad} , x_s , θ_s și θ_r sînt variabile putînd lua valori între limite determinate

$$X_{ad1} \leqslant x_{ad} \leqslant x_{ad2},$$

$$X_{s1} \leqslant x_s \leqslant x_{s2},$$

$$\theta_{s1} \leqslant \theta_s \leqslant \theta_{s2}.$$

$$\theta_{r1} \leqslant \theta_r \leqslant \theta_{r2}.$$

În calculul minimului funcției C_r pot interveni următoarele cazuri:

1. Între variabilele x_{ad}, x_s, θ_s, θ_r, nu sînt relații de legătură; deci:

a. Dacă: $C_r = \varphi_1(x_{ad})$; $C_r = \varphi_2(x_s)$ ... sînt funcții continue, monotone este suficient pentru determinarea minimului lui C_r să se ia în considerație doar valorile extremale; în cazul figurilor 1-*a*, *b*, de exemplu, minimum va interveni la $x_{ad} = x_{ad2}$, respectiv $\theta_r = \theta_{r1}$;

b. Dacă funcțiile $C_r = \varphi_1(x_{ad})$; $C_r = \varphi_2(x_s)$ ... sînt funcții continue, care admit un singur maxim sau minim cuprins între valorile extremale, de forma reprezentării principale din

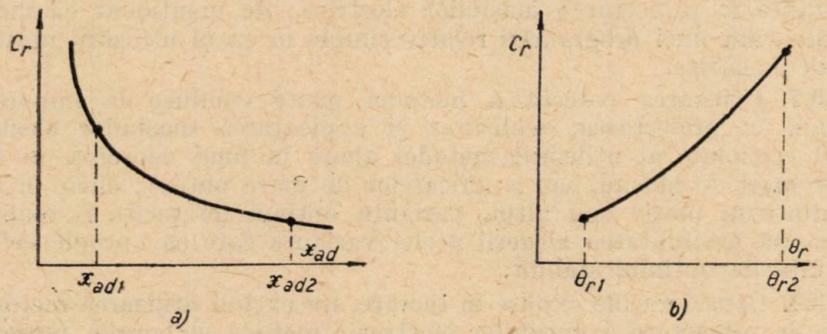


Fig. 1. — Variația prețului de cost în funcție de reactanța x_{ad} și încălzirea θ_r — curbe demonstrative.

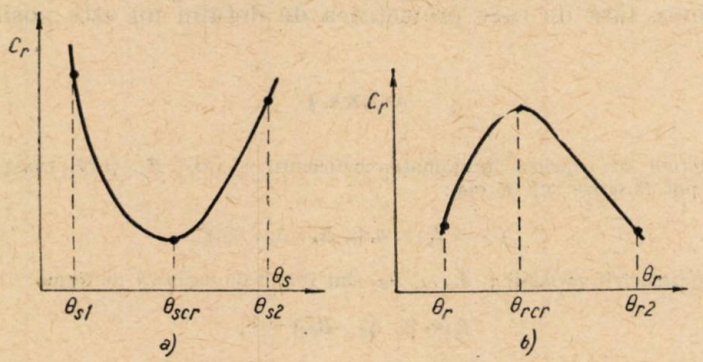


Fig. 2. — Variația prețului de cost în funcție de încălzirea θ_s și θ_r — curbe demonstrative.

figura 2, pentru minimul funcției C_r se poate considera valoarea critică θ_{scr} (fig. 2 *a*-) sau valorile extremale θ_{r1}, θ_{r2} (fig. 2 *b*) în funcție de sensul inegalității:

$$\varphi(\theta_{r1}) \gtrless \varphi(\theta_{r2}).$$

2. Între parametrii x_{ad}, x_s, θ_s, θ_r există relații de legătură; minimul funcției C_r în acest caz, poate fi determinat prin derivarea sa în raport cu toate variabilele și alegerea dintre soluțiile determinate prin egalarea cu zero a derivatelor, acele soluții care satisfac condițiile valorilor extremale; rezolvarea problemei prin calcul direct, fără utilizarea mașinilor de calcul, poate întîmpina însă dificultăți.

În cazul de față, problema poate fi rezolvată totuși în mod relativ simplu; într-adevăr, din examinarea condițiilor (26′)... (30′) se poate observa că între parametrii x_{ad}, x_s, θ_s, θ_r există o singură relație de legătură între x_{ad} și θ_r realizată prin intermediul întreferului δ; de aici rezultă că într-o primă aproximație x_{ad} sau θ_r urmează a se considera ca variabilă independentă.

Considerînd valoarea reactanței x_s constantă — valoarea inferioară determinată de curenți de scurtcircuit, în regim tranzitoriu, iar valoarea maximă, de variația admisibilă a tensiunii — și eliminînd din (25′) pe δ, β, Δ_s, Δ_r, B_{ds} se obține o funcție de forma :

$$C_r = f(x_{ad}, \theta_s, \theta_r, \tau.), \tag{1}$$

în care X_{ad}, θ_s sînt variabile între anumite limite iar θ_r și τ variabile independente.

Analizînd variația prețului de cost C_r în raport cu x_{ad} și θ_s problema poate fi redusă la determinarea minimului prin considerarea ca variabile doar a lui θ_r și τ.

Într-adevăr, întrucît

$C_r = \varphi_1(x_{ad})$ are forma

$$\varphi_1(x_{ad}.) = \frac{A}{x_{ad}}\left(B + \frac{C}{x_{ad}}\right),$$

unde A, B, C, sînt constante la θ_r și τ date, rezultă că minimum funcției C_r (1) va fi determinat la valoarea extremală a lui $x_{ad} = x_{ad2}$.

Variația prețului de cost în raport cu θ_s este de forma

$$C_r = \varphi_2(\theta_s) = E\theta_s + \frac{F}{\theta_s}$$

unde E și F sînt constante la θ_r și τ date.

Derivînd funcția $\varphi_2(\theta_s)$ în raport cu θ_s și notînd valoarea lui θ_s pentru care $C_r = \varphi_2(\theta_s)$ trece prin minim cu θ_{scr} se obține

$$\theta_{scr} = \xi(\theta_r, \tau).$$

Dînd valori lui θ_r și τ în întreg domeniul de variație posibil $\theta_{r1} \leqslant \theta_r \leqslant \theta_{r2}$ respectiv $\tau_1 \leqslant \tau \leqslant \tau_2$, dacă valoarea minim posibilă a lui θ_{scr} este mai mare decît valoarea lui θ_s, admisibilă la izolația dată a mașinii, minimul pentru funcția (1) se va obține la : $\theta_s = \theta_{s2}$; teoretic pot interveni și alte cazuri, valoarea critică minim posibilă, putînd lua valori mai mici decît sau cuprinse între θ_{s1} și θ_{s2} ; cum însă în mod practic θ_{scr} min este mai mare decît θ_{s2} analiza se limitează la acest caz.

În aceste condiții rezultă că, pentru rezolvarea problemei este suficientă determinarea minimului funcției

$$C_r = f(\tau, \theta_r).$$

Minimul va avea loc pentru valorile rezultate prin rezolvarea sistemului

$$\frac{\partial C_r}{\partial \tau} = 0 \quad \text{și} \quad \frac{\partial C_r}{\partial \theta_r} = 0. \tag{2}$$

Deoarece rezolvarea sistemului (2) poate întîmpina dificultăți problema se poate reduce la rezolvarea ecuației :

$$\left(\frac{\partial C_r}{\partial \tau}\right)_{\theta_r = \text{const.}} = 0, \tag{3}$$

dînd diferite valori lui θ_r în intervalul de variație admisibil.

Calculînd ulterior variația prețului de cost în funcție de θ_r se poate alege dintre variantele calculate, varianta optimă care satisface cerințele tehnice și economice impuse.

Rezolvarea problemei se simplifică dacă, se are în vedere că variațiile lui τ prin rezolvarea lui (3), la θ_r variabil, sînt relativ mici neimportante pentru calculul unei variante de referință optime.

★

În lucrare s-au mai utilizat următoarele notații :

p — numărul perechilor de poli ai mașinii ;
f — frecvența tensiunii indusului ;
τ — pasul polar al mașinii ;

$\beta = \frac{\tau}{l_i}$ — parametru ce caracterizează geometria mașinii ; $a_1 = \frac{bd}{t}$; $a_2 = \frac{h_{cr}}{\tau}$;

$a_3 = \frac{b_{cr}}{t}$ rapoarte ce caracterizează geometria crestăturilor celor două armături ;

$b = \frac{B_d}{B_j}$ — raportul valorilor medii ale inducțiilor în dinți și jug ;

$\varphi_c = \frac{S_c}{S_{cr}}$ — coeficientul de umplere al crestăturilor definit de raportul secțiunii materialului conductor S_c dispus în crestătura de secțiune S_{cr} ;

$\varphi_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{l_i}$ — coeficientul de „umplere" al armăturilor definit de raportul lungimii efective de fier l_{Fe} și lungimea ideală l_i ;

$K_{cb} = \frac{l_{cb}}{\tau}$ — coeficient în expresia căruia l_{cb} reprezintă lungimea capetelor de bobină a înfășurărilor ;

$K_{ie} = \frac{1{,}1 - 1{,}2}{\mu_0} \frac{i_{en}}{i_{eo}}$ — parametru funcțional, i_{en} și i_{eo}, reprezentînd, în cazul mașinilor sincrone, curenții de excitație ce asigură tensiunea nominală la funcționarea în sarcină și gol a mașinii ;

Δ — densitatea de curent în înfășurări ;
ρ — rezistivitatea conductoarelor înfășurării ;
γ — greutatea specifică a materialelor utilizate ;
K_w — coeficientul total de bobinaj ;
K_d — coeficientul reacției indusului în axa longitudinală ;
θ_{cs}, θ_{cr} — încălzirea înfășurării statorice, respectiv rotorice față de agentul de răcire ;
$\Delta\theta_a$ — încălzirea medie a agentului de răcire în mașină ;
α_{Fe} — conductibilitatea termică la suprafața mașinii spălată de agentul de răcire ;
α_i — conductibilitatea termică internă, prin izolația înfășurărilor ;
W — intensitatea fluxului termic prin considerarea pierderilor în zona activă a mașinii și a suprafețelor corespunzătoare de transfer a căldurii.

DÉTERMINATION DE LA SOLUTION OPTIMUM DANS LES PROJETS DE MACHINES ÉLECTRIQUES

RÉSUMÉ

Dans ce travail, l'auteur énonce que l'obtention de la solution optimum dans les projets de machines électriques doit être fondée sur trois critères, à savoir : le critère fonctionnel, le critère de la sécurité dans l'exploitation et le critère économique. Il définit le prix de revient effectif

de la machine, en y introduisant les dépenses de fabrication et les frais d'exploitation ; celles-ci sont évaluées par l'intermédiaire des pertes d'énergie et du prix de revient correspondant.

Selon ce travail, la détermination de la solution optimum des projets de machines électriques se réduit à la détermination du prix de revient effectif minimum de la machine. Comme les paramètres fonctionnels de la machine, les conditions de sécurité dans l'exploitation et le prix de revient effectif de la machine peuvent être définis au moyen des mêmes paramètres constructifs — éléments géométriques, charges électriques et magnétiques —, le problème peut être formulé en général, et recevoir des solutions appropriées, selon les nécessités, aux cas particuliers des diverses machines électriques.

Les considérations envisagées dans le travail se réfèrent aux machines électriques rotatives en général, et elles sont concrétisées pour le cas particulier des machines synchrones de grande et de très grande puissance.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Постников, *Выбор оптимальных геометрических размеров в электрических машинах*", ГЭИ, 1952.
2. — *Электротехнический справочник*. ГЭИ, 1952.
3. — *Проектирование электрических машин*. ГИТЛ, 1952.

ASUPRA AMORTIZĂRII UNDELOR DE IMPULSIE LA ÎNCERCAREA TRANSFORMATOARELOR

DE

AUREL AVRAMESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.

Încercarea cu unde de impulsie a transformatoarelor este o probă de tip şi de control eficace pentru prevenirea defectelor şi avariilor provocate de supratensiunile atmosferice [1]. Construcţia şi punerea în funcţie în uzinele electrotehnice mari din ţara noastră a generatoarelor de impulsii [2] a prilejuit introducerea încercării cu unde de impulsii a echipamentului de înaltă tensiune [3] şi efectuarea unor studii experimentale mai amănunţite [4]. Cu această ocazie, s-a realizat o suficient de bună aproximaţie teoretică a fenomenelor cvasistaţionare care au loc în circuitul generator de impulsii-transformator, prin introducerea unei inductanţe corespunzătoare cîmpului magnetic transversal care apare în înfăşurări, ţinînd seama de undele staţionare care se produc [5]. Cu toate acestea, au rămas unele diferenţe nelămurite între valorile tensiunii şi curentului în înfăşurări, urmărite la oscilograf şi între cele calculate analitic. Aceste diferenţe nu se pot lămuri decît printr-o analiză şi mai profundă a fenomenelor electromagnetice complicate care se desfăşoară în înfăşurările transformatoarelor în cursul încercărilor cu unde de impulsie. În speţă, este vorba de fenomenul de amortizare mai pronunţată a undei de tensiune datorită curenţilor turbionari în miezul magnetic.

În prezenta lucrare, se încearcă a se urmări desfăşurarea în timp a cîmpului magnetic, intrarea lui în fierul magnetic şi a se determina, cu o oarecare aproximaţie, influenţa curenţilor turbionari (Foucault) asupra formei undei de tensiune, spre a putea da o explicare calitativă a amortizării care apare.

1. OSCILAŢIILE CVASISTAŢIONARE ALE TRANSFORMATORULUI

În contrast cu izolatoarele şi eclatoarele, echivalente cu condensatoare simple, înfăşurările transformatoarelor reprezintă combinaţii de capacităţi şi inductanţe a căror comportare în circuitul de descărcare a

generatoarelor de impulsii dă la iveală fenomene complicate care apar în înregistrările cu oscilograful catodic [6].

Încercări de a da acestor fenomene o explicație fizică plauzibilă datează încă din a doua decadă a secolului și sînt legate de numele cercetătorilor W. Rogowski, K. W. Wagner, L. F. Blume și A. Boyajian, R. Rüdenberg, R. Willheim [7]. Lucrări mai recente se datoresc autorilor sovietici E. S. Frid [8], A. V. Karasev, A. V. Skljanin[9], dar contribuția analitică cea mai importantă din ultimul timp a fost adusă de cercetătorii cehi B. Heller și A. Veverka și publicată în numeroase articole cît și în cartea lor recent apărută [10]. Aceștia din urmă introduc în calcule influența aproximativă a inductanței mutuale ale bobinelor unei sau ambelor înfășurări și reușesc a da o explicație clară interdependenței între frecvențele proprii spațiale și temporale ale înfășurărilor.

Autorii cehi compară critic rezultatele atinse pînă în prezent în acest domeniu de E. S. Frid [8], A. Hochrainer [11], R. Elsner [12], P. A. Abetti și F. I. Maginnis [13] cu cele proprii, obținînd o mai bună concordanță între teoria lor și experimente.

Sintetizînd după aceste surse fenomenele principale care au loc în înfășurările unui transformator trifazat la aplicarea unei unde de tensiune de formă normalizată [14] se pot enunța următoarele:

1. În primele momente (microsecunde), deci pe fruntea undei, transformatorul se manifestă numai prin efectul capacităților între înfășurări, galeți sau spire, respectiv între acestea și pămînt (inductanța se consideră a fi infinită).

În această fază se absoarbe un curent (de deplasare) pur capacitiv, care nu trece prin înfășurare ci încarcă aceste capacități care se află în derivație. Unda se propagă de la bornă spre neutru. După oscilații de foarte înaltă frecvență, această primă fază se termină printr-o repartizare exponențială (exprimată prin funcții hiperbolice) a tensiunii de-a lungul înfășurării, diferită după cum neutrul transformatorului este izolat sau pus la pămînt [6]. Gradientul maxim apare pe primele spire.

2. Într-o a doua fază, denumită cvasistaționară, începe să se manifeste și inductanța transformatorului (vezi [5] fig. 1 *c*) și apar curenți în înfășurări. Plecînd de la repartizarea exponențială a fazei precedente se formează unde staționare ale tensiunii și ale curentului de diferite frecvențe proprii spațiale și temporale, însumate într-un fenomen tranzitoriu care se termină cu o nouă repartizare, de astădată liniară a tensiunii de-a lungul înfășurării [10]. La o treaptă dreptunghiulară de tensiune aplicată și neutru izolat, repartizarea finală este constantă, la neutru pus la pămînt triunghiulară, anulîndu-se în neutru. În unda normalizată apare o amortizare a tensiunii corespunzătoare constantei de timp a spatelui.

3. Repartizarea finală se atinge în orice punct al înfășurării, deci implicit și la bornă, prin oscilații amortizate pe diferite frecvențe proprii, din care cea mai importantă și cea mai puțin amortizată este oscilația fundamentală. Aplicarea tensiunii făcîndu-se în laborator cu ajutorul unui generator de impulsii, deci prin descărcarea unei baterii de condensatoare, tensiunea la bornele înfășurării, măsurată pe un divizor de tensiune cu oscilograful catodic, se poate urmări prin calcul, considerîndu-se că induc-

tanța și capacitățile transformatorului sînt concentrate [5]. Astfel, în calcule apare numai unda fundamentală.

4. Parametrii principali ai oscilațiilor proprii, anume frecvența undei fundamentale, factorul de amortizare, lungimea de undă a undelor staționare etc., depinde de schema de conexiuni a transformatorului. Recomandările I.E.C. prevăd aplicarea tensiunii de șoc pe o singură fază, celelalte fiind scurtcircuitate și puse la pămînt ca și neutrul primarului (vezi [5] fig. 3). După cum s-a arătat de Gh. Hortopan în lucrarea sa [5], în această situație se poate obține o expresie analitică care reprezintă cu suficientă exactitate oscilațiile tensiunii la borne, dacă se face o nouă evaluare a inductanței transformatorului.

5. Concomitent cu apariția curentului în înfășurări se naște un cîmp magnetic a cărui evoluție și dispoziție în spațiu este de cea mai mare importanță. Acest cîmp apare întîi în jurul conductoarelor și bobinelor parcurse de curent, deci în aer și în materiale nemagnetice, pentru a ajunge pe suprafețele exterioare ale tolelor magnetice și a pătrunde în fierul magnetic. Pătrunderea este o problemă în sine. Ea nu se face instantaneu ci cu întîrziere, curenții turbionari care apar în tole avînd o reacție de retardare și amortizare asupra curentului de excitație. Inductanța transformatorului se modifică în mod continuu în cursul fenomenului de pătrundere, în funcție de variația reluctanței și de grosimea tolelor. Datorită curenților turbionari apar pierderi prin efect Joule. În schema echivalentă a transformatorului, pătrunderea în fier se poate reprezenta prin introducerea unui nou circuit în derivație pe inductanța principală, circuit conținînd o inductanță și o rezistență.

Din cele de mai sus, rezultă că există posibilitatea ca influența curenților turbionari să se manifeste printr-un efect de amortizare mai pronunțat al oscilației fundamentale cvasistaționare.

2. INFLUENȚA CURENȚILOR TURBIONARI

1. *Metode de calcul.* Fenomenul tranzitoriu al apariției curenților turbionari în conductori masivi a fost studiat încă de I. C. Maxwell în cazul polilor magnetici cilindrici [16], apoi de R. Rüdenberg pentru poli dreptunghiulari [17], plecînd de la ipoteza unui salt instantaneu al inducției magnetice pe suprafața laterală a polului.

Autorul a extins cercetarea acestui fenomen în condiții similare pentru funcții de timp cu pantă finită (exponențială) calculînd nu numai variația mărimilor electrice și magnetice fundamentale, dar și cea a mărimilor energetice corespunzătoare, anume a puterii și energiei cîmpului magnetic, cît și a efectului Joule. Prin însumarea puterilor, respectiv energiilor corespunzătoare, autorul a reușit a pune în evidență contribuția sursei de energie (a sursei care alimentează înfășurarea de excitație), fără a ține seama de pierderile prin dispersiune [18].

În cazul cînd există întrefier în circuitul magnetic, calculul se complică dacă se cere influența curenților turbionari asupra circuitului de excitație. Polul cilindric a fost calculat în aceste condiții de K. W. Wagner într-o lucrare devenită memorabilă, în care s-a dat o demonstrație mate-

matică calculului operațional [19], polul dreptunghiular (de turbogenerator) de F. Fraunberger [20] și R. Tuschák [21], considerînd însă dispersiunea curenților în funcție de o singură coordonată. Într-o disertație, H. Prassler [22] atacă problema bidimensională pentru poli de mașini electrice de formă rotundă și dreptunghiulară cu întrefier. După ce stabilește ecuațiile fundamentale și schema echivalentă, deduce soluțiile exacte ale problemei sub formă de serii, calculînd inductanța și rezistența echivalentă a circuitului suplimentar reprezentat de fierul magnetic, cît și reacția curenților turbionari asupra circuitului primar de excitație.

Aceste metode de a stabili influența curenților turbionari rămîn valabile, dar implică operații complicate de calcul, chiar în cazul cînd circuitul de excitație se consideră foarte simplu. În încercarea cu impulsii de tensiune a transformatoarelor, acest circuit este el însuși complicat, fiind compus din elementele generatorului de impulsii și ale transformatorului. De aceea, în cele ce urmează se va prezenta un mod de calcul care, pornind de la premise fizice juste, permite a stabili, cu oarecare aproximații, influența curenților turbionari asupra mărimilor electrice din circuitul de excitație alimentat chiar de generatorul de impulsii, mărimi (curent și tensiune) care se înregistrează cu oscilografui catodic. Astfel există posibilitatea verificării calculelor cu măsurători obiective.

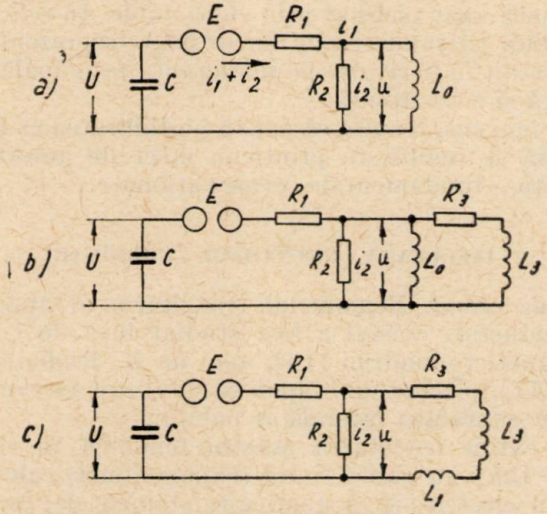


Fig. 1. — Schema echivalentă a circuitului de încercare cu unde de șoc a unui transformator :
a — transformatorul este o inductanță de scăpări L_s ; *b* — influența curenților turbionari apare prin ochiul R_3L_3 ; *c* — influența curenților turbionari apare prin ochiul R_3L_3 în serie cu L_s.

2. ***Relații de bază.*** Un circuit echivalent simplu, pe care se poate urmări fenomenul cvasistaționar (durata semiamplitudinei) a fost indicată de Gh. Hortopan (fig. 1). Ecuația integro-diferențială a acestui circuit,

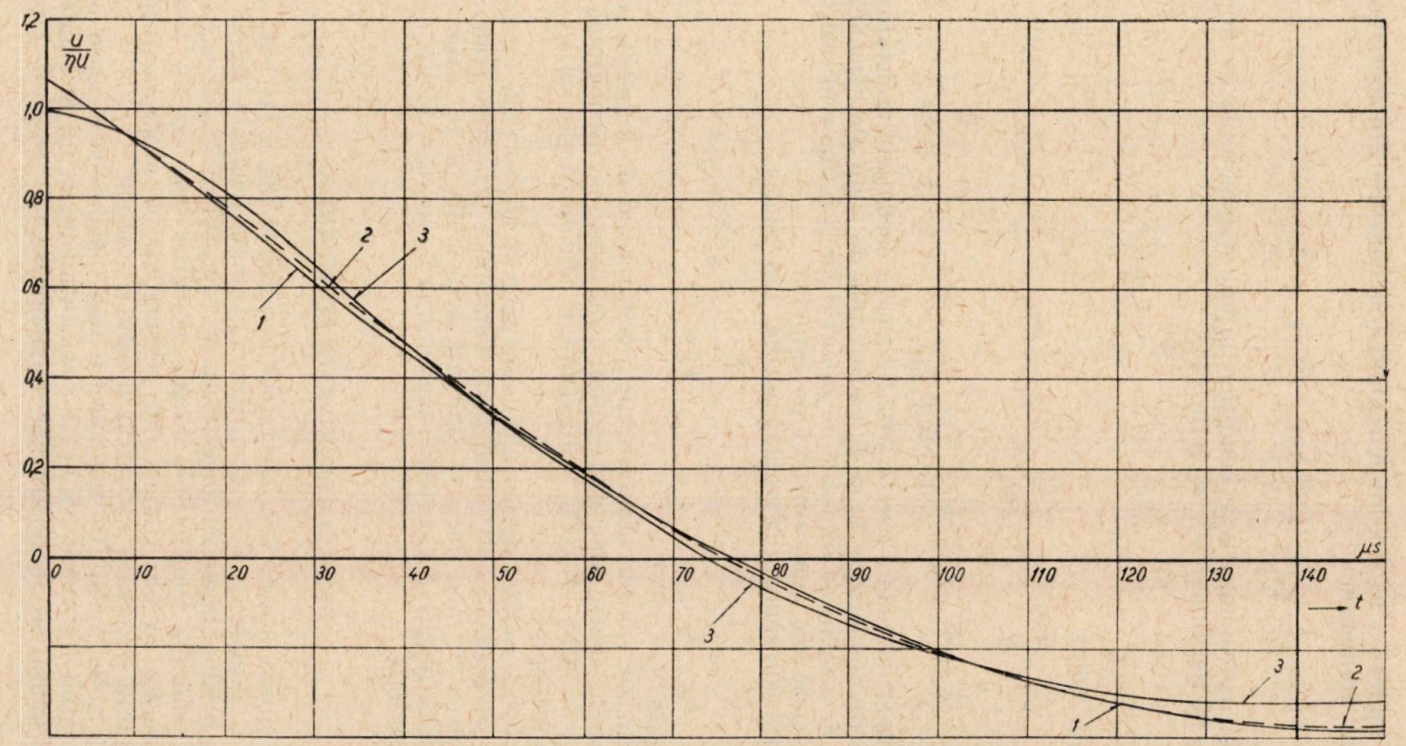


Fig. 2. — Oscilația cvasistaționară a înfășurării transformatorului.

Comparația oscilogramei cu calculele teoretice : curba *1* — soluția (2) ; curba *2* — soluția (17) ; curba *3* — oscilograma fig. 6 din [5].

rezultă din aplicarea legilor lui Kirchhoff (cu notațiile din lucrarea [5]) și exprimată adimensional:

$$1 - \frac{1}{CU}\int_0^t \left(i_1 + \frac{u}{R_2}\right) dt - \frac{R_1}{U}\left(i_1 + \frac{u}{R_2}\right) = \frac{u}{U}, \tag{1}$$

iar soluția ei, corespunzătoare condiției inițiale (capacitatea de impulsie C încărcată la tensiunea U), se scrie [5]

$$\frac{u}{U} = \frac{1}{1+k}\left(\cos\ \omega t - \frac{\delta}{\omega}\sin\omega t\right) e^{-\delta t}, \tag{2}$$

unde s-a mai notat

$$k = \frac{R_1}{R_2}, \quad T_s = \frac{L_s}{R_1}, \quad T_1 = CR_1, \quad \frac{T_1}{T_s} = m, \tag{3}$$

$$\omega = \omega_0^2 - \delta^2, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{1+k}\frac{1}{T_s T_1}, \quad \delta = \frac{1}{2}\frac{m+k}{1+k}.$$

Din punct de vedere fizic ω este frecvența oscilației cvasistaționare, δ constanta de amortizare T_1 și T_s constantele de timp ale capacității și inductanței de scăpări de impulsie, m raportul lor și k raportul rezistenței serie și derivație ale generatorului de impulsii.

Curentul corespunzător rezultă imediat din relația

$$\frac{i_1}{I_1} = \frac{U}{I_1 L_s}\int_0^t \frac{u}{U}\, dt = \frac{1}{(1+k)\ \omega\ T_s}\ e^{-\delta t}\sin\omega t, \tag{4}$$

unde s-a notat $I_1 = U/R_1$.

Introducînd valorile numerice ale generatorului de impulsii, soluția (2) se suprapune foarte bine peste valorile măsurate pe oscilograme înregistrate (fig. 2 curba *1* și *2*). Amplitudinile sînt împărțite cu $\eta = 0{,}85$ (factorul de utilizare).

Din această cauză valorile inițiale nu coincid. Din relațiile (3) rezultă o frecvență de oscilație cu 3% mai mare. Tensiunea pe spatele undei după 40 μs rezultă cu 7% mai mică. O diferență apreciabilă de 18% apare însă la amplitudinea negativă a oscilației tensiunii la borne, care în oscilogramă este mai atenuată.

3. EVOLUȚIA FLUXULUI ȘI INDUCTANȚEI

După cum a arătat Gh. Hortopan în relațiile (2) și (4) inductanța L_s nu poate fi inductanța de scurtcircuit, ci trebuie evaluată ținînd cont de alungirea liniilor magnetice medii, datorită faptului că fluxul este transversal și își schimbă sensul de-a lungul coloanei ([5] fig. 5). Dacă se ia în considerare în plus fenomenul pătrunderii cîmpului magnetic în tole, inductanța va varia în cursul acestui fenomen.

Totuși, această variație nu poate fi mare, deoarece în acest caz ar modifica esențial frecvența oscilației cvasistaționare și nu ar mai corespunde cu rezultatele înregistrărilor oscilografice.

Că variația inductanței nu poate fi mare, reiese și din considerații fizice simple [23]. Liniile cîmpului magnetic care trec prin fierul unei coloane sînt înlănțuite cu toate spirele unei înfășurări. Variațiile acestui flux provoacă în fiecare spiră aceeași tensiune, deci nu pot fi cauza unor diferențe de tensiune de-a lungul bobinajului. Acestea se provoacă numai de fluxuri înlănțuite cu o parte a înfășurării, fluxuri care se închid neapărat prin aer, au deci caracterul fluxurilor de scăpări (de scurtcircuit).

Reluctanța majoră este dată de porțiunile parcurse de flux în aer, pe cînd porțiunile de fier adaugă doar o parte, adesea neglijabilă la flux. Raportul duratei fenomenului de pătrundere și a perioadei oscilației cvasistaționare are în mod evident o mare importanță asupra desfășurării fenomenelor și asupra variației inductanței. Dacă fenomenul de pătrundere s-a terminat mult înainte ca oscilația cvasistaționară să fi evoluat simțitor, atunci influența pătrunderii în fier se poate neglija, deoarece curenții turbionari s-au amortizat și nu mai pot avea o reacție notabilă asupra curentului de excitație.

Variația inductanței $L = \Phi/i$ depinde în mod esențial de variația fluxului magnetic. Or, valoarea fluxului este strîns legată de curentul de excitație care își schimbă atît amplitudinea, cît și sensul de-a lungul înfășurării.

În faza de stabilire a curentului, fluxul se extinde în spațiu, plecînd din interiorul și exteriorul apropiat al bobinei către fier. Trebuie să existe deci o fază inițială în care fluxul este în întregime în aer sau în material nemagnetic (cupru, izolație). Acesteia îi urmează o a doua fază de pătrundere a cîmpului magnetic în fier, care se desfășoară cu o viteză finită dependentă de constanta de difuziune a cîmpului în mediul feros.

Într-o a treia fază, curenții turbionari s-au amortizat iar cîmpul continuă a se închide prin aer și fier, ca în cazul curentului continuu (stare staționară).

Dacă perioada oscilației și constanta de timp sînt de aceeași ordine de mărime, atunci fenomenul tranzitoriu de pătrundere intervine în mod hotărîtor, influențînd tensiunea aplicată și curentul prin înfășurare în mod considerabil.

În calculele care se vor efectua, aceste fapte și faze se vor oglindi în mod corespunzător.

4. PUNEREA ÎN ECUAȚIE ȘI SOLUȚIA PROBLEMEI PENTRU FUNCȚIA TREAPTĂ

Pentru început, ne propunem a calcula tensiunea relativă la borne u/U în funcție de curentul i, care trece prin înfășurare, ținînd seama de pătrunderea cîmpului în fier, calculată în lucrarea [18]. Apoi vom adapta caracteristica la cea a generatorului de impulsii.

După legea inducției, tensiunea se scrie [22]

$$\frac{u}{U} = \frac{L_s}{U}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{N}{U}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{u_1}{U} + \frac{u_2}{U}, \tag{5}$$

unde N este numărul de spire, iar Φ fluxul care trece și prin fier. Considerînd sistemul de coordonate și notațiile utilizate în lucrarea [18], fluxul

şi inducţia se normează prin referire la mărimile staţionare corespunzătoare

$$N\Phi_0 = L_f I_1 = SNB_0 = 2XnbNB_0,$$

unde $2X$ este grosimea tolei, n numărul tolelor iar L_f inductanţa suplimentară datorită fierului, la curent continuu. Introducînd notaţiile

$$T_f = \frac{L_f T_1}{U} = \frac{L_f}{R_1}, \quad T_s = \frac{L_s}{R_1} \text{ şi } \beta = \frac{B}{B_0}, \quad \xi = \frac{x}{2X}$$

relaţia (5) devine

$$\frac{u}{U} = T_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{i_1}{I_1} + T_f \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{-X}^{+X} \frac{B}{B_0}\frac{\mathrm{d}x}{2X},$$

iar transformata ei Laplace-Carson :

$$y = y_1 + y_2 = T_s p \iota + T_f p \int_0^1 \beta(\xi, p)\,\mathrm{d}\xi, \tag{6}$$

integrarea făcîndu-se aici numai pe jumătate din grosimea tolei spre a reduce factorul 2 din numitor. Relaţia imagine (6) dă legătura între inducţia în fier şi tensiunea indusă în înfăşurare.

Variaţia inducţiei relative β se calculează într-o primă fază în ipoteza unui salt unitar al inducţiei exterioare tolei deci a unui salt unitar al curentului de excitaţie. După cum se arată în anexa 1, soluţia pentru acest caz este

$$\beta = \iota \frac{\mathrm{ch}\,\nu\xi}{\mathrm{ch}\,\nu} = \iota \frac{\mathrm{ch}\,\xi\sqrt{2Tp}}{\mathrm{ch}\sqrt{2Tp}}, \tag{7}$$

unde s-a introdus constanta de timp $T = X^2 \mu / 2\rho$ a difuziunei cîmpului în tolă, definită de autor [24].

Acum se poate calcula integrala din relaţia (6), după transformări simple rezultînd

$$y = T_s p \iota + \frac{1}{2} k_f \iota \sqrt{2Tp}\,\mathrm{th}\sqrt{2Tp} \tag{8}$$

unde $k_f = T_f / T_1$.

Saltul unitar al curentului înseamnă $\iota = 1$ în formula de mai sus. Inversarea termenului al doilea dă în acest caz, după cum se arată în anexa 2,

$$\mathfrak{L}^{-1} y_2 = \frac{u_2}{U} = -\frac{T}{\Phi}\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{t}{2T}\right), \tag{9}$$

unde $\alpha_n = (2n - 1)\,\pi/2$, deci acelaşi rezultat care a fost dedus în lucrarea [18] relaţia (7). Din punct de vedere fizic cazul nu este real, din punctul de vedere matematic poate fi util.

5. POSIBILITĂȚI DE SOLUȚIONARE A PROBLEMEI

La relația imagine (8) care reprezintă tensiunea în funcție de curent, trebuie să se adauge caracteristica generatorului de impuls, care se deduce aplicînd transformația Laplace relației (1):

$$\mathfrak{L}\left\{\frac{i}{I_1}\right\} = \iota = \frac{1}{1+T_1 p}\{T_1 p - y[(1+k)T_1 p + k]\}, \qquad (10)$$

unde $T_1 = RC_1$.

Soluția imagine a problemei se obține din eliminarea curentului sau tensiunii din cele două ecuații (8) și (10) iar soluția căutată din inversarea acelei soluții. Aceste calcule sînt complicate și depășesc cu mult scopul acestei lucrări. Ele se vor relua în alte lucrări.

Posibilități de a simplifica calculele se oferă de către relațiile fizice concrete ale problemei.

Înainte de toate am constatat mai sus că influența fierului este mică, deci termenul al doilea în ecuațiile (5) și (8) este de o mai mică importanță decît primul.

O oarecare simplificare se obține dacă în relația (9) suma infinită se înlocuiește, în mod convenabil cu doi termeni exponențiali; primul fiind corespunzător undei fundamentale $n = 1$ și al doilea înlocuind restul de armonici [17]. În acest caz, termenul al doilea din relația (8) se înlocuiește cu suma imaginilor a două exponențiale, eliminîndu-se radicalul. Calculele se simplifică întrucîtva, dar rămîn încă destul de complicate.

Altă posibilitate este de a considera separat relația (8) în diferite domenii ale variabilei complexe p și a căuta soluții parțiale, care sînt apropiate stării staționare $|p| \to 0$ sau stării inițiale $|p| \to \infty$. Aceste variante merită o examinare mai atentă, ele dînd primele rezultate aproximative simple.

6. SOLUȚII APROXIMATIVE ÎN DOMENIUL IMAGINE

Termenul al doilea în relația (8) se poate aproxima pentru valori mici ale argumentului $\nu < 1$ considerînd numai primii termeni din seria convergentă

$$\nu \text{th} \nu = \nu^2\left(1 - \frac{\nu^2}{3} + \frac{2\nu^4}{15} - \frac{17\nu^6}{315} + - \ldots\right). \qquad (11)$$

Pentru valori mari ale argumentului $\nu \gg 1$ avem $\nu \text{th} \nu \to \nu$. Totul depinde de viteza cu care se desfășoară fenomenul deci de valoarea expresiei $2\omega T$ în raport cu unitatea. Dacă $2\omega T < 1$ atunci $\nu < 1$ și procesul pătrunderii a trecut înainte de a se termina primul sfert de perioadă a oscilației cvasistaționare (vezi anexa 3).

Considerînd $\nu \ll 1$ și luînd numai primul termen din dezvoltarea (11), relația (8) se scrie :

$$y = \iota T_s p + \iota k_f Tp = \iota p(T_s + T_f), \tag{12}$$

ceea ce înseamnă că se mărește doar constanta de timp T_s, deci inductanța înfășurării, în rest rezultatele rămîn aceleași. Cum oscilația cvasistațională trebuie să aibă practic frecvența care se constată pe oscilograme, înseamnă că trebuie să avem $T_f < T_s$ dacă T_s se referă la inductanța de scurtcircuit corectată. Putem să notăm în orice caz $T_s + T_f = \zeta T_s$ unde $1 < \zeta < 2$.

Luînd primii doi termeni din dezvoltarea (11), relația (8) devine

$$y = \iota \zeta T_s p \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\zeta - 1}{\zeta} Tp\right). \tag{13}$$

Dacă se elimină y din relațiile (10) și (13), rezultă soluția imagine

$$i = \frac{T_1 p}{1 + T_1 p - \zeta T p \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\zeta - 1}{\zeta} T p\right)[(1 + k) T_1 p + k]} \tag{14}$$

Numitorul fiind de ordinul 3, soluțiile nu se pot calcula în mod simplu decît numeric, pe exemple concrete.

În cazul cînd $\nu \gg 1$, deci pentru fruntea undei, soluția imagine devine

$$i = \frac{T_1 p}{1 + T_1 p + \frac{1}{2} k_i k \sqrt{2Tp} + \frac{1}{2} k_f (1 + k) T_1 p \sqrt{2Tp}}. \tag{15}$$

Rezolvarea acestor variante mai complicate o vom da într-o altă lucrare.

7. O SOLUȚIE CALITATIVĂ A PROBLEMEI

Combinarea expresiilor (8) și (10) ducînd la soluția imagine complicată, pentru a evidenția felul cum intervine efectul de pătrundere asupra undei de tensiune, vom presupune că unda de curent este dată, sub forma expresiei (4), în care doar T_s se înlocuiește cu ζT_s și se caută expresia tensiunii. În cazul aproximației (13), imaginea Laplace devine :

$$y = \frac{1}{1 + k} \frac{p^2}{p^2 + 2\delta p + \omega_0^2} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\zeta - 1}{\zeta} Tp\right) \equiv y_1 + y_2. \tag{16}$$

Aici $\mathfrak{L}^{-1} y_1$ este însăși soluția (2), iar y_2 se obține prin (înmulțirea imaginii y_1 cu p) derivarea soluției (2).

Schema echivalentă a circuitului corespunzînd soluției (14) are trei ochiuri (fig. 1 *b*), ochiul suplimentar conținînd o rezistență și o inductanță în serie. Soluția (16), avînd aceiași poli ca și soluția (2), circuitul echi-

valent este în principiu același. Rezistența și inductanța suplimentară se leagă în serie cu inductanța de scăpări L_s (fig. 1 *c*).

După cum se deduce în anexa 4, tensiunea se scrie în acest caz

$$\frac{u}{U} = \frac{1}{1+k}(\cos \omega t - \Delta \sin \omega t)\, e^{-\delta t} \tag{17}$$

unde

$$\Delta = \frac{\delta}{\omega} \frac{1 - \frac{2}{3}\frac{\zeta - 1}{\zeta}\frac{T}{\delta}(\omega^2 - \delta^2)}{1 + \frac{4}{3}\frac{\zeta - 1}{\zeta}\delta T}. \tag{18}$$

Asemănarea cu soluția (2) reprezintă un mare avantaj al acestei noi soluții, deoarece comparația ambelor expresii este astfel mult ușurată.

În formula (17) amplitudinea inițială a fost adusă la valoarea care rezultă și din formula (2) prin împărțirea curentului (4) cu numitorul expresiei (18). Atunci și tensiunea (17) se împarte cu acest factor și termenul cos ωt rămîne cu factorul 1 ca în (2).

Tensiunea (17) necesară pentru producerea unui curent identic cu (4) este deci cu numitorul expresiei (18) mai mare în cazul cînd apare fenomenul de pătrundere, decît atunci cînd el se neglijează. Această scădere de tensiune definește rezistența R_3 în schema echivalentă (fig. 1 *c*).

8. VALORILE INDUCTANȚEI ÎN CURSUL FENOMENULUI DE PĂTRUNDERE

Mai este de evaluat coeficientul ζ. Principial trebuie să distingem în afară de inductanța de scurtcircuit L_{sc} o inductanță corectată L_s care să țină seama de alungirea liniilor magnetice medii ale fluxurilor transversale și o inductanță L_0 a bobinelor fără fier, care se manifestă înainte de pătrunderea fluxului în fier. Între aceste inductanțe există relațiile

$$L_{sc} = s L_s = s \zeta L_0 \tag{19}$$

unde $s > 1$. Calculul valorilor acestor inductanțe întîmpină mari dificultăți și de fapt temeinicia teoriilor care s-au dezvoltat pentru calculul comportării transformatoarelor la unde de șoc depinde în mare măsură de felul cum se evaluează inductanțele efective [10].

Evitînd calculul valorilor absolute ale inductanțelor, care rămîne dificil [26], [27] vom încerca a evalua coeficienții s și ζ aplicînd principiul metodei întrebuințate în lucrarea [5]. Vom considera deci că valoarea inductanței depinde, în mod esențial, de lungimea liniei medii a cîmpului magnetic în aer, neglijînd parcursurile în fier.

Înainte de toate am constatat din oscilogramele înregistrate de Gh. Hortopan, cu ocazia cercetării [5], că bobinajul de pe coloana din mijloc a transformatoarelor trifazate se comportă la unda de impulsie aproximativ la fel ca și bobinajele exterioare, existînd totuși o mică diferență.

Explicația pentru acest fapt experimental nu poate să fie decît lungimea aproximativ egală a liniilor de forță medii ale cîmpului trans-

versal în aer. În figura 3, s-a reprezentat schematic o secțiune prin coloana exterioară a unui transformator de înaltă tensiune cu bobinaje cilindrice. Se poate constata că bobinele (fig. 3) sînt înconjurate de mase de fier, dar nu în mod uniform. În speță, linia YY' din mijlocul bobinelor este la o distanță mai mică de fierul coloanei, decît de cuvă (la coloana din mijloc de fierul unei coloane exterioare). Cum cele două fluxuri transverse ale undei fundamentale sînt separate de fluxul $X'X$, linia de forță medie trebuie să se închidă în dreapta prin structurile de fier de fixare și prin cuvă (la coloana din mijloc, prin coloanele laterale și parțial prin cuvă). Deci dacă pentru inductanța de scurtcircuit se calculează cu linia medie YY', de lungimea l, corespunzătoare fluxului principal, atunci lungimea liniei medii a fluxului transvers nu poate fi numai $l_1 = l + 2\,b$, așa cum se propune în lucrarea [5], ci trebuie să fie

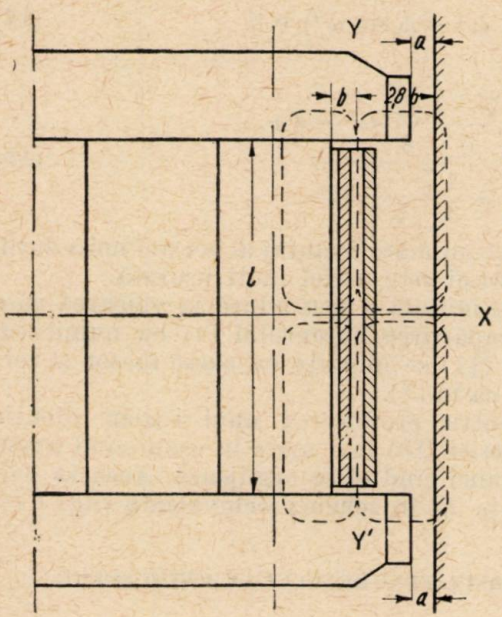


Fig. 3. — Profilul bobinelor exterioare ale unui transformator trifazat în înaltă tensiune.

$$l_1 = l + b + 2{,}8\,b + a = \\ = l + 3{,}8\,b + a$$

deci se includ toate întrefierurile. Pe de altă parte, lungimea liniei de forță medii înainte de pătrunderea în fier, ar trebui să fie egală cu perimetrul bobinei

$$l_2 = 2\,l + 2\,b = 2\,(l + b)\cdot$$

Din aceste date se pot stabili rapoartele inductanțelor și anume avem :

$$s = \frac{l_1}{l} = \frac{l + 3{,}8\,b + a}{l} \tag{20}$$

$$\zeta = \frac{l_2}{l_1} = \frac{2\,(l + b)}{l + 3{,}8\,b + a}\cdot$$

Astfel cele trei valori extreme ale reluctanței și deci ale inductanței sînt fixate. Variația inductanței între aceste valori rezultă acum din calculele arătate mai sus.

9. CONFIRMAREA EXPERIMENTALĂ

Teoria dezvoltată mai sus, trebuie confirmată prin calcule pe date concrete şi pe înregistrări oscilografice. Materialul experimental este cel cules de Gh. Hortopan [5], dar oscilograme similare se găsesc şi în multe alte lucrări (de exemplu în [7], [23] şi [28]). Făcînd calculele numerice pe datele care corespund fig. 6 din [5] rezultă, aşa cum se arată în detaliu în anexa [5] şi în figura 2, situaţia arătată în tabela 1.

Tabela 1

Comparaţia parametrilor de calcul

Nr. crt.	Parametru	Unitate	Valoarea	
			după sol. (2)	sol. (17)
1	T_s	s	$0{,}405.10^{-3}$	$0{,}224.10^{-3}$
2	ζT_s	s	—	$0{,}332.10^{-3}$
3	δ	s^{-1}	$0{,}665.10^{4}$	$0{,}690.10^{4}$
4	ω	s^{-1}	$1{,}50.10^{4}$	$1{,}66.10^{4}$
5	δ/ω	—	0,443	0,416
6	Δ	—	0,443	0,311
7	Δ^{-1}	—	2,26	3,22

Ordonatele curbelor *2* şi *3* din figura 2, nu reprezintă valorile u/U cum rezultă din ecuaţiile (2), respectiv (17), ci $u/\eta U = u/U_1$, referinţa în oscilograme fiind tensiunea iniţială $U_1 = \eta U$. Coeficientul de utilizare a staţiei este $\eta = 0{,}85$.

După cum se poate vedea din tabelă şi din figura 2, curba 3 care reprezintă soluţia (17) se apropie mai mult de curba oscilografiată decît

Tabela 2

Comparaţia rezultatelor de calcul cu experimentul

Nr. crt.	Mărime	Unitate	Soluţia (2)	Valoarea Soluţia (17)	Oscilogr.
1	t_0	μs	77,0	76,5	74,5
2	t_{-M}	μs	153,0	147,3	145,0
3	$\frac{u}{\eta U}$ $(t = 0)$	—	1,067	1,067	1,00
4	$\frac{u}{\eta U}$ $(t = 40\mu s)$	—	0,463	0,482	0,480
5	$\frac{u}{\eta U}$ $(t = t_{-M})$	—	0,384	0,378	0,324

curba corespunzînd soluţiei (2). Ordonatele pozitive sînt mai mari, trecerea prin zero se face ceva mai curînd iar ordonatele şi amplitudinea negativă sînt mai mici decît cele calculate cu formula (2).

CONCLUZII

1. Încercarea cu unde de şoc a transformatoarelor este încă în centrul interesului electrotehnicienilor şi oamenilor de ştiinţă [8]—[13], [27], existînd încă multe probleme nelămurite.

2. Teoria dedusă de Gh. Hortopan [5] privind oscilația cvasistaționară a transformatorului încercat cu unde de impuls corespunde cu suficientă exactitate cerințelor practice, ea permițînd predeterminarea oscilogramelor și deci reglarea pe bază de calcul a parametrilor stației de impuls înainte de începerea încercării.

3. Făcînd abstracție de abaterile teoriei de la oscilograme, privind fazele inițiale, tranzitorii, atunci micile diferențe între calculul după metoda de mai sus și oscilogramele înregistrate se datoresc în mare parte efectului curenților turbionari în tolele transformatorului.

4. Influența tranzitorie a curenților turbionari a fost studiată principial în literatură, plecînd de la inducția care apare în exteriorul tolelor. Mărimile energetice (pierderi) ale fenomenului tranzitoriu au fost calculate de autor [18] atît pentru variația în treaptă, cît și pentru o variație exponențială a inducției exterioare, trasîndu-se diagrame corespunzătoare.

5. Considerarea simultană a circuitului generatorului de impulsii și a transformatorului, incluzînd reacția curenților turbionari, duce la calcule complicate, greu de urmărit de către practicieni.

6. Prin aproximații valabile pentru anumite plaje ale variabilelor și prin luarea ca bază a teoriei simple expuse în lucrarea [5] se poate obține o soluție care se apropie mai mult de oscilogramele înregistrate indicînd, cel puțin calitativ, influența curenților turbionari asupra tensiunii și curentului oscilației cvasistaționare.

ANEXA 1

REDUCEREA SOLUȚIEI IMAGINE A INDUCȚIEI ÎN TOLĂ LA UN SALT UNITAR AL INDUCȚIEI EXTERIOARE

Ținînd seama de sistemul de coordonate și de notațiile din lucrarea [18] este de rezolvat ecuația diferențială a difuziunii

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\rho}{\mu} \Delta H, \tag{1.1}$$

pentru tola infinită de grosimea $d = 2X$. Transformata Laplace a ecuației este

$$\frac{\mathrm{d}^2 B}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mu}{\rho} p B = 0, \tag{1.2}$$

sau, introducînd constanta de timp $T = X^2 \mu / 2\rho$ și notațiile $\xi = x/X$, $\beta = B/B_0$ și $\nu^2 = 2Tp$

$$\frac{\mathrm{d}^2 \beta}{\mathrm{d}\xi^2} - \nu^2 \beta = 0. \tag{1.3}$$

Condițiile la frontiere sînt

$$\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\xi} = 0 \qquad \xi = 0 \tag{1.4}$$

la

$$\beta = 1 \qquad \xi = \pm 1.$$

Soluția care satisface aceste condiții și ecuația diferențială (3) se poate deduce cu ajutorul metodelor cunoscute și este

$$\beta = \iota \frac{\operatorname{ch}\nu\xi}{\operatorname{ch}\nu} \tag{1.5}$$

după cum se poate verifica ușor.

ANEXA 2

DEDUCEREA VARIAȚIEI TENSIUNII DUPĂ UN SALT UNITAR AL CURENTULUI

Soluția imagine a tensiunii induse în înfășurare ca urmare a variației în treaptă a curentului ($\iota = 1$) respectiv a inducției exterioare, este conform relației (8) din lucrare :

$$y_2 = \frac{1}{2} k_f \sqrt{2Tp} \frac{\operatorname{sh}\sqrt{2Tp}}{\operatorname{ch}\sqrt{2Tp}}. \tag{2.1}$$

Pentru inversare nu se poate apela direct la prima formulă de dezvoltare a lui Heaviside, deoarece numărătorul este cu un ordin în p mai mare decît numitorul. Este preferabil să se calculeze întîi expresia fluxului din relația (6)

$$\frac{y_2}{T_f p} = \frac{\operatorname{th}\nu}{\nu} = \frac{\operatorname{sh}\sqrt{2Tp}}{\sqrt{2Tp}\operatorname{ch}\sqrt{2Tp}}.$$

care se anulează pentru $p \to \infty$, are un pol în origine și restul de poli pe axa imaginară ca în cazul expresiei (2.1), corespunzînd unor valori discrete p_n, conform relației $2p_n T = -\alpha_n^2$. Inversarea dă în acest caz :

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{y_2}{T_f p}\right\} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{2}\alpha_n^2} \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha_n^2 \frac{t}{T}\right). \tag{2.2}$$

Originalul expresiei (2.1) se obține prin derivarea fluxului și este

$$\mathfrak{L}^{-1}\{y_2\} = \frac{u_2}{U} = k_f \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{t}{2T}\right), \tag{2.3}$$

în concordanță cu relația (7) din lucrarea [18].

Un fapt curios este că la același rezultat se ajunge dacă se aplică — contrar regulii — formula de dezvoltare chiar expresiei (2.1) după cum se poate constata :

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{y_2}{k_f}\right\} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2Tp_n}\operatorname{sh}\sqrt{2Tp_n}}{p_n \frac{2T}{2\sqrt{2Tp_n}}\operatorname{sh}\sqrt{2Tp_n}} \exp(p_n t) = \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{t}{2T}\right). \tag{2.4}$$

ANEXA 3

CONSTANTA DE TIMP A PĂTRUNDERII CÎMPULUI ÎN TOLE

Difuziunea cîmpului electromagnetic într-o placă subțire este caracterizată, după cercetările autorului [24], de constanta de timp

$$T = \frac{X^2}{2a} = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{\mu}{2\rho} = \frac{1}{8}\frac{\mu_r \mu_0}{\rho} d^2, \tag{3.1}$$

unde $d = 2\,X$ este grosimea plăcii. Această constantă diferă de constantele întrebuințate de alți autori [23], [25], are în schimb o justificare fizică.

Cum pentru fier silicios $\rho = 0{,}67.10^{-6}$ Ωm iar la tole $d = 0{,}35.10^{-3}$ m, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ [H/m], valoarea constantei de timp depinde de valoarea permeabilității relative. Tolele laminate la cald au o permeabilitate relativă inițială de $\mu_r = 500$ [23], care variază apoi în limite largi, în funcție de excitație. Inducția maximă atinsă în cursul unei încercări cu unde de șoc nu depășește decît cu mai puțin de 10%, inducția maximă de regim nominal, dacă secundarul este deschis și cu mai puțin de 5%, dacă secundarul este scurtcircuitat [23]. Deoarece nu se poate calcula decît cu valori constante spre a păstra liniaritatea ecuațiilor, se alege o valoare medie convenabilă. Un autor [23] alege rotund $\mu_r = 1000$, alt autor [25] $\mu_r = 2\,000$. Considerînd o valoare medie de $\mu_r = 1\,500$, rezultă pentru constanta de timp :

$$T = \frac{1}{8}\,\frac{4\,\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1\,500\cdot 0{,}122\cdot 10^{-6}}{0{,}67\cdot 10^{-6}} = 42{,}5\,\mu\text{s}. \tag{3.2}$$

Cum oscilația cvasistaționară are după oscilograme (fig. 2), o perioadă $T_c = 4.74{,}5 = 300$ μs se poate presupune că sfertul de perioadă este mai mare decît constanta de timp a pătrunderii, dar raportul lor rămîne de ordinul de mărime al unităților.

M. Christoffel [25] definește în mod arbitrar constanta de timp

$$T_1 = \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{d}{2\pi}\right)^2 \tag{3.3}$$

la o valoare aproximativ $\pi^2/2 = 5$ ori mai mică decît autorul prin formula (3.1). Din acest motiv, M. Christoffel afirmă că fenomenul de pătrundere are o reacție neglijabilă asupra curentului de excitație, ceea ce nu corespunde realității. Într-adevăr, constanta de timp (3.1) are valoarea de 57 μs pentru $\mu_r = 2\,000$ și 28,5 μs pentru $\mu_r = 1\,000$, deci, dacă permeabilitatea relativă medie se poate considera mai mare decît 2 000, atunci fenomenul de pătrundere este concomitent cu și influențează oscilația cvasistaționară.

ANEXA 4

DEDUCEREA SOLUȚIEI (17)

Conform relației (16) se derivează soluția (2) în raport cu timpul

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\mathfrak{L}^{-1}\{y_1\} = -\frac{1}{1+k}\left(2\,\delta\cos\omega t + \frac{\omega^2-\delta^2}{\omega}\sin\omega t\right)e^{-\delta t} \tag{4.1}$$

unde

$$\frac{u}{U} = \mathfrak{L}^{-1}\{y\} = \frac{e^{-\delta t}}{1+k}\left\{\left(\cos\omega t - \frac{\delta}{\omega}\sin\omega t\right) + \frac{2}{3}\,\frac{\zeta-1}{\zeta}\,T\left[2\,\delta\cos\omega t + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\omega^2-\delta^2}{\omega}\sin\omega t\right]\right\}, \tag{4.2}$$

$$= \frac{e^{-\delta t}}{1+k}\left\{\left(1+\frac{2}{3}\,\frac{\zeta-1}{\zeta}\,2\delta\,T\right)\cos\omega t - \left[\frac{\delta}{\omega} - \frac{2}{3}\,\frac{\zeta-1}{\zeta}\,\frac{T}{\omega}\,(\omega^2-\delta^2)\right]\sin\omega t\right\}$$

de unde rezultă imediat (17).

SUR L'AMORTISSEMENT DES ONDES DE CHOC DANS LES TRANSFORMATEURS

RÉSUMÉ

L'auteur se propose d'établir et d'évaluer par le calcul l'influence des courants tourbillonnaires sur la forme de l'onde d'impulsion apparaissant sur les oscillogrammes lors des essais des enroulements des transformateurs. A cette fin, en prenant comme point de départ les résultats obtenus par Gh. Hortopan en ce qui concerne le calcul de l'onde quasi-stationnaire de tension et de courant, l'auteur introduit dans les équations différentielles l'influence de la pénétration du champ électromagnétique dans les tôles du transformateur, considérées comme ayant une perméabilité constante, ce qui correspond assez bien à la réalité. En appliquant la transformation de Laplace, il obtient des solutions compliquées, qu'il simplifie par des approximations successives. Une solution qualitative peut être déduite, en admettant qu'avant que le champ pénètre dans le fer, l'inductance des bobines dépend de la longueur de la ligne moyenne du champ magnétique, qui est égale au périmètre de la bobine et qui diminue, lorsque le champ pénètre dans les tôles, jusqu'à la valeur proposée par Gh. Hortopan, à laquelle il faut ajouter les distances entre le noyau et la cuve, qui prennent part aussi au circuit magnétique.

Les résultats des calculs font ressortir une constante de temps de l'ordre de 25—40 μs, ce qui signifie que l'influence de la pénétration dans le fer se fait sentir à chaque demi-période de l'onde quasi-stationnaire fondamentale, à l'encontre de l'assertion avancée à ce sujet par Christoffel. L'auteur remarque que l'influence est petite et difficilement observable sur les oscillogrammes enregistrés à une échelle réduite.

BIBLIOGRAFIE

1. L. SIROTINSKI, *Tehnica tensiunilor înalte*. II (Trad. din l. rusă) Ed. tehnică, Bucureşti, 1956.
2. GH. HORTOPAN, *Observaţii privind calculul şi comanda unui generator de impuls*. Electrotehnica, **5**, *1*, 13—18 (1957).
3. GH. HORTOPAN, *Încercarea la impuls a echipamentului electric*. IDT — Bucureşti, 1958.
4. — *Un generator de impuls de tensiune de 750 kV*. Electrotehnica, **6**, *5*, 172—176 (1958).
5. — *Generatorul de impuls pentru încercarea transformatoarelor*. Electrotehnica, **6**, *11*, 401—406 (1958).
6. R. STRIGEL, *Elektrische Stossfestigkeit*. Springer, Berlin /Göttingen/ Heidelberg, 1955.
7. J. BIERMANNS, *Hochspannung und Hochleistung*. Carl Hanser V., München, 1949.
8. Е. С. ФРДИ, *Расчет импульсных градиентов в многокатушечных трансформаторовых обмотках*. Электричество, **71**, *3*, 45, 1950.
9. В. А. КАРАСЕВ, А. В. СКЛЯНИН, *К расчету перенапряжений в трансформаторных обмотках*. Электричество, **73**, *2*, 47 (1952).
10. B. HELLER, A. VEVERKA, *Stosserscheinungen in elektrischen Maschinen*. VEB V. Technik, Berlin, 1957 (v. rec. in Electrotehnica, **6**, *6*, 226—228 (1958).
11. A. HOCHRAINER, *Répartition de la tension de choc dans les enroulements des transformateurs pour une forme quelconque des trains d'ondes qui s'y accumulent et en particulier dans le cas d'une pente initiale de valeur finie*. CIGRÉ. Paris, 1950, Ref. no. 137.

12. R. ELSNER, *Direction des défauts d'isolement au cours des essais de choc des transformateurs.* CIGRÉ Paris, 1954, Ref. nr. 101.
13. P. A. ABETTI, *Bibliography on the Surge Performance of Transformers and Rotating Machines.* Trans. Am. Inst. electr. Engrs. III (Pow. App. & Syst.) **77**, *39*, 1150—1168 (1958).
14. * * * *Aparate de protecţie contra supratensiunilor atmosferice.* Clasificare şi Terminologie, STAS 3999-53.
15. * * * *Directives pour la coordination de l'isolement.* 2-me éd. Genève 1958. CEL Publication 71.
16. C. I. MAXWELL, *Treatise on Electricity and Magnetism.* Univ. Oxford,
17. R. RÜDENBERG, *Elektrische Schaltvorgänge.* Ed. 4. Springer Berlin (Göttingen), Heidelberg 1953, 73.
18. A. AVRAMESCU, *Efectul de amortizare a curenţilor turbionari tranzitorii în miezuri magnetice.* Com. Acad. R.P.R., **9**, *4*, 337—347 (1959).
19. K. W. WAGNER, *Über eine Formel von Heaviside zur Berechnung von Einschaltvorgängen* (mit Anwendungsbeispielen). Arch. Elektrotechn. *4*, *5*, 159 (1956).
20. F. FRAUBERGER, *Schaltvorgänge an Magnetspulen mit massivem Eisenkern.* Arch. Elektrotechn., **41**, *1*, 27 (1953).
21. R. TUSCHÁK, *Transient phenomena in the solid rotors of synchronous machines,* Acta technica Ac. Sci. Hung., **10**, *3—4*, 457—484 (1955).
22. H. PRASSLER, *Schaltvorgänge im magnetischen Kreis elektrischer Maschinen mit massiven Eisenteilen.* Arch. Elektrotechn., **43**, *3*, 187—211 (1957).
23. M. CHRISTOFFEL, *L'influence du fer et des enroulements secondaires sur les variations du courant et de la tension dans les enroulements de transformateurs soumis à des ondes de choc.* Rev. Brown Boveri, **45**, *6*, 254—262 (1958).
24. A. AVRAMESCU, *Constanta de timp a fenomenelor tranzitorii* Bul. ştiinţ. Acad. R.P.R., Secţ. 3, **4**, *3—4*, 241—248 (1952).
25. H. KADEN, *Impulse und Schaltvorgänge in der Nachrichtentechnik,* R. Oldenbourg, München, 1957.
26. R. RICHTER, *Elektrische Maschinen.* **III**, **V**. Birkäuser, Basel/Stuttgart, 1954.
27. I. H. HAGENGUTH, I. R. MEADOV, *Impulse testing of power transformers.* Trans. Amer. Inst. electr. Engrs. III. Power App. & Syst, **71**, 697—704 (1952).
28. B. GÄNGER, *Stossprüfung von Transformatoren.* Elektrotechn. Z (ETZ) — A, **76**, *5*, 177—186 (1955).

CALCULUL NUMERIC AL REGIMURILOR TRANZITORII SUCCESIVE ALE GRUPULUI GENERATOR, CU REGLAJ DE TENSIUNE ȘI VITEZĂ, ÎN SISTEMUL ELECTROENERGETIC

DE

F. MANEA, S. IONESCU și M. POMÎRLEANU

Folosirea calculatoarelor numerice constituie una din preocupările actuale în soluționarea diverselor probleme ale sistemelor electroenergetice [1], [3], [10].

Ipotezele simplificatoare de calcul, cazurile tipice considerate, metodele de calcul numeric etc. sînt aspecte variate ale aceleiași probleme.

Astfel, pentru studiul stabilității dinamice a mașinii sincrone este obișnuit să se neglijeze fenomenele supratranzitorii precum și componentele tensiunii induse prin transformare și să se ia în considerare numai fenomenele tranzitorii. Cuplul de amortizare asincronă supratranzitorie se aproximează printr-o componentă proporțională cu alunecarea [5], [7].

De aceea, în această lucrare s-a căutat să se ia în considerare fenomenele supratranzitorii prin introducerea unor tensiuni electromotoare E''_{kd} și E''_{q} variabile care să includă și efectul asincron de amortizare supratranzitorie pentru orice valori ale alunecării. Metoda propusă nu complică principial rezolvarea problemei aducînd precizări suplimentare.

O atenție deosebită s-a acordat problemei comutării circuitelor precum și blocajelor regulatoarelor în timpul regimurilor tranzitorii care au devenit în aceste condiții regimuri tranzitorii succesive.

În privința calculului numeric metodele uzuale de rezolvare a sistemelor de ecuații diferențiale se bazează pe forma normală a acestora (se introduc noi variabile de calcul care să permită reducerea la un sistem de ecuații integrale de primul ordin) și folosirea metodelor iterative (Runge-Kutta), cu diferențe finite (Adams-Störmer) sau variante ale acestora [2].

Desigur că precizia cea mai mare o oferă calculul soluţiei explicite dacă aceasta a putut fi obţinută pe cale analitică. Pentru sistemele neliniare se impune însă metoda iterativă.

În această lucrare s-a ales o cale combinată. S-au eliminat variabilele intermediare, s-au folosit soluţiile explicite pentru sistemele liniare şi s-au combinat cu soluţii iterative datorită sistemelor neliniare. Funcţiile de transfer au fost descompuse în fracţii simple, al căror răspuns indicial se poate calcula, iar prin aplicarea perturbaţiilor neliniare liniarizate s-au stabilit relaţii de recurenţă care permit şi folosirea comodă a maşinilor cifrice cu memorie mică.

S-a evitat astfel folosirea integralei Duhamel care necesită reţinerea tuturor valorilor discrete ale funcţiilor din produsul de compoziţie.

Iteraţiile şi scurtarea intervalului de timp permit mărirea nelimitată a preciziei.

Relaţiile de calcul stabilite, schema logică de calcul cifric precum şi exemplele de calcul permit urmărirea metodei folosite precum şi a posibilităţilor sale de extindere la cazuri oricît de complexe.

1. EXPRESII DE CALCUL NUMERIC AL REGIMURILOR TRANZITORII SUCCESIVE

La calculul regimurilor tranzitorii ale sistemelor electroenergetice ca şi în cazul multor sisteme de reglaj automat interesează răspunsul tranzitoriu, la perturbaţii, al elementelor serie liniare şi neliniare ce apar în schema structurală. Pentru elementele liniare (regulatoare, excitatoare), adeseori funcţia de transfer se poate descompune în fracţii simple şi deci răspunsul indicial rezultă imediat, iar pentru elementele neliniare (maşina sincronă), răspunsul indicial se dă sau se poate evalua în mod aproximativ. Determinarea răspunsului întregului sistem se face în asemenea cazuri prin folosirea calculului numeric al integralei Duhamel [4].

Modul uzual de calcul numeric al produsului de compoziţie, chiar dacă se admite o variaţie în trepte pentru cele două funcţii în intervale mici de timp, necesită reţinerea în memoria unei maşini de calcul cifric a tuturor valorilor discrete. De aceea, este preferabilă o metodă bazată pe relaţii de recurenţă care să necesite numai valori calculate pentru intervalul anterior de timp [9].

În cele ce urmează se vor stabili relaţii de recurenţă bazate pe descompunerea funcţiilor de transfer în elemente simple de tip aditiv (fracţii simple).

Considerînd funcţia perturbatoare, pentru un interval mic de timp, un polinom de grad oarecare se va putea aprecia totodată eroarea de calcul provenită din aproximarea liniară sau parabolică.

Notăm prin $\frac{A}{Tp+1}$ un element fracţie simplă rezultat din descompunerea imaginii $A(p)$, transformată Carson a răspunsului indicial $A(t)$ corespunzător unor elemente liniare ale sistemului automat şi prin $U(t)$ perturbaţia aplicată sistemului. Exprimată ca polinom, perturbaţia

va avea forma $U(t) = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} B_\nu \cdot t^\nu$ · După cum se arată în anexa 1, răspunsul $I(t)$ la perturbația $U(t)$ al elementului $A/Tp + 1$ are expresia

$$I(t) = I_0 e^{-t/T} + A\left[\sum_{\nu=0}^{\nu=n} \frac{(-t/T)^\nu}{\nu!} - e^{-t/T}\right] \sum_{\mu=0}^{\mu=n} B_\mu (-T)^\mu \cdot \mu! \cdot \qquad (1)$$

S-a notat prin I_0 valoarea inițială a funcției $I(t)$.

Pentru un interval de timp (pas) $\Delta t = t_i - t_{i-1} < T$ dacă aproximăm liniar variația perturbației $U(t) = U_{i-1} + \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta t} \cdot t$ răspunsul corespunzător ce se deduce din expresia (1) cu $B_2 = B_3 = \ldots = B_n = 0$ ia forma următoare

$$I_i = I_{i-1} e^{-\Delta t/T} + A\left[U_{i-1} - (U_i - U_{i-1}) \cdot \frac{T}{\Delta t}\right] \cdot (1 - e^{-\Delta t/T}) + A(U_i - U_{i-1}) =$$

$$= I_{i-1} e^{-\Delta t/T} + A\left[(1 - e^{-\Delta t/T}) \cdot U_{i-1} - \frac{T \cdot (1 - e^{-\Delta t/T}) - \Delta t}{\Delta t} \cdot (U_i - U_{i-1})\right] \cdot \qquad (2)$$

Pentru alte elemente fracții simple aditive, în aceleași condiții, răspunsul tranzitoriu va avea aceeași formă. Valoarea inițială necesară pentru calculul regimului tranzitoriu într-un interval mic de timp este valoarea de la sfîrșitul intervalului de timp precedent a fiecărui element. Deoarece condițiile inițiale la primul pas, se exprimă prin mărimi date fizic care diferă evident de elementele de calcul rezultate prin descompunerea aditivă este necesară găsirea relațiilor dintre acele mărimi fizice și elementele de calcul. Matematic, condițiile inițiale se exprimă uzual cu ajutorul valorilor derivatelor de diferite ordine. Prin identificarea ecuațiilor operaționale, după cum se exemplifică în anexa 3, se pot ușor stabili relațiile dintre mărimile fizice și cele de calcul. Asemenea relații sînt necesare și pentru calculul condițiilor inițiale ce intervin în fenomene de comutații și blocaje.

Eroarea datorită aproximației liniare, după cum rezultă din expresia (1) scrisă în formă dezvoltată ca serie alternată este mai mică decît termenul suplimentar, corespunzător aproximației parabolice (de gradul doi)

$$\varepsilon < \left[1 - e^{-\Delta t/T} - \frac{\Delta t}{T} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta t}{T}\right)^2\right] A \cdot B_2 \cdot 2\,(-T)^2 \cong (\Delta t)^3 \cdot A \cdot B_2 / 3T \cdot$$

Prin micșorarea intervalului de timp Δt, eroarea poate fi făcută oricît de mică dorim.

Prin urmare, aproximația variației liniare nu complică mult calculul micșorînd totodată ordinul de mărime al erorii.

2. REGIMURILE TRANZITORII SUCCESIVE ALE MAȘINII SINCRONE

Soluționarea ecuațiilor de regim tranzitoriu ale mașinii sincrone prin calcul numeric necesită scrierea acestora într-o formă potrivită în vederea folosirii metodei de calcul bazată pe relațiile de recurență stabilite anterior.

O rezolvare explicită a ecuațiilor operaționale de tensiuni și curenți în condiții generale conduce la soluții analitice complicate [6], dificil de folosit pentru calcule numerice. De aceea prezintă o importanță deosebită simplificarea ecuațiilor prin neglijarea unor termeni a căror influență nu este esențială asupra mișcării rotorului ca de exemplu componentele de pulsație ale tensiunilor și căderile ohmice de tensiune în înfășurările statorice.

La studiul stabilității dinamice și atragerii în sincronism se neglijează de asemenea componentele supratranzitorii de curenți și tensiuni luîndu-se în considerație în ecuația cuplurilor cel mult o componentă de amortizare proporțională cu alunecarea [5], [7].

În cele ce urmează nu se vor neglija componentele supratranzitorii iar componenta de amortizare se va include în contribuțiile tensiunilor electromotoare supratranzitorii variabile.

În acest fel se va aduce o precizare în plus fără a complica rezolvarea ecuațiilor.

Soluționarea ecuațiilor de curenți și tensiuni corespunzătoare regimurilor tranzitorii ale mașinii sincrone se va face pe baza descompunerii în fracții simple a soluțiilor operaționale în condiții inițiale de curenți nuli.

Ulterior se pot introduce condițiile inițiale, prin intermediul relațiilor de recurență ce soluționează pas cu pas regimul tranzitoriu, cu ajutorul elementelor rezultate din descompunerea în fracții simple.

Problema este simplă dacă în timpul regimului tranzitoriu variază numai valoarea funcțiilor perturbatoare. Dacă însă intervin fenomene de comutație problema condițiilor inițiale trebuie rezolvată mai atent în condițiile invarianței mărimilor ce nu pot varia decît continuu (fluxuri, sarcini electrice, cantități de mișcare etc.).

Pentru mașina sincronă vom admite, la procesele de comutare, invarianța tensiunilor electromotoare atît tranzitorii cît și supratranzitorii. Această ipoteză are la bază durata foarte scurtă (de zeci de ori) a fenomenelor supratranzitorii față de cele tranzitorii încît să se poată considera că fenomenele tranzitorii (de curenți) sînt independente de cele supratranzitorii.

În cazul unui sistem de referință d, q, o, corespunzător diagramei vectoriale a tensiunilor din figura 1 rezultă (Anexa 2) următoarele soluții (3)

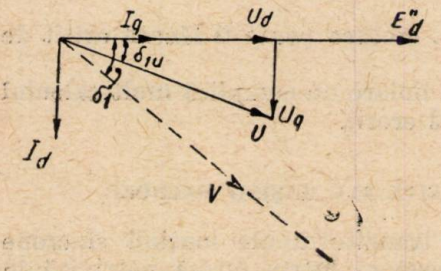


Fig. 1. — Diagrama vectorială a tensiunilor și curenților mașinii sincrone, în sistemul de referință d, q, o.

$$I_d = \frac{E''_d - V_d}{x''_{de}} \equiv \frac{E'_d}{x'_{de}} + \frac{E''_{kd}}{x''_{de}} - \frac{V_d}{x''_{de}},$$

$$-I_q = \frac{E''_q - V_q}{x''_{qe}}. \qquad (3)$$

Tensiunile electromotoare E'_d (tranzitorie) și E''_{kd} (componentă su-

pratranzitorie) se determină prin intermediul expresiilor operaționale următoare (4):

$$E'_d = \left[E_{de} \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} + V_d \left(1 - \frac{x'_{de}}{x_{de}}\right)\right] \cdot \frac{1}{1 + pT'_{de}}, \qquad (4)$$

$$E''_{kd} = V_d \cdot \left(1 - \frac{x''_{de}}{x'_{de}}\right) \cdot \frac{1}{1 + pT''_{de}}.$$

În timpul fenomenelor de comutație, rămîn invariante valorile E'_d, E''_d și E''_q : $E'_{d+} = E'_{d-}$; $E''_{d+} = E''_{d-}$; $E''_{q+} = E''_{q-}$.

Valoarea inițială de după comutație (indice +) a componentei E''_{kd} se determină cu ajutorul expresiei sale în funcție de mărimile invariante E'_d și E''_d

$$E''_{kd+} = E''_{d\pm} - E'_{d\pm} \cdot \frac{x''_{de+}}{x'_{de+}}.$$

3. REGIMURILE TRANZITORII SUCCESIVE ALE REGULATOARELOR DE TENSIUNE, DE VITEZĂ ȘI ALE MIȘCĂRII ROTORULUI MAȘINII SINCRONE

Regimurile tranzitorii ale mașinii sincrone sînt influențate prin intervenția regulatoarelor de tensiune și viteză.

Pentru perturbații mici, în cadrul zonei statismului ecuațiile se rezolvă comod folosind metoda expusă anterior.

Pentru perturbații mari, care depășesc zona statismului sînt necesare precauții deosebite pentru schimbarea ecuațiilor în forma corespunzătoare blocajelor (limitărilor) impuse de regulatoare.

Pentru regulatorul de tensiune de tip reostatic cu sectoare rostogolitoare (ca și pentru alte tipuri de regulatoare), vom admite o ecuație a regimului tranzitoriu simplificată, corespunzătoare unui regim dinamic de scurtă durată de forma (5)

$$(T_r p + 1)\,\alpha = -k_\alpha \cdot u. \qquad (5)$$

S-a notat prin : α, unghiul de deviație a sectoarelor; T_r constanta de timp a regulatorului; u abaterea tensiunii de la valoarea de consemn; k_α o constantă invers proporțională valorii statismului.

În vederea calculului numeric se va presupune o variație liniară a abaterii tensiunii u (într-un interval mic de timp Δt) ca funcție de timp. În acest caz, deviația α se va putea calcula cu ajutorul unei expresii de forma celei deduse anterior (2) pentru $\alpha_{max} > \alpha > \alpha_{min}$.

Cînd $\alpha = \alpha_{max}$, sau $\alpha = \alpha_{min}$ iar tendința variației tensiunii este spre depășirea valorilor extreme, se va considera valoarea extremă menținută la valoarea constantă pînă cînd variația tensiunii u permite deblocarea regulatorului.

Pentru excitatoare se obişnuieşte să se admită, de asemenea, la studiul regimurilor tranzitorii o ecuaţie operaţională de forma (6)

$$(T_e p + 1) \cdot \Delta E_{de} = k_e \cdot \alpha, \tag{6}$$

unde

$\Delta E_{de} = E_{de} - E_{deo}$ reprezintă diferenţa faţă de valoarea normală a tensiunii electromotoare a maşinii sincrone (corespunzătoare tensiunii aplicată înfăşurării de excitaţie);

T_e — constanta de timp a excitatoarei.

k_e — factorul de amplificare al excitatoarei.

Dacă în ecuaţia (6) se substituie expresia lui α din ecuaţia (5) iar relaţia obţinută se descompune în fracţii simple, se obţine o expresie operaţională pentru ΔE_{de} alcătuită dintr-o sumă de două fracţii simple (7)

$$\Delta E_{de} = -k_e \cdot k_\alpha \frac{T_r}{(T_r - T_e)(T_r p + 1)} \cdot u - k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{T_e}{(T_e - T_r)(T_e p + 1)} \cdot u \equiv$$

$$\equiv -A_r \cdot \frac{u}{T_r p + 1} - A_e \cdot \frac{u}{T_e p + 1} \equiv \Delta E_{de,r} + \Delta E_{de,e}. \tag{7}$$

S-a notat cu $A_r = k_e \cdot k_\alpha \frac{T_r}{T_r - T_e}$; $A_e = k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{T_e}{T_e - T_r}$.

Variaţia în timp a tensiunii electromotoare ΔE_{de} se va calcula cu ajutorul relaţiilor de calcul valabile pentru fiecare componentă $\Delta E_{de,r}$ şi $\Delta E_{de,e}$ conform unei expresii asemănătoare celei deduse anterior (2)

Se observă că avem $\Delta E_{de,r} = A_r \cdot \frac{\alpha}{k_\alpha}$ şi

$$\Delta E_{de,e} = \Delta E_{de} - \Delta E_{de,r} = \Delta E_{de} - A_r \cdot \frac{\alpha}{k_\alpha}.$$

Aceste relaţii exprimă interdependenţa dintre componentele de calcul şi cele reale, fizice.

Pentru cazul blocării regulatorului se va considera în expresia (7), $T_r = 0$ (dispare componenta $\Delta E_{de,r}$) iar $k_\alpha \cdot u = \alpha_{max}$ sau α_{min}.

În unităţi relative, avem $\Delta E_{de,max} = -k_e \cdot \alpha_{max}$ respectiv $\Delta E_{de,min} = -k_e \cdot \alpha_{min}$.

În cazul deblocării regulatorului, reapare componenta $\Delta E_{de,r}$ cu valoarea iniţială corespunzătoare lui $\alpha_m = -k_\alpha \cdot u$ şi deci $\Delta E_{de,ro+} = A_r \cdot \frac{\alpha_m}{k_\alpha}$. Componenta $\Delta E_{de,e}$ îşi va schimba valoarea iniţială încît ΔE_{de} să se menţină invariant în timpul comutării,

$$\Delta E_{deo+} = \Delta E_{deo-} \text{ şi deci } \Delta E_{de,eo+} = \Delta E_{deo-} - \Delta E_{de,ro+}.$$

Pentru calculul numeric al abaterii de viteză ω (în u·r·) şi a unghiului δ dintre axa longitudinală d a rotorului şi axa sincronă, se integrează ecuaţia de mişcare cunoscută

$$Tp\omega = c \equiv c_m - c_e; \frac{1}{\omega_0} p\delta = \omega, \tag{8}$$

c_m și c_e sînt abaterile cuplurilor, mecanic respectiv electric, de la valorile de regim permanent (în u·r·) $c_e \cong P - P_0$, P fiind puterea electrică, iar P_0 puterea electrică inițială).

Dacă constanta de timp T se exprimă în secunde iar $\omega_0 = 18\,000\ ^0/s$ rezultă unghiul δ în grade. Considerînd pentru cuplul accelerator c o variație liniară în timp (pentru fiecare interval de timp) rezultă (9)

$$\omega_i = \omega_{i-1} + (c_i + c_{i-1})\frac{\Delta t}{2 \cdot T}, \tag{9}$$

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \omega_0 \cdot \Delta t \cdot \omega_{i-1} + \frac{1}{3}\omega_0 \frac{\Delta t^2}{T}\left(c_{i-1} + \frac{1}{2}c_i\right).$$

Cuplul mecanic c_m se va considera proporțional cu deschiderea organului de admisie a agentului motor în turbină și în cazul unui regulator de viteză taho-accelerometric este dat de ecuația (10)

$$c_m = \frac{1 + m \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{(-\omega)}{\theta}. \tag{10}$$

S-a notat prin m dozajul accelerometric, prin τ constanta de timp a servomotorului iar prin θ statismul regulatorului.

La ipoteza unei variații liniare în timpul unui interval pentru viteza ω, $\omega_i = \omega_{i-1} + \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{\Delta t} t$ rezultă relația de recurență (11)

$$c_{m,i} = -\left[\omega_{i-1} + m\frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{\Delta t}\right] \cdot (1 - e^{-\Delta t/\tau})\frac{1}{\theta} -$$

$$-(\omega_i - \omega_{i-1}) \cdot [\Delta t - \tau \cdot (1 - e^{-\Delta t/\tau})/\theta \cdot \Delta t] + c_{m,i-1} \cdot e^{-\Delta t/\tau} \tag{11}$$

Deoarece fereastra distribuitorului de la servomotor limitează deschiderea ρ la valoarea ρ_{max} respectiv ρ_{min} (în u.r., $\rho_{max} = 1$; $\rho_{min} = -1$) trebuie efectuat în permanență un control al valorii deschiderii ρ oferită de soluția ecuației (12)

$$-\rho = \tau \cdot p \cdot c_m = -\frac{1 + mp}{\theta} \cdot \omega - c_m. \tag{12}$$

În cazul variației liniare în intervalul de timp a vitezei ω, rezultă următoarea relație de calculul lui ρ (13)

$$\rho_i = \left[\omega_i + m \cdot \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{\Delta t}\right] \cdot \frac{1}{\theta} + c_{mi}. \tag{13}$$

Dacă la un moment dat va rezulta $\rho_{min} \leqslant \rho_i \leqslant \rho_{max}$. cuplul mecanic se calculează cu ajutorul unei expresii de forma (14)

$$c_{m,i} = -\rho_{max} \cdot \frac{\Delta t}{\tau} + c_{m,i-1}, \tag{14}$$

$$c_{m,i} = -\rho_{min} \cdot \frac{\Delta t}{\tau} - c_{m,i-1}.$$

De asemenea c_m este limitat la valoarea corespunzătoare deschiderii maxime respectiv închiderii organului de admisie a agentului motor.

4. RELAŢII ÎNTRE MĂRIMILE DE CALCUL ŞI MĂRIMILE FIZICE. EXEMPLIFICARE

Ca o exemplificare, pentru înţelegerea modului cum s-a utilizat metoda de calcul numeric ce foloseşte descompunerea în fracţii simple, în cele ce urmează s-au dedus relaţiile dintre diferitele componente de calcul ale tensiunii electromotoare E'_d şi mărimile fizice α, ΔE_{de}, E'_d etc.

Dacă se substituie expresia tensiunii electromotoare de excitaţie E_{de} din relaţia (7) în expresia (4) a tensiunii electromotoare tranzitorie E'_d şi se descompune în fracţii simple rezultă (Anexa 3) următoarea formă utilă pentru calcule (15)

$$E'_d = -B_r \cdot \frac{u}{T_r p + 1} - B_e \cdot \frac{u}{T_e p + 1} + (B_0 + B_1 \cdot V_d - B'_d \cdot u) \cdot \frac{1}{T'_{de} p + 1} \equiv E'_{d,r} + E'_{d,e} + E'_{du,v} \cdot$$

S-a notat cu

$$B_r = A_r \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_r}{T_r - T'_{de}}; \quad B_e = A_e \cdot T_e \cdot \frac{1}{T_e - T'_{de}} \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}}, \tag{15}$$

$$B'_d = k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T'^2_{de}}{(T'^2_{de} - T_r)(T'_{de} - T_e)}; \quad B_0 = \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot E_{de,o},$$

$$B_1 = \frac{x_d - x'_d}{x_{de}} \cdot V_d \cdot$$

După cum se arată în anexa 3 avem următoarele relaţii între elementele componente rezultate din descompunerea în fracţii simple şi mărimile fizice α, ΔE_{de} şi E'_d

$$\Delta E_{de,r} = k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{T_r}{T_r - T_e} \cdot \alpha,$$

$$\Delta E_{de,e} = \Delta E_{de} - k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{T_r}{T_r - T_e} \cdot \alpha,$$

$$E'_{dr} = k_e \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_r^2}{(T_r - T'_{de})(T_r - T_e)} \cdot \alpha,$$

$$E'_{de} = \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \Delta E_{de} \cdot \frac{T_e}{T_e - T'_{de}} - \frac{x'_{de}}{x_{de}} k_e \cdot \frac{T_e \cdot T_r}{(T_e - T'_{de})(T_r - T_e)} \cdot \alpha,$$

$$E'_{du.v} = E'_d + \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_e}{T'_{de} - T_e} \cdot \Delta E_{de} + \tag{16}$$

$$+ \frac{x'_{de}}{x_{de}} k_e \cdot \frac{T_r \cdot T'_{de}}{(T'_{de} - T_e)(T'_{de} - T_r)} \cdot \alpha \cdot$$

Aceste relații permit determinarea condițiilor inițiale, pentru elementele rezultate din descompunerea în fracții simple, în timpul comutațiilor și blocajelor.

Astfel, la comutația circuitelor exterioare (schimbarea bruscă a reactanțelor) mărimile α, ΔE_{de} și E'_d rămîn invariante, iar ecuațiile anterioare permit determinarea noilor condiții inițiale (de după comutare) pentru elementele de calcul $E'_{d.r}$, E'_{de}, $E'_{du.v}$. De asemenea, în cazul blocajului regulatorului de tensiune $\alpha = \alpha_m$, $T_r = 0$ rezultă din ecuațiile anterioare noile valori ale constantelor: $B_r = 0$, $E_{der} = E'_{de} = 0$ etc.

5. SCHEMA LOGICĂ DE CALCUL CIFRIC

Utilizînd principiile de calcul prezentate anterior s-a stabilit schema logică de lucru a mașinii cifrice pentru determinarea regimurilor tranzitorii succesive ale unui generator legat printr-o linie la o bară de tensiune constantă. Regimul tranzitoriu, rezultat în urma apariției la bornele generatorului a unui scurtcircuit monofazat urmat de deconectarea completă a generatorului și apoi după eliminarea defectului de reanclanșarea acestuia, este calculat cu ajutorul metodei pas cu pas.

Pentru a mări precizia rezultatelor, calculul unui pas se efectuează de mai multe ori astfel: inițial variabilele independente ce intervin în ecuațiile diferențiale se presupun constante pe pas evaluîndu-se printr-un prim calcul, valorile lor de la sfîrșitul acestui pas. După aceasta calculul pasului se reface (a doua iterație) considerînd aceste mărimi ca variind liniar în timp între valoarea inițială și valoarea finală determinată prin calculul anterior. Cu noile valori obținute calculul se repetă pînă cînd diferențele, pentru două iterații succesive ale aceluiași pas, a unor mărimi de control u, c, sînt mai mici decît anumite valori date. Numai cînd simultan diferențele între valorile tensiunilor și respectiv ale cuplurilor accelератoare calculate la două iterații succesive ale aceluiași pas sînt mai mici ca ε_u și ε_c dați, se permite trecerea la calculul pasului următor.

Pentru rezolvarea concretă a exemplelor propuse programul a fost împărțit în două etape.

Într-o primă etapă se efectuează calculul regimului permanent și a constantelor auxiliare, care intervin în relațiile algebrice corespunzătoare soluțiilor pe pași ale ecuațiilor diferențiale (blocul I și II din schema logică, fig. 2).

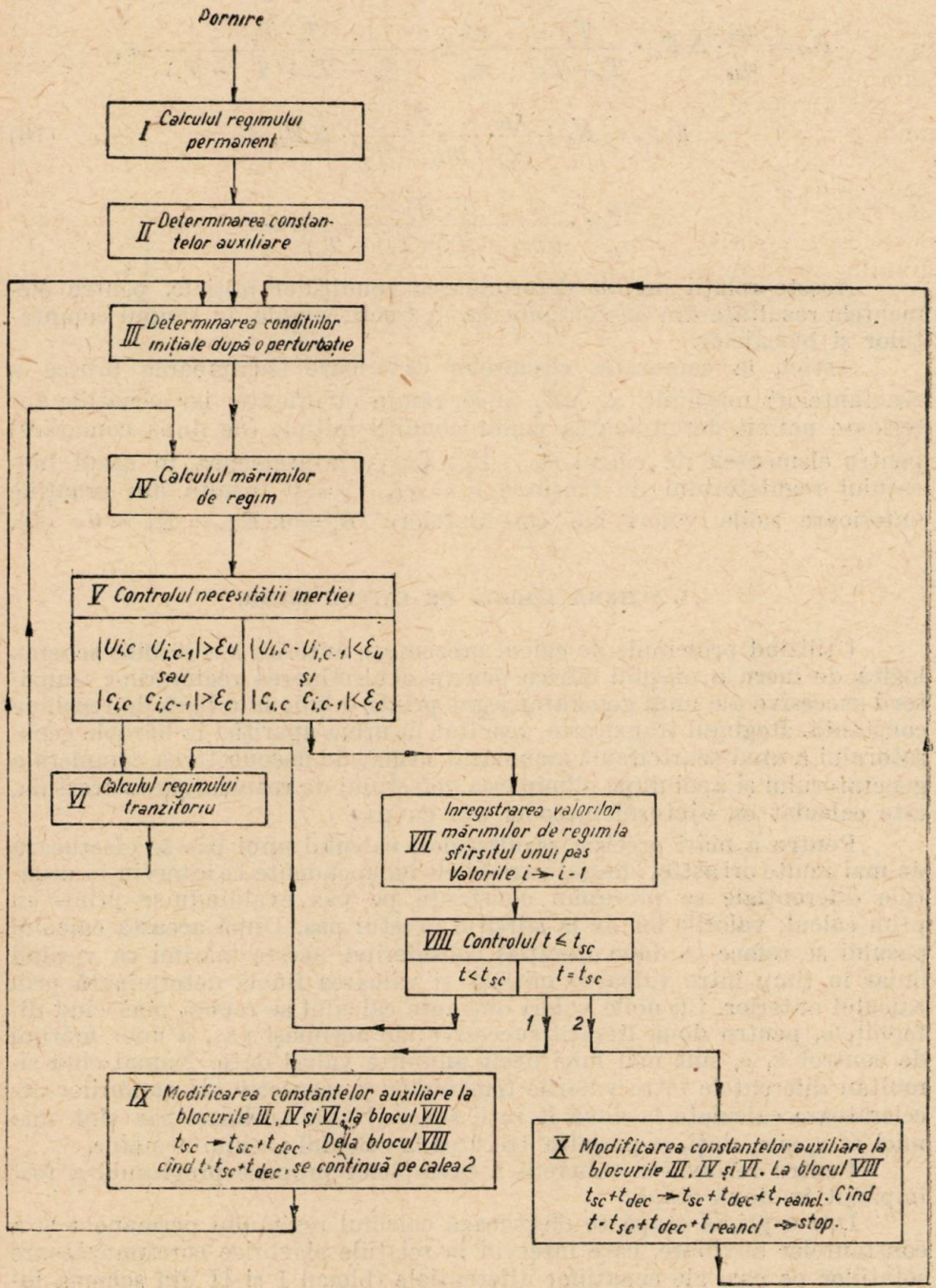


Fig. 2. — Schema logică a programului de calcul pe mașina cifrică.

Valorile mărimilor regimului staționar inițial ca și constantele auxiliare calculate se depun în memoria mașinii și vor servi la calculul regimurilor tranzitorii succesive.

După cum se observă pe schema logică din figura 2 programul este unic pentru regimul de scurtcircuit, de deconectare și reanclanșare.

După apariția unui fenomen de comutație (scurtcircuit, deconectare sau reanclanșare) este necesar să se determine valorile inițiale ale componentelor de calcul (blocul III — schema logică) cum se arată la punctul 3.

Se calculează apoi mărimile regimului electric corespunzătoare începutului fiecărui pas (inclusiv după o comutație) cu ajutorul formulelor (17) (blocul IV — schema logică)

$$E''_d = E'_d \cdot \frac{x''_{de}}{x'_{de}} + E''_{kd}$$

$$I_d = \frac{E''_d - b \cdot V \cos \delta}{x''_{de}} \; ; \; - I_q = \frac{E''_q - b\, V \sin \delta}{x''_{qe}} \, , \tag{17}$$

$$I = \left(I_d^2 + I_q^2\right)^{1/2}$$

$$U_d = E''_d - x''_d \cdot I_d \; ; U_q = E''_q + x''_q \cdot I_q \; ; \; U = \left(U_d^2 + U_q^2\right)^{1/2}$$

$$P = U_d \cdot I_q + U_q \cdot I_d \; ; \; c = c_m - c_e \cdot$$

Deoarece imediat după o comutație tensiunea U este, în general, mult diferită de tensiunea de regim permanent U_0, rezultă $| U - U_0 | > > \varepsilon_u$ (și similar $| c - c_0 | > \varepsilon_c$) deci blocul V, de control al necesității iterației, comandă trecerea la prima iterație în blocul VI. În acest bloc se determină valorile de la sfîrșitul pasului respectiv pentru α, E_{de}, E'_d, E''_{kd}, E''_q, δ, ω și c_m cu ajutorul unor relații de calcul obținute după metoda dată la punctele 2 și 3. De exemplu, mărimea de ieșire a regulatorului de tensiune (α) se determină pentru un pas i, la sfîrșitul iterației $(c+1)$ cu expresia (18)

$$\alpha_{i\,.\,c+1} = a_1 \left(U_{i-1} - U_0\right) + b_1 \left(U_{i\,.\,c} - U_{i-1}\right) + c_1 \cdot \alpha_{i-1}, \tag{18}$$

unde a_1, b_1, c_1 sînt constante care s-au calculat la blocul II folosind expresiile

$$a_1 = - k_\alpha \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}\right) \; ; \; b_1 = - k_\alpha \left[\Delta t - T_r \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_r}}\right)\right] \cdot \frac{1}{\Delta t} \; ; \; c_1 = e^{-\frac{\Delta t}{T_r}} \cdot$$

Dacă din relația (18) rezultă $| \alpha_{i\,.\,c+1} | < \alpha_{\max}$, calculul tensiunilor electromotoare E_{de} și E'_d se face conform expresiilor (7) și (15) prin sumarea componentelor de calcul respective.

Dacă rezultă $| \alpha_{i,c+1} | > \alpha_{\max}$, se reține pentru α valoarea $\alpha_{\max}$ sau $- \alpha_{\max}$, calculul mărimilor E_{de} și E'_d efectuîndu-se cu ajutorul formulelor valabile în cazul regulatorului de tensiune blocat (vezi punctul 3). În mod

similar se procedează la calculul abaterii cuplului mecanic c_m. Pentru determinarea mărimilor E''_{kd}, E''_q, δ şi ω, în blocul VI se folosesc relaţii unice, aşa cum sînt date la punctul 3.

Din blocul VI se comandă întoarcerea la blocul IV — unde se recalculează mărimile de regim (formulele 17) corespunzător sfîrşitului primei iteraţii.

Apoi în blocul V se verifică necesitatea efectuării unei noi iteraţii. Dacă diferenţele valorilor absolute între tensiunea de la sfîrşitul iteraţiei i şi tensiunea de după comutaţie, respectiv între cuplul accelerator de la sfîrşitul iteraţiei i şi cuplul accelerator de după comutaţie, au rezultat mai mici ca ε_u (10^{-3}) şi ε_c (10^{-3}), se trece în blocul VII. În caz contrar, se face o nouă iteraţie prin blocul VI şi apoi IV.

Trecerea în blocul VII înseamnă parcurgerea unui pas; se vor înregistra deci mărimile de regim şi se vor pregăti condiţiile iniţiale pentru pasul următor ($i \rightarrow i - 1$).

În blocul VIII se controlează dacă s-au efectuat numărul de paşi corespunzător duratei scurtcircuitului.

În caz că $t < t_{sc}$ se comandă întoarcerea în blocul VI pentru a se efectua prima iteraţie din pasul următor. Dacă $t = t_{sc}$ apare o nouă comutaţie (de ex. deconectarea scurtcircuitului) comandîndu-se trecerea în blocul IX. În acest bloc se pregătesc condiţiile necesare efectuării calculului în acest nou regim (se modifică reactanţele, constantele auxiliare, precum şi timpul de control: $t_{sc} \rightarrow t_{sc} + t_{dec}$ etc.), comandîndu-se apoi întoarcerea la blocul III — de unde calculul se repetă după acelaşi procedeu.

6. EXEMPLU NUMERIC

Au fost făcute pe maşina electronică cifrică CIFA-2 o serie de calcule ale regimurilor tranzitorii succesive aplicate pe schema din figura 3, considerînd următoarele valori de reactanţe: $x_d = 2{,}1$; $x'_d = 0{,}4$; $x''_d = 0{,}25$; $x_q = 2{,}1$; $x''_q = 0{,}3$; $x_e = 0{,}3$.

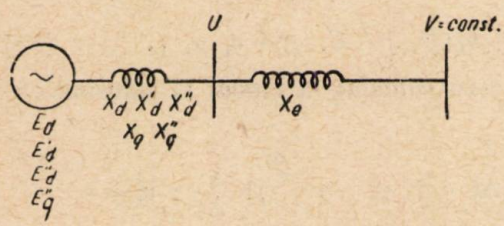


Fig. 3. — Schema electrică a sistemului considerat.

Pentru regulatorul de tensiune s-a considerat funcţia de transfer simplificată dată în formula (5) pentru care s-a luat $T_r = 0{,}2$ s; $k_\alpha = 10$.

Excitatoarea s-a reprezentat prin ecuaţia diferenţială dată în formula (6), dînd constantelor următoarele valori:

$$T_e = 0{,}5 \text{ s}; \quad k_e = 5.$$

S-au considerat două valori pentru plafonul tensiunii de excitaţie $E_{de\,\max} = 1{,}5 \cdot E_{deo}$ şi $E_{de\,\max} = 2 \cdot E_{deo}$ ceea ce corespunde la $\alpha_{\max} = 0{,}2$ şi $\alpha_{\max} = 0{,}4$, regulatorul de tensiune considerîndu-se blocat deci la $|\alpha| > 0{,}2$, respectiv 0,4.

În funcție de transfer (10) a regulatorului de viteză s-au introdus următoarele valori numerice :

$$m = 0 \text{ sau } 2 \text{ s}; \ \tau = 4\text{s}; \ \theta = 0{,}05; \ \rho_{max} = 1.$$

S-a presupus apariția unui scurtcircuit monofazat pe bara U, care introduce un șunt echivalent $x = 0{,}12$, și care durează $t_{sc} = 0{,}2$ s. După trecerea acestui timp întrerupătorul deconectează generatorul de la bare

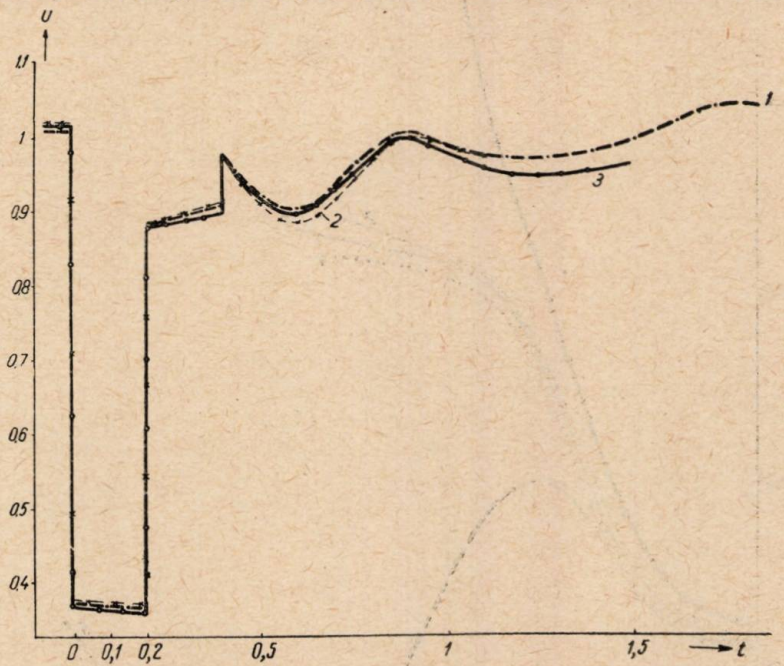


Fig. 4. — Variația tensiunii la bornele generatorului, fără a lua în considerare influența amortizoarelor.

$P_0 = 0{,}6$; $t_{dec} = 0{,}2$ secunde.

1 ; $m = 2$; E'_d = var. ; $E_{de\ max} = 1{,}5$

2 ; $m = 0$; E'_d = var ; $E_{de\ max} = 1{,}5$

3 ; $m = 2$; E_{de} = const.

pentru o perioadă de timp de 0,2 sau 0,3 s. Admițînd că defectul este trecător, reaclanșarea întrerupătorului restabilește schema normală.

În figura 4, sînt reprezentate grafic rezultatele calculelor pentru tensiunea U la barele centralei, dacă nu se ia în considerare influența amortizoarelor. Se observă din compararea curbelor 1 și 3, că influența reglajului de tensiune, la parametrii considerați, este neînsemnată.

S-a analizat influența dozajului accelerometric (m) asupra limitei de putere transmisă.

În figura 5 s-au trasat curbele mișcării rotorului (unghiul δ) față de sistemul puternic în apropierea limitei de stabilitate dinamică.

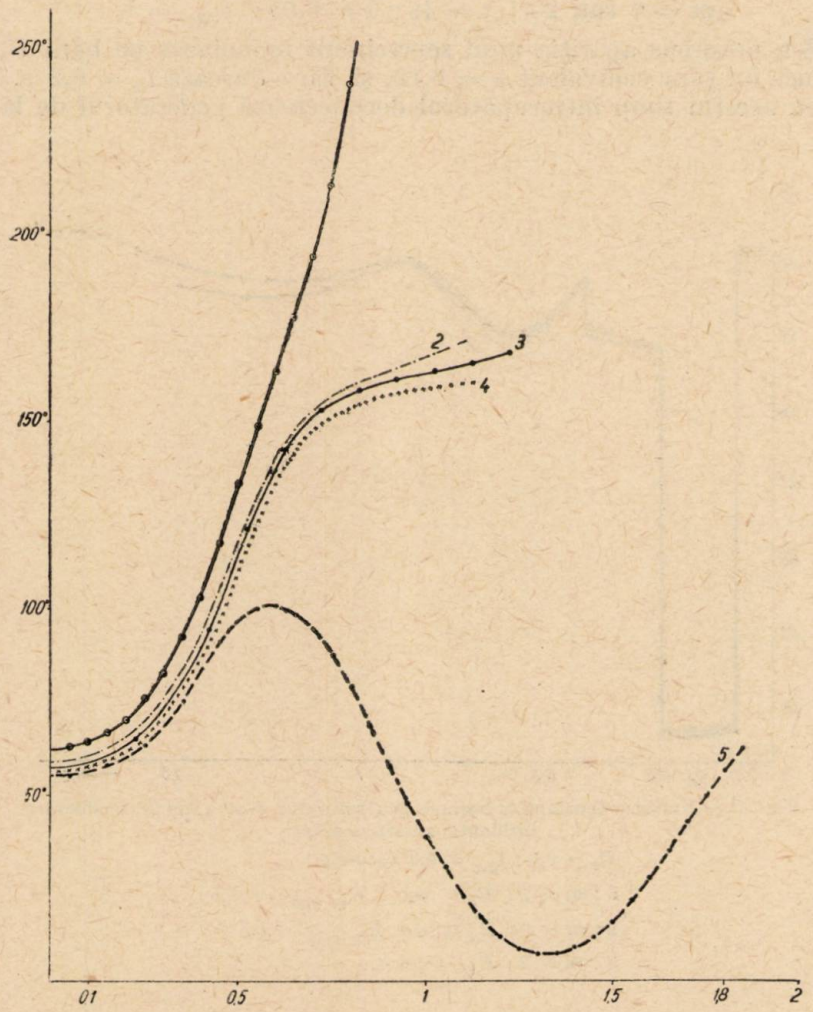


Fig. 5. — Variaţia unghiului δ, şi limita stabilităţii dinamice.
1. (instabil) $P_0 = 0{,}8$; $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}3$; cu amortizoare.
2. (limită) $P_0 = 0{,}695$; $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}3$; cu amortizoare.
3. (limită) $P_0 = 0{,}65$; $m = 0$; $t_{dec} = 0{,}3$; cu amortizoare.
4. (limită) $P_0 = 0{,}635$ $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}3$; fără amortizoare.
5. (stabil) $P_0 = 0{,}6$ $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}2$ fără amortizoare.

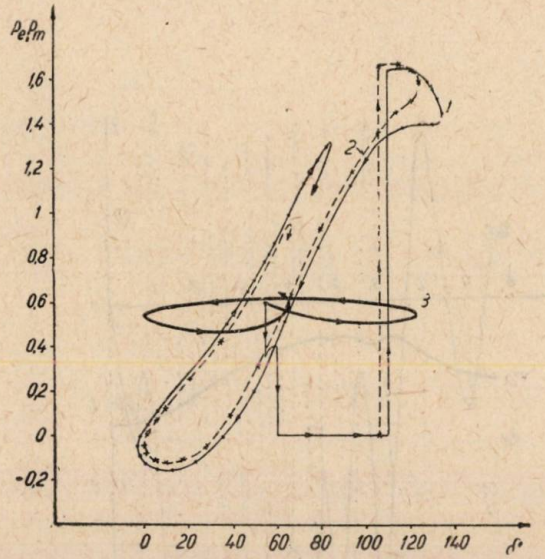


Fig. 6. — Influența dozajului accelerometric asupra amortizării oscilațiilor (curbele putere-unghi).

1 : puterea electrică funcție de unghi pentru $P_0 = 0{,}6$ $m = 0$ $t_{dec} = 0{,}3$ s.

2 : puterea electrică — funcție de unghi pentru $P_0 = 0{,}6$ $m = 2$ $t_{dec} = 0{,}3$.

3 : puterea mecanică funcție de unghi pentru $P_0 = 0{,}6$; $m = 2$ $t_{dec} = 0{,}3$.

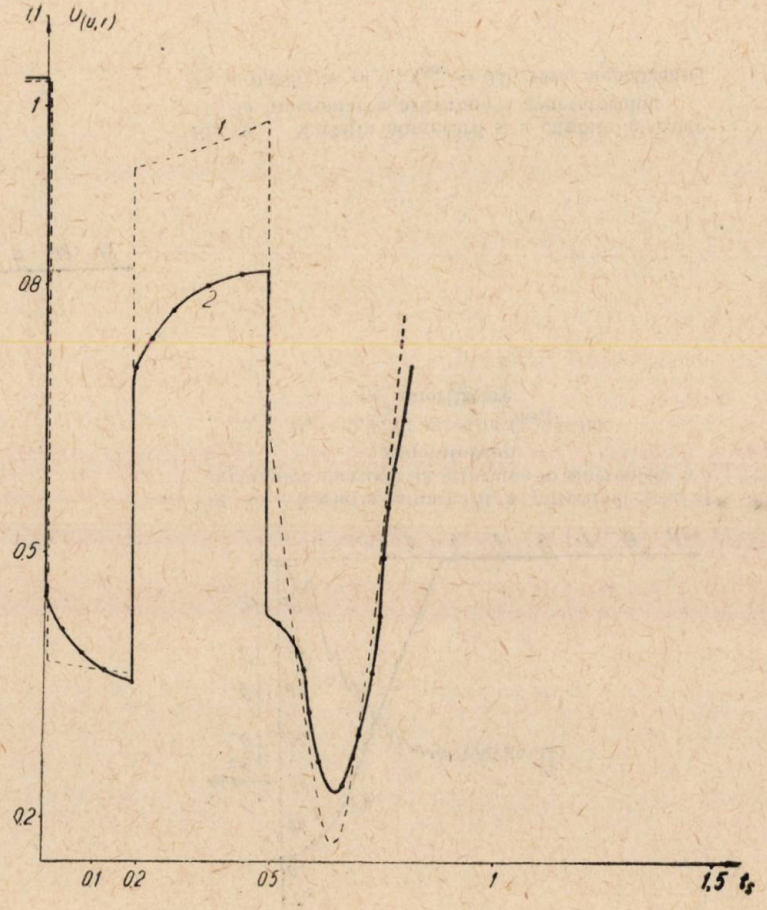
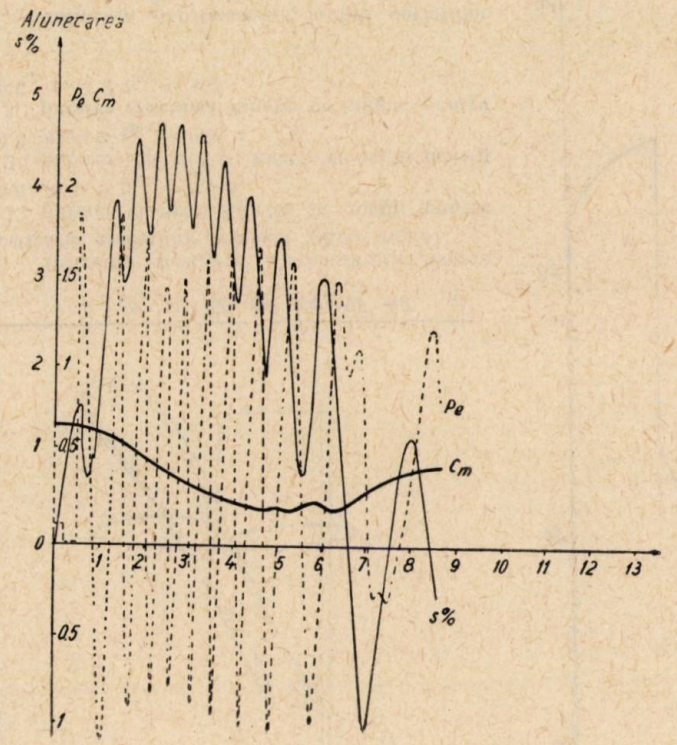
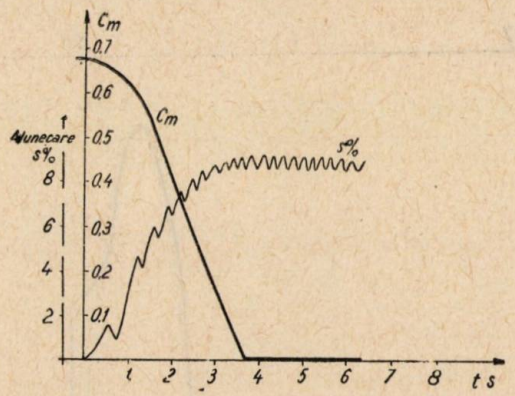


Fig. 7. — Influența amortizoarelor asupra variațiilor de tensiune.

1 : $P_0 = 0{,}8$; $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}3$; fără amortizoare.

$P_0 = 0{,}8$; $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}3$; cu amortizoare.





← Fig. 8. — Variaţia alunecării, a puterii electrice şi a cuplului mecanic la atragerea în sincronism a generatorului.
$P_0 = 0{,}675$; $m = 0$; $t_{dec} = 0{,}3$
cu amortizoare.

Fig. 9. — Variaţia alunecării şi a cuplului mecanic la funcţionarea asincronă a generatorului.
$P_0 = 0{,}675$; $m = 0$; $t_{dec} = 0{,}3$, fără amortizoare.

Se observă că o valoare $m = 2$ permite creşterea puterii limită la valoarea $P_{0,\max} = 0{,}695$ faţă de $P_{0,\max} = 0{,}650$ cît corespundea la dozaj accelerometric nul ($m = 0$). Rezultă deci o creştere a puterii transmise $\Delta P = 6{,}93\%$.

Influenţa favorabilă a dozajului accelerometric asupra amortizării oscilaţiilor este ilustrată în figura 6. Aria determinată de curba puterii

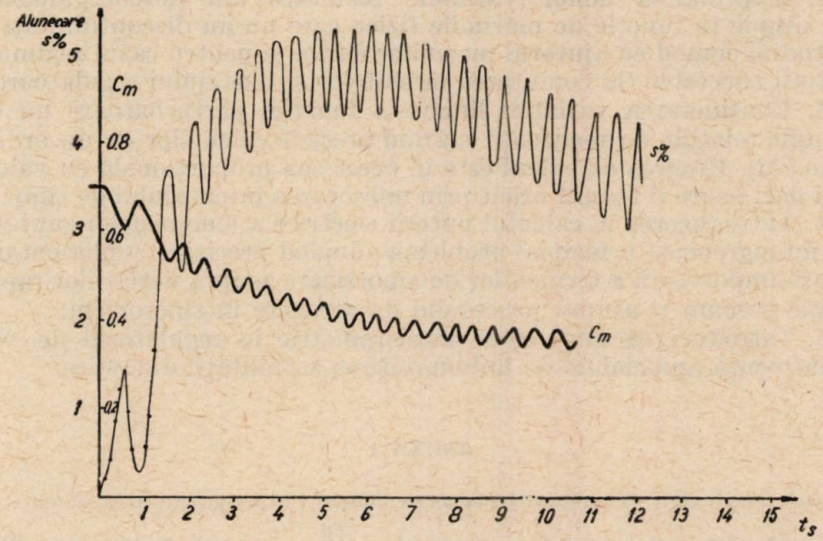


Fig. 10. — Variaţia alunecării şi a cuplului mecanic la eşirea din sincronism a generatorului.
$P_0 = 0{,}7$; $m = 2$; $t_{dec} = 0{,}3$ cu amortizoare.

în planul putere-unghi pentru un ciclu de oscilaţie este, după cum se ştie, proporţională cu energia de amortizare pentru ciclul respectiv.

La o valoare sporită a dozajului accelerometric ($m = 3$) şi pentru o valoare mai mică a constantei de timp a servomotorului ($\tau = 2$ s) sporul de putere a rezultat $\Delta P = 15{,}4\%$ ($P_{0,\max} = 0{,}75$ faţă de $P_{0,\max} = 0{,}65$ cît se poate transmite pentru $m = 0$).

Influenţa altor factori ca forţarea excitaţiei sau amortizarea asincronă au în cazul analizat un efect mult mai mic de sporirea puterii transmise.

Sporul de putere rezultat din influenţa amortizorilor a fost $\Delta P_{\max} = 2{,}36\%$ ($P_{0,\max} = 0{,}65$ faţă de $P_{0,\max} = 0{,}635$).

Forţarea excitaţiei prin intermediul regulatorului de tensiune face să sporească puterea maximă transmisibilă de la valoarea $P_{0,\max} = 0{,}685$ ($E_{de} = \text{const}$; $m = 2$) la valoarea $P_{0,\max} = 0{,}695$ (plafon cca. 2, $m = 2$). Sporul de putere este de numai 1,46%.

O influenţă mare au însă termenii de amortizare asupra şocurilor de tensiune (fig. 7) precum şi asupra atragerii în sincronism a maşinii sincrone (fig. 8, 9, 10).

CONCLUZII

1. Descompunerea în fracţii simple a transmitanţei indiciale şi stabilirea la perturbaţii neliniare a unor relaţii de recurenţă pentru calculul numeric permite folosirea comodă, în studiul regimurilor tranzitorii a maşinilor cifrice cu memorie redusă.

2. Exprimarea noilor variabile rezultate din descompunerea în fracţii simple în funcţie de mărimile fizice care nu au discontinuităţi permite studiul comod cu ajutorul maşinilor cifrice şi pentru cazul regimurilor tranzitorii succesive (la comutarea circuitelor şi blocajului regulatoarelor).

3. Considerarea variaţiei liniare a funcţiei perturbatoare nu complică mult relaţiile de recurenţă mărind precizia calculelor cu un ordin de mărime (Δt). Eroarea de calcul este în acest caz proporţională cu valoarea (Δt^3) şi deci poate fi redusă oricît prin micşorarea intervalului de timp.

4. Introducerea în calculul puterii electrice a fenomenelor supratranzitorii nu îngreuiază principial problema aducînd precizări suplimentare : o influenţă importantă a termenilor de amortizare asupra variaţiilor rapide a tensiunii precum şi asupra procesului de atragere în sincronism.

5. Introducerea unui efect accelerometric la regulatorul de viteză are o influenţă apreciabilă de îmbunătăţirea stabilităţii dinamice.

ANEXA 1

Dacă $a(t) = A \cdot e^{-t/T}$ reprezintă răspunsul indicial (la perturbaţie treaptă unitate) corespunzător fracţiei simple a imaginii de forma $A \dfrac{Tp}{Tp+1} \cdot 1$, pentru o perturbaţie $U(t) = \sum_{\nu=0}^{\nu=n} B_\nu \cdot t^\nu$ răspunsul corespunzător este oferit de relaţia următoare :

$$I_i(t) = \frac{d}{dt}\int_0^t e^{-t/T} \cdot \sum_\nu B_\nu \cdot \tau^\nu \cdot e^{\tau/T} \cdot d\tau.$$

Dacă se foloseşte integrarea succesivă prin părţi *) rezultă expresia

$$I_i(t) = \frac{d}{dt}\left| e^{-t/T} \cdot T \cdot e^{\tau/T} \sum_{\nu,\mu} (B_\nu \cdot \tau^\nu)^{(\mu)} \cdot (-T)^\mu \right|_0^t \begin{matrix} \nu = 0 \ldots n \\ \mu = 0 \ldots n \end{matrix}$$

Simbolul (μ) ca exponent indică derivata de ordinul μ în raport cu timpul t a expresiei respective.

Substituirea limitelor şi efectuarea derivării conduce la relaţia următoare :

$$I_i(t) = -A\left[\sum_{\nu=0}^{n} (-t/T)^{\nu-1}/(\nu-1)! - e^{-t/T}\right] \sum_{\mu=0}^{n} B_\mu \cdot (-T)^\mu \cdot \mu!$$

*) Expresia generală explicită a integralei de tipul celei de mai sus, folosind dezvoltarea în serie Taylor a funcţiei $f(t)$, este :

$$\int f(t)\, e^{t/T}\, dt = e^{t/T} \cdot T \cdot \sum_{\mu=0}^{n} f^{(\mu)}(t) \cdot (-T)^\mu$$

Această expresie reprezintă tocmai originalul imaginii

$$\left[A\,\frac{Tp}{Tp+1}\right]\sum_{\nu}\left(\frac{B_\nu\cdot\nu!}{p^\nu}\right).$$

Deoarece avem identitatea $\dfrac{A\cdot\nu!}{(Tp+1)p^\nu} \equiv Tp\,(\nu+1)!\cdot\dfrac{A}{(Tp+1)\,p^{\nu+1}\cdot T\,(\nu+1)}$

răspunsul $I_\nu\,(t)$ al perturbației $t^n \div n!/p^n$ prin elementul $A\,(1-e^{-t/T}) \div A\cdot\dfrac{1}{Tp+1}$ va fi dat de o expresie ce se deduce imediat din cea anterioară

$$I_\nu\,(t) = A\cdot n!\,(-T)^n\cdot\left[\sum_{\nu=0}^{n}(-t/T)^\nu/\nu! - e^{-t/T}\right].$$

Pentru cazul unei perturbații mai generale de forma $\sum_{\nu=0}^{n} B^\nu\cdot t^\nu$ precum și în condițiile unei valori inițiale, răspunsul $I\,(t)$ corespunzător rezultă imediat conform expresiei:

$$I\,(t) = I_0\cdot e^{-t/T} + A\cdot\sum_{\mu=0}^{n}\cdot B_\mu\cdot\mu!\,(-T)^\mu\left[\sum_{\nu=0}^{n}(-t/T)^\nu/\nu! - te^{-/T}\right].$$

Pentru un interval de timp (pas) $\Delta t = t_i - t_{i-1} < T$ dacă aproximăm variația perturbației la forma liniară, $U\,(t) = B_0 + B_1\cdot t \equiv U_{i-1} + \dfrac{U_i - U_{i-1}}{\Delta t}\cdot t$ răspunsul corespunzător ce se deduce din expresia (1) ca un caz particular ($B_2 = B_3 = \ldots B_n = 0$) ia forma următoare (2):

$$I_i = I_{i-1}\cdot e^{-\frac{\Delta t}{T}} + A\left[U_{i-1} - \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta t}\cdot T\right](1 - e^{-\Delta t/T}) + (U_i - U_{i-1})\cdot A.$$

ANEXA 2

Dacă se neglijează componentele de transformare ale tensiunilor electromotoare statorice, mici în comparație cu cele de rotație, precum și căderile ohmice de tensiune rezultă următoarele soluții operaționale de curenți (I_d, I_q):

$$I_d \cong \frac{E_{de}}{x_{de}(pT'_{de}+1)} - V_d\left[\frac{1}{x_{de}} + \left(\frac{1}{x'_{de}} - \frac{1}{x_{de}}\right)\cdot\frac{pT'_{de}}{pT'_{de}+1} + \left(\frac{1}{x''_{de}} - \frac{1}{x'_{de}}\right)\cdot\frac{pT''_{de}}{pT''_{de}+1}\right],$$

$$I_q \cong V_q\cdot\left[\frac{1}{x_{qe}} + \left(\frac{1}{x''_{qe}} - \frac{1}{x_{qe}}\right)\cdot\frac{pT''_{qe}}{pT''_{qe}+1}\right],$$

— E_{de} este tensiunea electromotoare de rotație indusă în stator corespunzătoare tensiunii aplicată înfășurării de excitație;

— x_{de}, x'_{de}, x''_{de}, x_{qe}, x''_{qe} sînt reactanțele sincrone permanente, tranzitorii și supratranzitorii ce includ și reactanța externă, $x_{de} = x_d + x_e$ etc.;

— V_d și V_q sînt componentele tensiunii externe

$$V_d = V\cdot\cos\delta;\quad V_q = V\cdot\sin\delta,$$

— $T'_{de} = T_{do}\dfrac{x'_{de}}{x_{de}}$, $T''_{de} = T''_{do}\dfrac{x''_{de}}{x'_{de}}$, $T''_{qe} = T''_{qo}\cdot\dfrac{x''_{qe}}{x_{qe}}$ sînt constantele de timp corespunzătoare.

Dacă se exprimă curenţii cu ajutorul tensiunilor electromotoare tranzitorii E'_d şi supratranzitorii E'_{kd}, E''_d, E''_q definite conform expresiilor

$$E'_d = \left[\frac{E_{de}}{x'_{de}} + V_{de}\left(\frac{1}{x'_{de}} - \frac{1}{x_{de}}\right)\right] \cdot \frac{x'_{de}}{pT'_{de}+1},$$

$$E''_q = V_q\left(\frac{1}{x''_{qe}} - \frac{1}{x_{qe}}\right) \cdot \frac{x''_{qe}}{pT''_{qe}+1},$$

$$E''_{kd} = V_d\left(\frac{1}{x''_{de}} - \frac{1}{x'_{de}}\right) \cdot \frac{x''_{de}}{pT''_{de}+1},$$

$$E''_d = E'_d \cdot \frac{x''_{de}}{x'_{de}} + E''_{kd} \equiv \frac{E_{de}}{x_{de}} + V_d \cdot \left(\frac{1}{x'_{de}} - \frac{1}{x_{de}}\right) \cdot \frac{x'_{de}}{pT'_{de}+1} +$$

$$+ V_d \cdot \left(\frac{1}{x''_{de}} - \frac{1}{x'_{de}}\right) \cdot \frac{x''_{de}}{pT''_{de}+1},$$

vor rezulta soluţiile

$$I_d = \frac{E''_d - V_d}{x''_{de}},$$

$$-I_q = \frac{E''_q - V_q}{x''_{qe}}.$$

Ca o exemplificare asupra modului cum trebuie considerate reactanţele, constantele de timp, tensiunile echivalente ce trebuie substituite în expresiile anterioare vom examina cazul unui scurtcircuit monofazat la barele de tensiune U a unei interconexiuni generator-sistem puternic conform figurii 11.

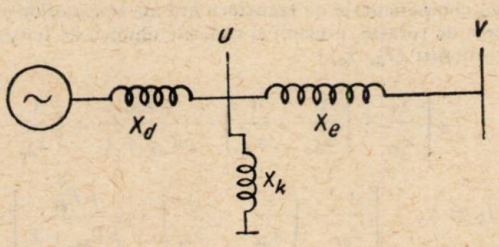


Fig. 11. — Schema electrică după apariţia unui scurtcircuit monofazat.

Scurtcircuitul monofazat va introduce în schemă un şunt echivalent x_k provenit din suma reactanţelor echivalente de succesiune inversă şi homopolară în serie. Schema de calcul redusă, echivalentă, se va determina prin alcătuirea generatorului echivalent al sistemului exterior şi reactanţelor x_e şi x_k. Se determină

$$x = \frac{x_e \cdot x_k}{x_e + x_k} \text{ şi } b \cdot V = \frac{x_k}{x_e + x_k} \cdot V.$$

Prin urmare, în locul, tensiunilor V_d, V_q se vor introduce în expresii valorile corespunzătoare $b \cdot V_d$, $b \cdot V_q$ iar constantele de timp se vor calcula cu noile valori ale reactanţelor.

ANEXA 3

Dacă se substituie expresia operaţională a tensiunii electromotoare de excitaţie

$$E_{de} = E_{deo} + \frac{k_e \cdot \alpha}{T_e p + 1} = E_{de.o} - k_e, k_\alpha \frac{u}{(T_r p + 1)(T_e p + 1)} \equiv E_{de.o} - \frac{A_r}{T_r p + 1} \cdot u -$$

$$- \frac{A_e}{T_e p + 1} \cdot u \equiv E_{deo} + \Delta E_{de,r} + \Delta E_{de,e}$$ în expresia tensiunii electromotoare tranzitorie

$$E'_d = \left[\frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot E_{de} + \frac{x_d - x'_d}{x_{de}} \cdot b \cdot V_d \right] \cdot \frac{1}{T'_{de} p + 1}$$

şi se efectuează descompunerea în fracţii simple rezultă următoarea formă elementară :

$$E'_d = - A_r \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_r}{T_r - T'_{de}} \cdot \frac{u}{T_r p + 1} - A_e \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_e}{T_e - T'_{de}} \cdot \frac{u}{T_e p + 1} +$$

$$+ \left[- k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T'^2_{de}}{(T'_{de} - T_r)(T'_{de} - T_e)} \cdot u + \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot E_{deo} + \right.$$

$$\left. + b \cdot V_d \cdot \frac{x_d - x'_d}{x_{de}} \right] \cdot \frac{1}{T'_{de} p + 1} \equiv - B_r \cdot \frac{u}{T_r p + 1} - B_e \cdot \frac{u}{T_e p + 1} +$$

$$+ (- B'_d \cdot u + B_0 + B_1 \cdot V_d) \frac{1}{T'_{de} p + 1} \equiv E'_{dr} + E'_{de} + E'_{dw}.$$

S-a notat

$$B_r \equiv A_r \frac{x'_{de}}{x'_{de}} \cdot \frac{T_r}{T_r - T'_{de}} \equiv k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_r^2}{(T_r - T_e)(T_r - T'_{de})},$$

$$B_e \equiv A_e \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_e}{T_e - T'_{de}} \equiv k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_e^2}{(T_e - T_r)(T_e - T'_{de})},$$

$$B'_{de} = \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot k_e \cdot k_\alpha \cdot \frac{T'^2_{de}}{(T'_{de} - T_r)(T'_{de} - T_e)}; \quad B_0 = \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot E_{deo},$$

$$B_1 = \frac{x_d - x'_d}{x_{de}} \cdot b$$

Observăm că avem următoarele relaţii între elementele componente rezultate din descompunerea în fracţii simple şi mărimile fizice α, ΔE_{de} şi E'_d

$$\Delta E_{der} = A_r \cdot \frac{\alpha}{k_\alpha}, \quad \Delta E_{dec} = \Delta E_{de} - \Delta E_{der} = \Delta E_{de} - A_r \cdot \frac{\alpha}{k_\alpha},$$

$$E'_{dr} = B_r \cdot \frac{\Delta E_{der}}{A_r} = B_r \cdot \frac{\alpha}{k_\alpha},$$

$$E'_{de} = B_e \cdot \frac{\Delta E_{dee}}{A_e} = B_e \cdot \frac{\Delta E_{dee}}{A_e} - B_e \cdot A_r \cdot \frac{\alpha}{A_e \cdot k_\alpha},$$

$$E'_{du,v} = E'_d - E'_{de} - E'_{dr} = E'_d - B_e \cdot \frac{\Delta E_{de}}{A_e} + \alpha \left[\frac{B_e \cdot A_r}{A_e \cdot k_\alpha} - \frac{B_r}{k_\alpha} \right],$$

$$E'_{d,uv} = E'_d + \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \frac{T_e}{T'_{de} - T_e} \cdot \Delta E_{de} + \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot k_e \cdot \frac{T_r \cdot T'_{de}}{(T'_{de} - T_e)(T'_{de} - T_r)} \cdot \alpha.$$

Aceste relaţii permit trecerea inversă, de la mărimile fizice la mărimile de calcul şi sînt necesare mai ales pentru determinarea condiţiilor iniţiale în timpul fenomenelor de blocaj şi comutaţii.

CALCUL NUMÉRIQUE DES RÉGIMES TRANSITOIRES SUCCESSIFS D'UN GROUPE GÉNÉRATEUR, À RÉGLAGE DE TENSION ET DE VITESSE, DANS LE SYSTÈME ÉLECTROÉNERGÉTIQUE

RÉSUMÉ

Les auteurs proposent, pour le calcul numérique des régimes transitoires successifs, l'emploi de quelques solutions explicites des éléments linéaires du système automatique, combinées avec des solutions itératives dues aux éléments non linéaires. La décomposition en fractions simples des fonctions de transfert a permis d'établir des relations de récurrence, nécessitant une mémoire réduite des calculatrices digitales.

Ils ont tenu compte des phénomènes sous-transitoires dans la machine synchrone, en introduisant des tensions électromotrices variables, comprenant en même temps l'effet d'amortissement asynchrone pour toute valeur du glissement.

Les auteurs ont prêté une attention particulière au problème de la commutation des circuits, ainsi qu'aux blocages des régulateurs pendant les régimes transitoires successifs.

Les exemples de calculs qu'ils fournissent, font ressortir l'influence sensible du dosage accélérométrique du régulateur de vitesse sur la stabilité dynamique. L'influence du couple d'amortissement et de l'excitation forcée se fait moins sentir. Le couple d'amortissement exerce pourtant une grande influence sur la mise en synchronisme des machines.

BIBLIOGRAFIE

1. Б. М. Каган, Е. Л. Урман, *Выбор дифференциальных уравнений переходных процессов синхронно о генератора при исследовании динамической устойчивости на вычислительных машинах.* Электричество, *4*, (1960).
2. Б. М. Каган Т. М. Тер Микаелян, *Решение инженерных задач на автоматических цифровых вычислительных машинах.* Г.Э.Н., Москва-Ленинграда, 1958.
3. L. Groza, *Utilizarea calculatorului numeric şi a metodei separării nodurilor în probleme actuale de stabilitate şi reglaj.* Energetica, *7* (1960).
4. В. А. Веников, *Электромеханические переходные процессы в электрических системах* Г.Э.И., Москва-Ленинград 1958.
5. E. W. Kimbark, *Power system Stability.* III, New York (John Wiley), London (Chapmann – Hall).
6. F. Manea, *Regimuri electromagnetice tranzitorii simetrice la funcţionarea în asincron a maşinii sincrone.* Studii şi cercetări de energetică, *3*, 481 (1959).
7. Th. Laible, *Le comportement des machines synchrones lors de perturbation de la stabilité.* Bull. Oerlikon, *310* (1955).
8. P. Dimo, *Analiza sistemelor energetice prin separarea nodurilor şi utilizarea curenţilor de scurtcircuit.* Ed. tehnică, Bucureşti, 1959.
9. S. Ionescu, M. Pomîrleanu, *Rezultate obţinute cu maşina electronică cifrică CIFA la calculul regimurilor dinamice ale sistemelor electroenergetice, luînd în considerare intervenţia regulatoarelor automate.* Studii şi cercetări de energetică, *3* (1961).
10. R. N. Sudan, *Digital Computer Study of the Resynchronizing of a Turboalternator.* Power Apparatus and Systems, febr., 1120 (1961).

INFLUENȚA CENTRALELOR TERMOELECTRICE ASUPRA REGLAJULUI FRECVENȚEI ÎN SISTEMELE ENERGETICE

DE

P. NICOLAE

1. INTRODUCERE

Participarea centralelor termoelectrice la reglarea frecvenței în sistemele în care acestea preponderează în producția de energie electrică, pune probleme importante de automatizare a proceselor termice la aceste centrale. Astfel, este necesară o optimizare a parametrilor sistemului de reglaj al centralelor în interdependență cu cel al reglajului secundar de frecvență, pentru obținerea unei calități corespunzătoare a frecvenței și o funcționare normală a instalațiilor din centrale.

Pentru soluționarea acestei probleme trebuie să se studieze caracteristicile dinamice ale centralelor termice, comportarea acestor centrale la preluarea variațiilor de sarcină și deci influența lor asupra calității reglajului de frecvență.

În literatura de specialitate s-au studiat, în general, caracteristicile dinamice ale cazanelor sau ale diferitor elemente ale acestora [2], [3], [4], [8], [9], [10], [11], însă mai puțin problema funcționării lor ca element în sistemul energetic și influența caracteristicilor lor dinamice asupra funcționării sistemului.

În articolul de față se studiază funcțiile de transfer ale cazanului și ale celorlalte elemente din sistem, alcătuindu-se o schemă bloc cu aceste funcții de transfer pentru un grup echivalent cazan-turbogenerator și rețea cu reglaj secundar de frecvență.

Pentru modelizarea schemei propuse se utilizează mașina electronică de calcul analogic MECAN I — construită în Institutul de energetică al Academiei R.P.R. La astfel de studii mașina se pretează și dă rezultate bune.

În lucrare se dau ca exemplu înregistrările variației frecvenței și celorlalte mărimi, în cazul a două serii de parametrii ai elementelor sistemului.

2. FUNCȚIILE DE TRANSFER ALE DIFERITOR ELEMENTE ALE CAZANULUI

Unul din factorii importanți care are influență asupra reglajului frecvenței, în cazul cînd acesta se face cu centrale termice, este dependența presiunii din cazan de variațiile sarcinii. Din cauza acestei influențe puterea debitată de centrale este funcție și de acest parametru.

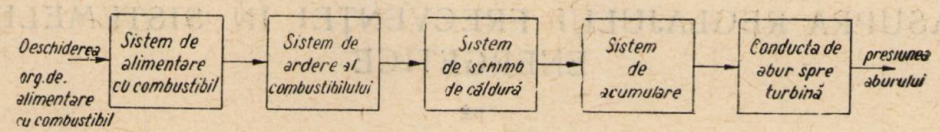


Fig. 1. — Schema structurală a elementelor cazanului.

Analiza caracteristicilor dinamice ale cazanului arată [3], [4], [15] că acesta este un sistem complex, care poate fi reprezentat printr-un lanț format din elemente aperiodice și integrale legate în serie.

Pentru reglarea puterii la o centrală termoelectrică, este necesar să se regleze puterea turbinei (sau viteza de rotație a acesteia) și presiunea aburului (sau cantitatea de abur produsă). Reglarea presiunii se efectuează prin reglarea cantității de căldură degajată în focar. Pentru sistemul de reglaj al presiunii se consideră ca mărime de intrare cantitatea de combustibil, iar ca mărime de ieșire, cantitatea de abur dată de cazan [3], [4].

Deoarece procesul de producere a aburului este complex, pentru simplificarea analizei, este necesar ca sistemul să fie împărțit în componente simple (fig. 1) și să se studieze caracteristicile dinamice ale fiecăreia din aceste componente.

Trecînd la prezentarea funcțiilor de transfer, vom considera ca ipoteză simplificatoare, că procesele sînt liniare [3], [5], [11], [16] ceea ce practic este admisibil, dacă se consideră că diferitele mărimi variază puțin față de valorile de regim permanent corespunzătoare.

2.1. *Variația debitului de combustibil.* La o modificare a poziției organului de reglare a combustibilului X, debitul acestuia începe să varieze numai după un timp τ, care reprezintă întîrzierea sistemului de reglare a combustibilului. Din punct de vedere dinamic, dispozitivul de alimentare cu praf de cărbune este echivalent unui element inerțial cu o constantă de timp T_1.

Notînd cu ΔS și ΔX variațiile cantității de combustibil și a deschiderii organului de admisie a combustibilului, date în unități relative și cu

$\Delta S(s)$ și $\Delta X(s)$ transformatele Laplace ale acestor funcții, funcția de transfer a dispozitivului de reglare a combustibilului are expresia :

$$F_1(s) = \frac{\Delta S(s)}{\Delta X(s)} = \frac{K_1 e^{-s\tau}}{T_1 s + 1},$$

unde K_1 este o constantă.

În cazul sistemului de alimentare cu cărbune praf, dintr-un buncher intermediar $T_1 = 2 \div 5$ s, $\tau = 0{,}5 \div 1$ s, iar pentru sistemul cu moară cu ciocane $T_1 = 30 \div 100$, $\tau = 3 \div 5$ s.

Neglijînd întîrzierea dată de timpul τ, funcția de transfer are forma

$$F_1(s) = \frac{\Delta S(s)}{\Delta X(s)} = \frac{K_1}{T_1 s + 1}. \quad (1)$$

Dacă combustibilul utilizat este lichid sau gazos, atunci cu suficientă precizie pentru practică se poate considera funcția de transfer de forma $F_1(s) = K_1$ [3], deci procesul este instantaneu.

2.2. Procesul de variație a cantității de căldură ΔQ degajată în focar, este echivalent cu cel al unui element inerțial, avînd o constantă de timp $T_2 = 2 \div 3$ s [4]

$$F_2(s) = \frac{\Delta Q(s)}{\Delta S(s)} = \frac{K_2}{T_2 s + 1}, \quad (2)$$

K_2 — fiind o constantă de proporționalitate între ΔQ și ΔS.

2.3. Funcția de transfer care descrie variația debitului de abur ΔD_g generat în cazan, la o variație a cantității de căldură degajată în focar, este dată de expresia [5]

$$F_3(s) = \frac{\Delta D_g(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{K_3}{T_3 s + 1}. \quad (3)$$

Constanta de timp T_3 depinde de inerția sistemului de producere a aburului și are valori de ordinul secundelor.

2.4. Variația debitului de abur ΔD la ieșirea din cazan, reprezintă suma algebrică a variației debitului de abur generat ΔD_g și a unui termen care se datorează proprietății de acumulare de căldură a cazanului și este proporțional cu $-\frac{d\Delta p_b}{dt}$, unde p_b este presiunea aburului în tambur [5].

De aici rezultă ecuația diferențială care leagă variația în timp a presiunii de cea a debitului de abur

$$\Delta D = \Delta D_g - T_4 \frac{d\Delta p_b}{dt},$$

sau

$$T_4 \frac{d\Delta p_b}{dt} = \Delta D_g - \Delta D.$$

Astfel funcția de transfer a sistemului de acumulare este

$$F_4(s) = \frac{\Delta p_b(s)}{\Delta D_g(s) - \Delta D(s)} = \frac{1}{T_4 s}. \quad (4)$$

În această expresie T_4 este constanta de timp de acumulare a cazanului. Ea determină inerția cazanului la o variație a debitului de abur și se definește ca fiind timpul în care un cazan funcționînd la presiunea nominală, ar putea să dea din capacitatea lui de acumulare un debit de abur egal cu cel nominal [10].

2.5. Căderea de presiune π, între tambur și turbină, este dată de rezistența hidraulică a supraîncălzitorului și a conductei între acesta și turbină și e proporțională cu pătratul debitului [3]

$$\pi = p_b - p_t = K D^2,$$

unde

p_b — presiunea aburului în tambur,

p_t — presiunea aburului înaintea turbinei.

Variația căderii de presiune la o variație a debitului de abur este $\delta\pi_n = 2KD_n\ \delta D$, iar raportat la valorile nominale

$$\frac{\delta\pi_n}{p_n} = \frac{2K D_n^2}{p_n} \cdot \frac{\delta D}{D_n} = 2\frac{\pi_n}{D_n} \cdot \frac{\delta D}{D_n} = K' \frac{\delta D}{D_n}.$$

În practică, $\frac{\pi_n}{p_n} = 0{,}1$. Deci variația căderii de presiune în unități relative este

$$\Delta\pi = K' \Delta D = 0{,}2\ \Delta D,$$

deci

$$\Delta p_t = \Delta p_b - K'\ \Delta D. \quad (5)$$

2.6. Funcția de transfer pentru regulatorul de presiune de tip static este

$$F_0(s) = \frac{\Delta X(s)}{\Delta p_t(s)} = -\frac{1}{\rho(T_0 s + 1)}, \quad (6)$$

unde

T_0 — constanta de timp a regulatorului are valori de ordinul secundelor;

ρ — statismul regulatorului.

2.7. Reglarea debitului de abur consumat de turbină, se efectuează prin reglarea deschiderii ventilului de admisie a aburului.

Dacă se consideră că temperatura de supraîncălzire a aburului este menținută constantă printr-un reglaj independent, atunci debitul de abur, deci și puterea turbinei, în primă aproximație pot fi considerate ca fiind funcție de presiunea p_t înaintea turbinei și de suprafața de deschidere q a ventilului de reglaj [2]

$$D = k\ p_t \cdot q.$$

Pentru ventile cu supape conice, suprafața q este proporțională cu deplasarea organului de reglaj V [6], deci se poate scrie că debitul $D = k' p_t \cdot V$, iar variația acestuia

$$\delta D = (k' p_{t0})\ \delta V + (k' V_0)\ \delta p_t .$$

Raportat la valorile nominale

$$\frac{\delta D}{k' p_{t0} V_0} = \frac{k' p_{t0}}{k' p_{t0} V_0}\,\delta V + \frac{k' V_0}{k' p_{t0} V_0}\cdot \delta p_t = \frac{\delta V}{V_0} + \frac{\delta p_t}{p_{t0}},$$

deci în unități relative

$$\Delta D = \Delta V + \Delta p_t . \tag{7}$$

2.8. La o variație a debitului de abur consumat, variația cuplului mecanic al turbinei este determinată de funcția de transfer a acesteia, care reprezintă un element inerțial [15].

Astfel că

$$F_5(s) = \frac{\Delta C_m(s)}{\Delta D(s)} = \frac{1}{T_5 s + 1}, \tag{8}$$

unde $T_5 = 0{,}2$ s este dat de timpul necesar ca aburul să ajungă în ultima treaptă a turbinei.

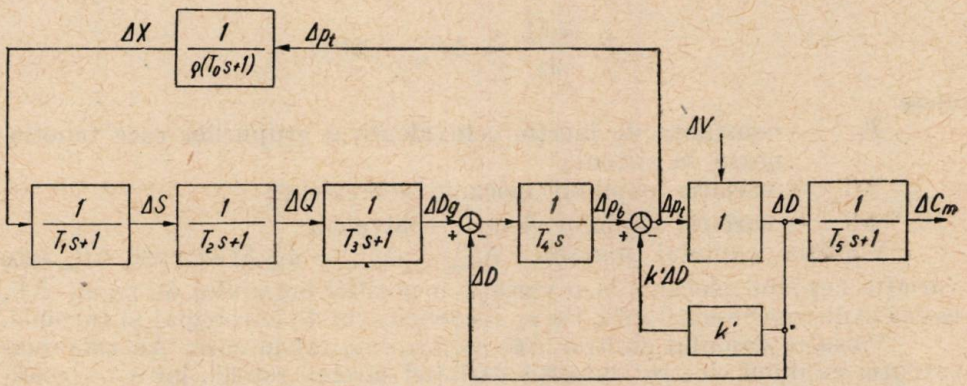


Fig. 2. — Schema-bloc cu funcțiile de transfer ale cazanului.

În figura 2 se dă schema-bloc cu funcțiile de transfer, care determină procesul dinamic al sistemului cazan-turbină.

2.9. Ecuația diferențială pentru regulatorul de viteză al turbinei de tip static are forma:

$$T_6 \frac{d\Delta V}{dt} + \Delta V = -\frac{\Delta f}{\delta},$$

unde

ΔV — deplasarea organului de reglare a aburului;
Δf — variația frecvenței grupului echivalent;
T_6 — constanta de timp a regulatorului;
δ — statismul regulatorului.

Funcția de transfer are forma:

$$F_6(s) = \frac{\Delta V(s)}{\Delta f(s)} = -\frac{1}{\delta(T_6 s + 1)}, \tag{9}$$

în care $T_6 \delta = \tau_1$, promtitudinea regulatorului.

În cazul cînd asupra regulatorului primar acționează și un ordin dat de regulatorul secundar de frecvență, ecuația diferențială este dată de expresia

$$T_6 \frac{d\Delta O}{dt} + \Delta V = -\frac{\Delta f}{\delta} - \Delta O, \tag{9'}$$

unde

ΔO — ordinul care acționează asupra regulatorului primar.

2.10. Trecînd la reprezentarea ecuației diferențiale și funcției de transfer pentru masele în rotație, presupunem că în orice moment raportul dintre viteza de rotație și viteza nominală este ace'așI, pentru toate grupurile din sistem.

În felul acesta, viteza de variație a frecvenței f a sistemului este dată de ecuația diferențială

$$T_7 \frac{d\Delta f}{dt} = \Delta C'_m - \Delta C_e,$$

unde

T_7 — constanta de inerție echivalentă a grupurilor care funcționează în sistem;
$\Delta C'_m$ — variația cuplului mecanic echivalent;
ΔC_e — variația cuplului electric echivalent.

Variația cuplului mecanic $\Delta C'_m = \Delta C_m + \alpha_m \Delta f$ în care ΔC_m este variația cuplului mecanic la o variație a poziției organului de reglaj ΔV, la viteză de rotație constantă, iar α_m — coeficientul de autoreglaj al turbinei.

Variația cuplului electric $\Delta C_e = \Delta\pi + \alpha_r \Delta f$ în care, $\Delta\pi$ este perturbația cuplului electric datorită variației sarcinii rețelei, iar α_r — coeficientul de autoreglaj al sarcinii electrice.

Astfel se obține expresia

$$T_7 \frac{d\Delta f}{dt} = \Delta C_m - \Delta\pi + (\alpha_m - \alpha_r)\Delta f.$$

Deoarece $\alpha_m \simeq -1$ iar $\alpha_r \simeq 0$ obținem

$$T_7 \frac{d\Delta f}{dt} + \Delta f = \Delta C_m - \Delta\pi,$$

iar funcția de transfer corespunzătoare acestei ecuații diferențiale

$$F_7(s) = \frac{\Delta f(s)}{\Delta C_m(s) - \Delta\pi(s)} = \frac{1}{T_7\ s + 1}. \tag{10}$$

3. FUNCȚIILE DE TRANSFER ALE REGULATORULUI SECUNDAR

3.1. În cazul sistemului de reglaj secundar al frecvenței putere-fază (fig. 3), rolul de element integrator în schema de reglaj este îndeplinit de regulatorul secundar [17]. Motorașul variator al vitezei de rotație

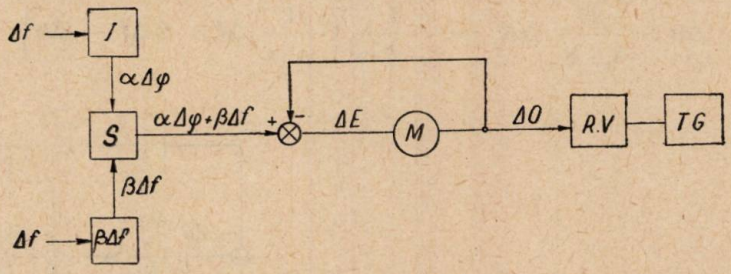


Fig. 3. — Schemă de principiu a reglajului secundar de frecvență
I — integrator ; *S* — sumator ; *M* — motoraș variator al vitezei turbinei ;
R.V. — regulator de viteză ; T.G. — turbogenerator.

a turbinei, care în cazul sistemului cu regulator secundar de tip proporțional are rolul de element integrator, în acest caz este staticizat printr-o legătură inversă.

Ordinul de reglaj ΔE, care acționează asupra motorașului variator de viteză a turbinei, este dat de expresia

$$\Delta E = \alpha\Delta\varphi + \beta\Delta f - \Delta 0,$$

unde

ΔO — variația ordinului transmis regulatorului de viteză de către reglajul secundar ;

$\alpha\ \Delta\varphi = \alpha\int_0^t \Delta f\, dt$ — integrala frecvenței dată de regulatorul secundar ;

$\beta\ \Delta f$ — termen de stabilizare proporțional cu frecvența ;

$\alpha = \frac{1}{m} = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n$ — puterea reglantă a reglajului secundar, definită ca suma puterilor reglante ale grupurilor care participă la reglajul secundar, în unități absolute este dată în MW/rot.

Dacă ordinul ΔE se măsoară în aceleași unități ca și puterea, atunci

$$\Delta E' = \frac{\Delta E}{\delta} = \frac{1}{\delta}(\alpha\Delta\varphi + \beta\Delta f - \Delta 0).$$

Viteza de variație a ordinului $\Delta 0$ transmis regulatorului de viteză este proporțională cu $\Delta E'$,

$$\frac{d\Delta 0}{dt} = K_r \Delta E',$$

$$\Delta 0 = K_r \int_0^t \Delta E' \, dt,$$

dacă se notează $\frac{1}{K_r} = t_r$ și se scrie în formă operațională, se obține

$$\Delta 0 = \frac{1}{t_r \cdot S} \Delta E' = \frac{1}{t_r \cdot \delta \cdot s} \left(\frac{1}{m \cdot s} \Delta f + \beta \Delta f - \Delta 0 \right),$$

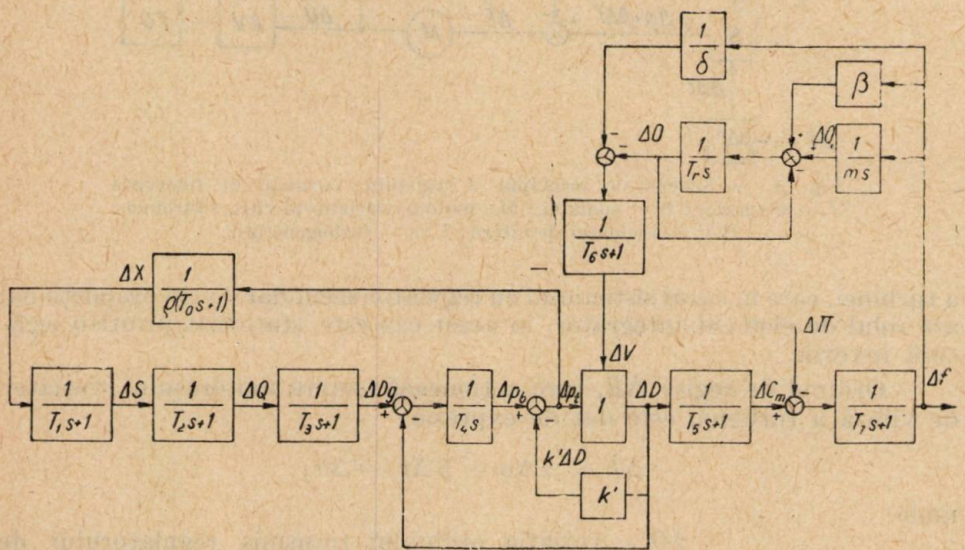


Fig. 4. — Schema-bloc pentru cazan turbogenerator și rețea cu reglaj secundar de frecvență.

sau

$$\Delta O = \frac{1}{T_r \cdot s} (\Delta O_1 + \beta \Delta f - \Delta O), \tag{11}$$

unde

$T_r = t_r \, \delta$ — timpul reglajului secundar,

$\Delta O_1 = \frac{1}{m} \Delta f \cdots (12)$ — componenta integrală a ordinului dat de regulatorul secundar.

În figura 4, este dată schema-bloc pentru cazan, turbină și rețea cu reglaj secundar de frecvență putere-fază.

4. PROGRAMAREA PENTRU MAȘINA ANALOGICĂ ȘI EXEMPLE DE CALCUL

Se programează pe mașina analogică sistemul I de ecuații, corespunzător funcțiilor de transfer și ecuațiilor (1) — (12).

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{d\Delta S}{dt} &= \frac{1}{T_1}\Delta X - \frac{1}{T_1}\Delta S,\\
\frac{d\Delta Q}{dt} &= \frac{1}{T_2}\Delta S - \frac{1}{T_2}\Delta Q,\\
\frac{d\Delta D_g}{dt} &= \frac{1}{T_3}\Delta Q - \frac{1}{T_3}\Delta Dg,\\
\frac{d\Delta p_t}{dt} &= \frac{1}{T_4}\Delta D_g - \frac{1}{T_4}\Delta D,\\
\Delta p_t &= \Delta P_t - K'\,\Delta D,\\
\frac{d\Delta X}{dt} &= -\frac{1}{T_0\,\rho}\Delta p_t - \frac{1}{T_0}DX,\\
\Delta D &= \Delta p_t + \Delta V,\\
\frac{d\Delta C_m}{pt} &= \frac{1}{T_5}\Delta D - \frac{i}{T_5}\Delta C_m,\\
\frac{d\Delta V}{dt} &= -\frac{1}{T_6}\Delta O - \frac{1}{T_6\cdot\delta}\Delta f - \frac{1}{T_6}\Delta V,\\
\frac{d\Delta f}{dt} &= \frac{1}{T_7}\Delta C_m - \frac{1}{T_7}\Delta\pi - \frac{1}{T_7}\Delta f,\\
\frac{d\Delta O}{dt} &= \frac{1}{T_r}\Delta O_1 + \frac{\beta}{T_p}\Delta f - \frac{1}{T_r}\Delta O,\\
\frac{d\Delta O_1}{dt} &= \frac{1}{m}\cdot\Delta f.
\end{aligned}
\right\} \qquad (I)
$$

Pentru alcătuirea schemei de modelare pe mașina analogică a ecuațiilor sistemului, vom da ca exemplu schema pentru ecuația (a) din sistemul (I)

$$\frac{d\Delta S}{dt} = \frac{1}{T_1}\Delta X - \frac{1}{T_1}\Delta S. \qquad (a)$$

Modelizînd această ecuație, se obține schema din figura 5.

În figura 5, *A.O.* — amplificator operațional cu factor de amplificare mare.

Deoarece curentul i la intrarea amplificatorului operațional întotdeauna este practic egal cu zero, $i_1 + i_2 + i_3 = i = 0$, ecuația curenților este :

$$C \frac{d\overline{\Delta S}}{dt} + \frac{\overline{\Delta S}}{R_{12}} - \frac{\overline{\Delta X}}{R_{11}} = 0,$$

unde $\overline{\Delta S}$ și $\overline{\Delta X}$ — sînt tensiuni aplicate pe mașina analogică care corespund mărimilor fizice ΔS și ΔX.

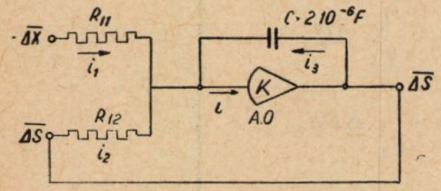


Fig. 5. — Schema de simulare pe mașina analogică a unei ecuații diferențiale.

Trecînd de la mărimile de pe mașina analogică, deci de la tensiuni, la mărimile reale prin înlocuirea lui $\overline{\Delta S} = K_s \Delta S$ și $\overline{\Delta X} = K_x \Delta X$ ecuația devine

$$C \frac{K_s d\Delta S}{K_t dt} = \frac{K_x \Delta X}{R_{11}} - \frac{K_s \Delta S}{R_{12}},$$

sau

$$\frac{d\Delta S}{dt} = \frac{K_x K_t}{R_{11} K_s C} \Delta X - \frac{K_s K_t}{R_{12} K_s C} \Delta S. \qquad (b)$$

Pentru determinarea valorii rezistențelor R_{11} și R_{12} se identifică coeficienții ecuațiilor (a) și (b) astfel

$$\frac{1}{T_1} = \frac{K_x K_t}{R_{11} K_s \cdot C}; \quad R_{11} = \frac{K_x K_t \cdot T_1}{K_s \cdot C},$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{K_s \cdot K_t}{R_{12} \cdot K_s \cdot C}; \quad R_{12} = \frac{K_s \cdot K_t \cdot T_1}{K_s \cdot C}.$$

Procedînd în mod analog, pentru fiecare din ecuațiile sistemului, se determină schema completă de programare pe mașina analogică dată în figura 6.

Cu ajutorul schemei de programare se determină variația frecvenței sistemului (grupului echivalent) considerat, în care există reglaj secundar al frecvenței, în două ipoteze de calcul.

4.1. Nu se ia în considerație influența cazanului (schema-bloc dată în figura 7). Deci în acest caz, se consideră un cazan cu o capacitate infinit de mare.

În tabela 1 se dau parametrii pentru fiecare element al sistemului (grupului echivalent) studiat.

Tabela 1

T_5 s	T_6 s	τ_1 s	δ u.r.	T_τ s	Tr s	α u.r.	β s
0,2	4	0,2	0,05	12	15	1	10

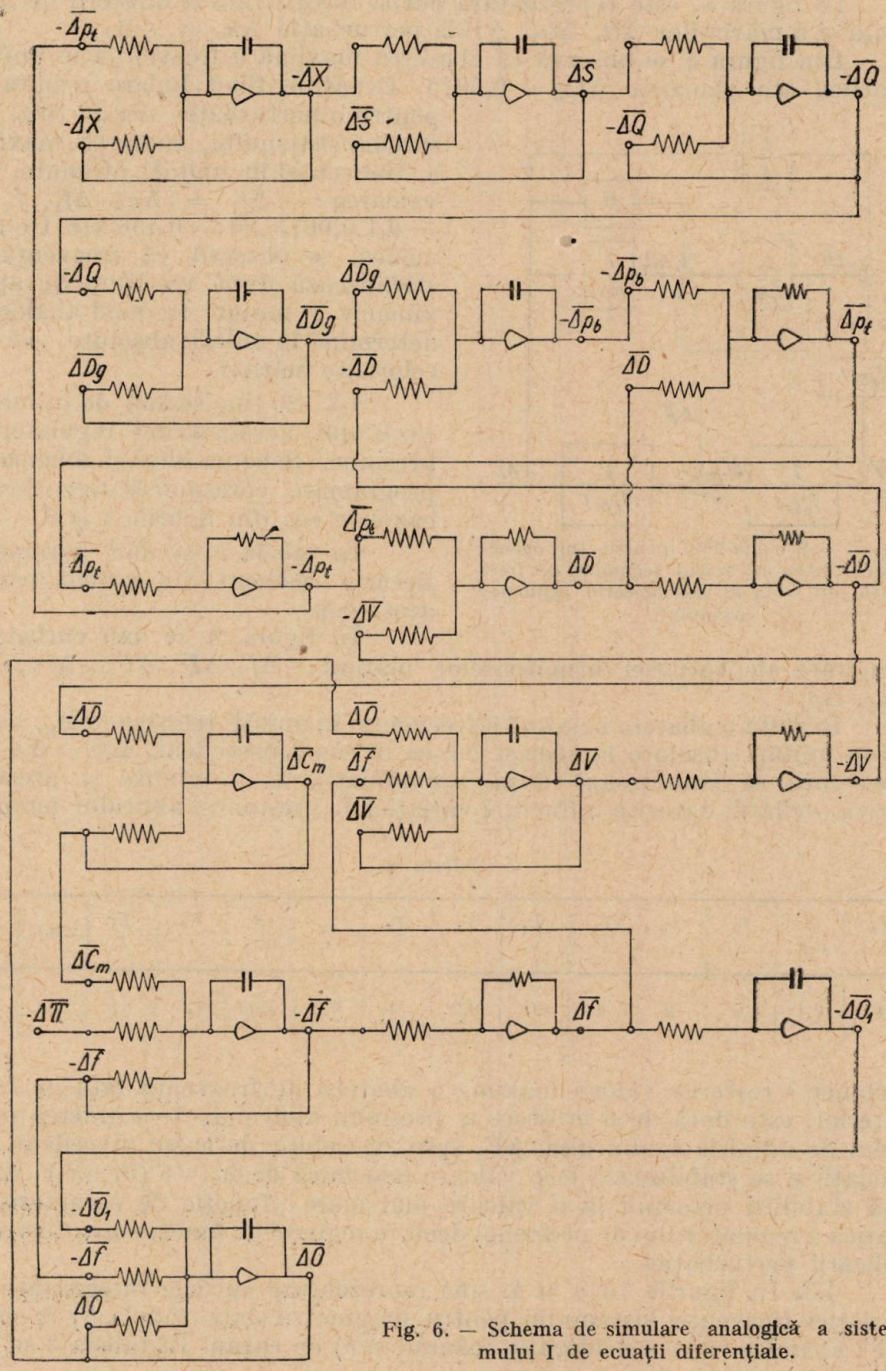


Fig. 6. — Schema de simulare analogică a sistemului I de ecuații diferențiale.

În figura 8, este reprezentată curba înregistrată a abaterii de frecvență și a mărimilor ΔO, ΔO_1, ΔV la perturbație $\Delta\pi_* = -1$.

Din figura 8 se observă că abaterea maximă a frecvenței în unități relative, are valoarea $\Delta f_{1*} = 0{,}0915$. Ecuațiile fiind liniare rezultă că pentru o perturbație $\Delta\pi$ de 10% din sarcina sistemului, abaterea maximă a frecvenței în unități absolute, are valoarea: $\Delta f_1 = \Delta\pi_* \cdot \Delta f_{1*} \cdot f_n = 0{,}1.0{,}0915 .50 = 0{,}456$ Hz. De asemenea, se observă că frecvența se stabilizează după un timp de aproximativ 1 minut. În mod analog se determină în unități absolute, valorile celorlalte mărimi.

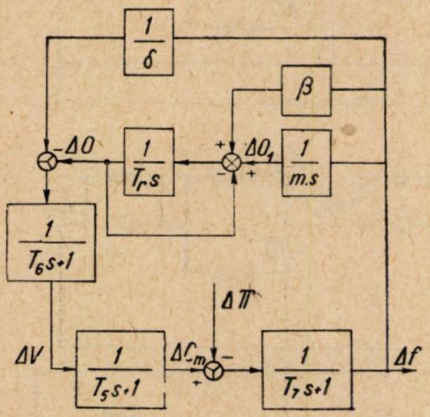


Fig. 7. — Schema-bloc pentru turbogenerator și rețea cu reglaj secundar de frecvență (nu se ia în considerație influența cazanului).

4.2. Se ține seama de influența cazanului, acesta avînd regulator de presiune. Schema-bloc și schema de programare corespunzătoare acestui caz este cea din figurile 4 și 6.

În tabela 2, se dau parametrii fiecărui element din sistem, pentru acest caz.

În figura 9, se dau curbele înregistrate ale variației următoarelor mărimi: Δf, ΔD, ΔC_m, ΔO_1, ΔO, Δp_b, Δp_t.

Rezultă o abatere maximă a frecvenței în unități relative: $\Delta f_{1*} = 0{,}1$ iar în unități absolute la același $\Delta\pi$ ca în cazul precedent, $\Delta f_1 = 0{,}5$ Hz. Frecvența se stabilizează după aproximativ 5—6 minute și prezintă cîteva oscilații, datorite influenței variației de presiune a aburului înaintea

Tabela 2

T_0 s	ρ u.r.	T_1 s	T_2 s	T_3 s	T_4 s	T_5 s	T_6 s	τ_1 s	δ u.r.	T_7 s	Tr s	α u.r.	β s.
4	0,1	6	2	4	90	0,2	4	0,2	0,05	12	15	1	10

turbinei. Creșterea valorii maxime a abaterii de frecvență față de cazul anterior, este dată de o creștere a presiunii aburului. Deschiderea organului de admisie a aburului ΔV, spre deosebire de cazul precedent, are oscilații și se stabilizează la o valoare mai mică decît -1 (în u.r.), datorită stabilirii presiunii la o valoare mai mare (funcție de caracteristica statică a regulatorului de presiune) decît în regimul de funcționare dinaintea aplicării perturbației.

4.3. În figurile 10 *a* și *b*, sînt reprezentate curbele înregistrate ale variației frecvenței sistemului pentru parametrii dați (tabela 3) în cazurile: *a*) nu se ia în considerație cazanul și *b*) cu cazan. În tabela 3 se dau

parametrii schemei. În acest caz, cazanul este alimentat cu combustibil direct dintr-o moară cu ciocane.

Se observă că față de curba din figura 9, cea din figura 10 *b*, are același număr de oscilații de frecvență ridicată, care sînt date de parametrii reglajului primar și de constantele de timp T_7 și T_5. Procesul poate fi con-

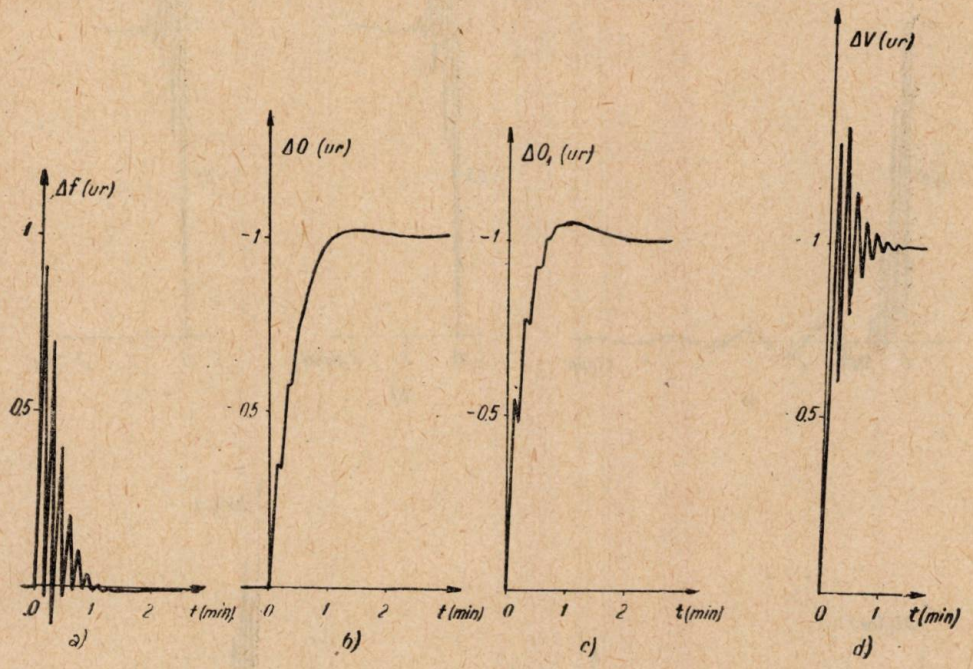


Fig. 8. — Înregistrări pe mașina analogică (Δf, $\Delta 0$, $\Delta 0_1$ ΔV) în cazul cînd nu se ia în considerație influența cazanului.

siderat stabilizat tot după 5—6 minute însă numărul de oscilații de frecvență scăzută este mai mic. Aceasta se datorește faptului că constantele de timp ale circuitului cazanului (fig. 4) sînt mai mari decît în cazul precedent.

Tabela 3

T_0 s	ρ u.r.	T_1 s	T_2 s	T_3 s	T_4 s	T_5 s	T_6 s	δ u.r.	τ_1 s	T_7 s	T_r s	α u.r.	β s
4	0,1	50	2	4	180	0,2	4	0,50	0,2	12	15	1	10

4.4. În concluzie, din exemplele studiate, reiese că la parametrii considerați centralele termice care participă la reglajul frecvenței influ-

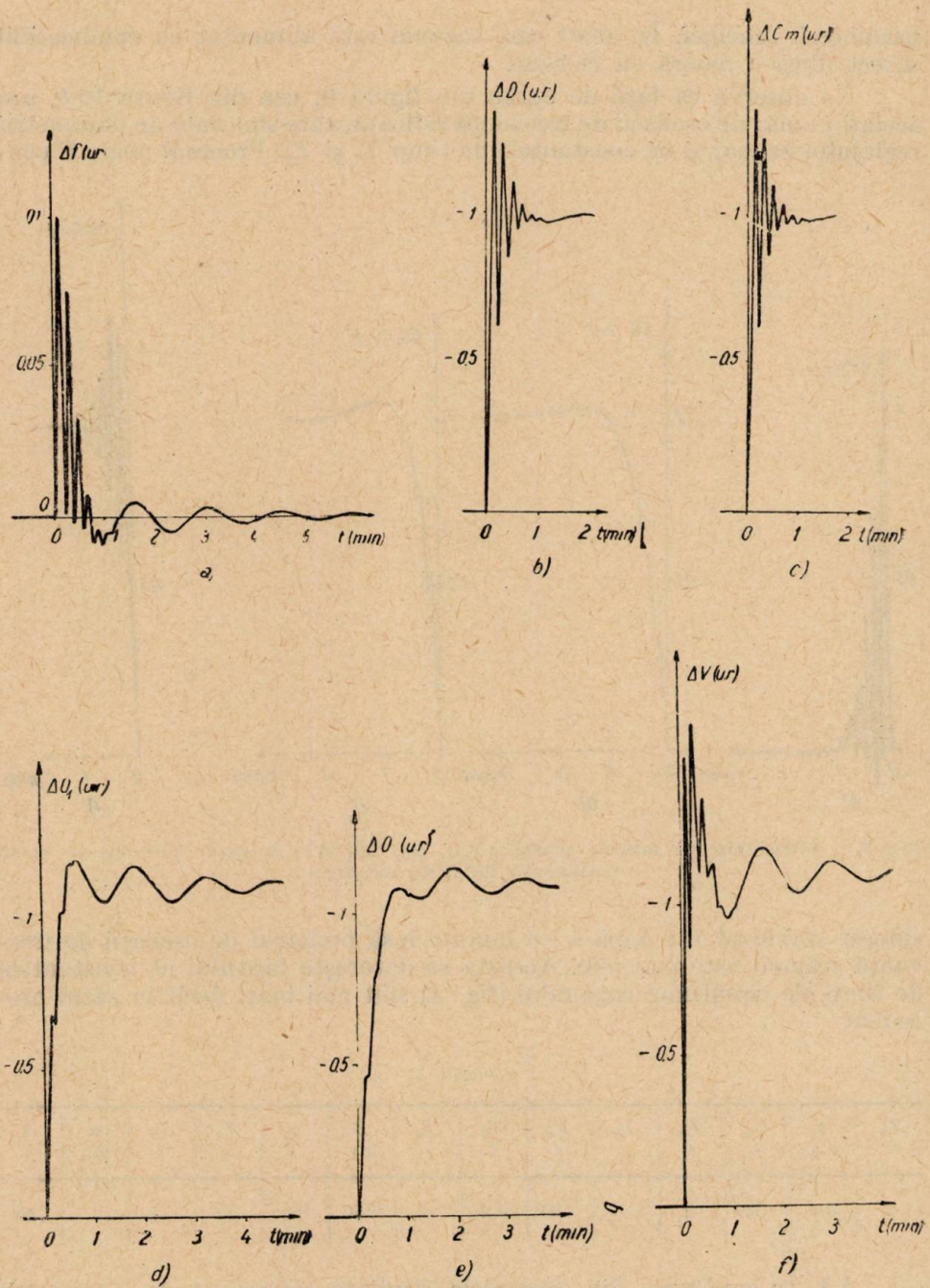
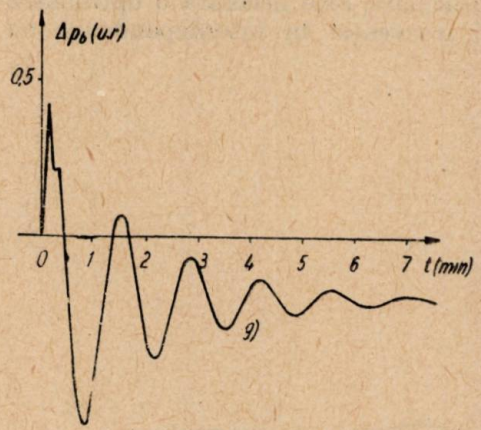
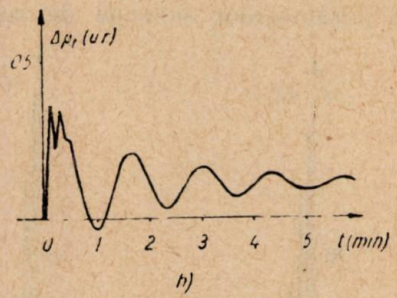

Δf (ur)
0.05
0
0 1 2 3 4 5 t (min)
a)
ΔD (u.r)
-1
-0.5
0 1 2 t(min)
b)
ΔCm (u.r)
-1
-0.5
0 1 2 t(min)
c)
ΔU1 (ur)
-1
-0.5
0 1 2 3 4 t(min)
d)
ΔO (ur)
-1
-0.5
0 1 2 3 t(min)
e)
ΔV (ur)
-1
-0.5
0 1 2 3 t(min)
f)

Fig. 9





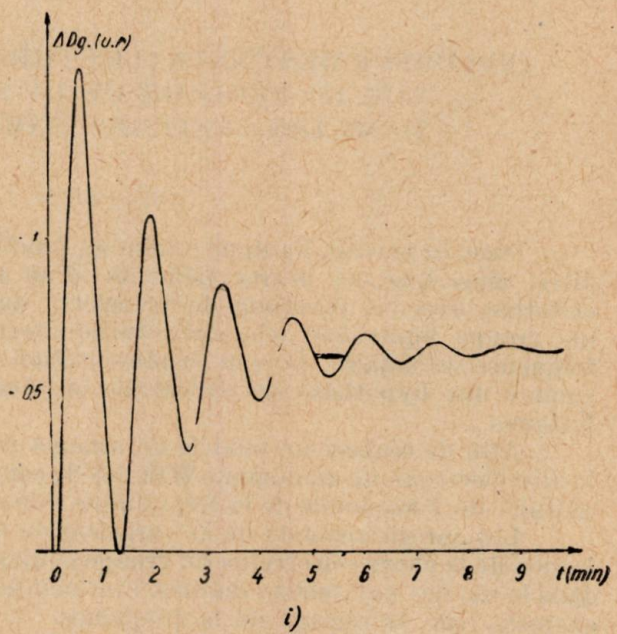


Fig. 9. — Înregistrări pe maşina analogică în cazul cînd se ia în consideraţie influenţa cazanului.

ențează asupra calității acestuia. Prin urmare, este necesară o optimizare a parametrilor schemei de reglaj al frecvenței în interdependență cu

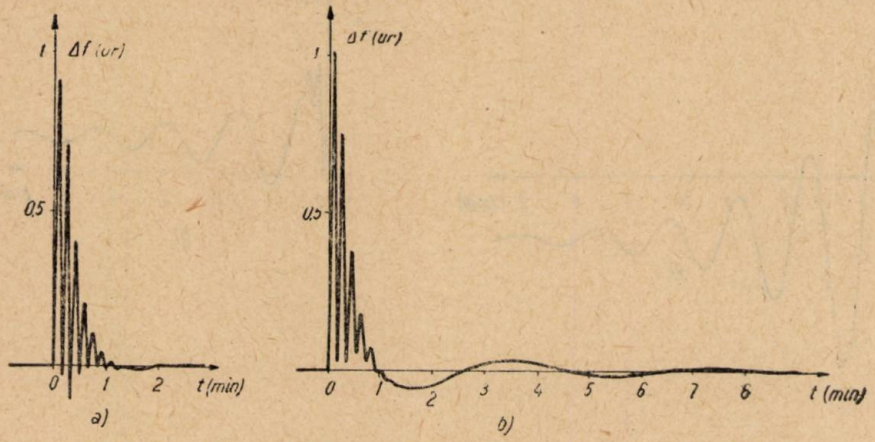


Fig. 10. — Înregistrări ale variației frecvenței :
a) nu se ia în considerație influența cazanului ;
b) cu cazan.

cei ai cazanelor, pentru obținerea unei calități corespunzătoare a procesului de reglaj al frecvenței și o funcționare normală a instalațiilor din centrale.

INFLUENCE DES CENTRALES THERMO-ÉLECTRIQUES SUR LE RÉGLAGE DE LA FRÉQUENCE DANS LES SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES

RÉSUMÉ

Dans ce travail, l'auteur étudie les fonctions de transfert de la chaudière, ainsi que des autres éléments d'un système électro-énergétique, et forme, avec ces fonctions de transfert, un schéma d'ensemble pour un groupe équivalent chaudière-turbo-alternateur-réseau à réglage de fréquence secondaire. Lors de la présentation de ces fonctions de transfert comme une hypothèse simplificatrice on considère les processus comme linéaires.

Afin de réaliser un modèle du schéma proposé, on a utilisé la calculatrice électronique analogique MECAN-I, construite par l'Institut d'Energétique de l'Académie de la République Populaire Roumaine.

Les enregistrements de la variation de fréquence, due à une perturbation de la charge électrique du groupe équivalent, permettent d'observer, dans le cas des paramètres donnés, l'influence que les centrales thermiques exercent sur le réglage de la fréquence.

BIBLIOGRAFIE

1. M. SACK, *Kraftwerksprobleme bei der Netzregelung.* Elektrizitätswirtschaft, *12*, (1957).
2. R. TRAVERS, D. ZELENKA, H. LIST, C. NICHOLS, *Evaluation of combustion-control load-control tie-in equipment at Niles station of Chio Edison Company.* Power Aparatus and Systems, *37* (1958).
3. В. Д МИРОНОВ, *О динамических свойствах барабанных котлов по давлениям и расходом пара.* Теплоэнергетика, *12*, 1955.
4. Т. ВАМОШ, *Передаточные функции генерирования пара барабанных пылеугольных котлов.* Acta Tehnica Academiae Scientiarum Hungaricae, **XXV** *3—4* (1959).
5. A. VANDEGHEN, *Note sur le fonctionnement des chaudières en régime varié.* Revue Universelle des Mines, de la Métallurgie, des Travaux Publics, des Sciences et des Arts appliqués à l'industrie, Liège, **XV**, *6*, (1959).
6. N. PERVOV, *Dispozitive de executarea reglării în instalațiile termice.* Ed. energ. de Stat, 1954.
7. F. CAHAN, A. CHEVALLIER, R. ROBERT, B. FAVEZ, *Les problèmes de réglage automatique de la fréquence et des échanges de puissance dans les grands réseaux.* CIGRÉ, rap. 112, 1956.
8. W. FRIEDWALD, P. MÖRK, H. ZWETZ, *Einsatz von Dampfkratfwerken im Netzbetrib als regelungstechnische Aufgabe.* ETZ, *6* (1960).
9. В. Б. РУБИН, *Динамика регулирования турбогенераторов с промежуточным перегревом пара.* Теплоэнергетика, *6*. 1960,
10. R. OCTNIR, G. SCHROEDER, *Die Regelbarkeit des Druckes von Dampferzeugern.* BWK, *11*. Nov. (1951).
11. P. PROFOS, *L'étude dynamique du réglage de la pression et du feu dans les chaudières à vapeurs.* Revue Technique Sulzer, *4*, (1955).
12. J. FREUSCH, *Über das dinamische Verhalten von Benzonkesseln bei Lastschwankungen* B.W.K., *11*, Nov. 1957.
13. K SWETZ, D. ERNEST, *Untersuchung der Frischdampftemperatur Regelung bei Dampferzeugern mit einem Analogrechner.* B.W.K., Aug. *8*, (1958).
14. КУЧКИН МАНУЙЛОВ, *Автоматическое регулирование тепловых процессов на электростациях.* Госэнергоиздат, 1950.
15. П. А. БАКЛУШИН И. К., КИСЕЛЕВ Л. И. КУБАСОВА, *Автоматизация теплоэнергетических установок.* Госэнергоиздат, 1960.
16. * * * *Din experiența uzinelor noastre. Reglarea automată a cazanelor*, I.D.T — București, 1961.
17. F. CAHEN, A. CHEVALLIER, *Le réglage puissance-phase. Nouvelle méthode pour le réglage automatique de la fréquence.* Bulletin SFE., 7 oct. 1953.

R F 2701/A

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ȘI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

SERIA A

ENERGETICĂ GENERALĂ ȘI ELECTROENERGETICĂ

BUDAPEST MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848
1963 JAN 21

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
St. cerc. energ. Vol. 12 Nr. 2-A p. 207—361 București 1962

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

Seria A

ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

Tomul XII, nr. 2, 1962 **Apare de 4 ori pe an**

COMITETUL DE REDACŢIE

Acad. I. S. GHEORGHIU,
R. RĂDULEŢ, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil*;
A. AVRAMESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
M. BERCOVICI, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
C. APETREI — *redactor responsabil adjunct*;
E. ARIE — *secretar ştiinţific*;
C. BĂLĂ;
CS. NAGY.

Redacţia: BUCUREŞTI, Şos. Vitan nr. 236

PROCEDEE DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA BILANȚULUI ENERGETIC DE PERSPECTIVĂ

I. PROCEDEE APROXIMATIVE

DE

TEODOR MICLESCU și ALEXANDRU PAP

1. CONSIDERAȚII INTRODUCTIVE

În prezentul articol se expun rezultatele cercetărilor întreprinse în problema bilanțului energetic de perspectivă de la apariția articolului *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă* [1].

După cum s-a arătat în articolul menționat, stabilirea unui bilanț energetic de perspectivă, atunci cînd se dau consumurile de energie, resursele de energie primară disponibilă și caracteristicile medii ale lanțurilor energetice constă în rezolvarea unei probleme de programare liniară.

În realitate, situația este mai complexă decît o pot descrie datele primare de mai sus : consumurile de energie nu sînt toate localizate, resursele de energie pot fi caracterizate prin mărimi funcție de cantitatea de energie cerută, iar caracteristicile lanțurilor energetice sînt de asemenea variabile depinzînd de valoarea fluxului de energie. Pentru diferite sectoare ale sistemului energetic apar condiții suplimentare ce trebuie transcrise matematic, ca de exemplu, acoperirea curbei de sarcină în sistemul electroenergetic.

Programul de cercetare în problema bilanțului energetic de perspectivă prevede studierea succesivă a unor bilanțuri energetice de complexitate crescătoare care să ofere posibilitatea perfecționării metodei de rezolvare propusă, astfel ca la sfîrșit ea să poată fi aplicată direct pentru a stabili bilanțul energetic de perspectivă al unei regiuni economice.

Rezultatele primei etape sînt expuse mai jos. Ea a constat în alegerea unei situații energetice simple pentru care sînt cunoscute așezarea geografică a locurilor de consum și producție a energiei, mărimea și natura

consumurilor de energie respectiv a resurselor de energie primară și caracteristicile lanțurilor. S-a căutat acea soluție a bilanțului energetic de perspectivă care conduce la cheltuieli anuale minime. Pentru aceasta, au fost folosite două feluri de metode, de rezolvare : metode aproximative (metoda indicilor și metoda numerelor de ordine) și metode exacte (metoda simplex și metoda combinată, expuse în partea a doua a articolului).

În timpul scurs între apariția articolului semnalat la început și a acestui articol, au apărut două lucrări privind bilanțul energetic de perspectivă, de care autorii au putut lua cunoștință.

În prima lucrare [2] se expune metoda utilizată pentru stabilirea bilanțului energetic de perspectivă al R. P. Polone. Metoda utilizată în lucrare este cea obișnuită în prezent în planificarea de perspectivă.

În a doua lucrare [3] se expun sub formă matricială relațiile ce se pot scrie într-un sistem energetic dat. Spre deosebire de metoda utilizată în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R., metoda prezentată în lucrarea menționată, nu-și propune stabilirea unui bilanț energetic optim din punct de vedere economic ci stabilește modul de condiționare reciprocă a surselor și consumurilor de energie corespunzînd unei situații date a instalațiilor energetice.

2. DATELE PROBLEMEI

Situația energetică pentru care trebuie stabilit un bilanț energetic de perspectivă, este caracterizată prin existența a cinci centre de consum în care energia trebuie livrată sub patru forme : huilă, gaz natural, combustibil lichid și energie electrică, și a cinci surse de energie producînd huilă, gaz natural sau combustibil lichid. Valorile consumurilor de energie, valorile resurselor și distanțele între centrele de energie primară și cele de consum de energie sînt date în tabelele 1, 2, 3. Pentru exprimarea cantităților de energie în kcal au fost folosite următoarele puteri calorice inferioare :

Combustibilul	Puterea calorică inferioară
Huilă	5 500 kcal/kg
Combustibil lichid	10 000 kcal/kg
Gaz natural	8 600 kcal/Nm^3

Se reamintește [1] că fiecărui lanț i se afectează un anumit simbol format din cinci semne : primul și ultimul arată centrul de consum respectiv centrul de producere a energiei, al doilea și al patrulea, forma de energie consumată respectiv forma de energie primară, iar al treilea

Tabela 1

Centrul de consum	Felul energiei consumate		Indicele	Consumul de energie în unități naturale		Consumul de energie în 10^6 kcal	Consumul de energie pe centre de consum 10^6kcal
				Unitatea	Valoarea		
a	huilă	(1)	*a*.1.	t	30 000	165 000	
a	gaze naturale	(2)	*a*.2.	10^3Nm^3	320 000	2 752 000	5 585 680
a	combust. lichid	(3)	*a*.3.	t	255 000	2 550 000	
a	energ. electr.	(4)	*a*.4.	kWh	138 000 000	118 680	
b	huilă	(1)	*b*.1.	t	28 000	154 000	
b	gaze naturale	(2)	*b*.2.	10^3Nm^3	362 000	3 113 200	4 375 560
b	combust. lichid	(3)	*b*.3.	t	100 000	1 000 000	
b	energ. electr.	(4)	*b*.4.	kWh	126 000 000	108 360	
c	huilă	(1)	*c*.1.	t	23 000	126 500	
c	gaze naturale	(2)	*c*.2.	10^3Nm^3	240 000	2 064 000	5 579 940
c	combust. lichid	(3)	*c*.3.	t	330 000	3 300 000	
c	energ. electr.	(4)	*c*.4.	kWh	104 000 000	89 440	
d	huilă	(1)	*d*.1.	t	242 000	1 331 000	
d	gaze naturale	(2)	*d*.2.	10^3Nm^3	268 000	2 304 800	9 531 800
d	combust. lichid	(3)	*d*.3.	t	495 000	4 950 000	
d	energ. electr.	(4)	*d*.4.	kWh	1 100 000 000	946 000	
e	huilă	(1)	*e*.1.	t	650 000	3 575 000	
e	gaze naturale	(2)	*e*.2.	10^3Nm^3	49 000	421 400	5 221 100
e	combust. lichid	(3)	*e*.3.	t	110 000	1 100 000	
e	energ. electrică	(4)	*e*.4.	kWh	145 000 000	124 700	

Tabela 2

Centrul de producţie	Felul energiei primare		Indicele	Resursa de energie în unităţi naturale		Resursa de energie în 10^6kcal
				Unitatea	Valoarea	
A	huilă	(1)	.1.*A*	t	700 000	3 850 000
B	huilă	(1)	.1.*B*	t	1 400 000	7 700 000
B	comb. lichid	(3)	.3.*B*	t	700 000	7 000 000
C	gaz natural	(2)	.2.*C*	10^3Nm^3	500 000	4 300 000
D	gaz natural	(2)	.2.*D*	10^3Nm^3	1 000 000	8 600 000
E	comb. lichid	(3)	.3.*E*	t	800 000	8 000 000

Tabela 3

Centrele	Distanţa km		Centrele	Distanţa km	
	în linie dreaptă	pe cale ferată		în linie dreaptă	pe cale ferată
a—*A*	150	250			
a—*B*	216	355			
a—*C*	75	90	*d*—*A*	305	366
a—*D*	117	140	*d*—*B*	265	318
a—*E*	266	444	*d*—*C*	210	250
b—*A*	175	222	*d*—*D*	150	180
b—*B*	400	660	*d*—*E*	50	60
b—*C*	242	290	*e*—*A*	500	600
b—*D*	242	290	*e*—*B*	167	200
b—*E*	375	590	*e*—*C*	235	280
c—*A*	575	690	*e*—*D*	210	250
c—*B*	242	290	*e*—*E*	167	200
c—*C*	192	230			
c—*D*	210	250			
c—*E*	290	350			

corespunde structurii lanţului din punctul de vedere al instalaţiilor. Notaţiile adoptate sînt următoarele :

Centre de consum	a. ; b. ; c. ; d. ; e.			
Centre de producţie	.A ; .B ; .C ; .D ; .E.			
Forme de energie	huilă	gaze naturale	combustib. lichid	energie electrică
	.1.	.2.	.3.	.4.

Instalaţiile de producere, transport şi transformare a energiei primare care au fost luate în considerare pentru calculul caracteristicilor lanţurilor energetice, sînt date în cele ce urmează.

Pentru producerea combustibilului solid, lichid și gazos, au fost considerate instalațiile de extracție și prelucrare curente în tehnica actuală.

Transportul combustibilului solid și lichid a fost considerat că se efectuează pe cale ferată folosind tracțiunea cu abur. Au fost admise condiții de relief variate ceea ce conduce la un consum specific total de energie la transport de 344 kcal/t km sau exprimat în huilă cu puterea calorifică inferioară 5 500 kcal/kg, 62,5 g/t km. Cu aceste cifre, se determină randamentul transportului în funcție de distanța pe care se transportă energia. Transportul gazului natural se efectuează prin conducte.

Producerea energiei electrice s-a admis că se face în centrale termoelectrice cu condensație de caracteristici medii corespunzătoare valorii consumului de energie electrică din centrele pe care le alimentează. Au fost considerate lanțuri diferite pentru plasarea centralei la consumator sau la sursa de energie.

Transportul energiei electrice s-a admis că se face prin linii electrice aeriene.

Ținînd seamă de ideile expuse mai sus, au fost calculate caracteristicile lanțurilor energetice prin compunerea corespunzătoare a caracteristicilor instalațiilor energetice. În tabela 4, sînt date ca exemplu, caracteristicile lanțurilor energetice (cheltuieli specifice și randament) însoțite de simbolul lanțului, explicarea sa și indicele necunoscutei ce reprezintă fluxul de energie ce se va scurge prin lanțul dat, pentru toate cele 20 de lanțuri ce pot asigura acoperirea consumului din centrul *a*. Analog au fost calculate caracteristicile celorlalte 80 de lanțuri ce pot asigura acoperirea consumului din centrele *b*, *c*, *d*, *e*.

Lanțurile a priori neconvenabile nu au mai intervenit în calculele următoare și ca atare nu li s-au afectat necunoscute (dacă între o sursă de energie de la o resursă dată și o formă de consum de energie dintr-un anumit centru există două lanțuri energetice posibile dintre care primul are cheltueli specifice mai mari și randament mai mic decît cel de-al doilea, primul va fi în mod logic eliminat în mersul operațiilor de găsire a unui optim).

Astfel de lanțuri sînt în condițiile situației date producerea energiei electrice pe bază de gaze naturale, centrala electrică fiind plasată la locul resursei. De aceea, aceste lanțuri nu apar în tabela 4.

S-a ținut seamă pentru descrierea matematică a situației energetice și de anumite lanțuri complexe cum sînt cele de extracție, transport și consum de combustibil lichid, unde mai este necesară o cantitate de huilă pentru transportul pe calea ferată a combustibilului lichid. Avînd caracteristicile lanțurilor și notarea necunoscutelor (tabela 4), după cum s-a arătat în articolul precedent [1], determinarea bilanțului optim

Tabela 4

Caracteristicile lanțurilor energetice

Indicele lanțului	Lanțul	X_i	Caracteristicile lanțului					
			p		*b*		*p*	*b*
			UM	Valoarea	UM	Valoarea	U.V. / 10^6 kcal	10^6 kcal / 10^6 kcal
a.1.1.1.*A*	*a* — huilă — transport pe cale ferată — huilă — *A*	X_1	U.V. / t. huilă	401,000	t. huilă / t. huilă	1,020	72,91	1,020
a.1.1.1.*B*	*a* — huilă — transport pe cale ferată — huilă — *B*	X_2	U.V. / t. huilă	730,000	t. huilă / t. huilă	1,022	132,73	1,022
a.2.1.2.*C*	*a* — gaz natural — transport pe conductă — gaz natural — *C*	X_3	U.V. / 10^3Nm^3	17,400	10^3Nm^3 / 10^3Nm^3	1,000	2,02	1,000
a.2.1.2.*D*	*a* — gaz natural — transport pe conductă — gaz natural — *D*	X_4	U.V. / 10^3Nm^3	22,200	10^3Nm^3 / 10^3Nm^3	1,000	2,58	1,000
a.3.1.3.*B*—.—1.*B*	*a* — combustibil lichid — transport pe calea ferată — combustibil lichid — *B*	X_5	U.V. / t.c.l.	258,000	t.c.l.*) / t.c.l.	1,000	25,80	1,000
	huilă din *B* pentru transportul combustib. lichid din *B* în *a*		—	—	t. huilă / t.c.l.	0,022	—	0,012
a.3.1.3.*B*—.1.*A*	*a* — combustibil lichid — transport pe cale ferată — combustibil lichid — *B*	X_6	U.V. / t.c.l.	258,000	t.c.l. / t.c.l.	1,000	25,80	1,000
	huilă din *A* pt. transportul combustibilului lichid din *B* în *a*		—	—	t. huilă / t.c.l.	0,023	—	0,013

*) t.c.l. = tone combustibil lichid

a.3.1.3.*E*-.1.*B*	*a* — combustibil lichid — transport pe cale ferată — combustibil lichid — *E*	X_7	U.V. / t.c.l.	272	t.c.l. / t.c.l.	1,000	27,20	1,000
	huilă din *B* pt. transportul combustibilului lichid din *E* în *a*		—	—	t. huilă / t.c.l.	0,028	—	0,015
a.3.1.3.*E*-.1.*A*	*a* — combustibil lichid — transport pe cale ferată — combustibil lichid — *E*	X_8	U.V. / t.c.l.	272	t.c.l. / t.c.l.	1,000	27,20	1,000
	huilă din *A* pt. transportul combustibilului lichid din *E* în *a*		—	—	t. huilă / t.c.l.	0,028	—	0,015
a.4.1.1.*A*	*a* — energie electrică — linie electrică — centrală electrică — huilă — *A*	X_9	U.V. / kWh	0,261	t. huilă / kWh	$0{,}770.10^{-3}$	303,60	4,920
a.4.2.1.*A*	*a* — energie electrică — centrală electrică — transport pe cale ferată — huilă *A*	X_{10}	U.V. / kWh	0,399	t. huilă / kWh	$0{,}755.10^{-3}$	463,00	4,810
a.4.1.1.*B*	*a* — energie electrică — linie electrică — centrală electrică — huilă — *B*	X_{11}	U.V. / kWh	0,456	t. huilă / kWh	$0{,}775.10^{-3}$	530,23	4,960
a.4.2.1.*B*	*a* — energie electrică — centrală electrică — transport pe cale ferată — huilă — *B*	X_{12}	U.V. / kWh	0,740	t. huilă / kWh	$0{,}760.10^{-3}$	860,00	4,860
a.4.1.2.*C*	*a* — energie electrică — centrală electrică — conducta de gaze — gaze naturale — *C*	X_{13}	U.V. / kWh	0,087	10^3Nm^3 / kWh	$0{,}410.10^{-3}$	101,28	4,100
a.4.1.2.*D*	*a* — energie electrică — centrală de gaze — gaze naturale — *D*	X_{14}	U.V. / kWh	0,089	10^3Nm^3 / kWh	$0{,}410.10^{-3}$	103,60	4,100
a.4.1.3.*B*-.1.*B*	*a* — energie electrică — centrală electrică — transport pe cale ferată — — combustibil lichid — *B*	X_{15}	U.V. / kWh	0,172	t.c.l. / kWh	$0{,}353.10^{-2}$	199,65	4,105
	huilă din *B* pt. transportul combustibilului lichid din *B* în *a*		—	—	t. huilă / kWh	$0{,}780.10^{-5}$	—	0,050

Tabela 4 (continuare)

Indicele lanțului	Lanțul	X_1	Caracteristicile lanțului					
			p		*b*		*p*	*b*
			UM	Valoarea	UM	Valoarea	$\frac{\text{U.V.}}{10^6 \text{ kacl}}$	$\frac{10^6 \text{ kcal}}{10^6 \text{ kcal}}$
a.4.1.3.*B*-.1.*A*	*a* — energie electrică — centrală electrică — transport pe cale ferată — combustibil lichid — *B*	X_{16}	$\frac{\text{U.V.}}{\text{kWh}}$	0,172	$\frac{\text{t.c.l.}}{\text{kWh}}$	$0{,}353.10^{-3}$	199,65	4,105
	huilă din *A* pt. transportul combustibilului lichid din *B* în *a*		—	—	$\frac{\text{t. huilă}}{\text{kWh}}$	$0{,}796.10^{-5}$	—	0,051
a.4.2.3.*B*	*a* — energie electrică — linie electrică — centrală electrică — combustibil lichid — *B*	X_{17}	$\frac{\text{U.V.}}{\text{kWh}}$	0,229	$\frac{\text{t.c.l.}}{\text{kWh}}$	$0{,}369.10^{-3}$	267,00	4,300
a.4.1.3.*E*-.1.*B*	*a* — energie electrică — centrală electrică — transport pe cale ferată — combustibil lichid — *E*	X_{18}	$\frac{\text{U.V.}}{\text{kWh}}$	0,176	$\frac{\text{t.c.l.}}{\text{kWh}}$	$0{,}353.10^{-3}$	204,65	4,105
	huilă din *B* pt. transportul combustibilului lichid din *E* în *a*		—	—	$\frac{\text{t. huilă}}{\text{kWh}}$	$0{,}995.10^{-5}$	—	0,064
a.4.1.3.*E*-.1.*A*	*a* — energie electrică — centrală electrică — transport pe cale ferată — combustibil lichid — *E*	X_{19}	$\frac{\text{U.V.}}{\text{kWh}}$	0,176	$\frac{\text{t.c.l.}}{\text{kWh}}$	$0{,}353.10^{-3}$	204,65	4,105
	huilă din *A* pentru transportul combustibilului lichid din *E* în *a*		—	—	$\frac{\text{t. huilă}}{\text{kWh}}$	$0{,}995.10^{-5}$	—	0,064
a.4.2.3.*E*	*a* — energie electrică — linie electrică — centrală electrică — combustibil lichid — *E*	X_{20}	$\frac{\text{U.V.}}{\text{kWh}}$	0,243	$\frac{\text{t.c.l.}}{\text{kWh}}$	$0{,}367.10^{-3}$	281,00	4,250

corespunzător situației energetice date, constă în găsirea minimului expresiei

$$C = \sum p_i x_i = 72{,}91\ x_1 + 132{,}73\ x_2 + 2{,}02\ x_3 + 2{,}58\ x_4 + 25{,}80\ x_5 + 25{,}80\ x_6 + 27{,}20\ x_7 + 27{,}20\ x_8 + 306{,}60\ x_9 + 463{,}00\ x_{10} + 530{,}23\ x_{11} + 860{,}00\ x_{12} + 101{,}28\ x_{13} + 103{,}60\ x_{14} + 199{,}65\ x_{15} + 199{,}65\ x_{16} + 267{,}00\ x_{17} + 204{,}65\ x_{18} + 204{,}65\ x_{19} + 281{,}00\ x_{20} + 67{,}82\ x_{21} + 186{,}36\ x_{22} + 4{,}26\ x_{23} + 4{,}26\ x_{24} + 30{,}50\ x_{25} + 30{,}50\ x_{26} + 29{,}35\ x_{27} + 29{,}35\ x_{28} + 318{,}60\ x_{29} + 440{,}00\ x_{30} + 576{,}74\ x_{31} + 1010{,}00\ x_{32} + 110{,}46\ x_{33} + 110{,}46\ x_{34} + 217{,}91\ x_{35} + 217{,}91\ x_{36} + 305{,}00\ x_{37} + 212{,}79\ x_{38} + 212{,}79\ x_{39} + 271{,}00\ x_{40} + 100{,}91\ x_{41} + 152{,}91\ x_{42} + 3{,}60 x_{43} + 3{,}79\ x_{44} + 24{,}90\ x_{45} + 24{,}90\ x_{46} + 25{,}75\ x_{47} + 25{,}75\ x_{48} + 339{,}53\ x_{49} + 835{,}00\ x_{50} + 501{,}16\ x_{51} + 765{,}00\ x_{52} + 106{,}98\ x_{53} + 106{,}98\ x_{54} + 221{,}00\ x_{55} + 194{,}19\ x_{56} + 194{,}19\ x_{57} + 283{,}00\ x_{58} + 196{,}51\ x_{59} + 196{,}51\ x_{60} + 94{,}00\ x_{61} + 124{,}18\ x_{62} + 3{,}79\ x_{63} + 3{,}04\ x_{64} + 25{,}30\ x_{65} + 25{,}30\ x_{66} + 21{,}40\ x_{67} + 21{,}40\ x_{68} + 236{,}09\ x_{69} + 482{,}00\ x_{70} + 408{,}00\ x_{71} + 596{,}62\ x_{72} + 73{,}27\ x_{73} + 70{,}94\ x_{74} + 171{,}00\ x_{75} + 154{,}68\ x_{76} + 154{,}68\ x_{77} + 146{,}50\ x_{78} + 134{,}91\ x_{79} + 134{,}91\ x_{80} + 136{,}68\ x_{81} + 102{,}83\ x_{82} + 4{,}26\ x_{83} + 3{,}79\ x_{84} + 23{,}50\ x_{85} + 23{,}50\ x_{86} + 23{,}50\ x_{87} + 23{,}50\ x_{88} + 339{,}60\ x_{89} + 750{,}00\ x_{90} + 495{,}44\ x_{91} + 592{,}50\ x_{92} + 109{,}32\ x_{93} + 107{,}00\ x_{94} + 224{,}00\ x_{95} + 181{,}43\ x_{96} + 181{,}43\ x_{97} + 224{,}00\ x_{98} + 181{,}43\ x_{99} + 181{,}43\ x_{100} \qquad (1)$$

atunci cînd necunoscutele îndeplinesc condițiile

(2)

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= 165\,000\\
x_3 + x_4 &= 2\,752\,000\\
x_5 + x_6 + x_7 + x_8 &= 2\,550\,000\\
x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} &= 118\,680\\
x_{21} + x_{22} &= 154\,000\\
x_{23} + x_{24} &= 3\,113\,200\\
x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} &= 1\,000\,000\\
x_{29} + x_{30} + x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40} &= 108\,360\\
x_{41} + x_{42} &= 126\,500\\
x_{43} + x_{44} &= 2\,064\,000\\
x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} &= 3\,300\,000\\
x_{49} + x_{50} + x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} + x_{58} + x_{59} + x_{60} &= 89\,440\\
x_{61} + x_{62} &= 1\,331\,000\\
x_{63} + x_{64} &= 2\,304\,800\\
x_{65} + x_{66} + x_{67} + x_{68} &= 4\,950\,000\\
x_{69} + x_{70} + x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} + x_{76} + x_{77} + x_{78} + x_{79} + x_{80} &= 946\,000
\end{aligned}$$

$$x_{81} + x_{82} = 3\,575\,000$$
$$x_{83} + x_{84} = 421\,400$$
$$x_{85} + x_{86} + x_{87} + x_{88} = 1\,100\,000$$
$$x_{89} + x_{90} + x_{91} + x_{92} + x_{93} + x_{94} + x_{95} + x_{96} + x_{97} + x_{98} + x_{99} + x_{100} = 124\,700$$

ce exprimă modul de acoperire a consumului de energie, şi inegalităţile

(3)

$$1{,}020\,x_1 + 0{,}013\,x_6 + 0{,}015\,x_8 + 4{,}920\,x_9 + 4{,}810\,x_{10} + 0{,}051\,x_{16} + 0{,}064\,x_{19} + 1{,}014\,x_{21} + 0{,}023\,x_{26} + 0{,}021\,x_{28} + 5{,}065\,x_{29} + 4{,}810\,x_{30} + 0{,}110\,x_{36} + 0{,}085\,x_{39} + 1{,}040\,x_{42} + 0{,}011\,x_{46} + 0{,}013\,x_{48} + 4{,}956\,x_{49} + 4{,}850\,x_{50} + 0{,}047\,x_{57} + 0{,}051\,x_{60} + 1{,}023\,x_{61} + 0{,}015\,x_{66} + 0{,}004\,x_{68} + 4{,}285\,x_{69} + 4{,}280\,x_{70} + 0{,}047\,x_{77} + 0{,}090\,x_{80} + 1{,}037\,x_{81} + 0{,}007\,x_{86} + 0{,}013\,x_{88} + 4{,}796\,x_{89} + 4{,}797\,x_{90} + 0{,}027\,x_{97} + 0{,}027\,x_{100} \leqslant 3\,850\,000;$$

$$1{,}022\,x_2 + 0{,}012\,x_5 + 0{,}015\,x_7 + 4{,}960\,x_{11} + 4{,}860\,x_{12} + 0{,}050\,x_{15} + 0{,}064\,x_{18} + 1{,}040\,x_{22} + 0{,}022\,x_{25} + 0{,}021\,x_{27} + 5{,}052\,x_{31} + 4{,}950\,x_{32} + 0{,}107\,x_{35} + 0{,}085\,x_{38} + 1{,}020\,x_{41} + 0{,}011\,x_{45} + 0{,}012\,x_{47} + 4{,}988\,x_{51} + 4{,}750\,x_{52} + 0{,}045\,x_{56} + 0{,}051\,x_{59} + 1{,}020\,x_{62} + 0{,}012\,x_{65} + 0{,}002\,x_{67} + 4{,}285\,x_{71} + 4{,}253\,x_{72} + 0{,}046\,x_{76} + 0{,}009\,x_{79} + 1{,}012\,x_{82} + 0{,}007\,x_{85} + 0{,}007\,x_{87} + 4{,}796\,x_{91} + 4{,}700\,x_{92} + 0{,}026\,x_{96} + 0{,}027\,x_{99} \leqslant 7\,700\,000;$$

$$x_3 + 4{,}100\,x_{13} + x_{23} + 4{,}100\,x_{33} + x_{43} + 4{,}140\,x_{53} + x_{63} + 3{,}780\,x_{73} + x_{83} + 4{,}140\,x_{93} \leqslant 4\,300\,000;$$

$$x_4 + 4{,}140\,x_{14} + x_{24} + 4{,}140\,x_{34} + x_{44} + 4{,}140\,x_{54} + x_{64} + 3{,}780\,x_{74} + x_{84} + 4{,}140\,x_{94} \leqslant 8\,600\,000;$$

$$x_5 + x_6 + 4{,}105\,x_{15} + 4{,}105\,x_{16} + 4{,}300\,x_{17} + x_{25} + x_{26} + 4{,}105\,x_{35} + 4{,}105\,x_{36} + 4{,}205\,x_{37} + x_{45} + x_{46} + 4{,}380\,x_{55} + 4{,}105\,x_{56} + 4{,}105\,x_{57} + x_{65} + x_{66} + 3{,}870\,x_{75} + 3{,}756\,x_{76} + 3{,}756\,x_{77} + x_{85} + x_{86} + 4{,}000\,x_{95} + 3{,}780\,x_{96} + 3{,}780\,x_{97} \leqslant 7\,000\,000;$$

$$x_7 + x_8 + 4{,}105\,x_{18} + 4{,}105\,x_{19} + 4{,}250\,x_{20} + x_{27} + x_{28} + 4{,}105\,x_{38} + 4{,}105\,x_{39} + 4{,}330\,x_{40} + x_{47} + x_{48} + 4{,}320\,x_{58} + 4{,}105\,x_{59} + 4{,}105\,x_{60} + x_{67} + x_{68} + 3{,}950\,x_{78} + 3{,}756\,x_{79} + 3{,}756\,x_{80} + x_{87} + x_{88} + 3{,}900\,x_{98} + 3{,}780\,x_{99} + 3{,}780\,x_{100} \leqslant 8\,000\,000$$

ce exprimă modul de solicitare al resurselor.

În aceste relaţii x este exprimat în 10^6 kcal, p în u.v.*/10^6 kcal iar b în 10^6 kcal/10^6 kcal.

3. APLICAREA METODEI INDICILOR PENTRU GĂSIREA MINIMULUI EXPRESIEI (1)

Metoda indicilor constă în determinarea unei repartiţii iniţiale formate astfel: se caută respectarea numai a condiţiilor de egalitate (2) luînd pentru fiecare egalitate toate necunoscutele egale cu 0 în afară de

*) Unităţi valorice.

una singură a cărei valoare este deci egală cu membrul drept al egalității. Se alege diferită de 0 acea necunoscută care, dintre toate necunoscutele aceleiași egalități, are cel mai mic coeficient în funcția de minimizat. Fie p' și b' caracteristicile lanțului reprezentat prin necunoscuta diferită de 0, x'. Datorită procedeului de mai sus, restricțiile exprimate de inegalitățile (3) nu mai sînt, în general, respectate. Să observăm o asemenea inegalitate în care apare și necunoscuta x', și fie mărimea cu care a fost depășită ΔR. Se poate ca această mărime să fie anulată prin micșorarea fluxului (′) și înlocuirea sa cu alt flux (″) din aceeași egalitate cu (′), astfel că scăderea valorii inițiale a necunoscutei x' să fie egală cu noua valoare a necunoscutei x'' (vechea valoare a necunoscutei x'' fiind 0), pentru respectarea condiției de egalitate. În acest caz, dacă lanțul reprezentat prin necunoscuta x'' are caracteristicile p'' și b'' atunci, mărimea C va crește cu

$$\Delta C = \frac{\Delta R}{b'} p'' - \frac{\Delta R}{b'} p' = \Delta R \frac{p'' - p'}{b'}.$$

Pentru a obține creșterea minimă a funcției C la înlocuirea unui lanț (′) prin altul (″) trebuie ca alegerea lanțurilor (′) și (″) să fie astfel făcută, ca expresia

$$\frac{p'' - p'}{b'},$$

sau indicele, să fie minimă.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Metoda de mai sus permite compararea eficacității la înlocuirea lanțurilor între ele, dar aplicarea ei succesivă pînă cînd toate condițiile puse de inegalități sînt respectate, nu conduce la un optim deoarece la fiecare aplicare a sa, mărimea ΔC depinde de pașii precedenți. Soluția aproximativă determinată prin metoda indicilor reprezintă, după cum se va vedea, o aproximare bună a soluției exacte adică a aceleia care face minimă expresia C.

Procedura urmărită pentru aplicarea metodei indicilor este exemplificată în literatură [4] caracteristic pentru ea fiind faptul că operatorul trebuie să se orienteze de la caz la caz. Pentru problema studiată aici ea poate fi urmărită în tabelele 5 și 6. În primul sînt date caracteristicile lanțurilor considerate iar în al doilea valoarea indicilor în paranteze drepte și valorile fiecărei necunoscute înmulțită cu valoarea caracteristicii b respective, în ipoteza că celelalte necunoscute, din aceeași egalitate, iau valoarea 0. La fiecare tablou o coloană corespunde unei surse de energie dintr-un centru de producție al energiei iar o linie unui anumit fel de consum dintr-un centru de consum al energiei. Prin urmare, fiecărui careu îi corespunde un lanț energetic. Cînd există două lanțuri energetice pentru același punct de plecare și sosire se alege acela care are cea mai mică caracteristică p.

Procedînd cum s-a arătat mai sus, prima repartiție se obține dînd valori diferite de 0 fluxurilor ce străbat lanțurile cu indici 0 (cifrele din paranteză). Această repartiție nu este însă o soluție, căci resursa .2.C

Tabela nr. 5

Caracteristicile lanțurilor

Consumatori de energie	Valoarea consumurilor în unități naturale și în 10^6 kcal	Sursele de energie					
		.1.A	.1.B	.2.C	.2.D	.3.B	.3.E
a.1.	30.000 t	401,000*) 1,020**)	730,000 1,022				
a.2.	320.000. 10^3Nm^3			17,400 1,000	22,200 1,000		
a.3.	255 000 t		***) 0,022 ←			258,000	272,000
			0,0282 ←			1,000	1,000
a.4.	138. 10^6kWh	0,2611 $0{,}770.10^{-3}$	$7{,}8.10^{-6}$ ← 0,456 $9{,}9510^{-6}$ ← $0{,}775.10^{-3}$	0,0871 $4{,}110^{-4}$	0,0891 $4{,}110^{-4}$	0,1717 $3{,}5310^{-4}$	0,1760 $3{,}53.10^{-4}$
b.1.	28 000 t	373 1,014	1,025 1,040				
b.2.	362.000. 10^3Nm^3			36,60 1,000	36,60 1,000		
b.3	100 000 t		0,040 ←			305	293,5
			0,038 ←			1,00	1,000
b.4.	126.10^6kWh	0,274 $0{,}792.10^{-3}$	$16{,}8.10^{-6}$ ← 0,496 $13{,}3.10^{-6}$ ← $0{,}790.10^{-3}$	0,095 $4{,}100.10^{-4}$	0,095 $4{,}100.10^{-4}$	0,1874 $3{,}5310^{-4}$	0,183 $3{,}5310^{-4}$

*) p.
**) b.

***) Consum de cărbune pentru transportul unității naturale de combustibil.

c.1.	23 000 t	841 1,040	555 1,020				
c.2.	240.10⁶Nm³			31,00 1,000	32,60 1,000		
c.3.	330.10³ t		0,020 ←			249	257,5
			0,022 ←			1,00	1,000
c.4.	104.10⁶kWh	0,292 0,775.10⁻³	7,06.10⁻⁶ ← 0,431 7,95.10⁻⁶ ← 0,780.10⁻³	0,092 4,14.10⁻⁴	0,092 4,14.10⁻⁴	0,167 0,353.10⁻³	0,169 0,353.10⁻³
d.1.	242 000 t	517 1,023	683 1,020				
d.2.	268.10⁶Nm³			32,60 1,000	26,20 1,000		
d.3.	495.10³ t		0,022 0,0041			253 1,00	214 1,00
d.4.	1100.10⁶kWh	0,203 0,670.10⁻³	7,15.10⁻⁶ 0,513 1,33.10⁻⁶ 0,665.10⁻³	0,063 3,78.10⁻⁴	0,061 3,78.10⁻⁴	0,133 0,323.10⁻³	0,116 0,323.10⁻³
e.1.	650.000 t	751 1,0375	565 1,0125				
e.2.	49.10⁶Nm³			36,60 1,000	32,60 1,000		
e.3.	110.10³t		0,0125 0,0127			235 1,00	235 1,00
e.4.	145.10⁶kWh	0,292 0,750.10⁻³	4,1.10⁻⁶ ← 0,426 4,18.10⁻⁶ ← 0,750.10⁻³	0,094 4,14.10⁻⁴	0,092 4,14.10⁻⁴	0,156 0,325.10⁻³	0,156 0,325.10⁻³
Resurse		700 000 t	1 400 000 t	500.000 10³Nm³	1.000.000 10³Nm³	700.000 t	800 000 t

Tabela 6

Indicii şi cererile maxime pentru diferite lanţuri

Consumuri de energie	Cantitatea	Solicitarea surselor de energie						Depăşirea cheltuielilor minime U.V.
		.1.A	.1.B	.2.C	.2.D	.3.B	.3.E	
a.1.	30 000 t	[0]*) (30 600)**)	[322,54] 30 660					
a.2.	320 000.10³ Nm³			[0] (320 000)	[4,8] 320 000			
a.3.	255 000 t		(5610) ← 7200 ←			[0] (255.000)	[14] 255.000	
a.4.	138.10⁶ kWh	[425] 106 000	1080 ← [898] 1 380 ← 107 000	[0] (56 200)	[4,79] 56 200	[207] 48 800	4) [219] 48 800	
b.1.	28 000 t	[0] (28 400)	[642] 29 200					
b.2.	362 000.10 ³ Nm³			[0] (362 000)	1) [0] 362 000			
b.3.	100 000 t		4 000 ← (3 800) ←			[11,5] 100 000	[0] (100 000)	
b.4.	126,10⁶ kWh	[436] 99 500	2 120 ← [975] 1 680 ← 99 500	[0] (51 600)	[0] 51 600	[225] 44 500	3) [212] 44 500	
c.1.	23 000 t	[275] 23 900	[0] (23 500)					
c.2.	240.10⁶ Nm³			[0] (240 000)	5) [1,60] 240 000			

*) – indicele.
**) – cifrele din paranteză reprezintă prima repartiţie.

c.3.	330.10^3 t		(660) ←		[0]	[8,5]	
			726 ←		(330 000)	330 000	
c.4.	104.10^6 kWh	[483] 80 500	[819] 735 ←		2) [181]	2) [186]	
			826 ←	[0] (43 000)	[0] (43 000)	36 700	36 700
			81 000				
d.1.	242 000 t	[0] (248 000)	[162] 247 000				
d.2.	268.10^6 Nm^3			[6,40] 268 000	[0] (268 000)		
d.3.	495.10^3 t		10 900 ←		[39] 495 0000	[0] (495 000)	
			(2 030) ←				
d.4.	1 100 10^6 kWh	7) [376] 734 000	[1 200] 7 850 1 465 731 000	[5,3] 416 000	[0] (416 000)	[190] 355 000	7) [145] 355 000
e.1.	650 000 t	[184] 675 000	[0] (659 000)				
e.2.	49.10^6 Nm^3			[4] 49 000	[0] (49 000)		
e.3.	110.10^3 t		(1 375) 1 400			[0] (110 000)	[0] 110 000
e.4.	145.10^6 kWh	[483] 108 800	(595) ←	[4,88]	[0]	[154,6]	6) [154,6]
			[807] 604 ←	(60 000)	(60 000)	(47 300)	47 300
			108 800				
Resurse		700 000 t	1 400 000 t	5.10^8 Nm^3	$10^9 Nm^3$	700 000 t	800 000 t
Consumuri		307 000 t	695 975 t	10 728.10^5 Nm^3	793.10^6 Nm^3	695 000 t	595 000 t
Depăşirea resurselor				572 800 Nm^3			

este depăşită. Pentru a elimina depăşirea resursei .2.*C* se acoperă necesarul de energie *b*.2. prin lanţul *b*.2.1.2.*D* (însemnat cu 1; vezi tabela 6) în locul lanţului *b*.2.1.2.*C*. Resursa .2.*C* a rămas suprasolicitată iar .2.*D* a devenit şi ea suprasolicitată. Prin aceasta, valoarea iniţială a expresiei *C* a rămas neschimbată. Ţinînd seama de cele mai mici valori ale indicilor, a doua operaţie este de a se acoperi consumul *c*.4. prin lanţurile *c*.4.2.3.*B*—.1.*B* (care epuizează resursa .3.*B*) şi *c*.4.2.3.*E* (însemnate cu 2). Operaţiile următoare sînt : înlocuirea lanţului *b*.4.1.2.*C* cu lanţul *b*.4.1.3.*E* (însemnate cu 3), a lanţului *a*.4.1.2.*C* cu lanţul *a*.4.1.3.*E* (însemnat cu 4) şi acoperirea parţială a consumului *c*.2. prin lanţul c.2.1.2.*D* (însemnat cu 5). În această situaţie, resursa .2.*C* este solicitată la valoarea ei. Continuăm operaţiile pentru a anula suprasolicitarea resursei .2.*D*. Singurele operaţii care le putem face sînt, în ordine, înlocuirea lanţului *e*.4.1.2.*D* cu lanţul *e*.4.2.3.*E* (însemnat cu 6) şi acoperirea parţială a cererii de energie *d*.4. prin lanţurile *d*.4.2.3.*E*—.1.*B* şi *d*.4.1.1.*A* (însemnate cu 7). Repartiţia obţinută este o soluţie a problemei deoarece acum toate condiţiile puse sînt respectate.

Valorile diferite de 0 ale necunoscutelor sînt cuprinse în tabela 7.

Tabela 7

Soluţia determinată cu metoda indicilor

Indicele lanţului	x_i	Valoarea		
		Unităţi naturale		Unităţi convenţionale 10^6kcal
a.1.1.1.*A*	x_1	30 000	t	165 000
a.2.1.2.*C*	x_3	320.10^6	N.m.c.	2 752 000
a.3.1.3.*B*—.1. *B*	x_5	255 000	t	2 550 000
a.4.1.3.*E*—.1. *B*	x_{18}	138.10^6	kWh	118 680
b.1.1.1.*A*	x_{21}	28 000	t	154 000
b.2.1.2.*D*	x_{24}	362.10^6	N.m.c.	3 113 200
b.3.1.3.*E*—.1. *B*	x_{27}	100 000	t	1 000 000
b.4.1.3.*E*—.1. *B*	x_{38}	126.10^6	kWh	108 360
c.1.1.1.*B*	x_{41}	23 000	t	126 500
c.2.1.2.*C*	x_{43}	$179,8.10^6$	N.m.c.	1 546 280
c.2.1.2.*D*	x_{44}	$60,2.10^6$	N.m.c.	517 720
c.3.1.3.*B*—.1, *B*	x_{45}	330 000	t	3 300 000
c.4.2.3.*B*—.1. *B*	x_{56}	$14,15.10^6$	kWh	12 169
c.4.2.3.*E*—.1. *B*	x_{59}	$89,85.10^6$	kWh	77 271
d.1.1.1.*A*	x_{61}	242 000	t	1 331 000
d.2.1.2.*D*	x_{64}	268.10^6	N.m.c.	2 304 800
d.3.1.3.*E*—.1. *B*	x_{67}	495 000	t	4 950 000
d.4.1.1.*A*	x_{69}	$309,3.10^6$	kWh	265 998
d.4.2.2.*D*	x_{74}	$689,6.10^6$	kWh	593 056
d.4.2.3.*E*—.1. *B*	x_{79}	$101,1.10^6$	kWh	86 946
e.1.1.1.*B*	x_{82}	650 000	t	3 575 000
e.2.1.2.*D*	x_{84}	49.10^6	N.m.c.	421 400
e.3.1.3.*B*—.1. *B*	x_{85}	110 000	t	1 100 000
e.4.2.3.*E*—.1. *B*	x_{99}	145.10^6	kWh	124 700

Pentru aceste valori ale necunoscutelor se obține

$$C = 1\,075\,760\,320 \text{ u.v.}$$

Această valoare este cu 9,15% mai mare decît valoarea corespunzătoare repartiției inițiale, 985 567 000 u.v. și care reprezintă minimul expresiei C dacă resursele ar fi nelimitate.

Indicii din tabela 6 sînt exprimați folosind unitățile naturale diferite pentru diferite lanțuri. Pentru liniile care au indicele 0 în aceeași coloană, indicii se exprimă în aceleași unități de măsură și pot fi deci comparați între ei.

4. APLICAREA METODEI NUMERELOR DE ORDINE PENTRU GĂSIREA MINIMULUI EXPRESIEI (1)

Procedeul de mai sus poate fi îmbunătățit acordînd indicilor numere de ordine [5]. Numerele de ordine se acordă indicilor în ordinea crescătoare a acestora. În caz de egalitate, ordinea este de la resursele mai mari la cele mai mici iar în cadrul unei resurse de la cererile mai mari la cele mai mici. Caracteristicile lanțurilor, indicii și numerele lor de ordine sînt prezentate în tabelele 8 și 9. Caracteristicile lanțurilor sînt exprimate în u.v./10^6 kcal respectiv 10^6kcal/10^6 kcal, indicii în u.v./10^6 kcal iar cantitățile de energie în 10^6 kcal.

Repartiția inițială se stabilește cu ajutorul numerelor de ordine începînd cu lanțul ce poartă nr. 1, și mergînd în continuare cu numere crescătoare, avînd totodată grijă ca în fiecare linie să nu rămînă decît un lanț energetic în soluție (tabela 10). Repartiția inițială nu e o soluție a problemei deoarece resursele .2.C și .2.D sînt suprasolicitate. Se caută care este cel mai mic număr de ordine care se află pe liniile corespunzătoare lanțurilor din repartiția inițială aflate în coloanele resurselor .2.C și .2.D. În cazul de față acesta este 36. Se descarcă atunci resursa .2.D micșorînd fluxul prin lanțul cu numărul de ordine 3 pînă cînd resursa .3.E se saturează. Următorul lanț cu numărul de ordine 37 nu mai poate fi utilizat. Se utilizează însă lanțul 38 care poate înlocui complet lanțul cu numărul de ordine 5, realizînd o nouă descărcare a resursei .2.D. Operațiile următoare sînt de aceeași natură, rezultatele obținute conform acestui procedeu, fiind cele din tabela 11.

La aceste valori ale necunoscutelor (celelalte necunoscute iau valoarea 0), funcția de optimizat ia valoarea

$$C = 1\,072\,312\,672 \text{ u.v.},$$

care este cu 3 447 638 u.v. mai mică decît valoarea corespunzătoare soluției obținute prin metoda indicilor.

Tabela 8

Caracteristicile lanțurilor

Consumatori de energie	Sursele de energie					
	.1.A	.1.*B*	.2.*C*	.2.*D*	.3.*B*	.3.*E*
a.1.	72,91*) 1,020**)	132,73 1,022				
a.2.			2,02 1,000	2,58 1,000		
a.3.					25,80 1,000	27,2 1,000
a.4.	303,60 4,920	530,23 4,960	101,28 4,100	103,60 4,100	199,65 4,105	204,65 4,105
b.1.	67,82 1,014	186,36 1,040				
b.2.			4,26 1,000	4,26 1,000		
b.3.					30,50 1,000	29,35 1,000
b.4.	318,60 5,065	576,74 5,052	110,46 4,100	110,46 4,100	217,91 4,105	212,79 4,105
c.1.	152,91 1,040	100,91 1,020				
c.2.			3,60 1,000	3,79 1,000		
c.3.					24,90 1,000	25,75 1,000
c.4.	339,53 4,956	501,16 4,988	106,98 4,140	106,98 4,140	194,19 4,105	196,51 4,105
d.1.	94,00 1,023	124,18 1,020				
d.2.			3,79 1,000	3,04 1,000		
d.3.					25,30 1,000	21,40 1,000
d.4.	236,09 4,285	596,62 4,253	73,27 3,780	70,94 3,780	154,68 3,756	134,91 3,756
e.1.	136,68 1,0375	102,83 1,0125				
e.2.			4,26 1,000	3,79 1,000		
e.3.					23,50 1,000	23,50 1,000
e.4.	339,60 4,796	495,44 4,796	109,32 4,140	107,00 4,140	181,43 3,780	181,43 3,780

*) — *a*.
**) — *b*.

Tabela 9

Tabloul indicilor, a numerelor de ordine şi a coeficienţior

Consumatori de energie	Valoarea consumurilor în 10^6kcal	Sursele de energie					
		.1.*A*	.1.*B*	.2.*C*	.2.*D*	.3.*B*	.3.*E*
a.1.	165 000	[0]*) 23**) (1,020)***)	[58,65] 54(1,022)				
a.2.	2 752 000			[0] 17(1,00)	[0,56] 27(1,00)		
a.3.	2 550 000					[0] 15(1,00)	[1,40] 34(1,00)
a.4.	118 680	[49,35] 49(4,92)	[104,62] 57(4,96)	[0] 19(4,10)	[0,56] 28(4,10)	[23,99] 42(4,105)	[25,21] 22(4,105)
b.1.	154 000	[0] 24(1,014)	[116,90] 59(1,04)				
b.2.	3 113 200			[0] 16(1,00)	[0] 1(1,00)		
b.3.	1 000 000					[1,15] 33(1,00)	[0] 10(1,00)
b.4.	108 360	[50,76] 50(5,065)	[113,73] 58(5,052)	[0] 20(4,100)	[0] 6(4,10)	[26,21] 45(4,105)	[24,95] 43(4,105)
c.1.	126 500	[50,98] 51(1,04)	[0] 12(1,02)				
c.2.	2 064 000			[0] 18(1,00)	[0,19] 25(1,00)		
c.3.	3 300 000					[0] 13(1,00)	[0,85] 32(1,00)
c.4.	89 440	[56,17] 52(4,956)	[95,21] 56(4,988)	[0] 21(4,14)	[0] 7(4,14)	[21,06] 39(4,105)	[21,62] 40(4,105)
d.1.	1 331 000	[0] 22(1,023)	[29,50] 46(1,020)				
d.2.	2 304 800			[0,75] 31(1,00)	[0] 2(1,00)		
d.3.	4 950 000					[3,90] 35(1,000)	[0] 8(1,00)
d.4.	946 000	[43,69] 48(4,285)	[139,07] 60(4,253)	[0,62] 30(3,780)	[0] 3(3,780)	[22,15] 41(3,756)	[16,92] 36(3,756)
e.1.	3 575 000	[33,43] 47(1,0375)	[0] 11(1,0125)				
e.2.	421 400			[0,47] 26(1,00)	[0] 4(1,00)		
e.3.	1 100 000					[0] 14(1,00)	[0] 9(1,00)
e.4.	124 700	[56,18] 53(4,796)	[93,83] 55(4,796)	[0,56] 29(4,140)	[0] 5(4,14)	[17,98] 38(3,78)	[17,98] 37(3,78)
Valoarea resurselor în 10^6kcal		3 850 000	7 700 000	4 300 000	8 600 000	7 000 000	8 000 000

*) indicele; **) numărul de ordine; ***) *b*.

Tabela 10

Matricea program I

Consumatori de energie	Valoarea consumurilor 10^6kcal	Solicitarea surselor de energie					
		.1.*A*	.1.*B*	.2.*C*	.2.*D*	.3.*B*	.3.*E*
a.1.	165 000	168 300*) (165 000)**)					
a.2.	2 752 000			2 752 000 (2 752 000)			
a.3.	2 550 000					2 550 000 (2 550 000)	
a.4.	118 680			486 588 (118 680)			
b.1.	154 000	156 156 (154 000)					
b.2.	3 113 200				3 113 200 (3 113 200)		
b.3.	1 000 000						1 000 000 (1 000 000)
b.4.	108 360				444 276 (108 360)		
c.1.	126 500		129 030 (126 500)				
c.2.	2 064 000			2 064 000 (2 064 000)			
c.3.	3 300 000					3 300 000 (3 300 000)	
c.4.	89 440				370 286 (89 440)		
d.1.	1 331 000	1 361 613 (1 331 000)					
d.2.	2 304 800				2 304 800 (2 304 800)		
d.3.	4 950 000						4 950 000 (4 950 000)
d.4.	946 000				3 575 880 (946 000)		
e.1.	3 575 000		3 619 687 (3 575 000)				
e.2.	421 400				421 400 (421 400)		
e.3.	1 100 000						1 100 000 (1 100 000)
e.4.	124 700				516 258 (124 700)		
Solicitarea		1 686 069	3 748 717	5 302 588	10 746 100	5 850 000	7 050 000
Diferenţa		2 163 931		−1 002 588	−2 146 100	1 150 000	950 000
Resursa		3 850 000	7 700 000	4 300 000	8 600 000	7 000 000	8 000 000

*) Solicitarea resursei; **) Consumul.

Tabela 11

Soluția determinată cu metoda numerelor de ordine

Indicele lanțului	x_i	Valoarea		
		Unități naturale		Unități convenționale 10^6kcal
a.1.1.1.*A*	x_1	30 000	t	165 000
a.2.1.2.*C*	x_3	320.10^6	N.m.c.	2 752 000
a.3.1.3.*B*—.1.*B*	x_5	255 000	t	2 550 000
a.4.1.1.*A*	x_9	135,87.10^6	kWh	116 261
a.4.1.3.*B*—.1.*B*	x_{15}	2,81279.10^6	kWh	2 419
b.1.1.1.*A*	x_{21}	28 000	t	154 000
b.2.1.2.*D*	x_{24}	362.10^6	N.m.c.	3 113 200
b.3.1.3.*E*—.1.*B*	x_{27}	100 000	t	1 000 000
b.4.1.2.*D*	x_{34}	126.10^6	kWh	108 360
c.1.1.1.*B*	x_{41}	23 000	t	126 500
c.2.1.2.*C*	x_{43}	180.10^6	N.m.c.	1 548 000
c.2.1.2.*D*	x_{44}	60.10^6	N.m.c.	516 000
c.3.1.3.*B*—.1.*B*	x_{45}	330 000	t	3 300 000
c.4.2.3.*B*—.1.*B*	x_{56}	104.10^6	kWh	89 440
d.1.1.1.*A*	x_{61}	242 000	t	1 331 000
d.2.1.2.*D*	x_{64}	268.10^6	N.m.c.	2 304 800
d.3.1.3.*E*—.1.*B*	x_{67}	495 000	t	4 950 000
d.4.1.1.*A*	x_{69}	158,73023.10^6	kWh	136 508
d.4.1.2.*D*	x_{74}	553,81046.10^6	kWh	476 277
d.4.2.3.*B*—.1.*B*	x_{76}	93,355813.10^6	kWh	80 286
d.4.2.3.*E*—.1.*B*	x_{79}	294,10348.10^6	kWh	252 929
e.1.1.1.*B*	x_{82}	650 000	t	3 575 000
e.2.1.2.*D*	x_{84}	49.10^6	N.m.c.	421 400
e.3.1.3.*E*—.1.*B*	x_{87}	110 000	t	1 100 000
e.4.2.3.*B*—.1.*B*	x_{96}	145.10^6	kWh	124 700

5. OBSERVAȚII

Din cele expuse, rezultă că metodele aproximative de rezolvare a problemelor de programare liniară pot fi utilizate fără dificultate pentru calculul cazurilor simple de bilanț. Avantajul lor este acela că într-un timp scurt, ne pun la dispoziție soluții aproximative ale problemei, soluții care în anumite situații, pot satisface fără a mai fi necesară, rezolvarea exactă a problemei. Dintre cele două metode, metoda numerelor de ordine este mai perfecționată, conducînd la soluții mai economice.

СПОСОБЫ РАСЧЕТА ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПЕРСПЕКТИВНОГО БАЛАНСА

ЧАСТЬ I. СПОСОБЫ ПРИБЛИЗИТЕЛЬНОГО РАСЧЕТА

РЕЗЮМЕ

В настоящей статье излагаются результаты исследований, предпринятых по вопросу энергетического перспективного баланса после появления статьи „Соображения относительно энергетического перспективного баланса" [1].

В первой части разбирается, с применением способов приблизительного расчета, составление энергетического баланса в случае несложного общего энергетического положения, когда известны: географическое расположение мест потребления и производства энергии, значительность и род энергопотребителей и, соответственно, первичных рессурсов энергии и характеристики энергетических целей.

Приводятся с примерами два метода приблизительного расчета, именуемые в специальной литературе методом показателей и методом порядковых чисел, которые были использованы для поставленной задачи. В решение рассматриваемого положения было поставлено условие составления баланса, приводящего к минимальным годовым затратам.

BIBLIOGRAFIE

1. T. MICLESCU, *Consideraţii asupra bilanţului energetic de perspectivă.* St. cerc. energ., *3* (1960).
2. * * * *Energie bilanzen Polens, Erster Teil, Methodik der Aufstellung prognostischer Energiebilanzen und deren ökonomische Aspekte.* Arbeiten und Studien, Band IV, Herausgegeben von der Polnische Akademie der Wissenschaften, Komitee für Elektrifizierung Polens, Warszawa, 1961.
3. V. HAVLIN, V. STRNAD, *Metoda de analizare a relaţiilor cantitative alese din balanţa energetică*; *Etapa I.* — Lucrare elaborată în cadrul Institututului de cercetări pentru planificarea economiei naţionale, Praga, 1961.
4. И. Р. ГЕРЧУК, *Линейное программирование в операционных исследованиях.* ВИНИТИ—Москва, 1959.
5. I. HYBL, *Metodele simplificate de programare liniară.* Probleme de statistică social-economică — *6* (1960).

DAUNE PRIN ÎNTRERUPEREA ALIMENTĂRII CU ENERGIE ELECTRICĂ LA FABRICAREA FIBRELOR SINTETICE POLIAMIDICE

DE

C. GUȚU, M. PETCU și A. SOCI

1. CONSIDERAȚII GENERALE

În lucrarea de față se studiază daunele economice pe care le provoacă întreruperea alimentării cu energie electrică în producția de fibre sintetice tip relon (nailon-6) obținute prin polimerizarea continuă sub presiune a monomerului fabricat după următoarea schemă tehnologică :

fenol → ciclohexanol → ciclohexanonă
→ ciclohexanon-oximă → ε-caprolactamă.

Lucrarea are la bază metoda de calcul expusă în [1] și materialul informativ obținut din analiza procesului de producție la una dintre cele mai moderne uzine de fibre sintetice.

După [1], neglijînd efectele în întreprinderi sau activități conexe, daunele economice totale se calculează ca suma următoarelor componente :

D_1 — rebuturi și stricarea materiei prime ;
D_2 — avarii și deranjamente ale utilajului ;
D_3 — salarii ;
D_4 — amortismente și cheltuieli generale ;
D_5 — venit net pierdut prin nerealizarea producției.

Pentru determinarea componentelor de mai sus un element important îl constituie caracteristica de timp a întreruperilor $\theta_p = f(\theta)$ care reprezintă durata de oprire a producției în funcție de durata întreruperii curentului. În [1] s-a propus ca pentru calculul acestei caracteristici să se utilizeze relația

$$\theta_p = T \frac{\Delta P}{P}, \qquad (1)$$

în care T — durata de lucru a întreprinderii în ziua de lucru normală;

P — producția zilei normale;

ΔP — o mărime dependentă de θ, reprezentînd diferența dintre producția zilei normale și producția zilei cu întreruperi.

Mărimile T, P, ΔP urmau a fi stabilite pe baza evidențelor statistice. Deși la uzina studiată au avut loc întreruperi electrice numeroase, totuși, datorită sistemului de evidență, cît și datorită faptului că producția a fost perturbată de numeroși factori neelectrici, relația (1) conducea la rezultate neverosimile. Din acest motiv, caracteristica întreruperilor s-a dedus pe o cale mai laborioasă și anume studiind fenomenele care au loc la oprirea și pornirea instalațiilor.

Studiul a fost elaborat în ipoteza că nici una din fazele procesului tehnologic nu are alimentare electrică de avarie (de la altă sursă decît sistemul energetic). Acest lucru va permite proiectanților să aprecieze eficacitatea economică a alimentărilor de avarie pentru fiecare fază de producție. O primă apreciere de acest gen s-a făcut într-o altă lucrare, în care s-au studiat daunele la uzina de fibre sintetice al cărei proces tehnologic a servit ca bază la elaborarea lucrării de față.

2. SCHEMA PROCESULUI TEHNOLOGIC

În literatura și practica industriei chimice se cunosc mai multe procedee de fabricare a fibrelor sintetice. Varianta studiată în lucrarea de față este una dintre cele mai moderne și economice, cu șanse de a se generaliza.

Schema simplificată a procesului tehnologic poate fi urmărită în figura 1.

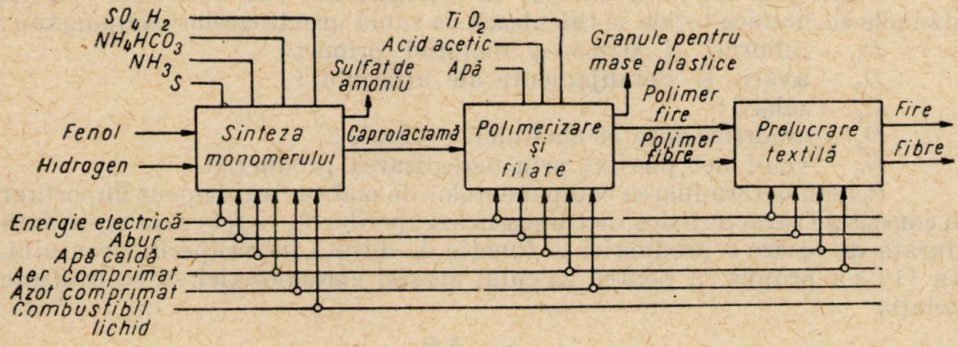


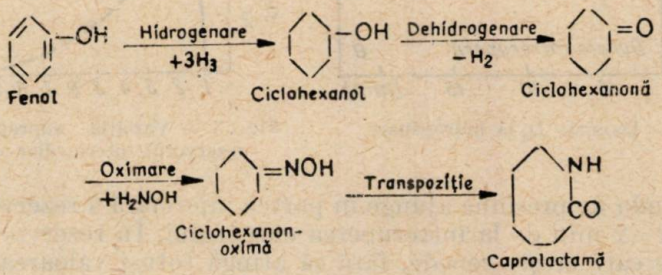
Fig. 1. — Fabricarea fibrelor poliamidice. Schema tehnologică simplificată.

3. EFECTUL ÎNTRERUPERILOR ASUPRA PROCESULUI TEHNOLOGIC

De obicei, primul efect al întreruperilor constă în oprirea producției. Acest efect este redat de caracteristica de timp a întreruperilor. Pentru a determina caracteristica întreruperilor se studiază fenomenele care au loc la pornirea și oprirea instalațiilor. Cu această ocazie vor rezulta și acele valori ale componentelor D_1 și D_2 care depind de θ în mod direct, iar nu prin intermediul lui θ_p.

3.1. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR LA SINTEZA MONOMERULUI

Sinteza caprolactamei din fenol se face printr-un procedeu devenit clasic, care cuprinde următoarele patru faze [2]:



Întrucît între faze există rezervoare tampon, fiecare fază se poate studia separat.

3.1.1. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR LA HIDROGENARE

a. **Întreruperi anunțate.** Cu ajutorul unor pompe electrice fenolul este preluat din depozitul central sau dintr-un rezervor intermediar, trece prin contorul de fenol și intră în evaporator. Tot aici este adus hidrogenul. În circuitul de hidrogen există în permanență o presiune superioară întreținută de către un rezervor aflat la 20 ats. Amestecul de fenol și hidrogen din evaporator trece într-un reactor în care are loc reacția de hidrogenare. Hidrogenarea este activată de catalizatorul depus pe țevile reactorului și decurge la temperatură și presiune înaltă. Produsele de reacție (ciclohexanol, hidrogen și produse secundare) sînt condensate, separate, răcite, după care ciclohexanolul lichid este depozitat, iar surplusul de hidrogen este recirculat.

O întrerupere de curent este urmată imediat de oprirea procesului normal de hidrogenare întrucît pompa de fenol și compresoarele de hidrogen încetează să funcționeze. Suprapresiunea din circuitul de fenol dispare. Hidrogenul, care se menține la o presiune înaltă datorită rezervorului de

20 atm, pătrunde în circuitul de fenol, împinge fenolul în sens invers sensului de circulație normal și distruge cîteva piese principale ale contorului de fenol. Apare astfel o daună tip D_2 în valoare de 1 000 lei. Inerția masei de lichid, rezistențele hidraulice din circuitul acestora și rezistența contorului la solicitări mecanice introduc o întîrziere în apariția daunei D_2 de ordinul a 1—2 min de la întreruperea curentului (fig. 2).

Personalul de exploatare luat prin surprindere și puțin numeros nu izbutește, de regulă, să închidă suficient de repede ventilele din circuitul

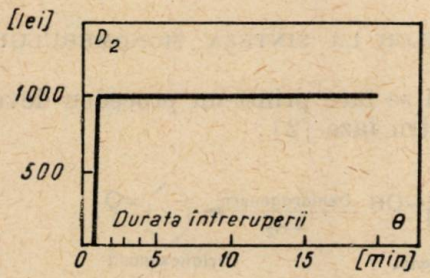


Fig. 2. — Daunele D_2 la hidrogenare.

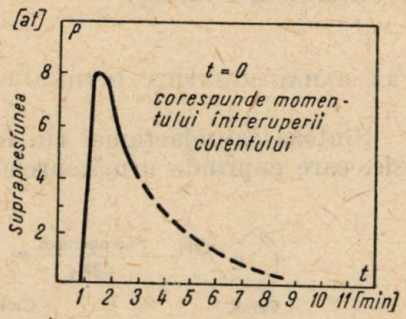


Fig. 3. — Variația suprapresiunii în rezervorul intermediar de fenol.

de fenol. Unda de presiune ajunge în partea inferioară a rezervorului intermediar la 1—2 min de la întreruperea curentului. În rezervor apare o suprapresiune care crește repede, fără să atingă totuși valoarea de 20 atm, întrucît hidrogenul se destinde parțial în spațiul liber de deasupra lichidului. După ce a atins o valoare maximă, suprapresiunea începe să scadă datorită faptului că hidrogenul, care barbotează puternic în masa de lichid, scapă în atmosferă antrenînd cu el, prin gura de aerisire, cantități importante de fenol. Apare astfel o daună de tip D_1 (pierdere de materie primă) al cărei calcul exact este dificil.

În figura 3 este reprezentată variația suprapresiunii în rezervor, calculată în ipoteza că nivelul lichidului este situat la 3/4 din cota maximă posibilă. Această ipoteză este justificată de frecvența cotelor de nivel determinată dintr-un mare număr de date statistice.

Debitul scurs din rezervor (fig. 4) s-a calculat cu relația cunoscută :

$$Q = \mu F \sqrt{\frac{2p}{\rho}}, \qquad (2)$$

în care

p — suprapresiunea în rezervor, kgf/m^2;
ρ — densitatea lichidului, kgf.s^2/m^4;
F — secțiunea orificiului de scurgere, m^2;
μ — coeficientul de scurgere;
Q — debitul, m^3/s.

Dauna D_1 corespunzătoare fenolului pierdut din rezervorul intermediar se determină din figura 4. Rezultatele calculului sînt arătate în figura 5

în care s-a ținut seama de faptul că personalul de exploatare poate să limiteze pagubele împiedicînd într-un timp cît mai scurt pătrunderea hidrogenului în circuitul de fenol. În figurile 3, 4 și 5 o porțiune a curbelor este reprezentată punctat deoarece în zona respectivă descrierea exactă a fenomenului este dificilă. De altfel, acest lucru nici nu este necesar întrucît, de regulă, la 3 . . .4 min după întreruperea curentului ($t_v = 3 \ldots 4$) personalul de exploatare izbutește să închidă ventilele din circuitul de fenol.

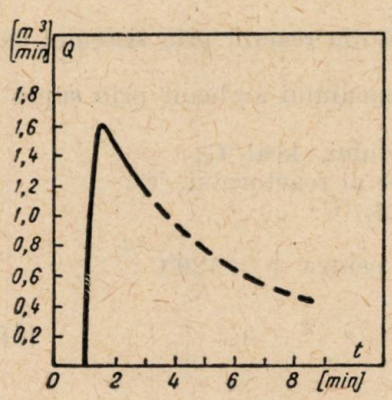


Fig. 4. — Debitul de fenol refulat prin țeava de aerisire.

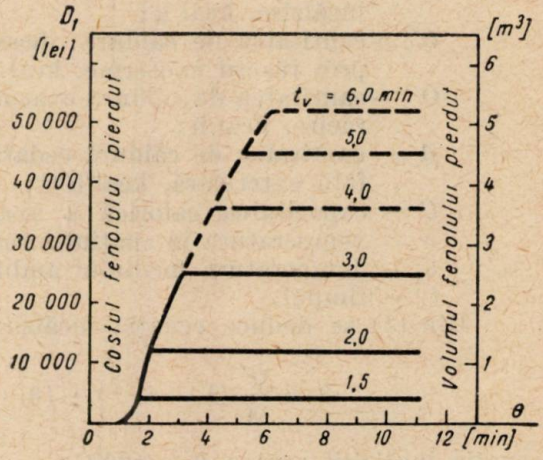


Fig. 5. — Daunele cauzate de pierderea fenolului prin țeava de aerisire; t_v — timpul scurs de la întreruperea curentului pînă la închiderea ventilelor din circuitul de fenol.

Caracteristica întreruperilor depinde în mare măsură de procesele care au loc în reactor. Reacția de hidrogenare este puternic exotermă. Din acest motiv, reactorul are un sistem de răcire cu apă dedurizată care menține temperatura în jurul unei valori optime de 160°C. La întreruperea curentului reacția (degajarea de căldură) scade repede, iar apoi încetează. Reactorul începe să se răcească, inițial (un timp scurt) mai ales pe seama apei de răcire, iar apoi mai ales pe seama pierderilor de căldură în exterior. Oprirea efectivă a producției depinde de nivelul pînă la care scade temperatura reactorului în cursul pauzei și de viteza cu care se revine la temperatura de regim după apariția tensiunii. Din acest motiv, caracteristica întreruperilor se poate calcula cu ajutorul ecuațiilor de încălzire și răcire a reactorului.

Dificultatea constă în faptul că reactorul este un corp neomogen cu geometrie complicată. Mai mult decît atîta, în cursul perioadelor de pornire-oprire masa sistemului și intensitatea surselor termice variază avînd și puncte de discontinuitate. În asemenea condiții au fost necesare cîteva simplificări menite să ușureze calculul fără să introducă erori mari. S-a presupus că între punctele de discontinuitate, masa reactorului și intensitatea surselor termice este constantă, iar la calculul coeficien-

ților de transmitere a căldurii s-au admis simplificările obișnuite în teoria transmiterii căldurii [3].

Ecuațiile încălzirii și răcirii reactorului s-au dedus prin integrarea ecuației diferențiale care exprimă bilanțul termic al aparatului într-un timp infinit mic:

$$(Q' + Q'' - Q''')dt = A(\vartheta - \vartheta_0)\,dt + C\,d\vartheta, \tag{3}$$

în care Q' — cantitatea de căldură introdusă în reactor prin sistemul de încălzire, kcal/h;

Q'' — cantitatea de căldură degajată în interiorul reactorului prin reacții exoterme, kcal/h;

Q''' — cantitatea de căldură evacuată din reactor prin sistemul de răcire, kcal/h;

A — cantitatea de căldură cedată mediului ambiant prin suprafața exterioară, kcal/h°C;

C — capacitatea calorică a aparatului, kcal/°C;

ϑ — temperatura în spațiul interior al reactorului, °C;

ϑ_0 — temperatura mediului ambiant, °C;

t — timpul.

Din (3) se deduce ecuația încălzirii pentru $\vartheta < 120$°C:

$$\vartheta = \frac{Q'}{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + (\vartheta_i - \vartheta_0)\,e^{-\frac{t}{T}} + \vartheta_0; \tag{4}$$

ecuația încălzirii pentru $\vartheta > 120$°C:

$$\vartheta = \frac{Q'' - Q'''}{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + (\vartheta_i - \vartheta_0)\,e^{-\frac{t}{T}} + \vartheta_0; \tag{4'}$$

și ecuația răcirii:

$$\vartheta = (\vartheta_i - \vartheta_0)\,e^{-\frac{t}{T}} + \vartheta_0, \tag{4''}$$

în care T — constanta de timp termică a reactorului, h;

ϑ_i — temperatura de la care începe încălzirea, respectiv răcirea reactorului, °C;

e — baza logaritmilor naturali.

Punctul de discontinuitate din ecuația încălzirii, corespunzător lui $\vartheta = 120$°C, se explică prin faptul că la această temperatură admisia aburului se întrerupe ($Q' \to 0$) iar încălzirea continuă pe seama reacției exoterme care se amorsează datorită admisiei vaporilor de fenol-hidrogen.

Timpul θ_p necesar reactorului ca să revină la temperatura de regim se compune dintr-o perioadă de răcire, egală aproximativ cu θ și o perioadă de încălzire având un punct de discontinuitate la $\vartheta = 120$°C. Din (3) și din ecuațiile (4) se obține

$$\theta_p = \theta + \int_{\vartheta_i}^{120} \frac{C\,d\vartheta}{Q' - A(\vartheta - \vartheta_o)} + \int_{120}^{160} \frac{C\,d\vartheta}{Q'' - Q''' - A(\vartheta - \vartheta_0)}, \tag{5}$$

în care ϑ_i rezultă din (4''):

$$\vartheta_i = 150\ e^{-\frac{t}{T}} + 10.$$

Caracteristica întreruperilor pentru reactorul de hidrogenare se arată în figura 6. Această caracteristică este reprezentativă și pentru întreaga fază de fabricație a ciclohexanolului, dacă întreruperea de curent nu afectează alimentarea cu abur și apă caldă. În caz contrar, lucrurile se

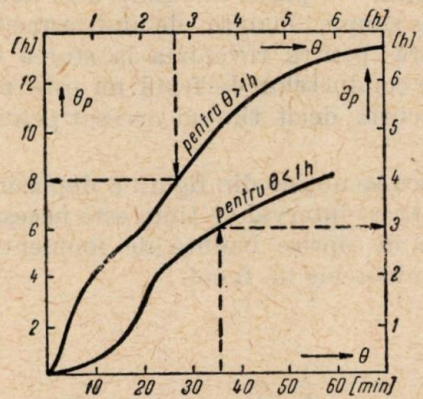


Fig. 6. — Caracteristica întreruperilor la faza de hidrogenare (încălzirea nu se întrerupe)

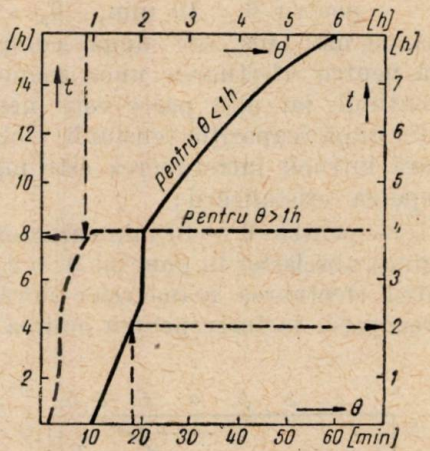


Fig. 7. — Timpul necesar pentru îndepărtarea fenolului congelat (t) în funcție de durata întreruperii electrice.

complică. Într-adevăr, fenolul congelează la +40°C. O întrerupere a încălzirii se resimte imediat pe traseul dintre rezervorul intermediar și evaporator unde există condiții care favorizează o cristalizare rapidă.

S-a calculat că în punctele sensibile ale conductei (coturi, ventile) temperatura critică de 40°C este atinsă la 10 min după întreruperea curentului.

Începînd cu acest moment repunerea instalației în funcție implică utilizarea arzătoarelor, a mijloacelor mecanice și a apei fierbinți pentru topirea, spargerea și îndepărtarea cristalelor care obturează conductele. Operația este periculoasă întrucît fenolul arde țesuturile organice. Timpul necesar pentru îndepărtarea fenolului congelat este reprezentat în figura 7. În dreptul lui $\theta = 20$ min curba face un salt întrucît intervin operații de demontare parțială a instalației. Începînd cu $\theta = 1$h congelarea se generalizează în așa măsură încît timpul necesar pentru îndepărtarea fenolului congelat rămîne practic constant și egal cu 8 ore.

Caracteristica întreruperilor pentru cazul cînd dispariția tensiunii este însoțită și de întreruperea alimentării cu căldură a fazei de hidrogenare este reprezentată în figura 8. Ea rezultă din curbele reprezentate în figurile 6 și 7.

În afară de prelungirea perioadei neproductive, congelarea fenolului provoacă o daună suplimentară D_1 (neglijabilă în raport cu pierderile de fenol reprezentate în fig. 5) și o daună suplimentară D_2 de care s-a ținut seama în figura 2.

b. **Întrerupere anunțată.** Dacă întreruperea este anunțată atunci personalul de exploatare poate lua măsurile necesare pentru evitarea daunelor D_1 și D_2. Caracteristica întreruperilor se obține în modul următor :

— pentru $\theta < 10$ min, $\theta_p = \theta + 15$ min ; termenul liber din relația de mai sus are două componente : o parte din timp este necesară pentru efectuarea unor manevre simple înainte de întreruperea curentului, iar altă parte este necesară pentru revenirea la starea de regim după reapariția tensiunii. Golirea conductelor de fenol nu este necesară întrucît întreruperea este mai scurtă decît timpul necesar pentru începerea cristalizării ;

— pentru $\theta > 10$ min caracteristica se obține din figura 6 deplasînd originea absciselor în punctul $\theta = 2$ h. Acest interval de timp este necesar pentru efectuarea manevrelor normale de oprire înainte de momentul întreruperii, inclusiv pentru golirea conductelor de fenol.

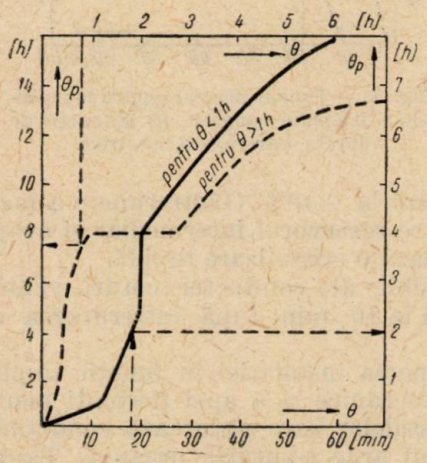


Fig. 8. — Caracteristica întreruperilor la faza de hidrogenare (se întrerupe și încălzirea).

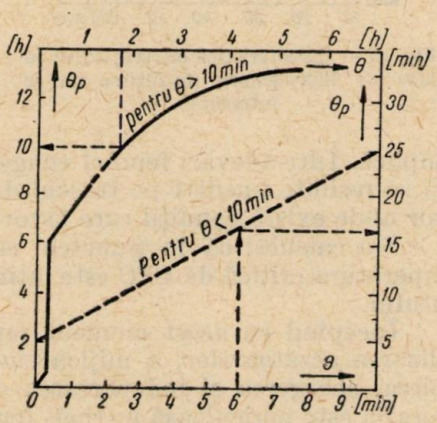


Fig. 9. — Faza de hidrogenare. Caracteristica întreruperilor anunțate.

Caracteristica întreruperilor anunțate este reprezentată în figura 9. Se observă că timpul neproductiv este mai mare decît la întreruperile neanunțate. Din acest motiv, *avantajul* întreruperilor anunțate, care constă în evitarea daunelor D_1 și D_2 se pierde în bună parte.

3.1.2. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR LA DEHIDROGENARE

Elementele principale ale instalației de fabricare a ciclohexanonei sînt reactorul tubular în care are loc dehidrogenarea ciclohexanolului, cazanul special cu mercur (asigură căldura de reacție) și coloanele de distilare sub vid.

S-a constatat că între întreruperea hidrogenării și întreruperea dehidrogenării există următoarea relație:

$$\text{pentru } \theta_{hid} = \theta_{dehid},$$

$$\theta_{p\,hid} > \theta_{p\,dehid}.$$

Din acest motiv, dehidrogenarea nu influențează caracteristica secției monomer. Caracteristica ansamblului hidrogenare-dehidrogenare, care se pornește de obicei cuplat, este dată de caracteristica hidrogenării (fig. 6,8,9).

Dacă exploatarea este corectă nu apar daune de tip D_1 sau D_2.

3.1.3. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR LA OXIMARE

Fabricarea ciclohexanon-oximei constă din oximarea ciclohexanolului și din cîteva operații auxiliare destinate să producă sulfatul de hidroxilamină necesar oximării (fig. 10).

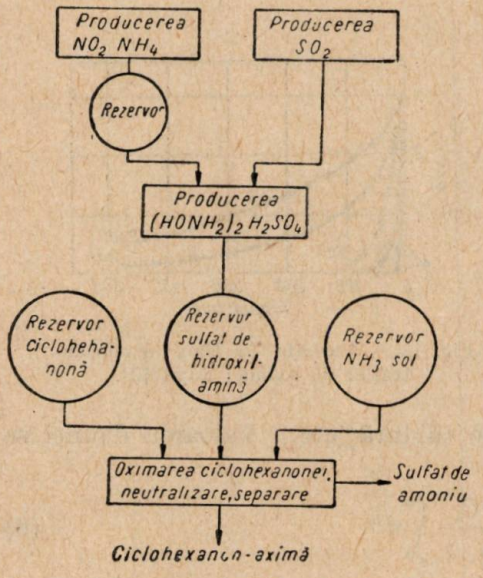
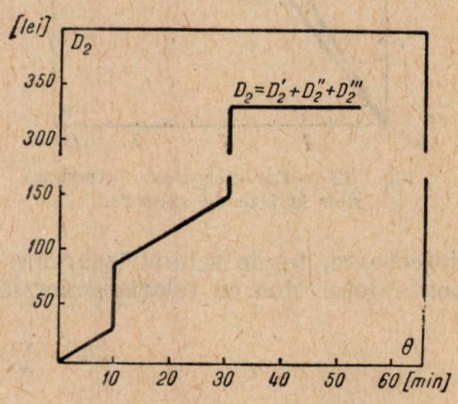


Fig. 10. — Fabricarea ciclohexanon-oximei. Schema tehnologică simplificată.

Fig. 11. — Dauna D_2 la fabricarea bioxidului de sulf.



Rezervoarele de ciclohexanonă, sulfat de hidroxilamină și amoniac pot satisface consumul instalației de oximare timp de cîteva zile. Ținînd seama și de faptul că de obicei $\theta < 6$ h, se poate considera că instalația de oximare este independentă de anexele sale. Aceste instalații anexe trebuie să fie studiate numai în măsura în care apar daune de tip D_1 și D_2.

În instalația de producere a nitritului de amoniu, în care includem și soba de oxigenare a amoniacului, pierderile de materie primă și uzura provocată de perioadele tranzitorii la porniri-opriri sînt neglijabile. Pericolul de explozie care apare în asemenea instalații la orice perturbare a procesului este eliminat prin măsurile de siguranță pe care constructorii le prevăd în mod obligatoriu.

La producerea bioxidului de sulf, elementul principal al instalației este cuptorul în care se arde sulful topit și se obține bioxidul de sulf. Temperatura de regim este de 1200°C. La întreruperea curentului, în afară de oprirea imediată a producției și de invadarea (posibilă) a încăperilor cu gaze otrăvitoare, se mai produc daune de tip D_1 și D_2. La întreruperi mai lungi de 6 h daunele sînt pronunțate (contracții ale cuptorului, consum suplimentar de combustibil, eventuala distrugere a rezervoarelor de sulf la întreruperea alimentării cu abur). De aceste daune nu se va ține seama întrucît apar la întreruperi care depășesc duratele obișnuite. La întreruperi mai scurte se constată uzura unor elemente componente ale instalației

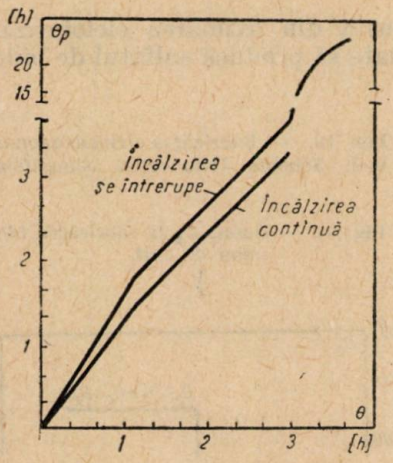


Fig. 12. — Caracteristica întreruperilor la faza de oximare.

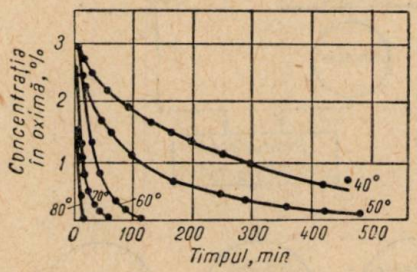


Fig. 13. — Variația în timp a concentrației de oximă; după [2].

(injectoare, țevile schimbătoarelor de căldură etc.). Valoarea daunei se poate determina cu relația generală

$$D_2 = \sum_i \frac{C_i}{n_i \theta_i} \int_0^{\theta} d\theta, \qquad (6)$$

în care C_i — costul elementului i care suferă uzura accelerată;
n_i — numărul de întreruperi cu durata θ_i necesare pentru scoaterea din serviciu a elementului i;
θ — durata întreruperii electrice.

Dauna D_2 calculată cu relația (6) este reprezentată în figura 11. Valoarea sa este destul de mică.

Fabricarea propriu-zisă a ciclohexanon-oximei se face printr-un procedeu continuu din care rezultă ca subprodus sulfatul de amoniu. Întreruperea curentului nu are urmări grave cu excepția opririlor mai lungi de 3 ore însoțite și de întreruperea alimentării cu căldură. În acest caz ciclohexanolul începe să cristalizeze iar θ_p crește repede (fig. 12). Caracteristica din figura 12 este reprezentativă pentru toată faza de fabricare a ciclohexanon-oximei ori de cîte ori rezervoarele de anol, hidroxilamină și amoniac conțin produse într-o anumită cantitate minimă. Cazul contrar reprezintă o excepție și nu se va studia.

3.1.4. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR LA FABRICAREA CAPROLACTAMEI

Fabricarea caprolactamei din ciclohexanon-oximă cuprinde următoarele subfaze: transpoziția, neutralizarea, extracția, distilarea benzenului și distilarea lactamei. Numai două dintre aceste subfaze — și anume transpoziția și distilarea lactamei — au importanță din punctul de vedere al daunelor.

Transpoziția ciclohexanon-oximei are loc în prezența unui catalizator acid(oleum). Reacția este puternic exotermă și se desfășoară sub agitare și răcire continuă. Timpul de contact este de cîteva minute [2]. O întrerupere de curent de scurtă durată nu provoacă dificultăți mari. Pe măsură ce întreruperea se prelungește conținutul reactorului se degradează pentru că temperatura și timpul de contact se îndepărtează de valorile optime. Momentul în care tot conținutul reactorului este iremediabil pierdut se poate deduce din curbele de variație a concentrației de oximă în funcție de temperatură și timpul de contact (fig. 13) date în [2]. La $\theta = 1$h, reactorul trebuie să fie golit iar repornirea se face ca de la rece și durează 6 h (fig. 14). Dauna D_1 care se produce prin rebutarea conținutului s-a reprezentat în figura 15. Ea s-a calculat cunoscînd cantitatea și costul oximei și oleumului din reactor. Între $\theta = 5$ min și $\theta = 1$ h dauna crește liniar. Degradarea din această perioadă de timp se va manifesta după repornire prin rebutarea unei anumite cantități de produs ce nu întrunește condițiile de calitate. Dacă întreruperea este anunțată atunci dauna D_1 nu se mai produce, dar pauza în producție crește conform cu caracteristica respectivă din figura 14, deoarece manevrele de oprire se fac din timp.

Subfaza în care are loc distilarea soluției de lactamă are drept scop să elimine ultimele resturi de apă, benzen și gudroane pentru ca produsul final (monomerul) să întrunească condițiile de calitate cerute la polimerizare. Procesul se desfășoară în coloanele de distilare și în numeroase apa-

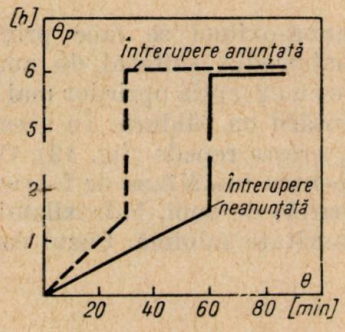


Fig. 14. — Caracteristica întreruperilor la transpoziția Beckmann.

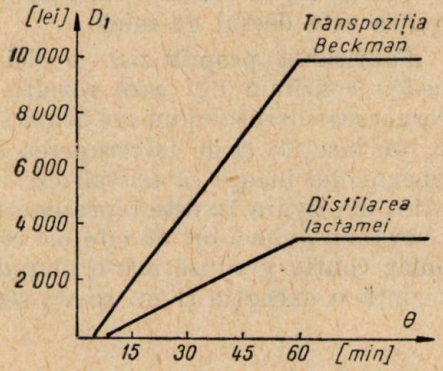


Fig. 15. — Dauna D_1 la transpoziția Beckmann și la distilarea lactamei.

rate auxiliare. Un rol esențial îl joacă vidul, coordonarea vitezelor de circulație, acționarea coloanelor și regimul termic (caprolactama congelează la 67,5° C). O întrerupere de curent este urmată imediat de oprirea între-

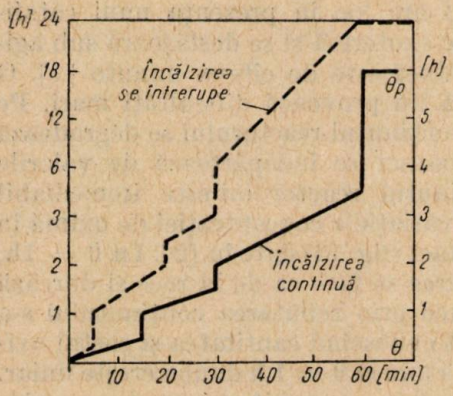


Fig. 16. — Caracteristica întreruperilor la distilarea lactamei.

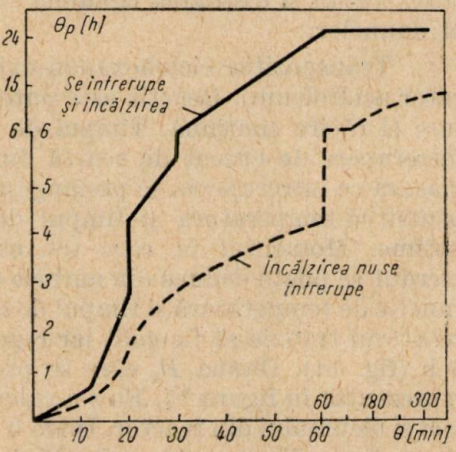


Fig. 17. — Sinteza monomerului; caracteristica întreruperilor neanunțate.

gului proces. Opririle de scurtă durată (sub 15 min) sînt suportate ușor. La opriri mai îndelungate caracteristica întreruperilor (fig. 16) înregistrează salturi care se explică prin necesitatea de a goli instalația într-o

anumită ordine dictată de sensibilitatea aparatelor. La $\theta = 1$ h se goleşte toată instalaţia iar repornirea durează 5 h.

Dacă întreruperea electrică este însoţită şi de întreruperea alimentării cu căldură atunci golirile încep mult mai devreme pentru a evita congelări masive. Durata repornirii creşte foarte mult (fig. 16). La întreruperi de o oră repornirea durează 23 h. Apare o daună D_1 (pierdere de materie primă) reprezentată în figura 15 şi o daună D_2 (uzura aparatelor) care nu a putut fi apreciată.

Comparînd figurile 14 şi 16, se constată că în ambele ipoteze (cu şi fără încălzire) caracteristica întreruperilor la fabricarea caprolactamei este dictată de procesele care au loc la distilarea lactamei (fig. 3—16).

★

Caracteristica întregului proces de sinteză a monomerului se determină din caracteristicile fazelor componente, deduse mai sus. S-a amintit că între faze există rezervoare tampon. Se admite ipoteza normală că în rezervoare există stocuri suficiente pentru pornirea în paralel a tuturor fazelor şi subfazelor. În acest caz caracteristica întregului proces de sinteză este dictată de faza cea mai lentă şi se deduce în modul următor : pentru fiecare valoare θ se vor citi valorile θ_p de pe caracteristicile celor patru faze şi se va reţine valoarea cea mai înaltă. Caracteristica întreruperilor neanunţate, dedusă ca mai sus, s-a reprezentat în figura 17. Caracteristica întreruperilor anunţate este identică cu cea din figura 9.

Dacă în rezervoare nu există stocuri suficiente pentru porniri în paralel, două sau mai multe faze vor fi pornite în serie (succesiv). Durata opririi creşte. Caracteristica întreruperilor se schimbă, dar ea poate fi dedusă uşor din caracteristicile fazelor, determinate mai sus. Fiind un eveniment rar, acest caz nu se va trata.

3.2. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR LA POLIMERIZARE-FILARE ŞI LA PRELUCRAREA TEXTILĂ

Polimerizarea caprolactamei se face prin procedeul continuu sub presiune cu fază de demonomerizare în vid şi fază de egalizare [2]. Procesul se compune dintr-un mare număr de operaţii complicate şi extrem de sensibile la variaţia parametrilor de regim şi la întreruperea alimentării electrice. Analiza şi calculul detaliat al întreruperilor, pe fiecare operaţie tehnologică, atît pentru polimerizare-filare, cît şi pentru prelucrarea textilă se face într-o lucrare a Institutului de energetică *). Din lipsă de spaţiu nu se reproduc aici decît rezultatele finale (fig. 18).

*) C. Guţu, M. Petcu şi A. Soci, *Daune provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică în producţia de fibre sintetice poliamidice*. Acad. R.P.R., Institutul de energetică, Bucureşti, 1961.

Întrucît există două linii tehnologice paralele (fig. 1) la care întreruperile electrice se manifestă prin urmări neidentice, procesul de polimerizare-filare și cel de prelucrare textilă este descris, din punctul de

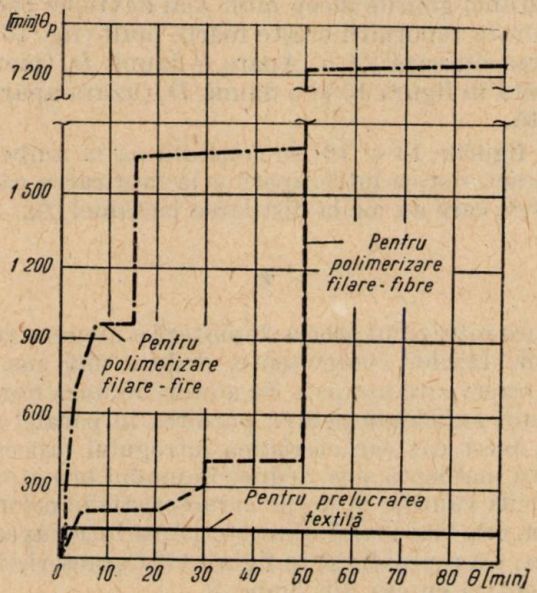


Fig. 18. — Caracteristicile întreruperilor la polimerizare-filare și la prelucrarea textilă.

vedere al întreruperilor, de două serii de caracteristici — unele pentru linia de fibre lungi (fire), altele pentru linia de fibre scurte (fibre).

3.3. CARACTERISTICA ÎNTRERUPERILOR PENTRU ÎNTREGUL PROCES DE PRODUCȚIE

Mai sus, s-au dedus caracteristicile de timp pentru cele trei faze principale ale procesului tehnologic : sinteza monomerului (fig. 17 și 9), sinteza și filarea polimerului și prelucrarea textilă (fig. 18). Caracteristica de timp a întregului proces tehnologic se deduce pe baza următoarelor considerații :

a) între sinteza monomerului și fazele ulterioare există stocuri care permit pornirea acestor două categorii de instalații în paralel ;

b) caracteristica de timp a fazelor ulterioare este impusă de caracteristica de timp a instalațiilor de polimerizare și filare ;

c) instalațiile de polimerizare și filare nu au posibilitatea de a-și accelera ritmul de producție (în orice caz, asemenea posibilități sînt minime) și deci nu pot recupera timpul și producția pierdută ;

d) pentru toate valorile lui θ, caracteristicile de timp ale secției poliamid sînt mai înalte decît caracteristicile de timp ale secției monomer.

În consecință, caracteristica de timp a întregului proces tehnologic este identică cu caracteristica de timp a secției poliamid. Întrucît această secție are două caracteristici (cîte una pentru fiecare din cele două linii tehnologice în paralel), întregul proces de producție va avea și el două caracteristici de timp — cele reprezentate în figura 18 pentru polimerizare-filare.

Se reamintește ipoteza că nici una din fazele procesului tehnologic nu are alimentare electrică dublă (de la surse separate).

Se face observația că în această situație particulară daunele totale nu mai depind de starea alimentării cu căldură decît prin intermediul componentelor D_1 și D_2.

4. DETERMINAREA DAUNELOR (ÎN VALOARE ABSOLUTĂ)

După [1] daunele totale se calculează cu relația

$$D = \sum_{i=1}^{5} D_i. \tag{7}$$

Semnificația componentelor D_i s-a arătat mai sus, în paragraful 1.

Daunele D_1 și D_2 se calculează simplu. Ele sînt egale cu suma componentelor D_1, respectiv D_2 determinate la analiza fiecărei faze de producție.

Daunele

$$D_p = D_3 + D_4 + D_5, \tag{8}$$

depind de θ_p (de producția nerealizată ΔP) și de structura prețului de cost, respectiv de livrare.

Fie

c_s — componenta salariilor directe în prețul de cost, lei/kg;
c_a — componenta amortizărilor și cheltuielilor generale, lei/kg;
b — beneficiul, lei/kg.

Atunci,

$$\begin{aligned} D_3 &= c_s \cdot \Delta P, \\ D_4 &= c_a \cdot \Delta P, \\ D_5 &= b \cdot \Delta P, \end{aligned} \tag{9}$$

în care ΔP — producția nerealizată, kg.

Ținînd seama de (1), rezultă:

$$\begin{aligned} D_3 &= m_3 \cdot \theta_p \\ D_4 &= m_4 \cdot \theta_p \\ D_5 &= m_5 \cdot \theta_p \\ D_p &= m \cdot \theta_p \\ D &= D_1 + D_2 + D_p \end{aligned} \tag{10}$$

în care

$$m_3 = c_s \cdot \frac{P}{T} \quad \text{lei/min},$$

$$m_4 = c_a \cdot \frac{P}{T} \quad \text{lei/min},$$

$$m_5 = b \cdot \frac{P}{T} \quad \text{lei/min},$$

$$m = m_3 + m_4 + m_5 \quad \text{lei/min},$$

P — producția zilei normale, kg,
T — durata de lucru în ziua normală, min,

valorile m_3, m_4, m_5 se calculează pe baza evidențelor producției, iar θ_p se citește din caracteristicile de timp ale întreruperilor, determinate mai sus.

Uzinele de fibre poliamidice livrează două produse principale : fibre lungi (fire) și fibre scurte (fibre). S-a arătat că imediat după obținerea caprolactamei apar două linii tehnologice : una pentru fire, alta pentru fibre. Din acest motiv, ansamblul procesului tehnologic nu are o singură caracteristică de timp, ci două (fig. 18). Se vor obține deci două caracteristici de daune totale — cîte una pentru fiecare linie tehnologică, iar caracteristica finală a daunelor pentru întregul proces tehnologic, va rezulta din însumarea daunelor determinate pentru fiecare dintre cele două produse finale. Cheltuielile fazelor premergătoare (sinteza monomerului) se împart între cele două produse, în raport cu cantitățile de monomer consumate pe fiecare linie tehnologică. În cazul de față consumurile sînt aproximativ egale, deci toate cheltuielile fazelor premergătoare (salarii, amortizări, cheltuieli generale, daunele D_1 și D_2) se vor lua pe jumătate.

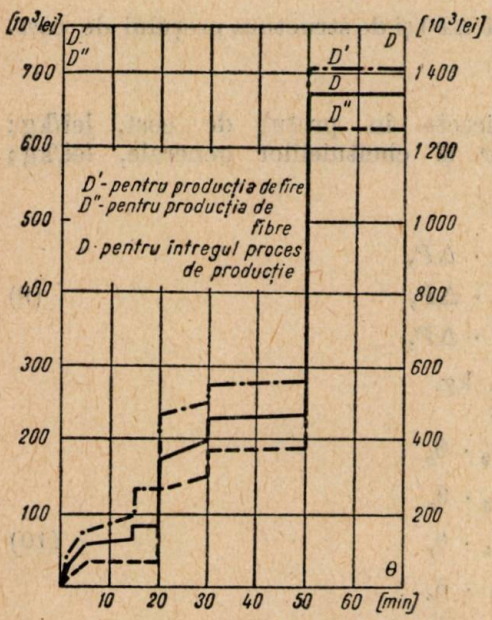


Fig. 19. — Caracteristica daunelor totale.

Pentru producția de fire, caracteristica de timp este dată în figura 18. Componentele D_1 și D_2 se vor însuma ținînd seama de cele spuse în paragraful precedent, iar relațiile de calcul pentru D_3, D_4, D_5 și D_p sînt :

$$\begin{aligned} D_3 &= 8{,}1 \cdot \theta_p, \\ D_4 &= 38{,}0 \cdot \theta_p, \\ D_5 &= 5{,}6 \cdot \theta_p, \\ D_p &= 51{,}7 \cdot \theta_p. \end{aligned} \qquad (11)$$

Pentru producția de fibre se obțin următoarele relații de calcul :

$$\begin{aligned} D_3 &= 2{,}73 \cdot \theta_p, \\ D_4 &= 33{,}0 \cdot \theta_p, \\ D_5 &= 5{,}5 \cdot \theta_p, \\ D_p &= 41{,}23 \cdot \theta_p. \end{aligned} \tag{12}$$

Valorile $\theta_p = f(\theta)$ se iau din figura 18. Daunele D_1 și D_2 se calculează ca la paragraful precedent.

Caracteristica finală a daunelor totale s-a obținut prin însumarea daunelor calculate pentru producția de fibre și pentru producția de fire (fig. 19).

5. DETERMINAREA DAUNELOR SPECIFICE

Pentru cerințele de proiectare și planificare a sistemului energetic și a consumatorilor de energie electrică este util să se calculeze o serie de indici specifici și relativi. Cei mai reprezentativi sînt costul kilowattorei nelivrate, costul minutului de întrerupere electrică și valoarea relativă a daunelor.

Costul kilowattorei nelivrate se determină cu relația

$$d = \frac{D}{\Delta E}, \text{ lei/kWh}, \tag{13}$$

în care ΔE — energia nelivrată, kWh.

Dificultăți mai mari se întîmpină numai la calculul energiei nelivrate, care se poate determina destul de comod numai dacă sarcina consumatorului se înregistrează continuu, ceea ce se întîmplă foarte rar.

De cele mai multe ori, energia nelivrată este influențată într-o mică măsură de consumurile care au loc în perioada pregătitoare, înainte de pornirea propriu-zisă a agregatelor tehnologice. În schimb, această mărime este influențată puternic de succesiunea pornirii diferitelor faze ale procesului tehnologic sau a instalațiilor auxiliare. La rîndul ei, succesiunea pornirii depinde de caracteristicile de timp ale fazelor și de legătura tehnologică dintre ele.

În cazul de față, energia nelivrată s-a determinat în modul următor : fazele procesului tehnologic au fost grupate în cîteva categorii, în așa fel încît fiecare categorie să cuprindă toate fazele cu caracteristici de timp aproape identice ; pentru fiecare categorie s-a adoptat o caracteristică reprezentativă, descrisă — pe porțiuni — prin ecuații liniare ; s-a admis că consumurile de pornire sînt neglijabile în raport cu energia nelivrată și s-a folosit următoarea relație :

$$\Delta E = \sum_i N_i f_i(\theta), \tag{14}$$

unde N_i — puterea absorbită de fazele tehnologice grupate în categoria i;
f_i — funcția care exprimă caracteristica de timp a categoriei i.
Costul kilowattorei nelivrate este reprezentat în figura 20.

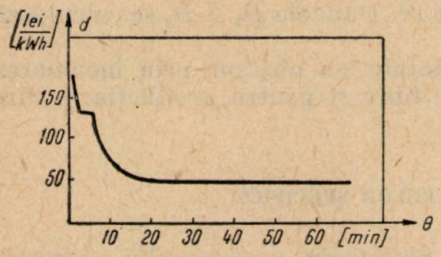


Fig. 20. — Costul kilowattorei nelivrate.

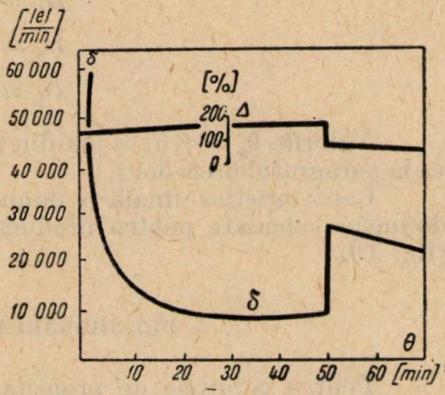


Fig. 21. — Indicii δ și Δ în funcție de durata întreruperii electrice.

Costul minutului de întrerupere electrică (fig. 21) se determină cu relația simplă

$$\delta = \frac{D}{\theta}. \tag{15}$$

Acest indice, a cărui valoare este proporțională cu dauna totală, este comod pentru serviciile de dispeceri ale sistemelor energetice, la eșalonarea operativă și corectă a sacrificărilor.

Valoarea relativă a daunelor (raportul dintre dauna totală și valoarea producției nerealizate) se calculează cu relația

$$\Delta = \frac{D}{\Delta P \cdot p_i} 100 = \frac{D}{h \cdot \theta_p} 100\%, \tag{16}$$

unde p_i — prețul de livrare al produselor realizate,

$h = \frac{P}{T} p_i$ — productivitatea medie a muncii în expresie valorică.

Acest indice se prezintă în figura 21 și poate fi util pentru nevoile de planificare și evidență în ramura din care face parte consumatorul studiat.

DAMAGES CAUSED BY POWER SUPPLY INTERRUPTIONS TO THE MANUFACTURE OF POLYAMIDIC SYNTHETIC FIBRES

ABSTRACT

The authors give an example of a method for computing the damages caused by power supply interruptions, applying it to the case of the production of synthetic fibres. A series of relations and diagrams are established

by which the economic effects of the interruptions are exhaustively described. A series of specific indices (cost of undelivered kWh, cost per minute of supply break and value of the relative damage) are determined, allowing a convenient generalization to be made of the results for the designing and exploitation requirements.

BIBLIOGRAFIE

1. C. GUȚU, M. PETCU, A. SOCI, *Determinarea daunelor provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică.* St. cerc. energ., *4* (1961).
2. * * * *Fibre sintetice.* Ed. tehnică, București, 1961.
3. Н. С. АФОНИН, *Надежность электроснабжения промышленных предприятий.* Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1958.
4. C. GUȚU, M. PETCU, A. SOCI, *Daune provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică la fabricarea mătăsii — viscoza.* St. cerc. energ., *1* (1962).

STUDIUL POSIBILITĂȚII DE REGLAJ RAPID AL UNUI REGULATOR REOSTATIC CU SECTOARE ROSTOGOLITOARE — FOLOSIREA MAȘINII ANALOGICE „MECAN" LA STUDIUL STABILITĂȚII REGLAJULUI MAȘINII SINCRONE

DE

F. MANEA, S. IONESCU și M. POMÎRLEANU

Regulatorul de tensiune tip reostatic, cu sectoare rostogolitoare, este unul din regulatoarele mult folosite pentru reglajul tensiunii mașinilor sincrone din sistemele energetice.

Ecuațiile de funcționare, utile pentru studiul și proiectarea elementelor sale [1] cît și pentru analiza comportării sale în condiții particulare [2], [4], au constituit obiectul unor preocupări rar întîlnite în literatura tehnică.

De aceea, am considerat necesară efectuarea unui scurt studiu pentru cunoașterea performanțelor, capacităților sale de reglaj și a comportării unei mașini sincrone în sistem prevăzută cu regulator reostatic.

După ce în primul capitol se prezintă rezultatele unui studiu experimental al domeniului de variație a parametrilor unui regulator de tip reostatic cu sectoare rostogolitoare, se arată apoi modul cum s-a analizat cu ajutorul mașinii analogice „MECAN" a Institutului de energetică comportarea la mici oscilații a unui grup generator prevăzut cu regulator de tensiune și viteză.

S-a studiat influența unor parametri de reglaj asupra stabilității micilor oscilații la funcționarea capacitivă precum și la funcționarea în sarcină a mașinii sincrone interconectată la sistem puternic.

SCHEME STRUCTURALE ȘI PARAMETRII REGULATORULUI REOSTATIC

Schema structurală simulatoare corespunzătoare ecuației operaționale a regimului tranzitoriu scrisă sub forma

$$\Delta u - p\,T_r \cdot \alpha - \gamma\left(1 - \frac{1}{T_s p + 1}\right)\alpha = \sigma \cdot \alpha,$$

este dedusă în anexa 1.

S-a notat prin

Δu variaţia relativă de tensiune $\Delta u = \frac{\Delta U}{U_n}$;

α, deviaţia unghiulară relativă (raportată la α_{max}) a sectoarelor rostogolitoare;

σ şi γ, statismele permanent, respectiv tranzitoriu ale regulatorului;

T_r, o constantă de timp *timpul de reglaj* a motorului bifazat ce creează cuplul activ.

T_s, constanta de timp a aservirii tranzitorii.

Dacă se scrie ecuaţia operaţională sub forma

$$\left[\Delta u - (\gamma + \sigma)\alpha + \gamma \cdot \frac{\alpha}{T_s p + 1}\right] \cdot \frac{1}{p T_r} = \alpha,$$

rezultă schema structurală analogică din figura 2.

Sub această formă se poate stabili uşor o analogie cu regulatorul de viteză cu aservire tranzitorie.

În literatura tehnică [2] se indică drept exemplificare următoarele valori ale constantelor regulatorului

$$T_r = 0{,}03 \text{ s}; \quad T_s = 0{,}5 \text{ s}; \quad \sigma = 0{,}12; \quad \gamma = 0{,}3.$$

Pentru a analiza performanţele regulatorului reostatic cu sectoare este însă necesară cunoaşterea întregului domeniu de variaţie a constantelor reglabile σ (statism permanent), γ (statism tranzitoriu) şi T_s (constanta de timp a aservirii tranzitorii).

S-au efectuat încercări de laborator asupra unui regulator de tensiune cu sectoare în diferite regimuri statice şi dinamice pentru determinarea domeniilor constantelor.

S-a urmărit în special domeniul de reglaj al statismului tranzitoriu γ care are o influenţă deosebită asupra desfăşurării iniţiale a regimului tranzitoriu (fig. 3).

Corespunzător diviziunilor de reperare a poziţiei şurubului de reglajul statismului tranzitoriu s_t = 0; 2; 4 s-au calculat valorile corespunzătoare ale parametrului γ: 0,05; 0,2; 0,8.

Se observă din figura 3 o sensibilitate mărită a regulatorului în momentele iniţiale ale regimului tranzitoriu pentru statism tranzitoriu mic $\gamma = 0{,}05$.

În acest caz regulatorul va acţiona rapid, contribuind la creşterea stabilităţii dinamice, prin reglarea excitaţiei în urma unui scurtcircuit.

Măsura în care reglajul excitaţiei este complet (pînă la valoarea plafon) ca funcţie de timp, statism (permanent şi tranzitoriu) şi perturbaţie (căderea de tensiune) este redată prin curbele din figura 4, trasate pe baza soluţiei regimului tranzitoriu în momentele iniţiale.

Caracteristicile din figura 4 permit aflarea timpului în care regulatorul de tensiune ajunge la plafon ($\alpha = 1$) pentru anumite valori ale parametrilor γ, σ şi T_r, funcţie de variaţia tensiunii Δu (de exemplu pentru o

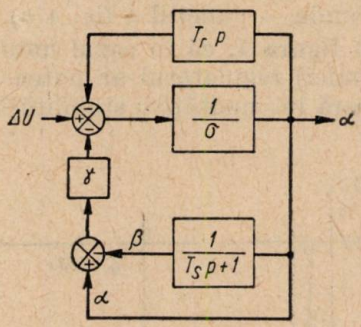


Fig. 1. — Schema structurală simulatorie a regulatorului reostatic cu sectoare.

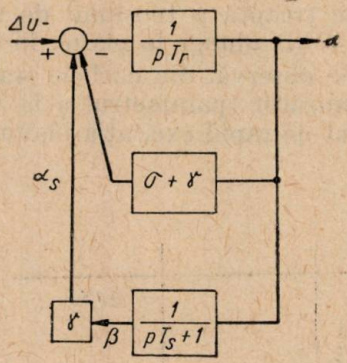


Fig. 2. — Schema structurală analogică a regulatorului reostatic cu sectoare.

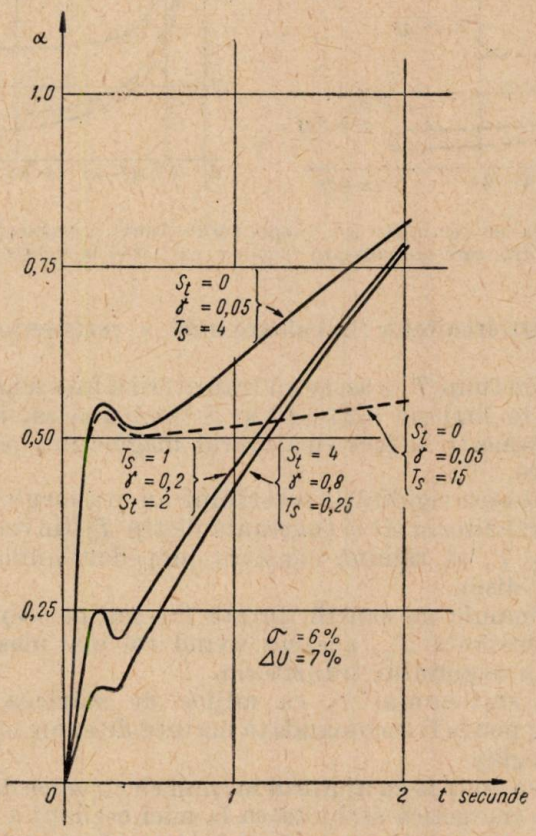


Fig. 3. — Deviația sectoarelor în timp la perturbație treaptă unitate (oscilograme).

variaţie treaptă a tensiunii de 20%, un regulator avînd $T_r = 0{,}015$ şi $\gamma + \sigma = 0{,}1$ ajunge la plafon în 0,1 secunde — punctul *a* fig. 4 *a*).

Se observă, din curbele trasate în figura 4, că în cazul unui reglaj corespunzător (parametrul γ la valori mici) regulatorul ar putea realiza suficient de rapid excitaţia plafon necesară îmbunătăţirii stabilităţii dina-

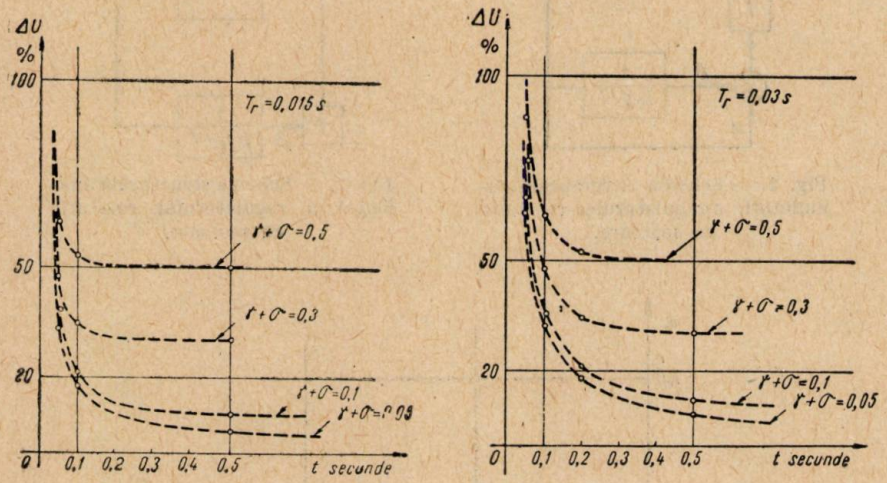


Fig. 4. — Căderea de tensiunea Δu, timpul t şi statismul permanent şi tranzitoriu $\gamma + \sigma$, pentru care se realizează reglarea excitaţiei la valoarea plafon.

mice în urma scurtcircuitelor (la valoare nulă a rezistenţei reostatului de reglaj manual).

Constanta de timp T_s a aservirii tranzitorii a fost schimbată în timpul experienţelor între limitele 0,25—15 s. Schimbarea sa, independentă de aceea a altor paramertri se face cu ajutorul magnetului permanent inductor de amortizare.

Prin schimbarea rigidităţii resortului amortizorului (s_t) se schimbă atît statismul tranzitoriu cît şi constanta de tip T_s (invers proporţional) încît produsul $\gamma \cdot T_s$ să rămînă constant (depedent numai de amortizare prin inducţie în disc).

Regimul dinamic de scurtă durată (zecimi de secundă) nu depinde practic de constanta T_s, aceasta avînd rol mai ales în stabilizarea fazei ulterioare a regimului tranzitoriu.

Micşorarea statismului γ, ca mijloc de mărirea promptitudinii regulatorului nu poate fi recomandată înainte de examinarea stabilităţii sistemului de reglaj.

De aceea, s-a studiat cu ajutorul maşinii electronice de calcul MECAN a Institutului de energetică stabilitatea la mici oscilaţii a unei maşini sincrone cu regulator reostatic conectată la un sistem puternic precum şi funcţionarea izolată în sarcină capacitivă.

INFLUENŢA REGULATORULUI DE TENSIUNE DE TIP REOSTATIC ASUPRA MICILOR OSCILAŢII ALE MAŞINILOR SINCRONE

S-a considerat iniţial cazul unei maşini sincrone, prevăzută cu sistem de reglaj cu regulator reostatic cu sectoare, care debitează printr-o linie electrică la un sistem puternic.

Ecuaţiile micilor oscilaţii ale sistemului sînt următoarele :

Ecuaţiile mişcării rotorului :

$$p \cdot \Delta\delta - \omega_0 \cdot \Delta\omega = 0,$$

$$p \cdot \Delta\omega + \frac{\Delta P_e}{T} = \frac{\Delta P_m}{T}.$$

Ecuaţiile regimului electric al generatorului (anexa 2) :

$$B_1 \cdot \Delta\delta + A_1 \cdot \Delta E'_d - \Delta P_e = 0,$$

$$\frac{B_2}{T'_{de}} \cdot \Delta\delta + \left(p + \frac{1}{T'_{de}}\right) \cdot \Delta E'_d - \frac{A_2}{T'_{dc}} \cdot \Delta E_{de} = 0,$$

$$B_3 \cdot \Delta\delta + A_3 \cdot \Delta E'_d - \Delta u = 0,$$

Ecuaţia tensiunii electromotoare a excitatoarei este

$$(T_e p + 1)\, \Delta E_{de} - k_\alpha \cdot \alpha = 0 \cdot$$

Ecuaţiile regulatorului :

$$-p\alpha - \frac{\Delta u}{T_r} - \frac{\gamma + \sigma}{T_r} \cdot \alpha + \frac{\alpha_s}{T_r} = 0,$$

$$p\alpha + \frac{\alpha_s}{T_s} - \frac{\gamma}{T_s} \cdot \alpha = 0 \cdot$$

Pentru studiul micilor oscilaţii cu ajutorul maşinii analogice (amortizare, stabilitate) s-au asociat acestor ecuaţii diferenţiale, ecuaţii integrale precum şi amplificatoarele operaţionale corespunzătoare (anexa 3) necesare alcătuirii schemei la maşina electronică de calcul analogic.

Pentru cazul maşinii sincrone ce funcţionează în sarcină conectată prin linie lungă la sistem puternic s-a constatat o influenţă favorabilă a micşorării valorii statismului tranzitoriu (γ) asupra amortizării oscilaţiilor de reglajul tensiunii (fig. 5 *a*, *b*). Valoarea de suprareglaj a tensiunii precum şi oscilaţiile de reglaj sînt mai mari în cazul statismului tranzitoriu mai mare.

Reamintim că prin micşorarea constantei γ creşte invers proporţional constanta de timp a aservirii tranzitorii T_s care are un rol esenţial tocmai în amortizarea oscilaţiilor lente de reglaj.

Asupra oscilaţiilor de sincronizare (frecvenţa mai mare) regulatorul de tensiune tip proporţional nu are o influenţă sensibilă.

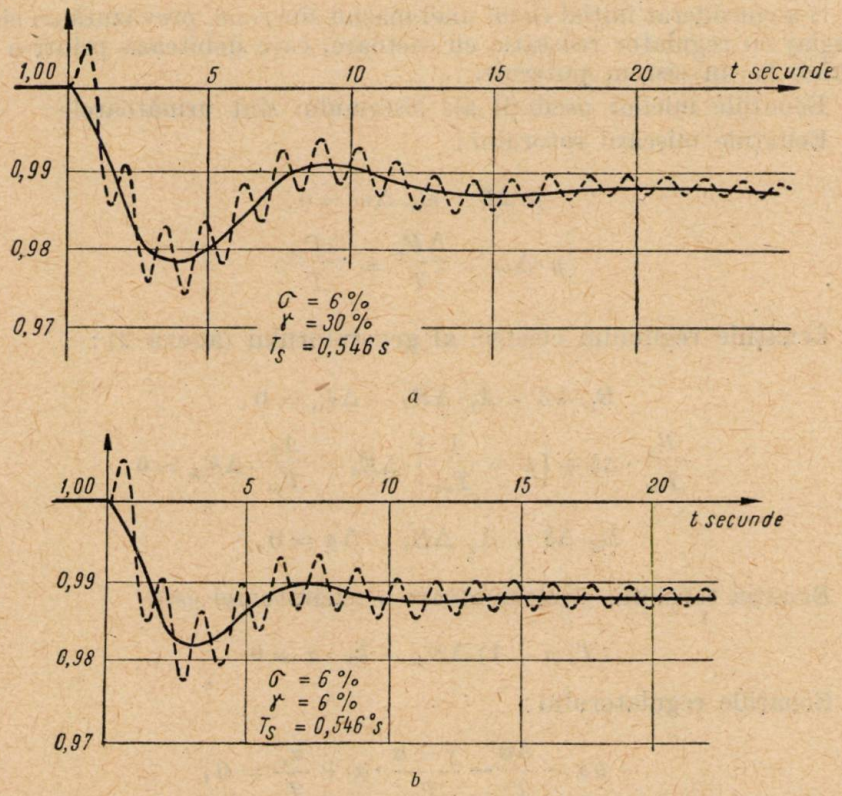


Fig. 5 *a—b*. — Influenţa statismului tranzitoriu asupra amortizării oscilaţiilor de reglaj (punctat: oscilaţii de sincronizare).

INFLUENŢA REGULATORULUI DE TENSIUNE ASUPRA FUNCŢIONĂRII CAPACITIVE A MAŞINII SINCRONE

În cazul funcţionării capacitive a maşinii sincrone, reactanţa capacitivă aleasă $x_e = 4{,}2$ (dublul reactanţei sincrone) substituie reactanţa liniei x_e în relaţiile de determinare a constantelor T'_{de}, A_3, A_2, iar constantele A_1, B_1, B_2, B_3, V_d, V_q, P_e, δ sînt nule, schema structurală simplificîndu-se.

S-a analizat stabilitatea reglajului pentru diverse valori ale statismului (permanent şi tranzitoriu).

Limita stabilităţii statice a reglajului (fig. 6, *a*, *b*,) a fost obţinută pentru valoarea $\sigma = 0{,}0825$ a statismului permanent aproximativ independent de valoarea statismului tranzitoriu ($\gamma = 0{,}3$ sau $\gamma = 0{,}06$).

Cazul în care regulatorul este prevăzut cu compundaj se reduce la cel fără compundaj prin schimbarea locului tensiunii reglate în schema

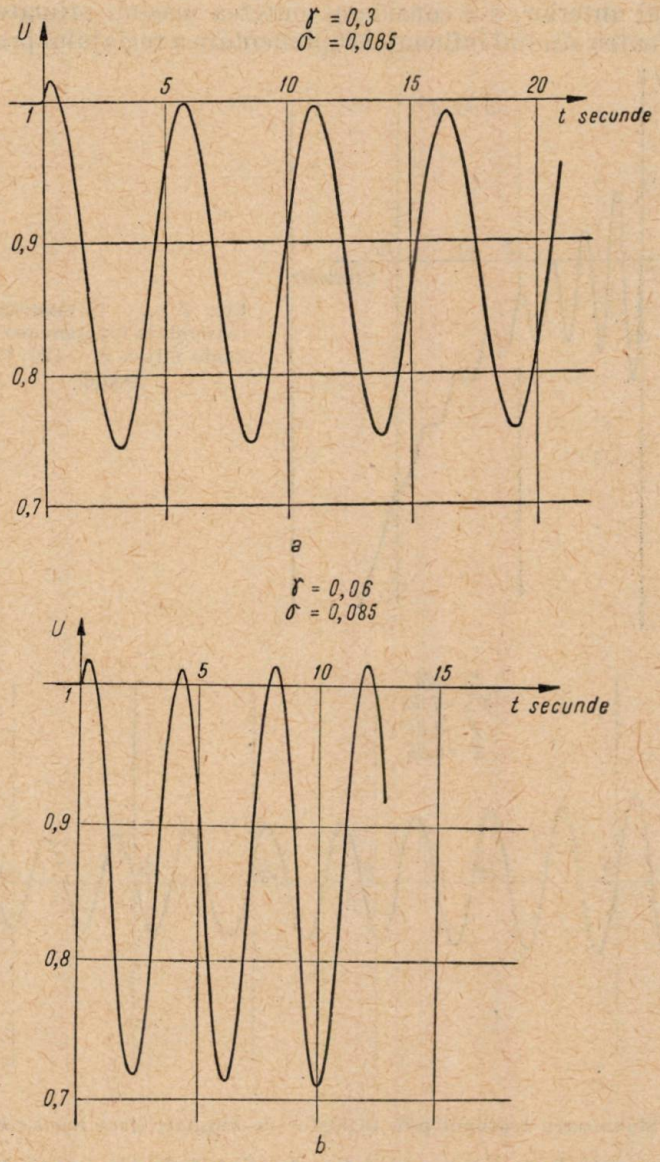


Fig. 6 *a*—*b*. — Oscilaţiile întreţinute ale tensiunii la borne pentru funcţionarea capacitivă cu reglaj, la limita stabilităţii statice.

electrică echivalentă ceea ce înseamnă schimbarea valorilor parametrilor schemei.

INFLUENŢA REGULATOARELOR DE TENSIUNE ŞI VITEZĂ ASUPRA OSCILAŢIILOR MAŞINII SINCRONE LA LIMITA STABILITĂŢII STATICE

În cazul anterior, s-a considerat puterea maşinii primare (motoare) constantă. Pentru studiul influenţei suplimentare a reglajului primar asupra

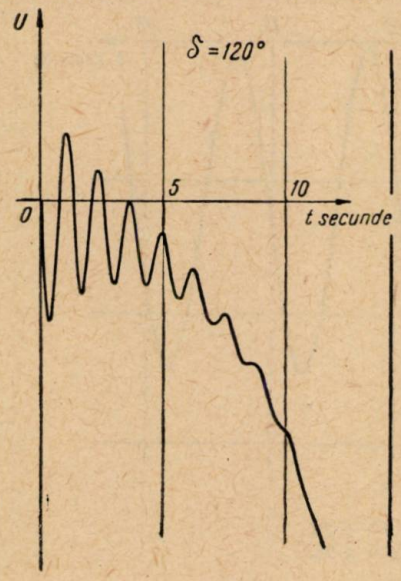


Fig. 7 *a*. — Instabilitatea tensiunii la funcţionarea cu unghi intern $\delta = 120°$ fără reglaj.

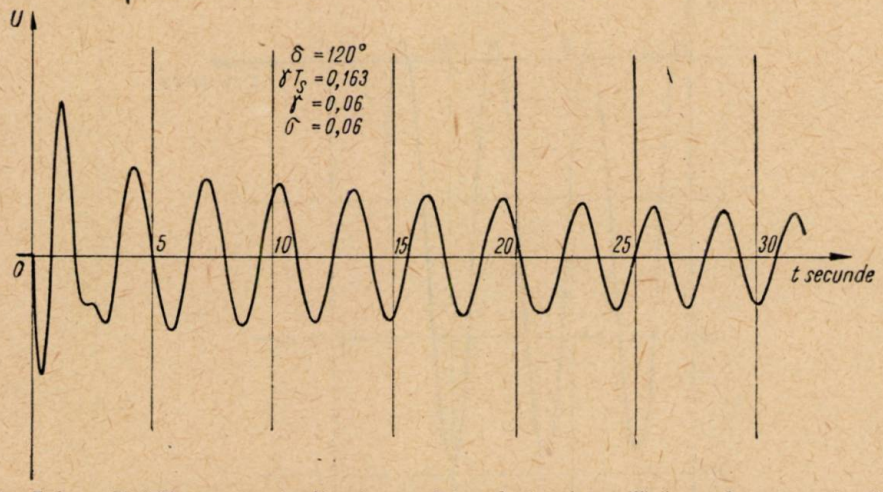


Fig. 7 *b*. — Stabilizarea tensiunii prin regulator de tensiune (fără regulator de viteză).

oscilaţiilor s-a admis apoi un regulator de viteză de tip tahoaccelerometric care impune puterii mecanice ΔP_m o ecuaţie diferenţială de forma

$$\Delta P_m (1 + p \cdot T_m) = -\frac{\omega}{\theta}(1 + m \cdot p) \cdot$$

S-a notat prin T_m constanta servomotorului (4 s), prin θ statismul regulatorului (5%) iar prin m dozajul accelerometric. Regulatoarele mecanice de viteză ale turbinelor termice nu au de obicei dozaj accelerometric

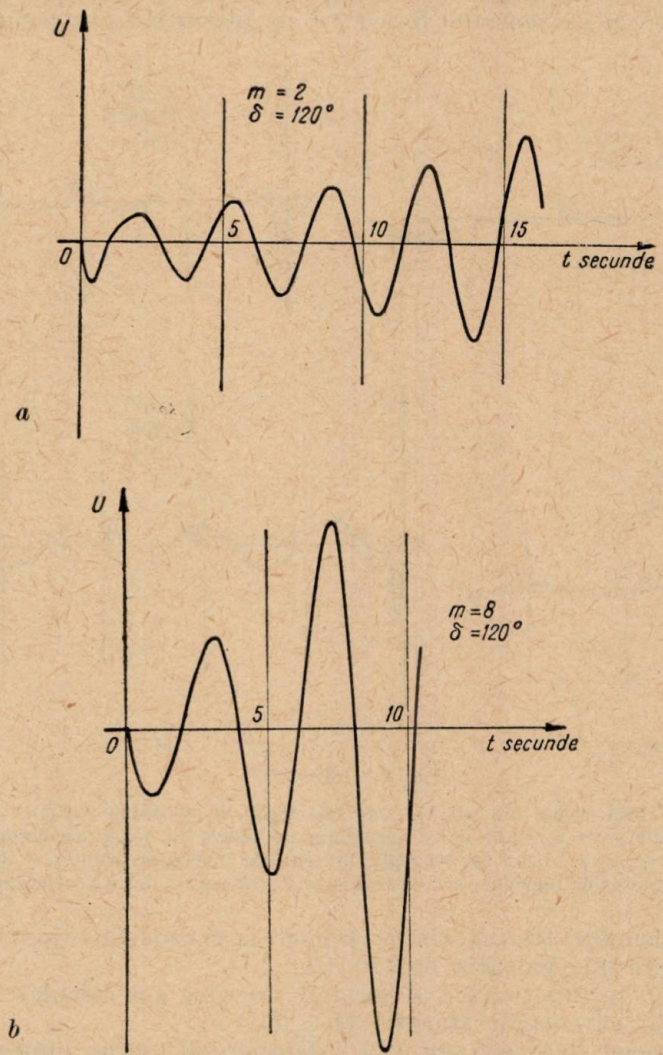


Fig. 8 *a*—*b*. — Influența dozajului accelerometric al regulatorului de viteză asupra oscilațiilor (depășirea limitei de stabilitate) $\delta = 120°$

($m = 0$). Regulatoarelor electrice însă li se poate adapta ușor un dozaj accelerometric.

Nu s-au luat în considerare zonele de insensibilitate ale regulatoarelor. Pentru regulatoare normale, acestea sînt însă mici (0 ,05—0,1% [3]).

Modelarea analogică a ecuației puterii mecanice s-a făcut asemănător cazurilor anterioare conectîndu-se în schemă noi amplificatoare operaționale.

S-a urmărit în special comportarea mașinii sincrone în zona limitei de stabilitate statică (unghi intern, față de barele sistemului mai mare de 90°). Regulatorul de tensiune fără zonă de insensibilitate reglat la valori

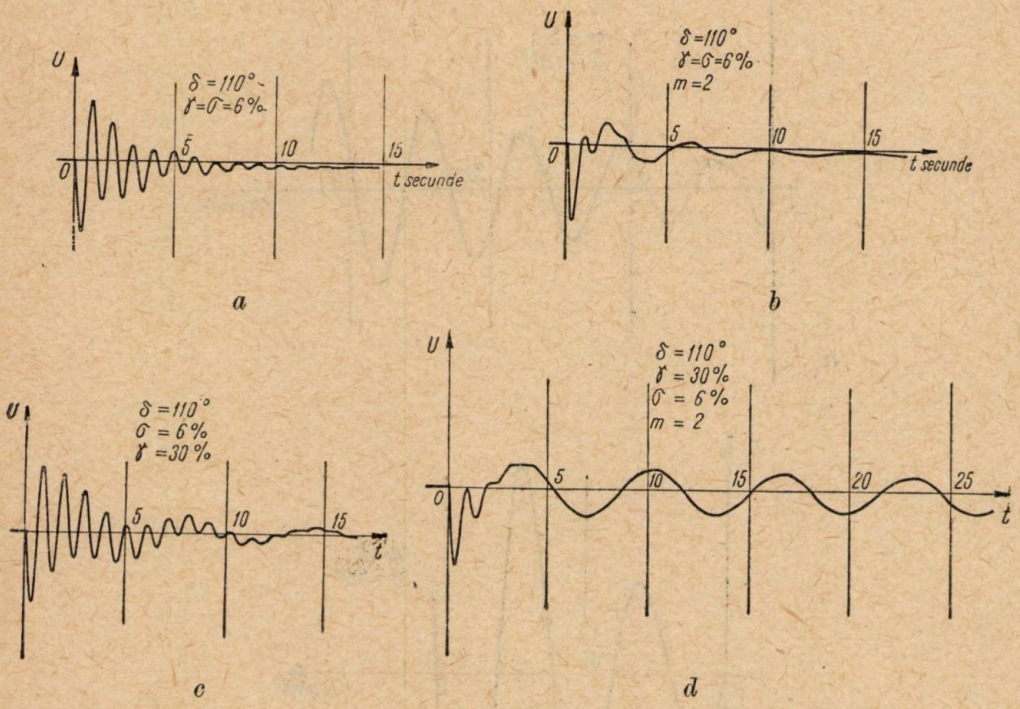


Fig. 9. — $\delta = 110°$

a. Generator fără reglaj de viteză, dar cu reglaj de tensiune rapid $\gamma = \sigma = 6\%$.
b. Cu același regulator de tensiune dar cu regulator de viteză cu dozaj accelerometric $m = 2$.
c. Generator fără reglaj de viteză dar cu reglaj de tensiune mai puțin rapid $\gamma = 30\%$; $\sigma = 6\%$.
d. Cu același regulator de tensiune, dar cu regulator de viteză cu dozaj accelerometric $m = 2$.

mici ale statismului tranzitoriu ($\gamma = 0{,}06$) a permis funcționarea stabilă cu unghi intern δ la valoarea de 120° (fig. 7 *b*).

Regimul de funcționare al mașinii sincrone s-a calculat în limitele admisibile ale curentului statoric ($I \leqq 1$).

Regulatorul de viteză are un rol defavorabil asupra limitei de stabilitate statică cu cît valoarea dozajului accelerometric este mai mare (fig. 8).

Dozajul accelerometric are însă o puternică influență de amortizare a oscilațiilor de sincronizare (fig. 9 *a*, *b*, *c*, *d*).

În apropierea limitei de stabilitate statică, dozajul accelerometric are însă o influență defavorabilă de amplificare a tendinței de oscilație a regulatorului de tensiune (cu reglaj lent $\gamma = 30\%$) după cum se observă în fig. 9 *c*, *d*.

Constanta de inerţie a grupului (timpul de lansare) nu a avut o influenţă sensibilă asupra limitei de stabilitate statică (deşi a fost schimbată în limite largi 1,5—30 s).

CONCLUZII

Prin urmare, pentru cazurile considerate, regulatorul reostatic cu sectoare poate fi reglat la valorile minime ale statismului tranzitoriu în vederea măririi promptitudinii de reglaj (utilă îmbunătăţirii stabilităţii dinamice) în urma variaţiilor mari de tensiune fără a exista pericolul oscilaţiilor şi al instabilităţii statice a reglajului.

Solicitările la uzură vor fi însă ceva mai mari în acest caz promptitudinea mărită necesitînd probabil o supraveghere mai atentă a stării regulatorului.

Maşina electronică de calcul analogic MECAN a Institutului de energetică permite analiza rapidă a problemelor de tipul celei studiate.

Schema grafică propusă pentru reprezentarea sistemului de ecuaţii integrale în vederea modelării cu ajutorul calculatorului analogic este indicată datorită comodităţii utilizării ei în programare.

ANEXA 1

Relatăm succint descrierea de principiu a funcţionării pentru deducerea funcţiei de transfer a regulatorului.

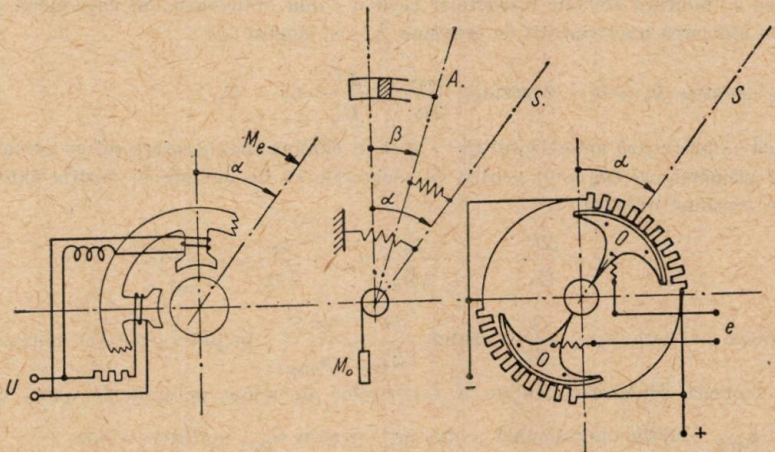


Fig. A.1. — Reprezentarea schematică a regulatorului reostatic cu sectoare rostogolitoare.

S — axa de deviaţie a sectoarelor. A — axa de deviaţie a amortizorului.

Un motoraş bifazat de inducţie cu rotorul în formă de pahar creează cuplul activ : $M_e = \frac{U^2}{\omega \cdot R} \cdot s = \frac{U^2}{\omega \cdot R}\left(1 - p\frac{\alpha}{\omega}\right)$.

S-a notat prin U valoarea efectivă a tensiunii, ω pulsaţia, R, rezistenţa echivalentă a rotorului, s alunecarea rotorului, α unghiul de mişcare a rotorului, faţă de un reper corespunzător stării de repaus. Dacă tensiunea de regim este U_n, o abatere ΔU creează un cuplu electric $M_e \cong \frac{U_n^2}{\omega R}\left(1 + 2 \cdot \frac{\Delta U}{U_n} - p\frac{\alpha}{\omega}\right)$.

Cuplul antagonist are o componentă constantă M_0, una proporţională cu deplasarea $k_d \cdot \alpha$ (resort) şi una proporţională cu viteza de deplasare a amortizorului $k_t\, p\beta$. Cuplul amortizorului se transmite printr-un resort şi deci are o valoare proporţională cu deplasarea relativă : $k_t p\,\beta = k_a\,(\alpha - \beta)$.

Componenta datorită inerţiei organului mobil $k_J p^2 \alpha$ precum şi frecarea se neglijează.

Prin urmare, ecuaţia de mişcare a organului mobil, ce antrenează sectoarele rostogolitoare de variaţie a rezistenţei din circuitul de excitaţie va fi următoarea :

$$\frac{U_n^2}{\omega R}\left(1 + 2 \cdot \frac{\Delta U}{U_n} - p\frac{\alpha}{\omega}\right) = M_0 + k_d \cdot \alpha + k_a\,(\alpha - \beta) \cdot$$

În regim staţionar nominal, $\frac{U_n^2}{\omega R} = M_0$ şi deci

$$\frac{\Delta U}{U_n} - p\frac{\alpha}{2\omega} = \frac{k_d}{2M_0}\,\alpha + \frac{k_a}{2M_0}\,(\alpha - \beta) \cdot$$

Este util să se introducă în ecuaţie mărimi caracteristice uşor de determinat pe cale experimentală.

Dacă se înlătură efectele resoartelor ce dau cuplu antagonist, întreaga cursă α_{max} este parcursă la aplicarea unei variaţii de tensiune ΔU în timpul t_m.

Deci pentru $k_d = k_t = 0$ rezultă $\frac{\alpha_{max}}{2\omega} = \frac{\Delta U}{U_n} \cdot t_m = T_r$.

Dacă se blochează amortizorul ($\beta = 0$) şi se elimină efectul resortului ce creează cuplul antagonist proporţional ($k_d = 0$) pentru ca sectoarele să fie deviate în poziţia extremă este necesară o tensiune relativă

$$\Delta u = \frac{\Delta U}{U_n} = \gamma = \frac{k_a}{2M_0} \cdot \alpha_{max}\,;\ \frac{k_a}{2M_0} = \frac{\gamma}{\alpha_{max}} \cdot$$

Fiindcă s-a notat $T_s = \frac{k_t}{k_a}$ rezultă $\frac{k_t}{2M_0} = \frac{\gamma \cdot T_s}{\alpha_{max}}$. În plus, dacă se notează prin σ tensiunea necesară deplasării maxime a sectoarelor în regim permanent, adică statismul $\sigma = \frac{kd}{2M_0} \cdot \alpha_{max}$ ecuaţia operaţională a mişcării, pentru α_{max} unitate, devine

$$\Delta u - p T_r\,\alpha - \gamma\left(1 - \frac{1}{T_s p + 1}\right)\alpha = \sigma \cdot \alpha\,,$$

sau scoțînd în evidență raportul $\frac{\alpha}{\Delta u}$ (funcția de transfer) avem

$$\frac{\alpha}{\Delta u} = \frac{T_s p + 1}{T_r \cdot T_s p^2 + [T_r + T_s(\gamma + \sigma)] p + \sigma}.$$

De asemenea, din ecuația $T_s p\beta = \alpha - \beta$ rezultă

$$\frac{\beta}{\Delta u} = \frac{1}{T_r \cdot T_s p^2 + [T_r + T_s(\gamma + \sigma)] p + \sigma}.$$

Pentru determinarea pe cale experimentală a domeniilor de variație a parametrilor s-au efectuat încercări pentru condiții particulare de funcționare. În aceste condiții, ecuațiile de mișcare a echipajului mobil iau forme mai simple care permit determinarea comodă a diverșilor parametri.

Astfel dacă se blochează amortizorul (axa A din fig. A.1. este fixă $\beta = 0$) ecuația mișcării sectoarelor devine

$$\Delta u - T_r \cdot p\alpha = (\gamma + \sigma) \cdot \alpha.$$

Sau, explicitînd unghiul de deviație se obține ecuația

$$\alpha = \frac{\Delta u}{(\gamma + \sigma)\left[\frac{T_r}{\gamma + \sigma} p + 1\right]}.$$

Dacă se înlătură complet efectul amortizorului $T_s = 0$, rezultă următoarea expresie:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{\sigma\left(\frac{T_r}{\sigma} p + 1\right)}.$$

Rigidizarea aservirii tranzitorii (legătură rigidă între axele S și A : $\alpha = \beta$) conduce la ecuația

$$\Delta u - p\, T_r\, \alpha = \sigma \cdot \alpha + \gamma \cdot T_s p\alpha.$$

Rezultă pentru unghiul de deviație a sectoarelor expresia

$$\alpha = \frac{\Delta u}{p\,(T_r + \gamma \cdot T_s) + \sigma}.$$

Pe baza oscilogramelor înregistrate în condițiile particulare menționate s-au obținut următoarele valori ale constantelor:

$$T_r = 0{,}01 \div 0{,}03 \text{ s},$$

$$T_s = 0{,}25 \div 15 \text{ s},$$

$$\gamma = 0{,}05 \div 0{,}8.$$

Valorile mult dispersate pentru constanta T_r se datorează în mare parte frecării sistemului mecanic.

Pentru perturbații Δu de ordinul statismului (6 %) se remarcă un timp mort de demaraj de ordinul 0,03 s.

La perturbații mai mari acest timp, evident, scade.

ANEXA 2

În cazul unei maşini sincrone conectată printr-o linie de reactanţă x_e, la un sistem puternic (tensiune V) dacă se adoptă un sistem de coordonate corespunzător diagramei vectoriale din figură, expresia puterii electrice debitată are forma

$$P_e = V_q \cdot I_d + V_d \cdot I_q$$

$$P_e = V_q \cdot \frac{E'_d - V_d}{x'_{de}} + \frac{V_d \cdot V_q}{x_{qe}} = \frac{E'_d \cdot V_q}{x'_{de}} + V_d \cdot V_q \left(\frac{1}{x_{qe}} - \frac{1}{x'_{de}} \right).$$

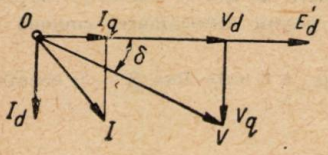


Fig. A.2. — Diagrama vectorială a tensiunilor şi curenţilor.

Pentru mici variaţii avem:

$$\Delta P_e = \frac{\Delta E'_d}{x'_{de}} \cdot V_q + \frac{\Delta V_q}{x'_{de}} \cdot E'_d +$$

$$\left(\frac{1}{x_{qe}} - \frac{1}{x'_{de}} \right) \cdot [V_d \cdot \Delta V_q + V_q \cdot \Delta V_d] \cdot$$

Deoarece

$$\Delta V_d = -V \cdot \sin \delta \cdot \Delta\delta = -V_q \cdot \Delta\delta,$$
$$\Delta V_q = V \cdot \cos \delta \cdot \Delta\delta = V_d \cdot \Delta\delta,$$

rezultă,

$$\Delta P_e = \frac{V_q}{x'_{de}} \cdot \Delta E'_d + \left[\frac{E'_d \cdot V_d}{x'_{de}} + \left(\frac{1}{x_{qe}} - \frac{1}{x'_{de}} \right) \cdot V^2 \cos 2\delta \right] \cdot \Delta\delta.$$

Folosind notaţii evidente, ecuaţia se pune sub forma

$$A_1 \cdot \Delta E'_d + B_1 \cdot \Delta\delta - \Delta P_e = 0.$$

Ecuaţia fenomenelor tranzitorii din circuitul de excitaţie al maşinii, pentru mici variaţii, se poate de asemenea scrie sub forma

$$(1 + p \cdot T'_{de}) \cdot \Delta E'_d = \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \Delta E_{de} + \left(1 - \frac{x'_{de}}{x_{de}} \right) \cdot \Delta V_d =$$

$$= \frac{x'_{de}}{x_{de}} \cdot \Delta E_{de} - \left(1 - \frac{x'_{de}}{x_{de}} \right) \cdot V_q \cdot \Delta\delta = A_2 \cdot \Delta E_{de} - B_2 \cdot \Delta\delta.$$

Componentele tensiunii la borne au expresiile

$$U_d = \frac{E'_d - V_d}{x'_{de}} \cdot x_e + V_d = E'_d \cdot \frac{x_e}{x'_{de}} + V_d \left(1 - \frac{x_e}{x'_{de}} \right),$$

$$U_q = V_q \left(1 - \frac{x_e}{x_{qe}} \right).$$

Regulatorul este însă influenţat de valoarea tensiunii la borne

$$U = \sqrt{U_d^2 + U_q^2}.$$

Pentru mici variaţii avem: $\Delta u = \frac{U_d}{U} \cdot \Delta U_d + \frac{U_q}{U} \Delta U_q.$

Ținînd seama de relațiile anterioare rezultă:

$$\Delta u = \frac{U_d}{U} \cdot \frac{x_e}{x'_{de}} \cdot \Delta E'_d + \left[\frac{U_q \cdot V_d}{U} \left(1 - \frac{x_e}{x_{qe}}\right) - \frac{U_d \cdot V_q}{U} \left(1 - \frac{x_e}{x'_{de}}\right)\right] \cdot \Delta\delta,$$

$$\Delta u = A_3 \cdot \Delta E'_d + B_3 \cdot \Delta\delta \cdot$$

ANEXA 3

Sistemul de ecuații diferențiale ale micilor oscilații pentru mașina sincronă conectată la sistem și prevăzută cu regulator de tensiune se poate scrie sub forma ecuațiilor integrale de mai jos:

1. $$\Delta\delta - \frac{\omega_0}{p} \cdot \Delta\omega = 0,$$

2. $$\Delta\omega + \frac{\Delta P_e}{pT} = 0,$$

3. $$B_1 \cdot \Delta\delta - \Delta P_e + A_1 \cdot \Delta E'_d = 0,$$

4. $$\frac{B_2}{pT'_{de}} \cdot \Delta\delta + \left(1 + \frac{1}{pT'_{de}}\right) \Delta E'_d - \frac{A_2}{pT'_{de}} \cdot \Delta E_{de} = 0,$$

5. $$B_3 \cdot \Delta\delta + A_3 \cdot \Delta E'_d - \Delta u = 0,$$

6. $$-\left(1 + \frac{1}{pT_e}\right) \cdot \Delta E'_d + \frac{k_e}{pT_e} \cdot \alpha = 0,$$

7. $$\frac{\Delta u}{pT_r} + \left(1 + \frac{\gamma + \sigma}{pT_r}\right)\alpha - \frac{\alpha_s}{pT_r} = 0,$$

8. $$-\frac{\gamma}{pT_s} \cdot \alpha + \left(1 + \frac{1}{pT_s}\right)\alpha_s = 0.$$

Sistemul anterior de ecuații poate fi reprezentat într-o schemă grafică sugestivă ca cea din figura A. 3.

Simbolurile înscrise în cercuri corespund mărimilor atașate nodurilor rețelei iar cele scrise alături de laturi corespund „impedanțelor" rețelei. Fiecare ecuație a sistemlui corespunde simbolului înscris în nod (ca mărime care iese din nod) la care se adaugă simbolurile nodurilor adiacente multiplicate prin *impedanțele* laturilor ce converg în nodul respectiv.

Această schemă grafică sugerează schema de conexiune a amplificatoarelor operaționale.

S-au folosit două tipuri de amplificatoare operaționale: integratori și sumatori.

Ecuațiile tensiunilor (de intrare și ieșire fig. A.4) ca integrator se vor scrie sub forma

$$\bar{x}_e + \sum_j \frac{\bar{x}_{ij}}{\bar{p}\, C_i\, R_{ij}} = 0,$$

iar ca sumator sub forma

$$\bar{x}_e + \sum_j \frac{\bar{x}_{ij} \cdot R_i}{R_{ij}} = 0.$$

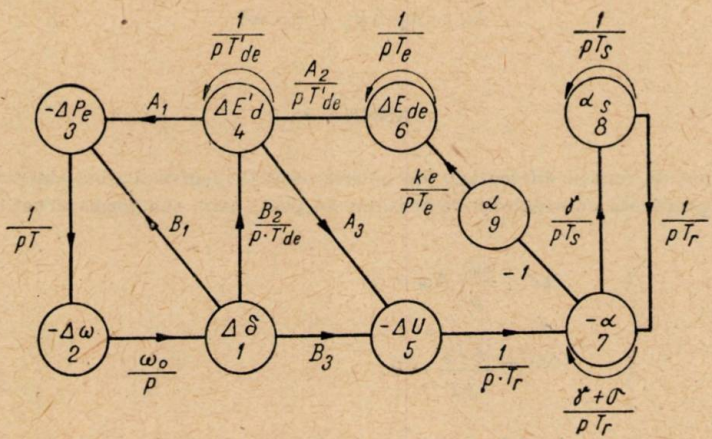


Fig. A.3. — Schema grafică a ecuaţiilor integrale.

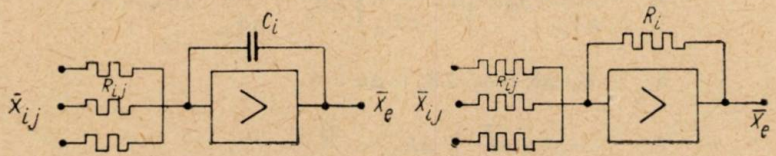


Fig. A.4. — Reprezentarea schematică a amplificatoarelor operaţionale.

Fiecărei ecuaţii din sistemul de ecuaţii anterioare i se asociază o ecuaţie între mărimile de intrare şi eşire ale amplificatorului operaţional corespunzător

1. $$\overline{\Delta\delta} - \frac{\overline{\Delta\omega}}{pC_1 R_{11}} = 0,$$

2. $$\overline{\Delta\omega} + \frac{\overline{\Delta P_e}}{pC_2 R_{21}} = 0,$$

3. $$\frac{R_3}{R_{31}} \cdot \overline{\Delta\delta} - \overline{\Delta P_e} + \frac{R_3}{R_{32}} \cdot \overline{\Delta E'_d} = 0,$$

4. $$\frac{\overline{\Delta\delta}}{pC_4 \cdot R_{41}} + \left(1 + \frac{1}{pC_4 \cdot R_{42}}\right) \overline{\Delta E'_d} - \frac{1}{pC_4 \cdot R_{43}} \cdot \overline{\Delta E_{de}} = 0,$$

5. $$\frac{R_5}{R_{51}} \cdot \overline{\Delta\delta} + \frac{R_5}{R_{52}} \cdot \overline{\Delta E'_d} - \overline{\Delta u} = 0,$$

$$6.\quad -\left(1+\frac{1}{\bar{p}\,C_6\cdot R_{61}}\right)\cdot\overline{\Delta E}_{de}+\frac{1}{\bar{p}\,C_6\cdot R_{62}}\cdot\bar{\alpha}=0,$$

$$7.\quad \frac{1}{\bar{p}\,C_7\cdot R_{71}}\cdot\overline{\Delta u}+\left(1+\frac{1}{\bar{p}\,C_7\cdot R_{72}}\right)\cdot\bar{\alpha}=\frac{1}{\bar{p}\,C_7\cdot R_{73}}\cdot\bar{\alpha}_s=0,$$

$$8.\quad -\frac{1}{\bar{p}\,C_8\,R_{81}}\cdot\bar{\alpha}+\left(1+\frac{1}{\bar{p}\,C_8\cdot R_{82}}\right)\cdot\bar{\alpha}_s=0.$$

În mod analog o reprezentare schematică a sistemului anterior de ecuaţii poate fi dată de figura A.5.

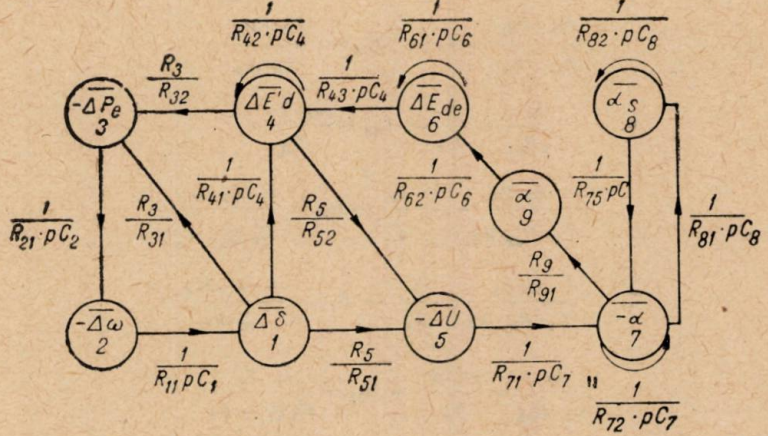


Fig. A.5. — Schema modelului analogic al ecuaţiilor integrale.

Dacă notăm prin k scara mărimilor reale raportată la mărimile modelului (exemplu $k_\delta=\frac{\Delta\delta}{\overline{\Delta\delta}}$; $k_t=\frac{t}{\bar{t}}=\frac{\bar{p}}{p}$), din identificarea ecuaţiilor pentru original şi model, rezultă valorile rezistenţelor necesare.

$$1.\quad \frac{k_\omega\cdot k_t}{C_1\cdot R_{11}\cdot k_\delta}=\omega_0\rightarrow R_{11}=\frac{k_\omega\cdot k_t}{\omega_0\cdot C_1\,k_\delta},$$

$$2.\quad \frac{k_{Pe}\cdot k_t}{C_2\cdot R_{21}\cdot k_\omega}=\frac{1}{T}\rightarrow R_{21}=\frac{k_{Pe}\cdot k_t\,T}{k_\omega\cdot C_2},$$

$$3.\quad \frac{R_3\cdot k_\delta}{R_{31}\cdot k_{Pe}}=B_1\rightarrow R_{31}=\frac{R_3\cdot k_\delta}{k_{Pe}\cdot B_1},$$

$$\frac{R_3\cdot k_{E'd}}{R_{32}\cdot k_{Pe}}=A_1\rightarrow R_{32}=\frac{R_3\cdot k_{E'd}}{k_{Pe}\cdot A_1},$$

$$4.\quad \frac{k_\delta\cdot k_t}{C_4\cdot R_{41}\cdot k_{E'de}}=\frac{B_2}{T'_{de}}\rightarrow R_{41}=\frac{k_9\cdot k_t\cdot T'_{de}}{B_2\cdot C_4\cdot k_{E'd}},$$

$$\frac{k_t}{C_4 \cdot R_{42}} = \frac{1}{T'_{de}} \rightarrow R_{42} = \frac{k_t \cdot T'_{de}}{C_4},$$

$$\frac{k_t \cdot k_{E_{de}}}{C_4 \cdot R_{43} \cdot k_{E'_d}} = \frac{A_2}{T'_{de}} \rightarrow R_{43} = \frac{k_t \cdot T'_{de} \cdot k_{Ede}}{C_4 \cdot k_{E'_d} \, A_2},$$

5. $$\frac{R_5}{R_{51}} \cdot \frac{k_\delta}{k_u} = B_3 \rightarrow R_{51} = \frac{R_5 \cdot k_\delta}{k_u \cdot B_3},$$

$$\frac{R_5}{R_{52}} \cdot \frac{k_{E'_d}}{k_u} = A_3 \rightarrow R_{52} = \frac{R_5 \cdot k_{E'_d}}{k_u \cdot A_3},$$

6. $$\frac{k_t}{C_6 R_{61}} = \frac{1}{T_e} \rightarrow R_{61} = \frac{k_t \cdot T_e}{C_6},$$

$$\frac{k_t \cdot k_\alpha}{C_6 \cdot R_{62} \cdot k_{E_{de}}} = \frac{k_e}{T_e} \rightarrow R_{62} = \frac{k_t \cdot T_e \cdot k_\alpha}{C'_6 k_{Ede} \cdot k_e},$$

7. $$\frac{k_t \cdot k_u}{C_7 \cdot R_{71} \cdot k_\alpha} = \frac{1}{T_r} \rightarrow R_{71} = \frac{k_t \cdot T_r \cdot K_u}{C_7 \cdot k_\alpha},$$

$$\frac{k_t}{C_7 \cdot R_{72}} = \frac{\gamma + \sigma}{T_r} \rightarrow R_{72} = \frac{k_t \cdot T_r}{C_7 (\gamma + \sigma)},$$

8. $$\frac{k_t \cdot k_{\alpha s}}{k_\alpha \cdot C_7 \cdot R_{73}} = \frac{1}{T_r} \rightarrow R_{73} = \frac{T_r \cdot k_t \cdot k_{\alpha s}}{k_\alpha \cdot C_7},$$

$$\frac{k_t \cdot k_\alpha}{k_{\alpha s} \cdot C_8 \; R_{81}} = \frac{\gamma}{T_s} \rightarrow P_{81} = \frac{k_t \cdot k_\alpha \cdot T_c}{k_{\alpha s} \cdot C_8 \cdot \gamma},$$

$$\frac{k_t}{C_8 \cdot R_{82}} = \frac{1}{T_s} \rightarrow R_{82} = \frac{k_t}{C_8} \cdot T_s.$$

Alegînd pentru constantele k valorile

$$k_t = 2 \; ; \; k_u = 10 \; ; \; k_\omega = 20 \; \pi \; ; \; k_{Ede} = 0{,}1$$

$$k_\delta = k_{E'_d} = k_{Pe} = k_\alpha = k_{\alpha s} = 1,$$

şi considerînd pentru generator regimul de sarcină determinat de valorile

$$I = 0{,}6 \; ; \; U = 1{,}016 \; ; \; E_d = 1{,}75 \; ; \; E'_d = 0{,}915 \; ; \; \delta = 55°{,}22$$

$$k_e = 5 \; ; x'_d = 0{,}4 \; ; \; x_d = x_q = 2{,}1 \; ; \; x_e = 03 \; ; \; T_r = 0{,}03 \; s \; ; \; T_s = 0{,}516 \; s \; ; \; T'_{de} = 2{,}92 \; s \; ; \; T_e =$$

$$= 0{,}5 \; s,$$

se calculează următoarele valori ale constantelor auxiliare

$$A_1 = 1{,}175\,;\ A_2 = 0292\,;\ A_3 = 0{,}303\,;\ B_1 = 1{,}099\,;\ B_2 = 0{,}582\,;\ B_3 = 0{,}021.$$

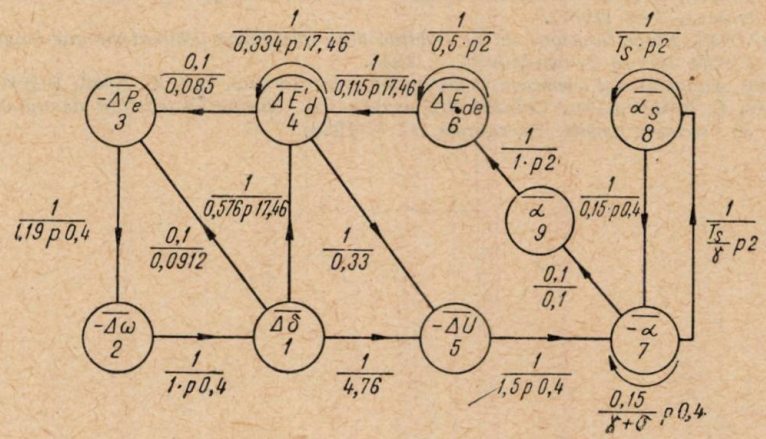


Fig. A.6. — Schema modelului analogic pentru funcţionarea în sarcină a generatorului.

Valorile rezistenţelor în $M\Omega$ şi ale capacităţilor în μF. necesare alcătuirii modelului analogic apar în schema structurală din figura A.6.

ÉTUDE DE LA POSSIBILITÉ DE RÉGLAGE RAPIDE D'UN RÉGULATEUR RHÉOSTATIQUE À SECTEURS MOBILES. UTILISATION DE LA CALCULATRICE ANALOGIQUE «MECAN» POUR L'ÉTUDE DE LA STABILITÉ DU RÉGLAGE DE LA MACHINE SYNCHRONE

RÉSUMÉ

Les auteurs ont étudié le domaine de variation des paramètres réglables d'un régulateur rhéostatique à secteurs mobiles.

Au moyen de la calculatrice analogique linéaire MECAN, construite par l'Institut d'Energétique de l'Académie de la R.P.R., ils ont étudié l'influence des paramètres réglables du régulateur rhéostatique à secteurs mobiles, ainsi que l'influence du dosage accélérométrique du régulateur de la machine primaire sur la stabilité et les oscillations d'un groupe générateur synchrone connecté au système énergétique.

BIBLIOGRAFIE

1. C. PENESCU, *Regimul dinamic al sistemelor de reglare automată a excitaţiei generatoarelor sincrone folosind regulatoare reostatice cu sectoare rostogolitoare.* Automatica şi electronica, *1—3* (1957).
2. P. WALDDVOGEL, *Etude théorique de la stabilité d'un alternateur débitant sur une longue ligne à vide.* Revue Brown-Boveri, *8*, 1945.
3. C. PENESCU, *Automatica şi telemecanica sistemelor energetice* (vol. I). Edit. Acad. R.P.R., 1959.
4. D. MARTAC, C. MIHĂILEANU, *Consideraţii asupra regulatorilor de tensiune de tip reostatic, cu sectoare mobile.* Energetica, *8—9* (1953).

CERCETĂRI PRIVIND STABILIREA NIVELULUI DE IZOLAȚIE A BARELOR DIN STAȚIILE ȘI POSTURILE DE TRANSFORMARE DE TIP INTERIOR

DE

I. ADĂMUȚ și G. DRĂGAN

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Studiul nivelelor de izolație a echipamentului electrotehnic din stațiile de transformare de tip expus [1] și mai puțin expus [2] constituie o preocupare permanentă a inginerilor de construcție sau de exploatare a utilajului electrotehnic [3]. Această problemă a cărei cercetare sistematică a început în jurul anului 1930 [4] figurează în mod regulat pe ordinea de zi a sesiunilor CIGRE și CEI [5].

În țara noastră, nu s-au efectuat studii sistematice în domeniul nivelelor de izolație; s-au studiat în principal probleme legate de nivelul de izolație al transformatoarelor și mai puțin de acel al izolatoarelor. În cadrul acestor preocupări s-au calculat și s-au construit cîteva generatoare de impulsie [6], [7] s-au adîncit cercetările privind instalațiile de încercare pentru transformatoare [8], [9] și s-au încercat transformatoare de 110 kV [10], [11]. De asemenea, s-a stabilit imaginea cîmpului electric la patru tipuri de izolatoare pentru stații de interior [12].

S-a abordat și problema conexă nivelelor de izolație: nivelele de protecție — ambele condiționate de solicitările echipamentului electric din stații [13] — prin cercetările efectuate la descărcătoarele electrice [14].

Această acțiune de studiere și cercetare a izolației utilajului a avut ca rezultat elaborarea și introducerea în vigoare a unui standard privind *Coordonarea izolației — Nivele de izolație și de protecție* [2].

În cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R., s-au cercetat unele aspecte necesare stabilirii nivelelor de izolație și anume: caracteristicile electrice ale izolatoarelor pentru liniile de medie tensiune [15], pentru lanțuri de izolatoare IC 4 [16], precum și aspecte metodologice privind încercările la impulsie [17].

Continuînd aceste cercetări, în 1961 s-au studiat caracteristicile electrice ale izolatoarelor pentru stații de interior, încercîndu-se un număr

de 55 izolatoare de 1—35 kV. Totodată, s-au urmărit și unele aspecte metodologice privind numărul de impulsuri aplicate, precum și comportarea descărcării la distanțe mici între sferele eclatorului, în cazul determinării tensiunilor de conturnare la impulsie pentru izolatoarele de 1 kV.

Pe baza rezultatelor obținute s-au calculat statistic diversele rapoarte între tensiunile de conturnare și cele de ținere analizîndu-se încadrarea lor în datele cunoscute din literatură și completîndu-le.

2. EXPERIENȚE EFECTUATE

S-au efectuat la un număr de 55 izolatoare (tabela 1) următoarele încercări :

a) Încercarea la frecvență industrială la tensiunea de conturnare și la tensiunea de ținere reală.

b) Încercarea la impulsie de ambele polarități, la tensiunea de conturare 50% și la tensiunea de ținere reală.

c) Ridicarea caracteristicii tensiune-timp pentru un izolator SB 35.

La încercările de la punctele *a*), *b*), s-au experimentat mai mult de 4 izolatoare [19] cu excepția izolatoarelor de 35 kV, SC 10 și SA 6 la care au fost cîte 1—3 izolatoare (tabela 1).

Încercările s-au efectuat în următoarele laboratoare :

a) Laboratorul de tensiuni înalte al Institutului de energetică al Academiei R.P.R.

b) Laboratorul de încercări al Uzinelor Electroputere — Craiova.

c) Laboratorul de înaltă tensiune al Institutului politehnic București.

Încercările s-au efectuat în general în conformitate cu metodologia recomandată de CEI [18]. S-au luat în considerare, de asemenea, și alte norme [19], [20], [21].

Dispozitivele de fixare, pregătire și montare a izolatoarelor pe platforma de încercări, distanțele izolatorului față de corpurile străine au respectat indicațiile din normele naționale [19] și cele străine [20].

Măsurarea condițiilor atmosferice și calculul factorilor de corecție derivați din acestea, s-au efectuat ținînd seama de normele GOST [21], CEI [18] și britanice [20].

2.1. ÎNCERCAREA LA FRECVENȚĂ INDUSTRIALĂ

Pentru determinarea tensiunii de conturnare la frecvență industrială, s-au efectuat zece încercări pentru fiecare izolator. S-a aplicat inițial 70—75% din tensiunea finală, ridicîndu-se apoi într-un timp egal sau mai mare de 5 s pînă la tensiunea de conturnare. Intervalul de timp între două încercări — sfîrșitul primei și începutul celei de-a doua — a fost minimum de 10 s pentru a se elimina influența ionizării spațiului din jurul izolatorului încercat.

Determinarea tensiunii de ținere s-a efectuat prin încercări succesive. Pentru aceasta, s-a pornit de la tensiunea de conturnare și s-a scăzut tensiunea în trepte cu cîte 0,5—1 volți pe partea de joasă tensiune; au fost necesare în general 3—4 încercări de acest fel pentru a se ajunge la tensiunea de ținere de un minut. În afara acestor încercări preliminare, s-au efectuat patru încercări la tensiunea de ținere. Aplicarea tensiunii se făcea la 40—50% din valoarea tensiunii de ținere.

2.2. ÎNCERCĂRI LA IMPULSIE

Pentru încercările la impulsie s-a folosit unda de 1/50 [2], [3], [22] adoptată pînă în prezent și de normele noastre. În GOST [21] și în normele americane [4] este prevăzută unda de 1,5/40, iar în normele CEI [10] și în proiectul de STAS [23] se prevede unda de 1,2/50; diferențele ce se obțin în determinarea tensiunilor de conturnare sau de ținere pentru tipurile de undă menționate sînt minime. Măsurarea tensiunilor s-a efectuat cu eclatorul cu sfere utilizîndu-se aproape integral procedeul de 4—6 descărcări disruptive dintr-o serie de 10 impulsuri succesive; la 1 kV s-a folosit și metoda interpolării între două valori obținute din 2 respectiv 4 descărcări din 6 impulsuri [24]. Intervalul de timp între două impulsuri a fost mai mare de 5 s [24].

Distanțele disruptive realizate între sferele eclatoarelor : 10—62 mm la instalația de la IE și 40—176,5 mm la Electroputere, s-au încadrat în prescripții, fiind cuprinse între 0,05 D — 0,5 D [24]. De asemenea, distanța sferelor față de corpuri străine a fost respectată [24].

La efectuarea măsurătorilor, pentru amorsarea descărcărilor se scădea inițial distanța între sfere cu 2—4 mm mai mult decît distanța corespunzătoare tensiunii reale, apoi se creștea în trepte această distanță pînă la obținerea a 4—6 descărcări din 10 impulsuri. Izolatorul era menținut în derivație cu eclatorul la determinarea tensiunii de ținere; la tensiunea de conturnare 50% s-au efectuat măsurători cu și fără menținerea izolatorului în circuit.

Pentru determinarea tensiunii de conturnare 50% s-au aplicat 20 impulsuri conform [17], [19], [20] nu 10 impulsuri cît este prevăzut în [18]. S-a efectuat cîte o singură determinare pentru fiecare polaritate la fiecare izolator.

Determinarea tensiunii de ținere la impulsie reală s-a efectuat în același mod ca și la frecvența industrială, reducîndu-se în trepte distanța între sferele generatorului pînă la obținerea a 10 impulsuri fără nici o conturnare pe izolator. S-au aplicat 10 impulsuri cu o pauză de circa 15 s între ele pentru preciziunea rezultatelor, deoarece metoda cu 5 impulsuri prescrisă în [18], [19], [20], [22] duce la fluctuații relativ mari ale valorilor obținute; menționăm că în [21] se prevăd numai 3 impulsuri cu un interval de 1 minut între două din ele.

2.3. CARACTERISTICA TENSIUNE-TIMP

Experiența arată că între momentul aplicării tensiunii pe izolatorul ce urmează să fie conturnat (în cazul mai general între doi electrozi oarecare) și momentul producerii descărcării există o diferență care reprezintă timpul de întîrziere statistic al descărcării. S-a constatat experimental că timpul de întîrziere variază în limite relativ largi, această variație fiind supusă unei legi normale de repartiție [25], [26], [27], [30].

În cadrul încercărilor izolatoarelor de stații, s-a ridicat caracteristica tensiune-timp de polaritate pozitivă, respectiv negativă pentru un izolator SB-35. Datele experimentale obținute s-au prelucrat stabilindu-se timpul de întîrziere statistic.

Pentru determinarea acestei caracteristici se aplică izolatorului tensiuni de impulsie normalizate (1/50, respectiv 1,2/50, sau 1,5/40) variindu-se amplitudinea astfel încît conturnarea să aibă loc pe fruntea undei de tensiune, precum și pe spatele undei, pînă la tensiunea de conturnare de 50%.

Pentru a se obține date suficiente în vederea prelucrării statistice a rezultatelor s-au ridicat 40—50 oscilograme pentru tensiunea de o anumită polaritate, considerîndu-se circa 10 oscilograme pentru o amplitudine dată a tensiunii. Deoarece limita inferioară a tensiunii de conturnare, care trebuie luată în considerare, reprezintă tensiunea de 50%, iar limita superioară, tensiunea pentru care are loc tăierea pe frunte a undei, s-au determinat inițial aceste valori ale amplitudinilor. În intervalul dintre aceste două amplitudini s-au considerat încă 2—3 tensiuni. Împărțirea intervalului s-a făcut astfel încît timpul în care are loc tăierea undei să fie ușor deplasat către timpul de tăiere pe frunte, dat fiind că în această regiune curba variază relativ mult, spre deosebire de domeniul apropiat de tensiunea de 50% unde variația caracteristicii tensiune-timp este mai lentă.

Determinarea amplitudinii fiecărei trepte de tensiune s-a făcut cu ajutorul eclatorului cu sfere.

Pentru oscilografierea tensiunilor de conturnare s-a utilizat un oscilograf Trüb-Täuber cu catodul rece cu 4 spoturi, conectat prin intermediul unui cablu de întîrziere la un divizor ohmic. Paralel cu înregistrarea undelor de tensiune și a bazei de timp s-au înregistrat tensiunile continue de valoare dată cu care s-au alimentat plăcile de fenomen, în vederea determinării amplitudinii tensiunilor de conturnare. Această tensiune continuă a variat între 200 și 350 V.

3. REZULTATE

O primă serie de rezultate se referă fie la valorile tensiunilor de ținere și de conturnare, sau la metodologia de încercare (măsurarea cu eclatorul cu sfere, numărul de impulsuri ce trebuie luate în considerare, polaritatea tensiunii de ținere) sau la valorile tensiunilor și la timpul

de întîrziere statistic la caracteristica tensiune-timp. Acestea le putem considera ca rezultate directe, necesitînd o prelucrare statistică minimă.

O a doua serie de rezultate s-a obținut pe baza prelucrării statistice a tensiunilor izolatoarelor și a rapoartelor diverselor tensiuni de conturnare, de ținere reale și de ținere normate. Acestea le putem considera ca rezultate indirecte.

3.1. TENSIUNI DE CONTURNARE ȘI DE ȚINERE LA IMPULSIE ȘI LA FRECVENȚA INDUSTRIALĂ

Rezultatele încercărilor sînt condensate în tabela 1, care cuprinde valorile tensiunilor medii, minime și maxime și ale amplitudinii împrăștierii în kV și în procente din valoarea medie pentru fiecare clasă (tensiune nominală) și pentru fiecare tip de izolator.

La fiecare clasă de izolatoare, valorile medii ale tensiunii sînt calculate în două moduri : o valoare rezultată din media aritmetică a tensiunilor medii a tuturor tipurilor de izolatoare din clasa respectivă, indiferent de numărul lor și — în paranteză — valoarea ce rezultă ca medie aritmetică pentru toate izolatoarele din clasa respectivă indiferent de tipul lor. Valorile procentuale ale amplitudinii împrăștierilor sînt calculate în funcție de valoarea medie a fiecărui tip de izolatoare încercate, respectiv de valoarea medie pe tipuri a clasei izolatoarelor.

În figurile 1 și 2 sînt reprezentate o parte din valorile cuprinse în tabela 1. În figura 1, curba *1* reprezintă nivelul de protecție normat, curba *2*, nivelul de izolație la impulsie normat și curba *2'*, valorile nivelului de izolație propus de autori. În figura 2, curba *1* reprezintă nivelul de izolație la frecvența industrială normat.

Zona cuprinsă între curbele *5* (nivelul de conturnări 50% de polaritate pozitivă pentru izolatoarele de tip *A*) și curba *6* (nivelul de conturnări 50% de polaritate negativă pentru izolatoarele de tip *B*) reprezintă o zonă ce permite conturnări numai pentru impulsurile de polaritate pozitivă ; de aceea a fost denumită *zonă de conturnări parțiale.*

În figura 1, zona cuprinsă între curbele *2'* și curba *1* este denumită *zona de protecție normată* ; zona cuprinsă între curbele *2'* și *3* (nivelul de ținere de polaritate pozitivă pentru izolatoarele de tip *A*) este denumită *zonă de protecție suplimentară* ; iar zona cuprinsă între curbele *3* și *5* este denumită *zona de rezervă* a nivelului de izolație.

În figura 2, s-a reprezentat de asemenea, *zona de protecție suplimentară* cuprinsă între curba *1* (nivelul de izolație normat) și curba *2* (nivelul de ținere real la frecvență industrială) precum și *zona de rezervă a nivelului de izolație la frecvență industrială* cuprinsă între curbele *2* și *3* (tensiunile de conturnare). Menționăm că în această zonă atît la impulsie, cît și la frecvență industrială mai pot avea loc unele conturnări parțiale, fapt ce poate permite a se denumi această zonă și ca *zonă de conturnări parțiale.*

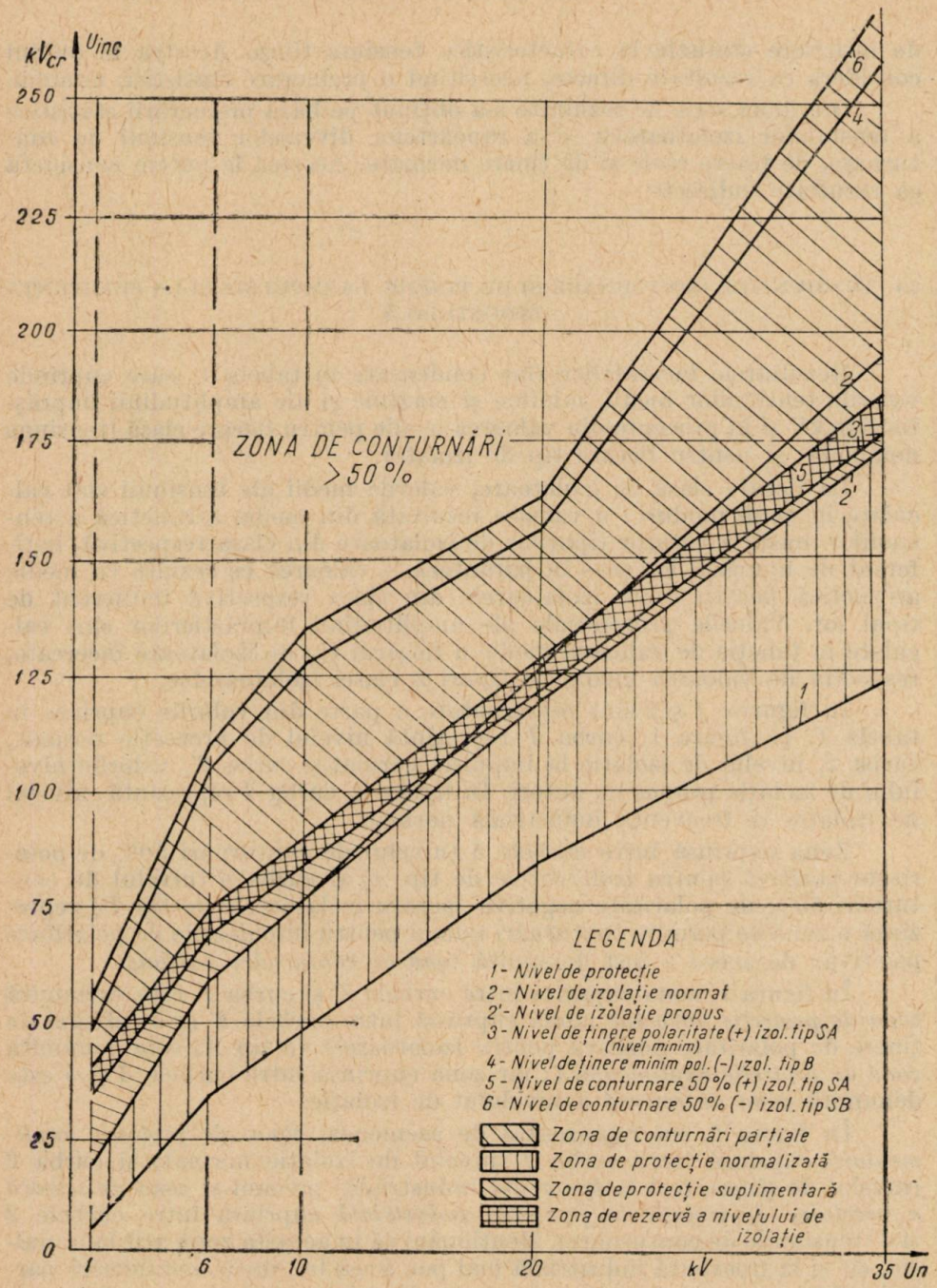


Fig. 1. — Variația tensiunilor reale de conturnare 50% la impulsie, tensiunilor reale de ținere la impulsie și a nivelelor de izolație și de protecție normalizate în funcție de tensiunea nominală pentru izolatoarele suport de stații interioare.

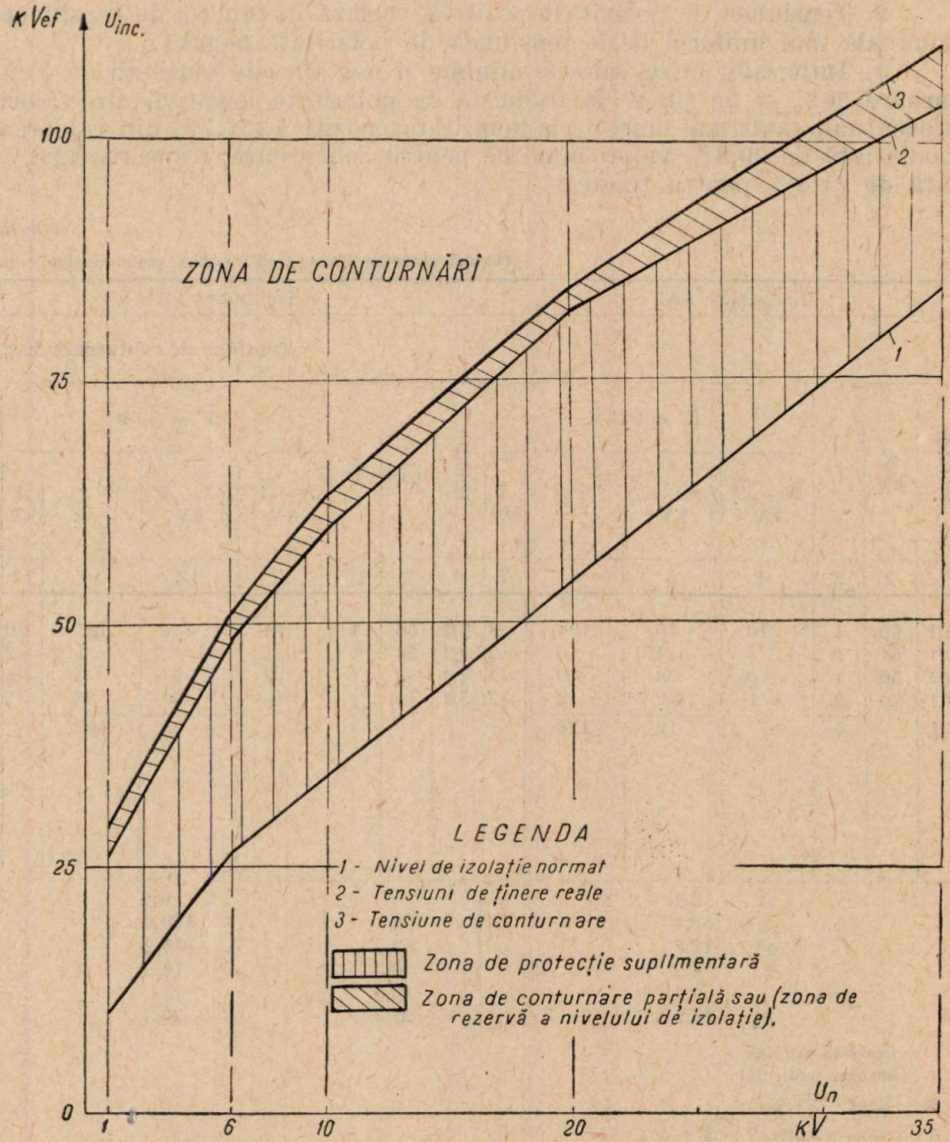


Fig. 2. — Variaţia tensiunilor reale de conturnare şi de ţinere şi a nivelului de izolaţie normalizat la frecvenţă industrială, pentru izolatoare de staţii interioare.

Din tabela 1 și figurile 1 și 2, rezultă următoarele :

1. Tensiunile de polaritate negativă sînt mai mari decît cele de polaritate pozitivă conform și datelor din literatură.

2. Tensiunea de polaritate pozitivă variază în funcție de tensiunea nominală mai uniform decît tensiunea de polaritate negativă.

3. Intervalul între valorile minime și maxime ale tensiunii de conturnare 50% și de ținere la impulsie de polaritate negativă are valori procentuale mult mai mari decît polaritatea pozitivă (34,7% din valoarea medie față de 20,8% valori maxime pentru conturnare, respectiv 42,8% față de 21,8% pentru ținere).

Tabela

Calculul abaterilor liniare limită admise pentru tensiunile cu

Izolatoare SA1							Izolatoare SB1						
Tensiune de conturnare 50%													
Nr. izolator	X kV	f	$\bar{X}' = 50$ kV				Nr. izolator	X kV	f	$\bar{X}' = 55$ kV			
			$X-\bar{X}'$ kV	$f(X-X')$ kV	$f(X-\bar{X}')^2$ kV²	A kV				$X-\bar{X}'$ kV	$f(X-X')$ kV	$f(X-\bar{X}')^2$ kV²	A kV
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2/1	60	1	10	10	100	8	8/1	66	1	11	11	121	10
1/1	54	1	4	4	16	2	9/1	54	1	1	1	1	−2
6/1	50	1	0	0	0	−2	4/1	53	1	−2	−2	4	−3
3/1	49	2	−1	−2	2	−3	5/1	49	1	−6	−6	36	−7
7/1		5		12	118				4		4	162	
			Δ	2,4				1			0,6		
			$\bar{X}$	52,4				56			109,4		
			σ^2	17,8				39,5			115,2		
			σ	4,2				6,3			10,7		
			A_1	7,1				10,3			21		
			A_2	14,2				21,3			36,3		

f = frecvența valorilor;

A = abaterea medie liniară;

$\Delta = \Sigma f(X - \bar{X}') : \Sigma f$;

$\bar{X}$ = valoarea medie ($\bar{X} = \bar{X}' + \Delta$);

Împrăștierea polarității negative mai mare decît cea a polarității pozitive, concordă cu datele din literatura de specialitate [12], [31].

4. Intervalul maxim procentual al tensiunilor de conturnare la frecvența industrială este mai mic decît cel al tensiunilor de impulsie

(13,7% față de 22% la polaritate pozitivă, respectiv 34,7% polaritate negativă). Împrăștierea mai mică concordă cu fenomenul fizic în sensul că influența timpului de întîrziere este mai redusă.

5. Izolatoarele de clasa 1 ; 6 și 10 kV au tensiuni de ținere la impulsie polaritate pozitivă, mai mari decît tensiunea de ținere la impulsie normată (nivelul de izolație) ; la clasele de 20 și 35 kV tensiunile de ținere la impulsie sînt mai mici sau aproape egale cu cele din nivelul de izolație, prevăzute în STAS [27], (124 kV față de 125 kV pentru $Un = 20$ kV și 191 kV față de 195 kV, pentru $Un = 35$ kV). Se observă că izolatoarele de tip SB 35 satisfac nivelul de izolație normat, însă tensiunea de ținere

2

amplitudini ale împrăștierii mai mari de 30% din valoarea medie

Izolatoare SB6

polaritate negativă							Tensiune de ținere la impulsie polaritate negativă						
Nr. izolator	X kV	f	$\bar{X}' = 110$ kV: $X-\bar{X}'$ kV	$f(X-\bar{X}')$ kV	$f(X-\bar{X}')^2$ kV²	A kV	Nr. izolator	X kV	f	$\bar{X}' = 105$ kV: $X-\bar{X}'$ kV²	$f(X-X')$ kV	$f(X-\bar{X}')^2$ kV²	A kV
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
13/6	132	1	22	22	484	22,6	13/6	131	1	26	26	676	26,3
8/6	121	1	11	11	121	11,6	8/6	117	1	12	12	144	12,3
12/6	117	1	7	7	49	7,6	12/6	112	1	7	7	49	7,3
5/6	110	2	0	0		0,6	5/6	106	1	1	1	1	1,3
10/6							10/6	105	1	0	0	0	0,3
9/6	108	1	−2	−2	4	−1,4	9/6	103	1	−2	−2	4	−1,7
11/6	102	1	−8	−8	64	−7,4	11/6	97	1	−8	−8	64	−7,7
4/6	99	1	11	11	121	10,4	4/6	94	1	11	11	121	10,7
7/6	98	1	12	12	144	11,4	7/6	92	2	14	28	784	12,7
6/6	97	1	13	13	169	12,4	6/6						
		10		−6	1156				10		−3		

0,3
104,7
184,3
13,6
26,7
46

σ^2 = dispersia $\frac{\Sigma f(X-X')^2}{\Sigma f} - \Delta^2$:

σ = abaterea medie pătratică $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$;

A_1 = abaterea limită după criteriul lui Chauvenet ;

A_2 = idem după [28].

a izolatoarelor SA 35 este mult mai mică decît cea normată (179 kV față de 195 kV).

6. Izolatoarele de tip SB au tensiuni de conturnare 50% și de ținere la impulsie mai mari decît izolatoarele SA, cu procente ce variază între

7—14% respectiv 2—18%; la frecvența industrială comportarea celor două tipuri A și B este practic identică, avînd diferența de $\pm$ 1—7%.

7. Se observă că împrăștierea maximă are unele amplitudini procentuale cuprinse între 30—40% din valoarea medie. Pentru verificarea justeței acestor rezultate s-au analizat valorile individuale pentru cazurile cu împrăștiere mare, după criteriul lui Chauvenet [29]. Condiția exprimată de acest criteriu constă în respectarea inegalității:

$$X \leqslant \sigma \bar{X}, \tag{1}$$

unde

X — este abaterea de la medie a valorii individuale,
σ — este abaterea medie patratică a grupei de valori,
$\bar{X}$ — raportul X/σ, luat din tabela calculată după criteriul lui Chauvenet, variabil cu numărul de încercări (n) și determinat de ecuația

$$1 - \mathfrak{A}\bar{X} = 1 - \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\bar{x}}^{+\bar{x}} e^{-h^2X^2} dX = \frac{1}{2n},$$

unde

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}.$$

În tabela 2, se indică calculele abaterilor limită admise după Chauvenet pentru tensiunea de conturnare 50% polaritate negativă pentru izolatoarele SA 1, SB 1 și SB 6 și pentru tensiunea de ținere la impulsie de pola-

Tabela 3

Tensiuni cuprinse între abaterea admisă de criteriul lui Chauvenet și indicațiile date în [28]]

Nr. crt.	Izolator Tip	Izolator Nr.	A_r kV	A_{adc} kV	A_{ada} kV	U_{nc} kV	U_c kV	a %	Tensiunea
1	SA 1	2/1	8	7,1	14,2	52,4	50,5	3,7	Conturnare 50% negativ
2	SB 6	13/6	22,6	21	36,3	109,4	106,9	2,3	Conturnare 50 % negativ
3	SA 10	14/10	4,1	3,6	6,1	63,3	64,1	1,25	Conturn. frecv. ind.
4	,,	,,	2,5	2,4	4,2	61,0	61,3	0,5	Ținere frecv. ind.
5	SB 10	20/10	7	6,2	10,5	98	97,2	0,8	Conturn. 50% pozitiv
6	,,	,,	6,5	5,3	9,1	91,5	90,8	0,8	Ținere impulsie pozitivă

Observații

A_r = abatere liniară reală,
A_{adc} = admisă după Chauvenet,
A_{ada} = admisă după [28],
U_{nc} = tensiune necorectată,
U_c = tensiune corectată
a = abatere de la valoarea corectată.

ritate negativă la izolatoarele SB 6, iar în tabela 4, se calculează aceste abateri limită și pentru izolatoarele SA 10 și SB 10.

În tabela 3, se indică o parte din izolatoarele care nu se încadrează în abaterile limită calculate după criteriul lui Chauvenet, izolatoarele și tensiunile cu împrăștierile cele mai mari.

Se observă că tensiunile (U_{nc}) calculate pe baza tuturor valorilor obținute fără eliminarea aceleia a cărei abatere depășește abaterea limită Chauvenet diferă de tensiunea corectată U_c, ce ține seamă de acest criteriu cu procente ce variază între 0,5 la 3,7% din U_c. Avînd în vedere aceasta precum și faptul că după indicațiile date în [28], abaterea limită admisă [tabel 3—col. 6] este mult mai mare decît abaterile reale ale tensiunilor obținute, s-au menținut în calcul toate valorile rezultate din încercări.

Analizarea încadrării rezultatelor individuale în limitele admise de calculul statistic s-a efectuat în ipoteza că repartiția valorilor este o repartiție normală, lucru confirmat de altfel și de literatura tehnică [25], [30] și de figurile 5, 6 și 7 rezultate ale încercărilor prezentate în această lucrare.

3.2. COMPORTAREA COMPARATIVĂ A IZOLATOARELOR SA 10 și SB 10

În tabela 4 se analizează prin calcul statistic, rezultatele obținute la încercarea izolatoarelor SA 10 și SB 10. Din primul tip de izolatoare s-au încercat 11 bucăți, iar din cel de-al doilea, 10 bucăți.

1. Din studierea acestei tabele rezultă:

Izolatoarele SB au tensiuni medii de ținere mai mari decît izolatoarele SA cu procente de 5% și 6% pentru tensiunile de impulsie și 1% pentru frecvența industrială, iar pentru tensiunea de conturnare cu procente de 7% la impulsie și 1% la frecvență industrială.

2. Împrăștierea valorilor individuale ale tensiunii izolatoarelor este mai mică la izolatoarele de tip SA decît la izolatoarele SB; aceasta rezultă din variațiile procentuale din valoarea medie ale indicilor statistici a celor două tipuri de izolatoare analizate și anume:

— abaterea medie liniară: 1,6—5,7% la izolatoarele SA și 2,2—9,1% la izolatoarele SB;
— abaterea medie patratică: 2,2—6,4% la izolatoarele SA și 2,8—10,7% la izolatoarele SB;
— coeficientul de variație: 1,9—6,4% la izolatoarele SA și 2,8—10,6% la izolatoarele SB;
— amplitudinea grupei: 6,5—17,7% la izolatoarele SA și 9,0—36,6% la izolatoarele SB.

Rezultă din aceste diferențe de comportare că cîmpul electric între suportul și capa metalice — cei doi electrozi — ale izolatorului este mai uniform la izolatoarele de tip A, decît la cele de tip B. Cauza acestei uniformități poate fi în forma și dimensiunile izolatorului, în special în poziția renurii.

3. Împrăștierile mari au loc în special la polaritatea negativă, cele medii la polaritatea pozitivă, iar cele mici la frecvența industrială.

Tabela 4

Analiza statistică comparativă a comportării la încercări a izolatoarelor SA 10 şi SB 10

Nr. crt.	Mărimea	U/M	Tensiuni de conturnare						Tensiuni de ţinere					
			Impulsie polaritate negativă		Impulsie polaritate pozitivă		Frecvenţă industrială		Impulsie polaritate negativă		Impulsie polaritate pozitivă		Frecvenţă industrială	
			SA	SB	SA	SB	SA	SB	SA	SB	SA	SB	SA	SB
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Tensiunea medie	kV	125,8	134,6	91,4	98	63,3	62,2	121,3	127,8	85,9	91,5	61	60,3
2	Abaterea medie liniară	,,	7,2	12,2	1,6	2,4	1,4	1,5	6,9	11,4	1,8	2,0	1	1,5
		%	5,7	9,1	1,8	2,4	2,3	2,3	5,7	8,9	2,1	2,2	1,6	2,5
3	Abaterea medie patratică	,,	7,8	14,4	1,98	3,1	1,8	1,8	7,7	13,3	2,3	2,7	1,2	1,7
		%	6,2	10,7	2,2	3,2	2,8	2,9	6,4	10,4	2,7	2,9	2,9	2,8
4	Dispersie	kV^2	60,5	206,4	3,9	9,8	3,1	3,1	59,6	177,8	5,1	7,3	1,4	3,0
5	Coef. de variaţie	%	6,2	10,6	2,2	3,2	2,8	2,9	6,4	10,4	2,6	2,9	1,9	2,8
6	Amplitud. grupei	kV	20	43,6	7,1	12	6,3	5,6	21,3	46,1	8,1	10	4	5,9
		%	15,9	32,5	7,8	12,3	9,9	9,0	17,7	36,6	9,5	10,9	6,5	9,8
7	Număr de încercări		11	10	11	10	11	10	11	10	11	10	11	10
8a	Abaterea limită admisă după criteriul lui Chauvenet	kV	15,5	28,2	4	6,2	3,6	3,5	15,4	26,1	4,5	5,3	2,4	3,3
8b	Idem după [28]	kV	26	48,5	6,7	10,5	9,1	6,1	26	42,0	7,6	9,1	4,2	5,7

3.3. CARACTERISTICA TENSIUNE-TIMP

În tabela 5 se dau rezultatele obținute în cazul tensiunii de polaritate pozitivă, pe baza prelucrării a 36 de oscilograme și a tensiunii de polaritate

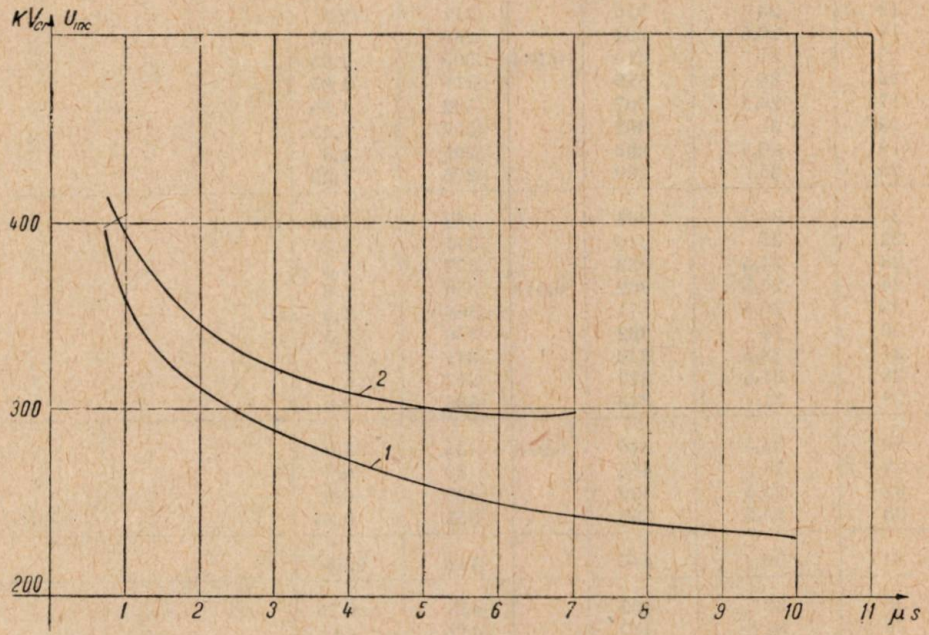


Fig. 3. — Caracteristica tensiune-timp pentru izolatoare SB-35; *1*-polaritate pozitivă; *2*-polaritate negativă.

negativă pe baza prelucrării a 27 oscilograme. Figura 3 reprezintă caracteristica tensiune-timp a izolatorului SB-35.

Tabela 5 a

Parametrii undelor tăiate de polaritate pozitivă pentru un izolator SB-35

Nr. oscilogramei	Amplitudine mm	U_r kV$_{cr}$	$\frac{h}{\delta}$	U_n kV$_{cr}$	Durata μs	Obs.
1	17,5	265		260	9,7	h = coeficientul de corecție
2	14	220		216		umiditate
3	17	206		202		δ = idem pentru densitatea
4	15	222		218		aerului
5	17	206	0,98	202	10,5	U_n = tensiunea pentru condi-
6	14	200		196	10,5	ții normale
7	26	316		310	2,15	
8	21	300		294	2,4	$U_n = U_r \frac{h}{\delta}$
9	26	316		310	2,0	
10	—	—		—	—	U_r = tensiunea reală

Tabela 5 (continuare)

Nr. oscilogramei	Amplitudine mm	U_r kV$_{cr}$	$\frac{h}{\delta}$	U_n kV$_{cr}$	Durata μs	Obs.
11	21	292		287,5	1,9	
12	25,5	304		300	2,0	
13	26	316		311	2,1	
14	20,5	294		289	1,85	
15	21	310	0,984	305	1,95	
16	26	316		311	1,95	
17	26,5	307		302	1,55	
18	31	302		297	1,45	
19	30,5	296		291	1,3	
20	25	280		276	1,25	
21	31,5	368		362	1,25	
22	25	346		341	1,30	
23	31,5	383		377	1,4	
24	25,5	362	0,988	356	1,6	
25	30,5	371		366	1,4	
26	25	362		356	1,5	
27	28,5	346		341	1	
28	31,5	322		317	1	
29	31	343		338	0,9	
30	34,5	440	0,988	435	1,0	
31	28	415		410	0,9	
32	33,5	430		425	0,9	
33	23,5	355		351	0,85	
34	30	446		442	0,55	
35	38	462		456	0,75	
36	30	447		442	0,6	
37	36	364		360	2,0	

Tabela 5b

Parametrii undelor tăiate de polaritate negativă pentru un izolator SR—35

Nr. ocsilogramei	Amplitudine mm	U_{re}	$\frac{h}{\delta}$	U_n	Durata μs	Obs.
1	12	280	0,98	277	7	Notațiile au același sens ca în tabela 5 a
2	12	267		264	4,1	
3	13,5	284		281	3,75	
4	14	274		271	4,25	
5	11,5	298		294,5	5,5	
6	13	364		260	1,85	
7	11,8	340	0,99	336	1,8	
8	12	345		342	1,6	
9	13	364		360	1,75	
10	13,8	352		348	1,75	
11	11,5	350	0,98	346	1,75	
12	21,0	350		346	1,20	
13	17,8	340		336	1,00	

Tabela 5 b (continuare)

Nr. oscilogramei	Amplitudine mm	U_r	$\frac{h}{\delta}$	U_n	Durata μs	Obs.
14	21	417		412	0,90	
15	17,5	407	0,985	402	1,15	
16	18	425		420	0,80	
17	20,5	442		435	1,00	
18	17,5	434		428	1,00	
19	20,5	425	0,985	418	1,00	
20	20	455		448	1,15	
21	18	425		418	1,00	
22	25	408		403	0,80	
23	21	400		394	0,75	
24	21	492		484	0,90	
25	25	474		467	0,80	
26	20,2	496		488	0,75	
27	25	458		452	1,00	

Din analiza acestora se observă următoarele :

1. Zona de împrăștiere a caracteristicii negative este mai largă decît cea pozitivă, îndeosebi la partea inferioară a curbei, fapt care concordă cu literatura de specialitate [27];

2. Alura caracteristicii are o pantă mare în partea inițială a curbei;

3. Între caracteristica tensiune-timp de polaritate negativă și cea pozitivă există diferențe sensibile în ceea ce privește tensiunea de conturnare la partea inferioară a curbei, zonă care de altfel interesează îndeosebi din punctul de vedere al coordonării izolației;

4. Valorile tensiunilor la durate mici ale timpului de întîrziere de ordinul 1 μs sînt relativ apropiate ceea ce corespunde cu literatura [4];

5. Timpul de întîrziere statistic al descărcării este mai mare la polaritatea pozitivă (10,5 μs) decît la polaritatea negativă (7μs) ceea ce corespunde cu literatura [31].

3.4. REZULTATELE PRIVIND METODOLOGIA DE ÎNCERCARE

1. Măsurarea tensiunilor mici cu eclatorul cu sfere. Problema iradierii

În [24] se precizează că la măsurarea tensiunilor de orice valoare cu sfere al căror diametru nu depășește 12,5 cm, iar în [21] și [24] la măsurarea tensiunilor sub 50 kV cu sfere de orice diametru este recomandabilă iradierea spațiilor disruptive cu o substanță radioactivă sau cu o lampă de cuarț cu mercur, pentru a se obține rezultate precise și stabile.

La izolatoarele de 1 kV tensiunile de conturnare și ținere la impulsie au variat între 34 și 66 kV (tabela 1). Întrucît iradierea este numai recomandată nu obligatorie, s-au efectuat măsurătorile tensiunilor fără iradiere, folosindu-se la început sferele cu ∅ 25 cm.

În acest caz, obținerea a 50% descărcări din 100% impulsuri aplicabile a fost practic nerealizabilă.

S-au utilizat apoi sferele de 10 cm diametru.

Tabela 6

Succesiunea impulsurilor la diverse izolatoare

Nr. crt.	Izolator Tip Nr.	Încercarea	Distanța între sfere mm	Număr impulsuri	Succesiunea impulsurilor	Obs.
1	SA 1 Nr. 2/1	Ținere polaritate pozitivă. Măsurarea tensiunii cu eclatorul	12	102(30+72)	— · — · — · — · — · — · — · — · 10 + 2 + 5 + 44 + 6 + 5 + 3 + 2 + 4 + 1 + 1 + 17 + 1 + 1	· Descărcare la G I — Idem la eclator × Idem pe izolator
			11	134(66+68)	— · — · — · — · — · — · — · — · 7 + 7 + 17 + 2 + 5 + 16 + 1 + 4 + 1 + 10 + 8 + 1 + + 3 + 2 + 2 + 7 + 5 + 1 + 1 + 7 + 3 + 9 + 12 + 2 + 1	
		Conturnare 50 % polaritate negativă. Măsurarea tensiunii cu eclatorul	20	16(11+5)	— × — × — × — 1 + 3 + 5 + + 1 + 1 + 1 + 4	
			21	9(4+2+3)	× — · — × — · — · — · 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	
			21,5	11(6+5)	× · × · 1 + 4 + 5 + 1	
2	SB 10 Nr. 21/10	Conturnare 50 % polaritate pozitivă		80(30+50)	× · × · × · × · × · × · × · × · 3 + 3 + 1 + 2 + 1 + 5 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + × · × · × · × · × · × · × · 3 + 2 + 1 + 4 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2 + × · × · × · × · × · × · × · 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 11 + 2	
				72(26+46)	· × · × · × · × · × · × · × · × 4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + · × · × · × · × · × · × · × 3 + 1 + 8 + 1 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 + 4 + 1 + · × · × · × · 3 + 1 + 1 + 2 + 6 + 1 + 1	
3	SA 6 Nr. 3/6	Conturnare 50 % polaritate negativă		40(18+22)	· × · × · × · × · × 2 + 2 + 1 + 1 + 4 + 3 + 1 + 3 + 1 + 1 + · × · × · × · × · 3 + 2 + 4 + 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 2	
		Conturnare 50 % polaritate negativă. Măsurarea tensiunii cu elcatorul		51(27+16+8)	— · — · × — · — · — 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 4 + 1 + 4 + 1 + 1 + × · — · — · — × — × 1 + 3 + 2 + 1 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1 + 2 + — × · — · — · — · × 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + — · — × 1 + 1 + 2 + 1	

Și în acest caz, obținerea distanței corespunzătoare la 50% descărcări din 100% impulsuri aplicate a fost dificilă, dar totuși realizabilă. Pentru cîteva izolatoare (5/1, 4/1), s-a luat media distanțelor corespunzătoare unui număr de descărcări în plus și în minus față de 4—6 descărcări din 10 impulsuri aplicate. Astfel la 10/7 impulsuri a corespuns distanța de 15 mm, iar la 10/1 impulsuri 15,5 mm; s-a considerat în consecință distanța 15,2 mm.

Pentru un izolator SA 1 nr. (2/1) s-au aplicat o serie numeroasă de impulsuri (tabela 6), la stabilirea tensiunii de ținere la impulsie și la aceea a tensiunii de conturnare 50%, avînd izolatorul racordat la instalație în ambele cazuri.

În tabela 6, s-au notat cu (.) descărcările numai la generator, cu (—) descărcările la eclatorul cu sfere și cu (X) descărcările pe izolator.

Se observă că succesiunea impulsurilor la generatorul de impulsie (GI) față de descărcările la eclatorul cu sfere este foarte neuniformă, deși pe total se ajunge la 50% pentru $X = 11$ mm.

Rezultă deci că în aceste cazuri se impune iradierea spațiului dintre sferele eclatorului, pentru a nu fi obligați să aplicăm impulsuri numeroase.

2. Numărul de impulsuri aplicate izolatorului la tensiunea de conturnare 50%

Se observă din tabela 6 că pentru izolatorul 21/10 la un număr mare de impulsuri 80 și 72, deși nu este satisfăcută condiția 4—6 descărcări din 10 impulsuri, totuși se pot aranja 8 cazuri de satisfacere a condiției la 10 impulsuri, 3 cazuri la 20 impulsuri, 2 la 30 impulsuri și 1 la 40, dacă se consideră grupele consecutive.

La fel la izolatorul 3/6, deși este satisfăcută condiția de 50% la 40 impulsuri, este și un caz de 10 impulsuri (primele) care nu satisfac condiția de 4—6 descărcări din 10 impulsuri.

Acest fapt confirmă cele indicate în [32], privind necesitatea măririi numărului de impulsuri la măsurarea tensiunii de conturnare 50% și la măsurarea cu eclatorul cu sfere. De altfel și în [30], se arată că precizia măsurărilor crește cu numărul de impulsuri.

3.5. RAPOARTELE DIVERSELOR TENSIUNI DE ÎNCERCARE ȘI NORMATE

Pentru interpretarea rezultatelor obținute s-a plecat de la premisa că izolatoarele suport pentru stații de interior trebuie să se comporte față de un același fenomen, în același mod, avînd aceeași funcție, fiind solicitate în condiții similare, avînd în general aceeași formă și fiind confecționate din același material. În consecință, s-au considerat ca unități statistice comparabile toate valorile diverselor rapoarte între valorile tensiunilor de încercare obținute și li s-a aplicat calculul statistic [29], [33].

S-au calculat următoarele rapoarte (tabela 7):

A. Raportul tensiunilor de conturnare la tensiunile de ținere pentru fiecare izolator și anume:

—Tensiunea de conturnare 50% la impulsie (U 50%) la tensiunea de ținere reală la impulsie (U_t), pentru polaritatea negativă [U 50% (—)/U_t(—)]; respectiv polaritatea pozitivă: [U 50% (+)/$U_{t(+)}$].

— Tensiunea de conturnare de frecvență industrială ($U_{(cf)}$), la tensiunea de ținere de frecvență industrială [$U_{(tf)}$: [U_{cf} / U_{tf}].

B. Raportul între diferite tensiuni de conturnare și anume :

— Tensiunea de conturnare 50% la impulsie de polaritate negativă, la tensiunea de conturnare 50% la impulsie de polaritate pozitivă, [U 50% (−)/U 50% (+)].

Tabela

Valorile medii, maxime și minime ale diverselor rapoarte ale

Nr. crt.	Tip izolator	Nr. izolatoare	VALORI MEDII									VALORI		
			A. Tens. conturnare			B. Tens. conturnare			C. Tens. ținere			A. Tens. conturnare		
			Tens. ținere			Tens. conturnare			Tens. normalizate			Tens. ținere		
			$\frac{U_{50\%\,(-)}}{U_{t}\,(-)}$	$\frac{U_{50\%\,(+)}}{U_{t}\,(+)}$	$\frac{U_{cf}}{U_{tf}}$	$\frac{U_{50\%\,(-)}}{U_{50\%\,(+)}}$	$\frac{U_{50\%\,(-)}}{U_{cfm}}$	$\frac{U_{50\%\,(+)}}{U_{cfm}}$	$\frac{U_{t\,(-)}}{U_{tnf}}$	$\frac{U_{t\,(+)}}{U_{tni}}$	$\frac{U_{tf}}{U_{tnf}}$	$\frac{U_{50\%\,(-)}}{U_{t\,(-)}}$	$\frac{U_{50\%\,(+)}}{U_{t\,(+)}}$	$\frac{U_{cf}}{U_{tf}}$
1	SA1	5	1,09	1,17	1,06	1,29	1,38	1,08	2,36	1,75	2,53	1,132	1,220	1,095
	SB1	4	1,12	1,09	1,05	1,22	1,37	1,12	2,47	2,07	2,72	1,165	1,120	1,082
	SA	9	1,11	1,13	1,06	1,26	1,38	1,10	2,41	1,91	2,61	1,165	1,22	1,095
2	SA6	3	1,08	1,08	1,04	1,32	1,38	1,05	1,52	1,16	1,81	1,091	1,096	1,062
	SB6	10	1,04	1,07	1,05	1,32	1,51	1,14	1,75	1,28	1,81	1,063	1,090	1,091
		13	1,06	1,07	1,05	1,32	1,45	1,09	1,64	1,22	1,81	1,091	1,096	1,091
3	SA10	11	1,04	1,06	1,03	1,36	1,41	1,03	1,62	1,16	1,75	1,063	1,101	1,066
	SB10	10	1,05	1,07	1,03	1,39	1,54	1,11	1,70	1,22	1,72	1,084	1,096	1,054
	SC10	3	1,03	1,07	1,04	1,22	1,34	1,10	1,57	1,23	1,76	1,044	1,084	1,055
		24	1,04	1,07	1,04	1,32	1,43	1,08	1,63	1,20	1,74	1,084	1,101	1,066
4	SB20	5	1,04	1,03	1,04	1,28	1,34	1,05	1,25	0,99	1,51	1,064	1,038	1,040
5	SA35	3	1,02	1,04	1,05	1,29	1,54	1,20	1,16	0,89	1,24	1,032	1,054	1,060
	SB35	1	1,05	1,04	1,09	1,28	1,76	1,37	1,30	1,02	1,18	1,046	—	1,090
		4	1,04	1,04	1,07	1,29	1,65	1,29	1,23	0,96	1,21	1,046	1,054	1,090
6	Total fără 1 kV	46	1,05	1,05	1,05	1,30	1,47	1,13	1,44	1,09	1,58	1,091	1,101	1,091
	Total cu 1 kV	55	1,06	1,07	1,05	1,29	1,45	1,12	1,63	1,26	1,78	1,165	1,220	1,095

— Coeficienții de impulsie de polaritate negativă, respectiv de polaritate pozitivă (raportul tensiunilor de conturnare 50% la impulsie, la tensiunea de conturnare de frecvență industrială, valoare maximă, (U_{cfm}) : [U 50% (−)/U_{cfm}] și [U 50% (+) / U_{cfm}].

C. Raportul tensiunilor de ținere reale, la tensiunile de ținere normate și anume :

— Tensiunea de ținere la impulsie, la tensiunea de ținere normată la impulsie, pentru polaritatea negativă $[U_t(-)/U_{tni}]$; respectiv polaritatea pozitivă $[U_t(+)/U_{tni}]$.

— Tensiunea de ținere de frecvență industrială, la tensiunea de ținere normată de frecvență industrială (U_{tf}/U_{tnf}).

În tabela 7, sînt menționate :

7

tensiunilor de încercare și normalizare

MAXIME						VALORI MINIME								
B. Tens. conturnare			C. Tens. cont.			A. Tens. conturnare			B. Tens. conturnare			C.Tens. ținere		
Tens. conturnare			Tens. normaliz.			Tens. ținere			Tens. conturnare			Tens. normalizate		
$\frac{U_{50\%}(-)}{U_{50\%}(+)}$	$\frac{U_{50\%}(-)}{U_{cfm}}$	$\frac{U_{50\%}(+)}{U_{cfm}}$	$\frac{U_t(-)}{U_{tni}}$	$\frac{U_t(+)}{U_{tni}}$	$\frac{U_{tf}}{U_{tnf}}$	$\frac{U_{50\%}(-)}{U_t(-)}$	$\frac{U_{50\%}(+)}{U_t(+)}$	$\frac{U_{cf}}{U_{tf}}$	$\frac{-}{U_{05\%}(+)}$	$\frac{U_{50\%}(-)}{U_{cfm}}$	$\frac{U_{50\%}(+)}{U_{cfm}}$	$\frac{U_t(-)}{U_{tni}}$	$\frac{U_t(+)}{U_{tni}}$	$\frac{U_{tf}}{U_{tnf}}$
1,49	1,540	1,16	2,59	1,79	2,70	1,067	1,111	1,037	1,17	1,290	1,03	2,22	1,71	2,42
1,37	1,597	1,21	2,82	2,28	2,80	1,072	1,053	1,037	1,13	1,240	1,06	2,26	1,92	2,56
1,49	1,597	1,21	2,82	2,28	2,80	1,067	1,053	1,037	1,13	1,24	1,03	2,22	1,71	2,42
1,42	1,560	1,100	1,56	1,210	1,89	1,061	1,035	1,022	1,25	1,270	1,016	1,49	1,095	1,69
1,64	1,820	1,200	2,18	1,37	1,91	1,008	1,050	1,034	1,21	1,305	1,077	1,53	1,15	1,73
1,64	1,82	1,2	2,18	1,37	1,91	1,008	1,035	1,022	1,21	1,27	1,016	1,49	1,095	1,69
1,51	1,560	1,061	1,78	1,21	1,79	1,011	1,045	1,010	1,26	1,290	0,987	1,50	1,10	1,67
1,59	1,800	1,163	2,03	1,31	1,81	1,014	1,041	1,020	1,12	1,278	1,073	1,42	1,17	1,64
1,24	1,375	1,10	1,60	1,26	1,81	1,010	1,050	1,025	1,20	1,320	1,09	1,54	1,19	1,72
1,59	1,8	1,163	2,03	1,31	1,81	1,010	1,041	1,010	1,12	1,278	0,987	1,42	1,10	1,64
1,385	1,410	1,084	1,309	1,040	1,55	1,026	1,013	1,028	1,180	1,270	1,018	1,232	0,912	1,45
1,297	1,55	1,21	1,207	0,93	1,31	1,020	1,028	1,030	1,283	1,53	1,19	1,140	0,873	1,2
—	1,76	1,37	1,30	1,02	—	—	—	—	1,283	—	—	—	—	1,18
1,297	1,76	1,37	1,30	1,020	1,31	1,020	1,028	1,030	1,283	1,53	1,19	1,14	0,873	1,18
1,64	1,82	1,37	2,18	1,37	1,91	1,008	1,013	1,010	1,12	1,27	0,287	1,14	0,873	1,18
1,64	1,82	1,37	2,82	2,28	2,80	1,008	1,013	1,010	1,12	1,24	0, 987	1,14	0,873	1,18

— Valorile medii ale acestor rapoarte pe tipuri de izolatoare, și pe tensiuni și apoi pe total. Deoarece valorile obținute la izolatoarele de 1 kV dau o împrăștiere prea mare față de medie, probabil din cauzele menționate la punctul 3.4, fapt care face ca curba de repartiție să se abată de la o curbă normală (fig. 4), valorile medii totale sînt indicate cu și fără izolatoarele de 1 kV.

—Valorile maxime și minime precum și amplitudinea împrăștierii care arată domeniul de existență a acestor rapoarte și alura repartiției lor.

În figurile 5, 6 și 7 sînt reprezentate : histogramele și funcțiile de repartiție empirice pentru cele trei categorii de rapoarte indicate mai sus.

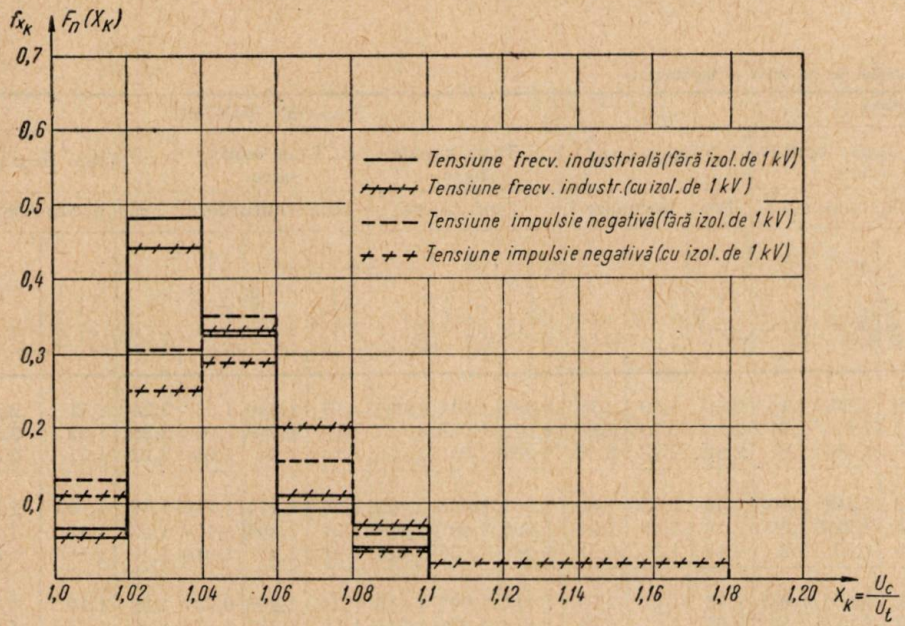


Fig. 4. — Histogramele rapoartelor tensiunilor de conturnare la tensiunile de ținere la frecvență industrială și la impulsie 50% polaritate negativă cu și fără izolatoarele de 1 kV.

Din tabela 7 și figurile 4, 5, 6 și 7, rezultă următoarele :

1. Raportul tensiunilor de conturnare la tensiunile de ținere variază astfel (fig. 5) :

— pentru tensiunile de frecvență industrială, la izolatoarele de 1—35 kV, între 1,0—1,10 cuprinzînd 82% din cazuri pînă la valoarea de 1,06 ;

— pentru tensiunile de impulsie de polaritate negativă, între 1,0—1,10 pentru izolatoarele de 6—35 kV, cuprinzînd 78,5% din cazuri pînă la 1,06 și între 1,06—1,18 pentru izolatoarele de 1 kV ; și

— pentru tensiunile de impulsie de polaritate pozitivă, între 1,0—1,12 pentru izolatoarele de 6—35 kV, cuprinzînd 47,5% din cazuri pînă la 1,06 și între 1,04—1,16 și 1,2—1,22 o valoare izolată pentru izolatoarele de 1 kV.

Se poate conchide că între tensiunile de conturnare și cele de ținere intervalul de 10% înglobează majoritatea cazurilor din practică și că

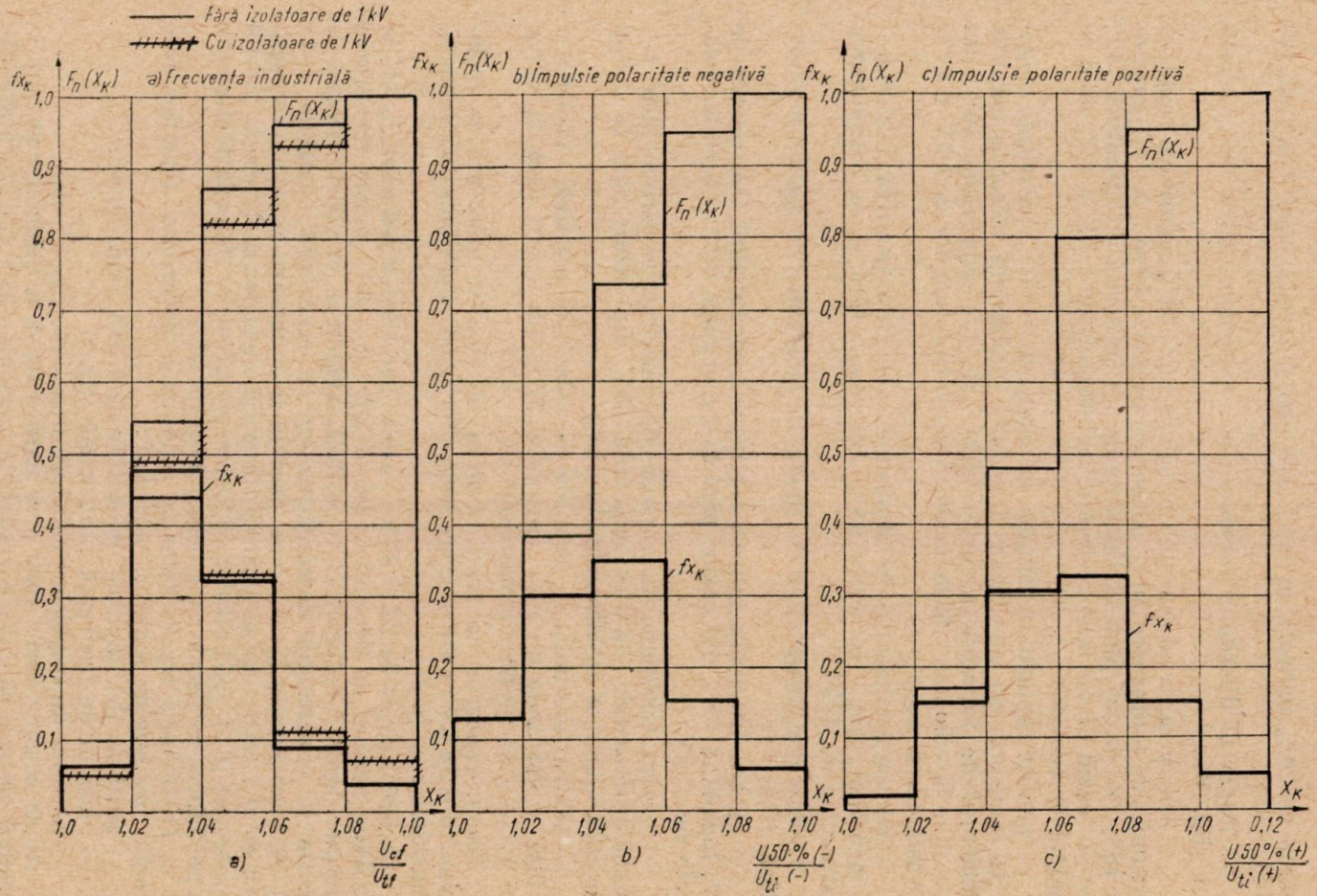


Fig. 5. — Histogramele şi funcţiile de repartiţie empirice pentru rapoartele tensiunilor de conturnare la tensiunile de ţinere: *a* — frecvenţa industrială; *b* — impulsie polaritate negativă; *c* — impulsie polaritate pozitivă.

valoarea de 10% indicată în [26] este mai potrivită decît 5% indicată în [4].

2. Raportul diferitelor tensiuni de conturnare între ele variază astfel (fig. 6):

— pentru raportul tensiunii de conturnare 50% polaritate negativă la tensiunea de conturnare 50% polaritate pozitivă, între 1,1—1,7 cuprinzînd 76% din cazuri pînă la valoarea de 1,4 prescrisă de literatură [12] și [31] în cazul că nu se consideră și izolatoarele de 1 kV și 78% cînd se consideră și acestea;

— pentru raportul tensiunea de conturnare 50% polaritate negativă la tensiunea de conturnare frecvență industrială valoarea maximă (coeficientul de impulsie negativ) între 1,2—1,9 cuprinzînd 59% din cazuri pînă la valoarea 1,5, la neconsiderarea izolatoarelor de 1 kV și 64% la considerarea acestora;

— pentru coeficientul de impulsie de polaritate pozitivă, între 0,9—1,4 înglobînd 96% respectiv 95% din cazuri fără și cu considerarea izolatoarelor de 1 kV.

3. Raportul tensiunilor de ținere la tensiunile de ținere normate variază (fig. 7):

— pentru frecvența industrială între 1 și 2,0 fără izolatoarele de 1 kV, înglobînd 79% din cazuri pînă la 1,8 și între 2,42 și 2,80 la izolatoarele de 1 kV;

— pentru tensiunile de impulsie de polaritate negativă, între 1—2,2 fără izolatoarele de 1kV înglobînd 85% din cazuri pînă la 1,8 și între 2,22—2,82 la izolatoarele de 1kV;

— pentru tensiunile de impulsie de polaritate pozitivă, între 0,8—1,3 fără izolatoarele de 1 kV, înglobînd 57% din cazuri pînă la 1,2 și între 1,71—2,28 pentru izolatoarele de 1 kV.

Aceste rapoarte ne arată rezerva de izolație existentă la izolatoarele 1,6 și 10 kV cuprinsă între 10%—90% și deci posibilitatea reducerii dimensiunilor actuale.

La izolatoarele de 20 și 35 kV rezultă necesitatea reducerii nivelului de izolație normat cu procente variind între 9—13% pentru încadrarea în norme. Această reducere este posibilă, avîndu-se în vedere progresele realizate în construcția descărcătoarelor cu rezistență variabilă [14], [34]. Pe baza acestui considerent, precum și pe rezerva existentă la coeficienții de protecție reali și normați (raportul nivelelor de ținere la nivelul de protecție) [34], [35] rezultă că reducerea nivelelor de izolație normate este posibilă și la clasele de tensiuni 20 și 35 kV.

4. Distribuția frecvențelor la rapoartele diverselor tensiuni este normală, ordinea de regularitate fiind:

— tensiuni de impulsie polaritate pozitivă (fig. 5*c*, 6*c*);
— tensiuni de frecvență industrială (fig. 5 *a*),
— tensiuni de impulsie polaritate negativă (fig. 5*b*, 6*b*).

Alura acestor curbe care prin natura fizică a mărimilor pe care le reprezintă trebuie să aibă o repartiție normală [25], [30] ne arată că:

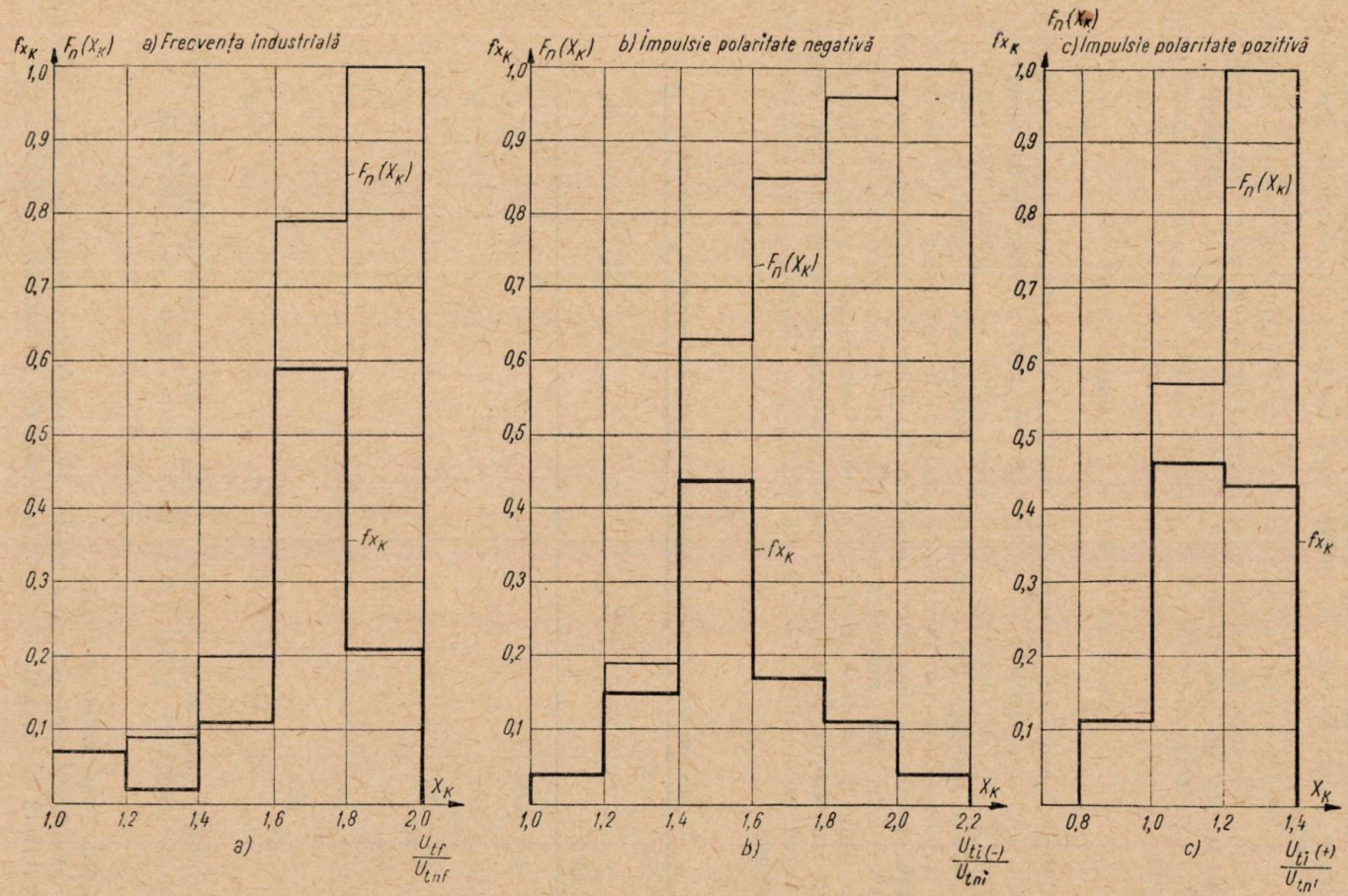


Fig. 7. — Histogramele și funcțiile de repartiție empirice pentru rapoartele tensiunilor de ținere reale la tensiunile de ținere normalizate : *a*. frecvență industrială ; *b*. impulsie polaritate negativă ; c. impulsie polaritate pozitivă.

— izolatoarele se comportă mai uniform la încercările de impulsie de polaritate pozitivă, decît la polaritatea negativă și chiar la frecvență industrială;

— forma izolatoarelor trebuie analizată din punct de vedere al repartiției cîmpului electric, astfel ca valoarea raportului celor două tensiuni de conturnare 50% să nu depășească 1,4 [12], [31] și coeficientul de impulsie negativ (fig.6 *b*) să se apropie mai mult de o distribuție normală.

3.6. CARACTERISTICA TENSIUNE-TIMP

După cum s-a menționat, pentru determinarea caracteristicii tensiune-timp s-au ridicat 37 oscilograme în cazul tensiunilor de polaritate pozitivă și 27 oscilograme în cazul celor de polaritate negativă.

Aceste oscilograme permit să se stabilească o corelație statistică între tensiunea de conturnare și timpul de întîrziere a descărcării, pe baza cărora s-a întocmit tabela 8. Se constată ușor că este vorba despre o corelație neliniară negativă. În ultima coloană, respectiv în ultima linie a tabelei menționate sînt specificate suma frecvențelor pentru un anumit interval de valori ale tensiunii de conturnare, respectiv pentru un anumit interval de valori ale timpului de întîrziere a descărcării.

Tabela 8

Corelația între timpul de tăiere τ și amplitudinea U de polaritate pozitivă, izolator SB-35

U kVcr \ τ	0,5—1 0,75	1,01—1,5 1,25	1,51—2 1,75	2,01—2,5 2,25	2,51—3 2,75	>3	m_u
200—244 222						5	5
244—288 266		1				1	2
288—332 310	1	2	6	4			13
332—376 354	4	4	1				9
376—420 398	1	1					2
420—462 441	5						5
m	11	8	7	4	—	6	35

Pentru estimarea valorii medii se va considera legea de repartiție a lui Student [33], [36], [37] cu ν grade de libertate unde,

$$\nu = n - 1$$

n putînd avea orice valoare.

Avantajul aplicării repartiției lui Student constă în faptul că ea este valabilă și în cazul unui număr mic de evenimente [36].

Dacă x este valoarea medie a colectivității parțiale, iar a valoarea reală a mărimii statistice măsurate, probabilitatea ca abaterea lui x față de a să nu fie mai mare decît δ este dată de relația [37]:

$$P(-\delta < X - a < \delta) = \frac{2}{\sigma 2\pi} \int_{a-\delta}^{a+\delta} e^{-\frac{(X-a)^2}{2\sigma^2}} dX. \tag{2}$$

De unde se poate deduce că

$$-t_\alpha S_X < \bar{x} - a < t_\alpha S_{\bar{X}}$$

unde

$$S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}; \; S = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^n}{n-1}}, \tag{3}$$

S, fiind abaterea medie pătratică corectată. Introducînd mărimea

$$t = \frac{\bar{X} - a}{S_{\bar{X}}} \tag{4}$$

se pune problema că la o probabilitate α dată, să se determine astfel intervalul

$$-t_\alpha < t < t_\alpha,$$

pentru ca

$$P(-t_\alpha < t < t_\alpha) = \alpha, \tag{5}$$

ceea ce duce la relația (2).

Rezultă că valoarea necunoscută a, are valoarea cuprinsă cu suficientă exactitate între

$$\bar{x} - \Sigma < a < \bar{X} + \Sigma,$$

unde

$$\Sigma = t_\alpha S_{\bar{X}}.$$

Astfel, pentru intervalul timpului de întîrziere cuprins între 0,5—1 μs la unde de polaritate pozitivă pentru $\alpha = 0{,}99$ $t_\alpha S_{\bar{X}} = 69{,}30$ și în consecință valoarea tensiunii pentru probabilitatea dată poate varia între 329 și 462 kV. Calculele analoage au fost determinate și pentru $\alpha = 0{,}95$ precum și pentru alte intervale de timp. Totodată, s-a verificat în ce măsură unele rezultate sînt neacceptabile punîndu-se condiția ca $\bar{X} - X < 3\,\sigma$. Pe baza rezultatelor obținute s-au trasat caracteristicile tensiune-timp din figura 3, unde curba a se referă la polaritatea pozitivă, iar curba b la cea negativă.

În tabelele 9 a și 9 b sînt prelucrate statistic rezultatele privind timpul de întîrziere statistic al descărcării în funcție de diverse tensiuni de încercare; în figura 8 sînt reprezentate repartițiile frecvențelor în funcție de valorile timpului de întîrziere statistic pentru cazul tensiunii de polaritate pozitivă.

Tabela 9 a

Frecvența $f(X_k)$ și funcția de repartiție $F_n(X_k)$ la diverși timpi de întîrziere a descărcării în cazul undei de polaritate pozitivă — izolator SB-35

U kV_{cr}	$\tau\mu s$	0,5—1 0,75	1,01—1,5 1,25	1,51—2 1,75	2,01—2,5 2,25	2,51—3 2,75	> 3	Suma
244	X_k		1				6	7
	$f(X_k)$		0,143				0,857	1,0
	$F_n(X_k)$		0,143				1,0	1,0
310	X_k	1	2	6	4			1,3
	$f(X_k)$	0,076	0,142	0,477	0,305			1,0
	$F_n(X_k)$	0,076	0,218	0,695	1,0			1,0
354	X_k	4	4	1				9
	$f(X_k)$	0,44	0,44	0,12				1,0
	$F_n(X_k)$	0,44	0,88	1,0				1,0
420	X_k	6	1					7
	$f(X_k)$	0,857	0,143					1,0
	$F_n(X_k)$	0,857	1,0					1,0
U med	X_k	11	8	7	4		6	35
332	$f(X_k)$ med.	0,305	0,210	0,20	0,114		0,171	1,0
	$F_n(X_k)$ med.	0,305	0,515	0,715	0,825		1,0	1,0

Tabela 9 b

Frecvența $f(X_k)$ și funcția de repartiția $F_n(X_k)$ la diverși timpi de întîrziere a descărcării în cazul tensiunii de polaritate negativă—izolator SB-35

U kV_{cr}	$\tau\mu s$	0,5—1 0,75	1,01—1,5 1,25	1,51—2 1,75	2,01—2,5 2,25	2,51—3 2,75	> 3	Suma
298	X_k						5	5
	$f(X_k)$						1,0	1,0
	$F_n(X_k)$						1,0	1,0
365	X_k	2	1	6				9
	$f(X_k)$	0,23	0,11	0,66				1,0
	$F_n(X_k)$	0,23	0,34	1,0				1,0
421	X_k	7	1					8
	$f(X_k)$	0,875	0,125					1,0
	$F_n(X_k)$	0,875	1,0					
466	X_k	4	1					5
	$f(X_k)$	0,8	0,2					1,0
	$F_n(X_k)$	0,8	1,0					1,0
U med	X_k	13	3	6			5	27
	$f(X_k)$	0,482	0,111	0,222			0,185	1,0
388	$F_n(X_k)$	0,482	0,593	0,815			1,0	1,0

Din tabelele 8, 9 *a*, 9 *b* și figura 8 rezultă :

1. Curba de frecvență a timpului de întîrziere a descărcării pentru o anumită tensiune are o alură de repartiție normală (fig. 8).

2. Domeniul de împrăștiere a timpului de întîrziere este cu atît mai mare cu cît tensiunea este mai mică.

3. Intervalul de variație a timpului de întîrziere este cuprins între 0,5—7 μs, cuprinzînd 81% din cazuri pînă la 2 μs pentru polaritatea

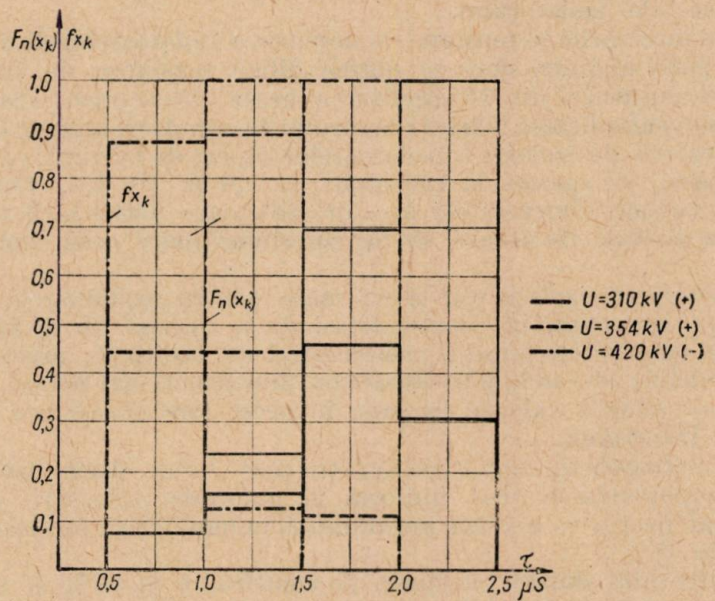


Fig. 8. — Histogramele și funcțiile de repartiție a timpului de întîrziere a descărcării pentru diferite valori ale tensiunii de conturnare, în cazul tensiunilor de polaritate pozitivă, izolator SB-35.

negativă, iar pentru polaritatea pozitivă între 0,5—10,5 μs, cuprinzînd 71,5% din cazuri pînă la 2 μs.

4. Pe fruntea undei ($\tau < 1$ μs) sînt cuprinse 48,2% din cazuri la polaritate negativă și 30,5% din cazuri la polaritatea pozitivă.

5. La conturnarea pe fruntea undei tensiunea minimă are valoarea de 288 kV_{cr} la polaritatea pozitivă și 309 kV_{cr} la polaritatea negativă, iar tensiunea maximă de 462 kV_{cr} respectiv 480 kV_{cr}.

6. Amplitudinea împrăștierii tensiunii de conturnare pe fruntea undei este de 174 kV_{cr} la polaritatea pozitivă și 157 kV_{cr} la polaritatea negativă; iar pe spatele undei, între 1—1,5 este de 197 kV_{cr} respectiv 157 kV_{cr}.

Toate aceste constatări sînt în concordanță cu literatura de specialitate [4], [31], [32].

4. CONCLUZII ȘI PROPUNERI

1. Izolatoarele suport de tip interior, suportă tensiuni cu circa 29% mai mari la polaritatea negativă decît la polaritatea pozitivă. În consecință, se poate renunța la efectuarea încercărilor acestor izolatoare și la polaritatea negativă pentru verificarea nivelului de izolație, lucru recomandat și de GOST. Se vor verifica ambele polarități numai la încercările de conturnare 50% efectuate în scopul stabilirii caracteristicilor constructive ale izolatorului.

2. La încercările la tensiune de impulsie a izolatoarelor de 1 kV fără iradierea spațiului dintre sfere se obține dificil tensiunea de 50%. Procedeul 4—6 conturnări din 10 impulsuri aplicate este neprecis. Este indicat a se analiza eventualitatea măririi numărului de impulsuri la 20 în loc de 10.

3. Rezerva de izolație a izolatoarelor suport de fabricație românească este mare, în special la tensiunile de 1,6 și 10 kV. Considerăm că se pot reduce dimensiunile acestor izolatoare astfel încît tensiunea de ținere a acestor izolatoare să fie corespunzătoare celei indicate în STAS.

4. Rezerva de izolație este și mai mare pentru izolatoarele folosite în instalații neexpuse, în prezent folosindu-se același tip de izolatoare. Considerăm necesar a se prescrie pentru astfel de instalații, nivele de izolație mai mici cu 20—40% și izolatoare cu dimensiuni mai reduse. În acest scop, se pot adopta valorile propuse în acest sens la sesiunea CEI din 1961 de la Interlaken.

5. Izolatoarele tip A au o construcție mai bună decît izolatoarele tip B, comportîndu-se mai uniform la diversele solicitări electrice. Este indicat deci a se analiza posibilitatea îmbunătățirii formei izolatoarelor de tip B.

6. Intervalul dintre tensiunea de conturnare de 50% și tensiunea de ținere se recomandă să fie de 10%.

7. Caracteristica tensiune-timp pentru izolatoarele de fabricație indigenă se încadrează în curbele tip pentru produse similare din străinătate.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DEN STAND DER SCHIENENISOLIERUNG BEI VERTEILUNGSANLAGEN FÜR INNENRÄUME

ZUSAMMENFASSUNG

In der Arbeit wird über die Ergebnisse der an einer großen Anzahl von Stützisolatoren für Innenstationen durchgeführten Versuche berichtet. Die Änderungsgrenzen der Beziehungen der verschiedenen Spannungen werden hervorgehoben, das Verhalten der Isolatoren Typ A und B miteinander verglichen, die Spannung-Zeit-Charakteristik für einen Isolator Typ SB—35 angegeben und die Ergebnisse auf Grund ihrer

statistischen Bearbeitung zusammengefaßt. Auch einige Ergebnisse hinsichtlich der Prüfmethoden auf Spannungsstöße werden erwähnt. Schließlich werden Schlüsse hinsichtlich der Isolationsreserven der Isolatoren gezogen und die Möglichkeit untersucht, die Höhe der genormten Isolationen herabzusetzen.

BIBLIOGRAFIE

1. ***, *Recommandations pour la coordination de l'isolement.* Publication 71, Troisième édition, 1960.
2. ***, *Coordonarea izolației. Nivele de izolație și protecție.* STAS 6489/61.
3. M. R. LANGLOIS-BERTHELOT, *Exposé de la mise au point nationale actuelle et internationale prochaine des problèmes d'isolation et de coordination des isolements dans les réseaux à haute tension et très haute tension.* Bulletin de la Société française des électriciens, *8*, 419 (1951).
4. A. C. MONTEITH, H. R. VAUGHAN, *Insulation Coordination. Electrical Transmission and Distribution.* Reference Book, Westinghouse, 1950, 610.
5. REMUS RĂDULET, *Reuniunea de la Interlaken a Comisiei electrotehnice internaționale 18—30 iunie 1961.* Electrotehnica, *10*, 343—346 (1961).
6. GH. HORTOPAN, *Observații privind calculul și comanda unui generator de impuls.* Electrotehnica, **V**, *1*, 13—18 (1957).
7. B. POPA, *Contribuții privind calculul și exploatarea instalațiilor de impulsie.* Electrotehnica, *5*, 1961.
8. GH. HORTOPAN, *Generatorul de impuls pentru încercarea transformatoarelor.* Electrotehnica, **6**, *11*, 401—406 (1958).
9. — *Une nouvelle formule concernant les essais au choc des transformateurs.* CIGRE, 1960, raport, 125.
10. F. CĂPRARU, D. CÎRSTEA, D. COSTINA, A. MARX, B. MATHE, *Încercările transformatoarelor de forță la impuls de tensiune.* Electrotehnica, **6**, *8*, 291—302 (1958).
11. D. COSTINA, A. MARX, B. MATHE, *Studii experimentale privind nivelul de izolație la tensiuni de impulsie a seriei noi de transformatoare de 110 kV.* Electrotehnica, **7**, *11*, 388—395 (1959).
12. CH. POPESCU, FL. TĂNĂSESCU, *Imaginea cîmpului electric în jurul izolatoarelor suport de interior indigene de 6, 10, 20, 35 kV și comportarea lor la unde de impuls de tensiune.* Electrotehnica, **V**, *5*, 139—147 (1957).
13. A. AVRAMESCU, *Solicitările echipamentului stațiilor de foarte înaltă tensiune.* I — Electrotehnica, **7**, *12*, 418—427 (1959); II — Electrotehnica, **8**, *1* (1960).
14. S. DONICI, M. MIHAESCU, *Descărcătoare cu rezistență variabilă construite în țara noastră (tip ICPET).* Electrotehnica, **V**, *8*, 237—245 (1957).
15. G. DRĂGAN, B. POPA, *Încercarea izolatoarelor electrice de fabricație românească pentru liniile de 10—35 kV.* Electrotehnica, **8**, *9*, 313—321 (1960).
16. G. DRĂGAN, B. POPA, I. ADĂMUȚ, *Cercetări experimentale privind determinarea tensiunilor de conturnare a lanțurilor de izolatoare IC 4.* Studii și cercetări de energetică, Anul **XI**, *2*, 354—375 (1961).
17. G. DRĂGAN, B. POPA, *Ridicarea caracteristicii tensiune-timp a izolatoarelor electrice.* Electrotehnica, *5* (1959).
18. ***, *Projet de recommandations pour la technique des essais à haute tension.* CEI Comité d'études, *42* (1960).
19. ***, *Suporturi izolante pentru instalații electrice — condiții generale.* STAS 6390/61.
20. ***, *Specification for High Voltage Post Insulators.* British Standard, 3297/1960.
21. ***, *Transformatoare aparate și izolatori de înaltă tensiune.* Norme și metode de încercare a rigidității dielectrice a izolației — GOST 1516/1960 (traducere).
22. ***, *Leitsätze für die Bemessung und Prüfung der Isolation elektrischer Anlagen für Wechselspannungen von 1 kV und darüber.* VDE 0111/2.61.
23. ***, *Încercarea echipamentului electric la impulsuri de tensiune.* Proiect STAS 1961.
24. ***, *Recommandations pour la mesure des tensions au moyen d'éclateurs à sphères (une sphère à la terre).* CEI Publication 52, deuxième édition, 1960.

25. S. LEWIS, *The statistical Basis of impulse Testing.* The Proceedings of the Institution of electrical engineers. 105, *7*, March 27 (1958).
26. I. L. SIROTINSKI, *Tehnica tensiunilor înalte*, vol. II. Edit. tehniçă, București, 1956.
27. В. М. КОСТЕНКО, *Атмосферное перенапряжение и грозозащита высоковольтных установок.* Госэнергоиздат, 1949.
28. A. ANGOT, *Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électrotechnique et des télécommunications.* Paris, 1949, 580—590.
29. G. A. WORTHING, J. GEFFNER, *Prelucrarea datelor experimentale.* Traducere din limba engleză. Edit. tehnică, București, 1959, 164—296.
30. W. BAUMANN, *Statistischer Fehler bei der Bestimmung der 50% Überschlagstossspannung*, ETZ A (78), 1 Juni — Heft *11*, 369—375 (1957).
31. CESARE DE BERNOCHI, *Probe ad impulso con onde di tensione positiva e negativa su isolatori di tipi diversi.* L'energia Elettrica, **33**, *3*, 306—311 (1956).
32. — *La tensione di tenuta nelle prove ad impulso su isolatori.* L'Energia Elettrica, **VII**, 681 (1957).
33. *** *Statistica matematică în tehnică*, STAS 2631—58.
34. *** *Projet Guide d'application pour les matériels en situation exposée.* CEI, 1960.
35. A. AVRAMESCU, G. DRĂGAN, I. ADĂMUȚ, B. POPA, *Unele considerații privind prescripțiile CEI în problema nivelelor de izolație.* Electrotehnica, 1962.
36. А. К. МИТРОПОЛЬСКИЙ, *Техника статических вычислений*, Гос. Изд. Физ. Мат. Лит., Москва, 1961.
37. А. М. ДЛИН, *Математическая статистика в технике.* Советская Наука, 1958.

PERFORMANȚELE CELULELOR REDRESOARE CU SEMICONDUCTORI

de

AUREL AVRAMESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R. P. R.

În condițiile actuale ale dezvoltării industriei noastre socialiste și ale introducerii tehnicii moderne prevăzute în documentele de partid și de stat, cererile de energie electrică sub formă de curent continuu sînt și vor fi în creștere rapidă, chiar dacă se exclude transmisia energiei în curent continuu de înaltă tensiune. Industria noastră chimică va reprezenta un mare consumator de curent continuu, iar locomotivele electrice moderne unesc avantajele transmisiei de curent alternativ de înaltă tensiune cu cele ale motorului serie de curent continuu prin intermediul redresorului montat pe locomotivă. Redresoarele cu semiconductori găsesc în prezent aplicații tot mai multe concurînd tipurile clasice de redresoare, datorită robusteței în exploatare, a randamentului superior și ancombramentului redus [1].

De cînd cercetări intense și progresele realizate în tehnica transistorului au permis dezvoltarea unor celule redresoare, diode de mare putere și triode cu caracteristici de tiratron, noi domenii de aplicații în electrochimie, în sudură și în acționări electrice de medie și mare putere, se deschid redresorului cu semiconductori [2]. Dezavantajele acestor redresoare, anume sensibilitatea față de suprasarcini și supratensiuni se previn și combat în prezent prin măsuri tehnice și constructive corespunzătoare astfel încît în viitorul apropiat le va reveni un rol din ce în ce mai important în toate instalațiile care necesită curent continuu, ele reprezentînd tehnica înaintată în domeniul redresării curentului alternativ.

1. IMPORTANȚA REDRESOARELOR CU SEMICONDUCTORI

În clasa celulelor redresoare *uscate* — termen devenit azi impropriu — a intervenit o evoluție tumultoasă prin dezvoltarea și introducerea recentă în aplicații variate a redresoarelor cu semiconductorii cristalini din clasa

a IV-a sistemului Mendeleeff, în speță germaniul și siliciul. După cum redresorul cu Se inventat în 1925 a întrecut în anul 1930 în performanțe pe cel cu Cu_2O (apărut în 1926), tot așa, ca urmare a dezvoltării cunoștințelor privind fizica corpului solid și a răspîndirii transistorului [3] diodele de Ge și de Si, au cucerit pe rînd noi și noi poziții în domeniul redresoarelor de putere întrecînd în performanțe redresorul cu Seleniu.

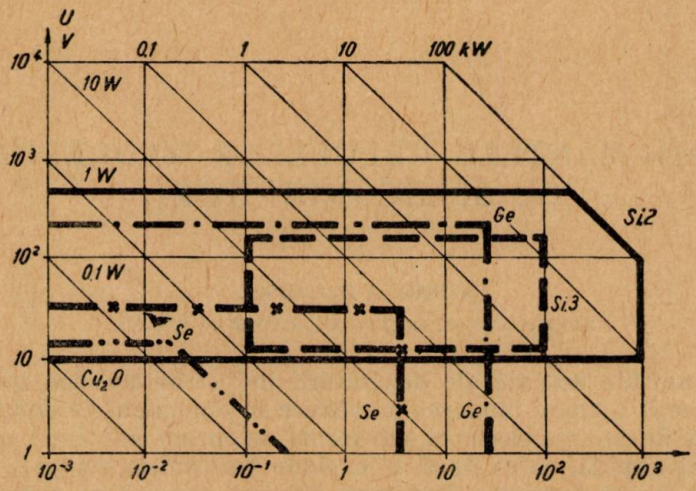


Fig. 1. — Debitele celulelor redresoare (diode) de Cu_2O, Se, Ge, Si și a triodei de Si. Stadiul sem. I/961.

Situația actuală se poate urmări pe baza diagramei dublu logaritmice propuse de autor [4] în care s-au trecut domeniile de debit al unei singure celule de Cu_2O, Se, Ge și Si cît și domeniul nou ocupat de trioda (diodă comandată) de Si (denumită Tiristor, din cauza asemănării cu performanțele tiratronului). Celula de Cu_2O se menține în domeniul curenților mai mici de 0,7 A și a tensiunilor sub 10 V, pe cînd celula cu Se a atins tensiuni continui de 35 V și curenți de cîțiva amperi (vezi fig. 1).

Celula de Ge permite sub o tensiune inversă de 130 V un curent mediu de 30 A la răcire proprie și de 100 A la răcire forțată cu aer. Toate aceste performanțe sînt depășite de celula de Si care la o tensiune medie de 400 V poate prelua 200 A, iar la tensiuni continui mai joase curenții pînă la 500 A, ceea ce înseamnă o putere de circa 80 kW, concentrată într-o singură celulă. Că în aceste condiții este necesar să se ia măsuri deosebit de eficace pentru răcire (circulația de apă) este de la sine înțeles, criteriul încălzirii continuînd a stabili și la aceste dispozitive gabaritele [5].

Comparația cu celule din Se este și mai evidentă dacă luăm în considerare un alt parametru și anume *densitatea de putere*, adică puterea redresată pe unitatea de suprafață activă. La o celulă de Se cu o tensiune inversă maximă de 35V și o densitate superficială de curent de 0,3 A/cm² densitatea de putere este de 2,6 W/cm², pe cînd la celula de Si cu o ten-

siune inversă maximă de 600 V și o densitate superficială admisibilă de 200 A/cm², rezultă o densitate de putere de 35 kW/cm², ceea ce înseamnă o solicitare de aproape 13 000 ori mai mare [6]. De notat că prin ridicarea tensiunii inverse maxime a unei celule cu Se de la 30 la 35 V se obține o densitate de putere cu 20% mai mare, fără o majorare a pierderilor [5]. Cu atît mai mare este cîștigul de spațiu în cazul celulelor de Si.

Cu toate aceste deplasări ale limitelor, fiecare din celule are un domeniu propriu în care, dacă nu din motive tehnice, atunci din motive economice, întrece concurența, astfel că fabricația tuturor este încă în curs.

Succesul mare obținut de celulele de Ge și Si se referă în special la înlocuirea redresorului cu vapori de mercur în domeniul tensiunilor reduse și concurența cu redresorul cu contacte, față de care redresorul cu Si nu are părți mobile, randamentul total atingînd sensibil aceleași valori.

Avînd în vedere larga răspîndire ce se așteaptă pentru celulele cu Ge și Si în utilizările de mare putere, cunoașterea fenomenelor, a principiilor de funcționare și a construcției acestor celule se impune în vederea utilizării lor în cele mai bune condiții. Introducerea lor va însemna, datorită randamentului ridicat (de ordinul 98%), realizarea unor importante economii.

De aceea, în cele ce urmează se vor trece în revistă principiile fizice ale joncțiunilor din cristale semiconductoare, construcția și caracteristicile principale ale celulelor, condițiile de reglare în paralel și în serie, dimensionarea termică a celulelor și scara de mărimi a celulelor de Ge și Si uzuale. O atenție deosebită se va da noilor celule triode cu Si care au caracteristici de tiratron și care, în plină dezvoltare, vor deschide drumuri noi spre alte domenii de aplicare.

2. EVOLUȚIA

Dezvoltarea celulelor redresoare din semiconductori cristalini este strîns legată de invenția și evoluția transistorului, adică a triodei cu cristal, iar apariția acestuia a fost posibilă datorită vastelor cercetări teoretice și experimentale întreprinse în toate țările înaintate ale lumii spre a lămuri fenomenele electrofizice din corpul solid.

Școala sovietică a fost și în această privință în fruntea cercetărilor, prin lucrările academicianului A. Joffe, cît și ale marelui fizician B. Davîdov și ale colaboratorilor lor.

În S.U.A. evoluția a început prin descoperirea de către Bardeen și Brattain a efectului de transistori (7) a cărei explicație a fost dată de Shockley în lucrările sale bine cunoscute [8]. De la transistorul cu vîrf s-a trecut în curînd la joncțiunea de suprafață, care se realizează azi prin aliere, sau difuzie. A urmat stratificarea bazei (structura *pnip*) și introducerea unui cîmp de derivă, ceea ce a dus la dezvoltarea transistoarelor pînă în domeniul MHz de frecvență. Domeniul curenților tari a devenit accesibil după adăugirea unor donatori la emiter, de exemplu de Ga sau Al la joncțiunile *pnp* [9].

Descoperirea proceselor metalurgice potrivite pentru realizarea de monocristale din Ge şi Si prin topire zonară [10] a contribuit mult la dezvoltarea tehnologiilor de fabricaţie a diodelor şi triodelor de mare putere.

Concomitent cu aceste progrese experimentale s-a dezvoltat teoria joncţiunii utilizînd modelul cu benzi de energie a lui Wilson [11], modelul de oală al lui Shockley [12] şi Spenke [13], în sfîrşit lucrările valoroase ale lui Davîdov privind contactul între metal şi semiconductor respectiv între doi semiconductori [14].

O nouă fază în evoluţia semiconductorilor anunţată de fizicianul Tucikievici din Leningrad la o consfătuire din Bucureşti asupra semiconductorilor (1959), a început cu descoperirea redresorului comandat [15], care va concura de acum înainte redresorii termoionici cu aceleaşi caracteristici anume tiratronul, excitronul şi ignitronul. Este de aşteptat ca performanţele încă limitate ale triodelor cu Si să fie în curînd potenţate, spre a depăşi toate celelalte tipuri de redresoare, mai fragile şi mai puţin durabile.

3. PRINCIPIILE DE BAZĂ ALE JONCŢIUNII *pn*

3.1. Semiconductorul este o substanţă care necesită o energie de excitaţie pentru a deveni conductor. La temperatura de 0°K toţi semiconductorii sînt perfecţi izolatori, pe cînd metalele păstrează o conductibilitate permanentă. Energia de excitaţie poate fi radiantă, sau calorică. După cum conducţia are loc prin electroni, lipsă de electroni (goluri), ioni sau amestecuri, se vorbeşte de conducere electronică, ionică, amestecată. În semiconductorii de Ge şi Si conducţia este pur electronică şi se exercită prin deplasări de electroni negativi (n) şi de goluri (p).

În reţeaua cristalină, similară celei a diamantului, atomii de Si şi Ge au cîte patru legături de valenţe cu patru atomi adiacenţi. Radicalii Si^{4+} stau în punctele de intersecţii ale reţelei, iar cei 4 electroni de valenţă pe legăturile cu cei 4 atomi vecini. Aceste legături sînt duble, deoarece şi atomul vecin contribuie cu un electron la fiecare legătură. În această stare reprezentată schematic în figura 2, cristalul nu are purtători liberi, este deci un izolator.

Producerea de purtători se face prin excitarea reţelei pe baza relaţiei bilaterale (care conţine şi recombinarea)

$$Si \rightleftarrows Si^{+} + e^{-}.$$

Electronul eliberat cît şi golul, echivalabil cu o sarcină fictivă pozitivă, devin mobile în reţea şi contribuie la conducţie.

Între numărul de purtători produşi şi recombinaţi există un echilibru dat de relaţia de interacţie

$$pn = n_i^2, \tag{1}$$

în care

$$n_i = n_o \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right), \tag{2}$$

înseamnă densitatea intrinsecă de purtători în stare neexcitată $n_o = 2{,}5.10^{19}\ cm^{-3}$, ΔW energia de activare a rețelei cristaline (la Ge 0,72 eV iar la Si 1,12 eV), iar $k = 1{,}38.10^{-23}$ Ws/°K constanta lui Boltzmann.

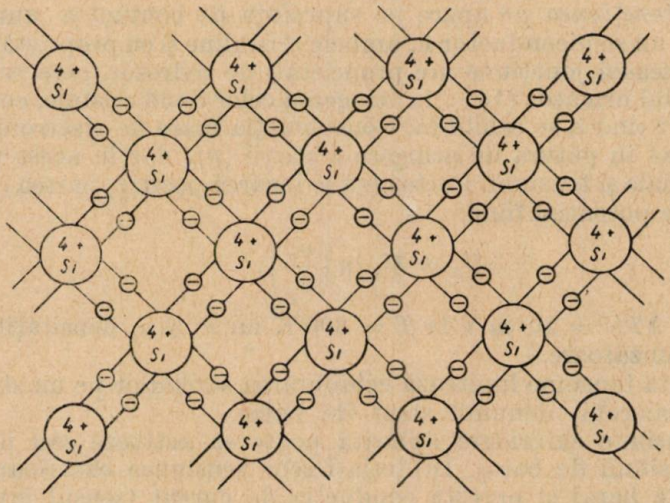


Fig. 2. — Schema rețelei cristaline tip diamant a siliciului.

La temperatura de $T = 300°K$ pentru Ge $n_i = 2{,}5.10^{19}\ cm^{-3}$, iar pentru Si $n_i = 1{,}5.10^{10}\ cm^{-3}$.

Dacă un cristal pur se *dotează* cu atomi străini, atunci densitatea de sarcini p sau n se poate influența, rezultînd în cazul $p > n$ un semiconductor p în cazul $n > p$ un semiconductor n. La Ge și Si prin *dotarea* cu elementele din grupa V a sistemului periodic (de ex. antimon, Sb) apar, după o ușoară excitație, care de multe ori este dată de agitația termică la temperaturile obișnuite, electroni liberi în rețeaua cristalină. Atomi străini care dau un electron liber se numesc *donori*.

Invers, prin dotarea cu atomi din grupa III a sistemului periodic (de ex. Al) în rețeaua cristalului apar sarcini fictive pozitive, din cauza golurilor a căror densitate crește. Astfel de atomi se numesc *acceptori* (fig. 3).

Conductivitatea unui astfel de semiconductor se compune din doi termeni

$$k = e\mu_- n + e\mu_+ p \qquad (3)$$

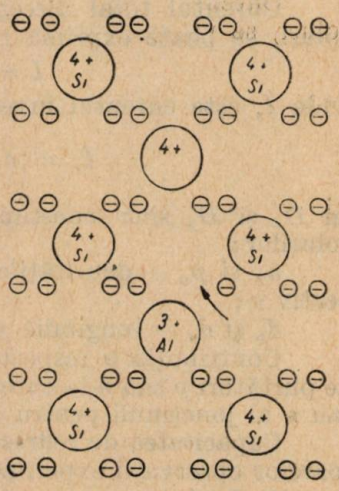


Fig. 3. — Schema rețelei de Si cu un atom de Al *acceptor*.

unde μ_- și μ_+ sînt *mobilitățile* electronilor și golurilor [cm²/Vs] și $e = 1{,}59.10^{-19}$C sarcina elementară.

Amănunte asupra mecanismului de conducere se găsesc în lucrările fizice de specialitate [1], [2], [13].

3.2. *Joncțiunea pn* apare pe suprafața de contact a unui semiconductor p cu un semiconductor n, ambele cristaline și cu proprietățile descrise mai sus. Această joncțiune are proprietăți de redresor, ceea ce se explică sumar în felul următor [16]: la atingerea celor două cristale, concentrațiile de purtători tind a se echilibra. Concentrația mare de electroni n a părții (n) difuzează în pătura de atingere a părții (p), dar în acest proces apar sarcini spațiale și tensiuni. Partea (n) se încarcă pozitiv, partea (p) negativ, diferența de potențial fiind

$$U_d = U_T \ln\left(\frac{n_n}{n_p}\right), \tag{4}$$

unde $U_T = kT/e = 26$ m V la $T = 300$°K iar n_n și n_p densitățile de purtători corespunzătoare.

Această tensiune limitează echilibrarea sarcinilor pe un strat subțire, de cîțiva microni, denumit strat de baraj.

O tensiune exterioară aplicată poate să activeze sau în sensul sau contrar tensiunii de baraj. În același sens tensiunea exterioară mărește tensiunea de baraj și oprește conducția de curent (sensul invers pentru redresor) în sensul contrar scade tensiunea de baraj și face joncțiunea conductoare (sens direct pentru redresor).

Relațiile apar clare dacă se examinează figura 4. În situația *a*) purtătorii sînt atrași de polaritatea tensiunii aplicate înspre bornele exterioare, lăsînd joncțiunea fără purtători — fază de mare rezistență, curent invers; în cazul *b*) purtătorii p și n sînt împinși în zona de joncțiune, care devine conducătoare — faza de mică rezistență, — curent direct.

Curentul total direct, cuprins aditiv din curentul de electroni și goluri, se poate exprima prin relația

$$I = I_s\,[\exp\,(U/U_T) - 1], \tag{5}$$

unde I_s este curentul invers de saturație

$$I_s = \left(e\,D_- \frac{n_p}{d_p} + eD_+ \frac{p_n}{d_n}\right) S, \tag{6}$$

iar D_- și D_+ sînt constantele de difuziune ale electronilor respectiv golurilor;

n_p și p_n — densitățile purtătorilor minoritari în substanța p respectiv n;

d_p și d_n — lungimile de difuzie a golurilor, respectiv electronilor.

Contribuția p respectiv n la curentul total nu este egală. Raportul de purtători p sau n la curentul total se numește randamentul de injecție p sau n al joncțiunii pentru electroni sau goluri.

Capacitatea de redresare a joncțiunii pn este limitată pe baza următoarelor observații experimentale:

1. La întrecerea unei anumite valori — U_e a tensiunii inverse, prin efectul cîmpului se produc noi purtători de sarcini și joncțiunea devine

conducătoare, fără a se distruge (ca la Se). Caracteristica se parcurge reversibil (vezi fig. 4 *d*).

2. La întrecerea unei anumite valori U_e a tensiunii directe (tensiunea de prag) creșterea exponențială a curentului direct devine liniară, din

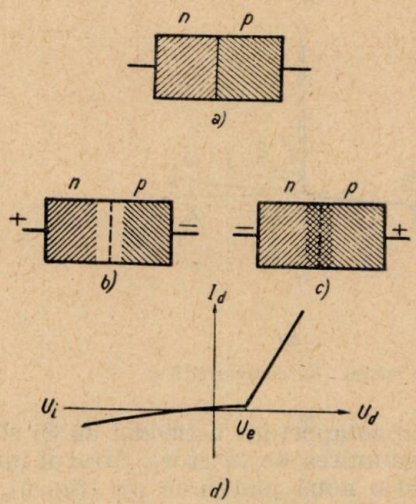


Fig. 4. — Joncțiunea *pn*. *a*) nepolarizată ; *b*) polarizată invers ; *c*) polarizată direct ; *d*) caracteristica.

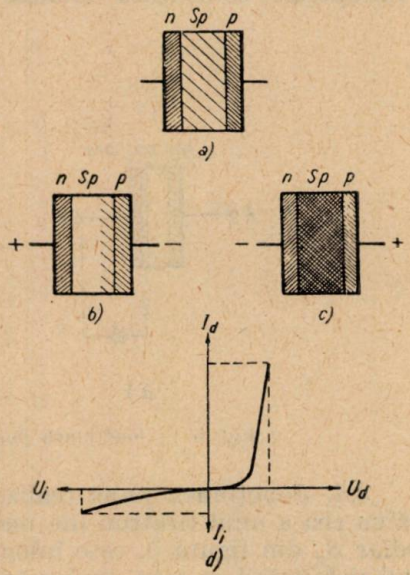


Fig. 5. — Joncțiunea *psn*. *a*) nepolarizată ; *b*) polarizată invers ; *c*) polarizată direct ; *d*) caracteristica.

cauză că în serie cu rezistența mică în sens direct se află rezistența căilor de curent R_e (fig. 4 *d*).

S-a constatat că valoarea critică — U_e coincide cu un gradient critic în joncțiune care este de circa 500 kV/cm în Si.

Dacă în curba de repartizare a potențialului nu apar coturi pronunțate, atunci din acest gradient rezultă o tensiune critică mare și invers. Aceasta înseamnă, conform legii lui Poisson

$$\frac{d^2 V}{d x^2} = -\rho, \tag{7}$$

sarcini spațiale mici, deci dotare redusă. Însă lipsa de sarcini libere mărește rezistența joncțiunii în sens direct. Deci joncțiunea simplă *pn* nu poate întruni concomitent cerințele pentru o tensiune inversă mare și o rezistență directă mică.

3.3. Joncțiunea *psn* permite o ieșire din această dilemă, prin intercalarea unui strat intermediar de mare rezistivitate *s* între straturile *p* și *n* dotate cu purtători. Barajul se realizează între straturile s_p și *n* (fig. 5). Cum în stratul intermediar sarcinile spațiale sînt reduse, deci curbura potențialului mică, cu gradientul critic se atinge o tensiune inversă mare.

Polarizată în sens direct, joncțiunea devine conductoare din cauză că stratul intermediar s este inundat și din dreapta și din stînga cu purtători. Straturile externe sînt subțiri și puternic dotate, deci conductoare. Astfel se realizează un efect de redresare pronunțat. Pe acest principiu de funcționare se bazează diodele redresoare de putere din Ge și Si.

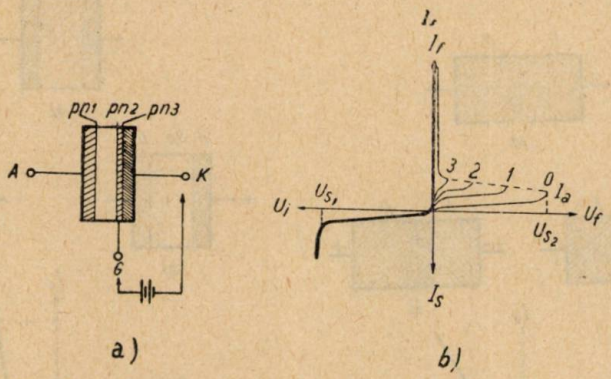


Fig. 6. — Joncțiunea *pnpn*. *a*) cristal ; *b*) caracteristica.

3.4. Joncțiunea *pnpn* realizează o comportare a triodei de Si similară cu cea a unui tiratron (de unde denumirea de tiristor). Stratul intermediar S_p din figura 5, este înlocuit cu o nouă joncțiune *pn* (fig. 6). În cazul polarizării în sens invers totul se întîmplă ca în cazul precedent : joncțiunea se află deschisă, iar pn_3 barată [17]. La schimbarea polarizării externe joncțiunile 1 și 3 devin conductoare, numai joncțiunea 2 barează pînă la tensiunea U_{s2}. Din cauza simetriei $U_{s1} = U_{s2}$. La întrecerea acestei tensiuni pe joncțiune rezistivitatea mare a acesteia dispare într-un timp foarte scurt și apare o rezistență totală redusă comparabilă cu cea a joncțiunii *psn* în sens direct. *Aprinderea* se datorește producerii unor lavine de purtători în zona de baraj *pn* 2 care la trecerea curentului mai este invadată și de purtători p și n din straturile adiacente (injecție din stratul n_+ și de goluri din stratul p_+).

Dacă electroni injectați în stratul 3 ajung prin difuzie la stratul *pn* curentul invers crește (efect de transistor) și deci injecția activîndu-se, rezistența totală scade repede. Cum agitația termică conduce purtători în joncțiunea *pn* chiar la temperatură normală, barajul în sens direct nu s-ar putea menține nici la cele mai mici tensiuni.

Aici se intervine cu un efect nou, cunoscut de la transistoare. Amplificarea de curent crește în curentul din emiter. La un curent mic în joncțiunile barate 1 și 3, nu se pot injecta electroni din *pn* 3 și goluri din *pn 1*, deci curentul în joncțiunea *pn* 2, nu poate să crească. Este necesar ca acest curent să crească pînă la o valoare critică I_a pentru ca creșterea (aprinderea) progresivă să se amorseze. Dacă prin radiații sau prin polarizarea pozitivă a stratului p (în fig. 6) față de catod se mărește artificial curentul invers al joncțiunii 2, atunci se poate atinge, prin aceste artificii,

valoarea critică I_a și joncțiunea descrisă conductoare. Deoarece curentul invers nu este de saturație pură, ci crește cît de puțin cu tensiunea inversă cît și din cauza cîmpurilor interne, aprinderea are loc la tensiuni mai mari cu un curent mai mic și la tensiuni mici cu un curent mai mare (vezi fig. 6), funcție de curentul injectat în stratul de baraj p. După aprindere, acest strat își pierde proprietatea de comandă, ca la tiratron [17].

Stingerea are loc la anularea tensiunii anodice.

4. CARACTERISTICI DE FUNCȚIONARE

4.1. *Analiza caracteristicilor* celulelor semiconductoare contribuie la înțelegerea funcționării redresoarelor de putere în care aceste celule se montează ca elemente active. Comparația curbelor caracteristice ale celulelor de diferite tipuri sau din diferite materiale permite a se trage concluzii imediate cu privire la funcționarea și comportarea în diferite condiții.

În figurile 4, 5 și 6 sub schemele joncțiunii respective s-a reprezentat schematic și analizat caracteristica corespunzătoare diferitelor situații structurale în joncțiune.

4.2. *Comparația caracteristicilor.* Caracteristica unei celule redresoare reprezintă curentul I sau densitatea de curent J în funcție de tensiunea U

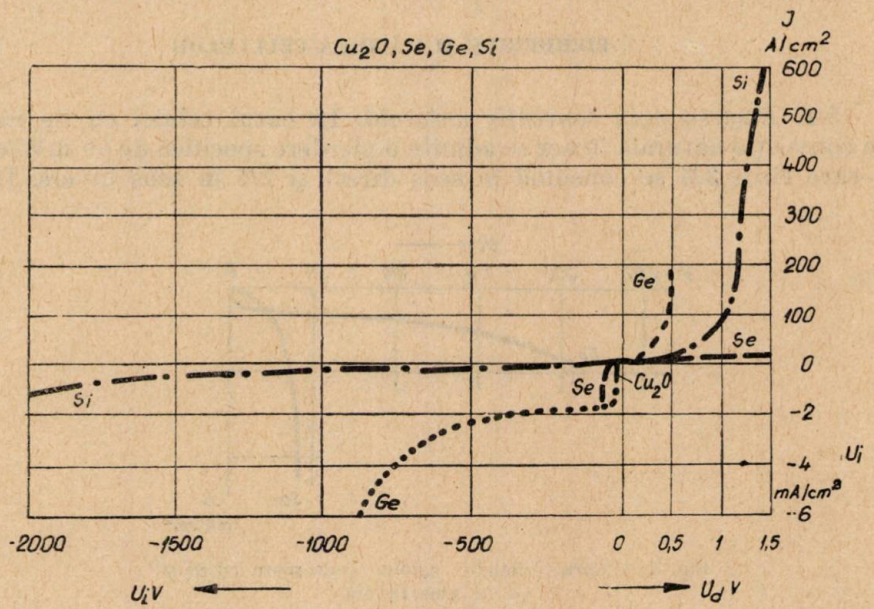


Fig. 7. — Caracteristicile celulelor redresoare cu semiconductori.

aplicată. Caracteristica unui redresor ideal (întrerupător) este reprezentată de axa negativă a tensiunii și axa pozitivă a curentului de trecere.

În figura 7, s-au reprezentat comparativ caracteristicile celulelor redresoare de Ge, Si și Se în sens direct la sarcini de curent mici [18]. Se observă imediat superioritatea siliciului și mai ales a germaniului în această privință. În schimb, la tensiuni inverse mici redresorul cu Se are încă un avantaj pe care-l pierde repede cu creșterea tensiunii inverse; astfel la tensiuni inverse ce întrec 40 V numai Ge, iar peste 200 V numai Ge are la curenți inverși sub 2 mA/cm². Limita tensiunii inverse maxime depinde de cotul caracteristic în sens invers care pentru Se este la 40 V, pentru Ge la 500 V, iar pentru Si la 2500 V, cu posibilități de ridicare pentru ultimele.

Se observă totuși că la tensiuni inverse mici, pînă la 25 V, celula Ge are un curent invers mai mic decît celula cu Si, ceea ce contribuie la menținerea acestei celule redresoare în concurență cu celula de Si.

Comparația trebuie dusă însă și între pierderile în sens invers. Într-adevăr, la o tensiune inversă $U_1 = 210$ V pentru Ge și 30 V pentru Se curentul invers e aproximativ același (5 mA/cm²), dar pierderile sînt de $210/30 = 7$ ori mai mari la celula de Ge. Deci avantajul celulei de Ge nu rezultă numai din aprecierea caracteristicilor.

5. PIERDERILE ȘI RĂCIREA CELULELOR

5.1. *Răcirea prin convenție naturală.* În cazul celulei cu Se răcită prin convecție naturală în aer se admite o pierdere specifică de 50 mW/cm², din care circa 3/5 se consumă în sens direct și 2/5 în sens invers. Dacă

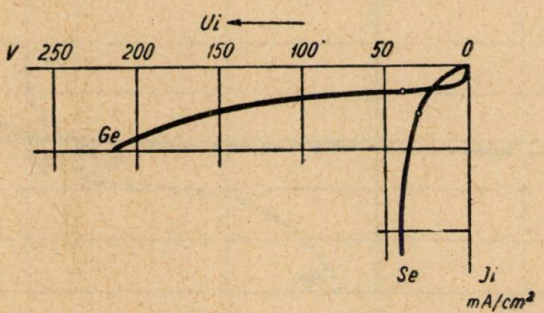


Fig. 8. — Caracteristicile celulei redresoare cu Se și Ge în sens invers.

pentru Ge s-ar presupune aceeași repartizare, adică 30 mW/cm², în sens direct și 20 mW/cm², în sens invers, atunci tensiunea inversă pe celula de Ge ar trebui limitată la 40 V (v. fig. 8).

În cazul cînd se ține seama de variația cu temperatura a caracteristicii și se presupune că celula de Ge lucrează la 65°C în loc de 25°C, curentul invers crește cu un factor de 15 și tensiunea inversă ar trebui redusă la 2—3 V. Aceasta este o dovadă evidentă a condiției că răcirea forțată este absolut necesară pentru a putea exploata caracteristica de mare conductivitate în sens direct a celulelor de Ge și Si. În același timp randa-

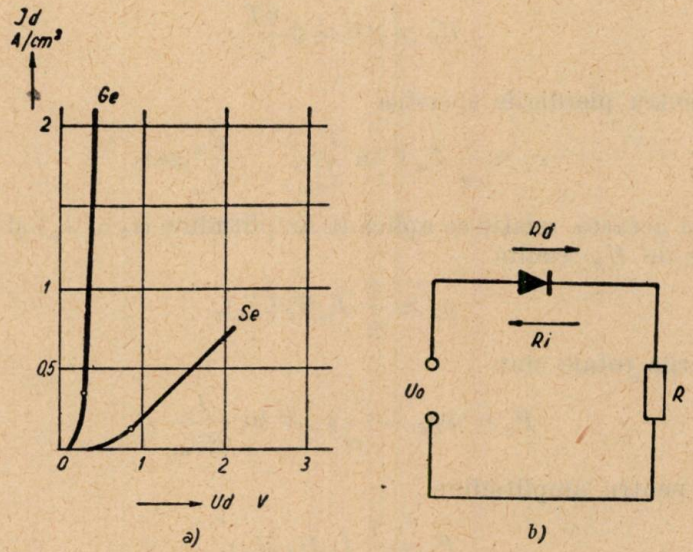


Fig. 9. — Circuitul elementar al redresorului.

mentul total al acestor redresoare nu scade cu creșterea tensiunii inverse ca în cazul celulei de Se.

Celula de Si are avantajul că este termic mai stabilă decît cea de Ge, ceea ce îi asigură mari posibilități de utilizare în industrie.

5.2. *Pierderile în sarcină a celulelor de Ge și Si.* Față de condițiile ideale ale întrerupătorului mecanic, la care rezistența în sens direct (în stare deschisă) are practic valorile ideale $R_d = 0$ și $R_i = \infty$, la redresoarele bazate pe semiconductori nu se pot impune decît condițiile

$$R_d \ll R_s \text{ și } R_i \gg R_s \tag{8}$$

unde R_s este rezistența de sarcină în circuitul exterior de curent continuu (fig. 9).

Alegerea suprafeței de redresare S se face astfel încît ambele condiții să fie îndeplinite. Într-adevăr, dacă S se alege prea mare scade R_i, iar dacă se alege prea mică, crește R_d și condițiile (1) nu sînt îndeplinite simultan. Un control cantitativ se poate face punînd condiția ca randamentul să fie maxim [18].

5.3. *Pierderi directe.* Din relațiile (8) rezultă că în sens direct tensiunea aplicată $U = U_0 \sin \omega t$, provoacă un curent (în circuitul fig. 9) practic sinusoidal: $i_d = I_m \sin \omega t$.

Pierderile în sens direct se reprezintă deci în funcție de amplitudinea I_m. Ținînd seama [18] de relația caracteristicii (tensiune-densitate)

$$J_d = J_{ds} \exp (U_d/2V), \tag{9}$$

unde

$$U_d > 2V = 2\frac{kT}{e},$$

rezultă pentru pierderile specifice

$$p_d \approx \frac{2}{\pi} J_m V \ln \frac{J_m}{J_{ds}}, \qquad \frac{J_m}{J_{ds}} \gg 1. \tag{10}$$

Dacă această relație se aplică la amplitudine ($i_d = I_m$) și se exprimă în funcție de U_d rezultă

$$p_d \approx \frac{1}{\pi} J_m U_d (J_m), \tag{11}$$

iar pierderile totale sînt

$$P_d = S p_d = \frac{2}{\pi} I_m V \ln \frac{I_m}{S J_{ds}}, \tag{12}$$

respectiv pentru amplitudine

$$P_d = \frac{1}{\pi} I_m U_d (J_m), \tag{13}$$

deci o relație liniară între p_d și J_m.

Valorile experimentale întrec pe cele teoretice, calculate în condiții ideale.

5.4. *Pierderi inverse.* În sens invers, întreaga tensiune a sursei $u = U_m \sin \omega t$ se aplică celulei. Presupunînd o caracteristică liniară, rezultă

$$p_i = \frac{1}{\pi} J_i U_m, \tag{14}$$

$$P_i = S p_i = \frac{1}{\pi} I_{im} U_m. \tag{15}$$

Deci pierderile în sens invers sînt proporționale cu tensiunea (de excitație), aplicată elementului. Mărimea lor trebuie să fie, din motive de stabilitate termică mult inferioară pierderilor directe astfel că practic din relația (13) rezultă pierderile totale

$$P = \frac{1}{4} I_m U_m = \frac{1}{4} J_m U_m S \tag{16}$$

și cele specifice

$$p = \frac{P}{S} = \frac{1}{4} J_m U_m . \tag{17}$$

5.5. *Randamentul* se poate deduce acum, fiind

$$\eta = \frac{P - P_d - P_i}{P} = 1 - \frac{4}{\pi}\left(\frac{U_d}{U_m} - \frac{I_i}{I_m}\right). \tag{18}$$

Deci pentru un randament bun trebuie să fie îndeplinite ambele condiții : $U_d/U_m \ll 1$ și $I_{im}/I_m \ll 1$ adică, în fond ambele condiții (8).

6. DIMENSIONAREA CELULELOR

6.1. *Dimensionarea joncțiunilor* este îngrădită de condițiile (1) și (11), astfel pentru I_m și U_m date rezultă o anumită plajă pentru S. Dacă suprafața activă S se alege prea mică, cresc pierderile directe P_d și intervin dificultăți în eliminarea lor. Invers, dacă S se alege mare, cresc pierderile inverse P_i și celula poate să devie termic instabilă. Există o mărime S optimă. Randamentul crește dacă pentru o suprafață dată temperatura medie se stabilește la o valoare mai redusă, datorită condițiilor mai eficace de răcire.

Instabilitatea termică intervine în cazul cînd pierderile totale cresc, la o creștere diferențială a temperaturii, mai repede, decît pierderile ce se pot elimina prin sistemul de răcire. Pierderile inverse depind mai mult de temperatură și de aceea o incidență mai mare a acestora la pierderile totale poate duce la instabilitate.

6.2. *Încărcarea celulei și eliminarea pierderilor.* Transmiterea căldurii depinde de diferența de temperatură $\Delta T = T - T_0$ și de suprafața activă a celulei

$$P_r = S p_r = \alpha_{ef} (T - T_0) S, \tag{19}$$

α_{ef} fiind coeficientul efectiv de cedare raportat nu la suprafața de răcire, ci la cea activă (fig. 10).

Celula se încălzește pînă la echilibru, cînd toate pierderile se elimină

$$p_r = p = p_d + p_i. \tag{20}$$

Mărirea puterii specifice $p = CJ_m U_m$ cere pentru menținerea supratemperaturii, o activare a răcirii, deci la o temperatură ambiantă dată, o majorare a temperaturii maxime de regim T. Aceasta este limitată însă de temperatură maxim admisibilă din motive fizice și care este

Se	60—70°C,
Ge	80°C,
Si	150—200°C.

Întrecerea acestor valori înseamnă o creștere rapidă a pierderilor totale. Pierderile în sens direct scad puțin cu creșterea temperaturii (din

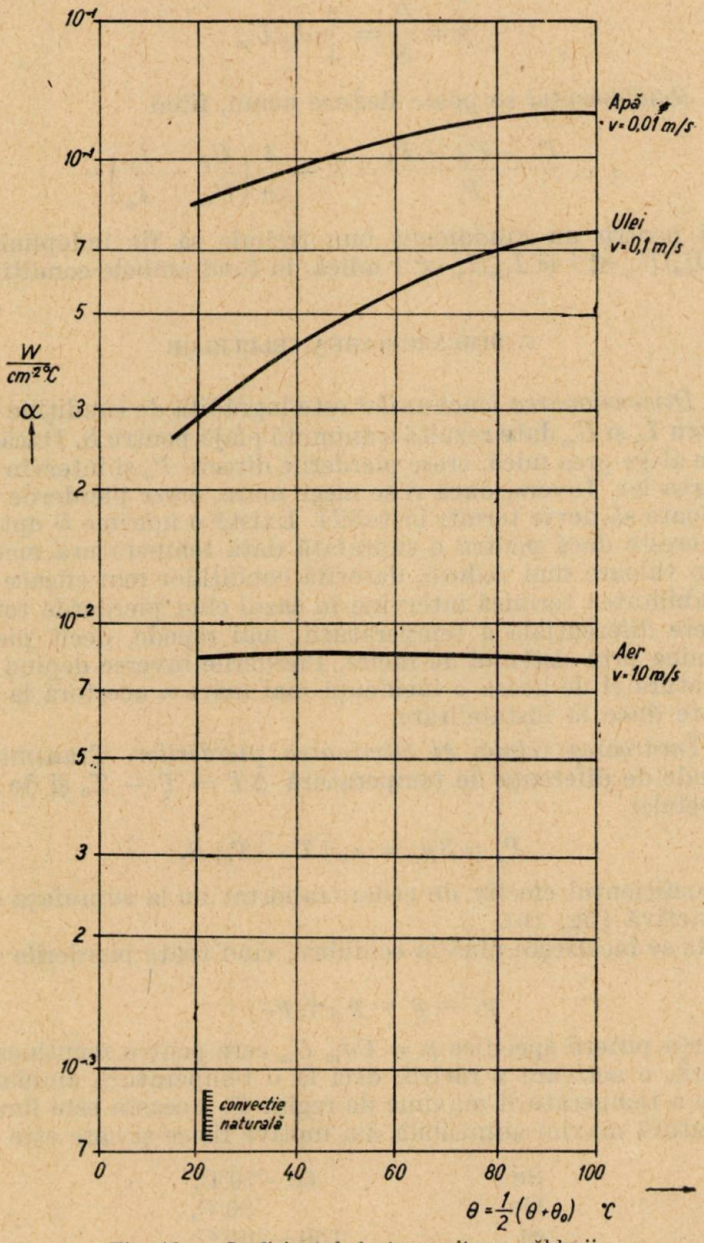


Fig. 10. — Coeficientul de transmiterea căldurii.

cauza înmulțirii numărului de purtători de sarcini). În schimb, curentul invers este după relația:

$$i_i = c_i \exp(-W/kT), \tag{21}$$

în care banda de energie W are pentru Ge valoarea 0,75 eV, pentru Si 1,12 eV. Din această cauză la întrecerea cotului de saturație a curentului invers, acesta crește mai repede la Si decît la Ge. În schimb, valoarea absolută a curentului invers este cu cîteva ordine de mărime mai mică decît la Ge, din care cauză pierderile inverse la Si (vezi fig. 7) se pot neglija.

Rezolvarea ecuației (20) în funcție de temperatura de echilibru se face mai ușor cu ajutorul unei diagrame (fig. 11) care reprezintă valorile p funcție de inversa temperaturei absolute T astfel că pentru pierderi rezultă o variație aproape liniară. S-a reprezentat (fig. 11)

puterea eliminată $$p_r = \alpha_{ef} T_0 \frac{1-(T_0/T)}{T_0/T}, \tag{19}$$

pierderile în sens direct $$p_d = \frac{2}{\pi} J_m V \ln(J_m/J_{ds}), \tag{12}$$

pierderile în plus invers $$p_i = \frac{1}{\pi} J_{is} U_m, \tag{14}$$

și suma pierderilor. Curbele p și p_r se întretaie în două puncte A și B, în care se stabilește echilibru. În punctul B acesta este însă labil, deoarece la o scădere diferențială a temperaturii, puterea eliminată prin răcire ar întrece pierderile și celula ar fi răcită în continuare; de asemenea la o creștere diferențială a temperaturii, din cauza variației rapide a pierderilor inverse, pierderile totale ar crește mai repede decît puterea ce se poate elimina prin răcire, celula s-ar încălzi deci indefinit. Acesta este cazul

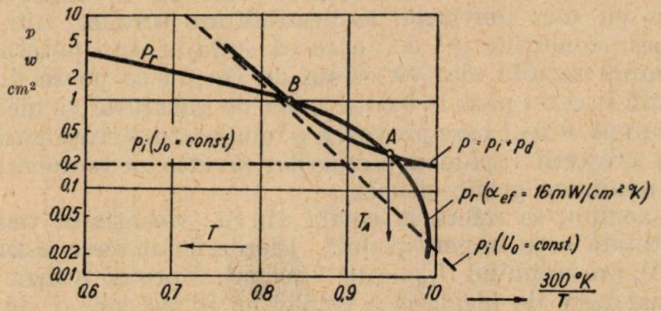


Fig. 11. — Pierderile și răcirea funcție de temperatură.

instabilității termice. În schimb, punctul A este stabil și este singurul de luat în considerare.

După cum rezultă din figura 11, în punctul stabil A, pierderile directe p_d sînt considerabil mai mari, decît pierderile inverse față de raportul lor în punctul B. Deci pentru a evita instabilitatea termică trebuie îndeplinită condiția

$$p_d > p_i \text{ la } T = T_r \tag{22}$$

unde T_r este temperatura de regim în °K.

Dacă parametrii α_{ef}, I_m și U_m variază în figura 11, apar 3 familii de curbe pentru pierderi.

În figura 12 s-a reprezentat analiza grafică a dimensionării unei celule de Ge. Majorarea coeficientului de transmisie a căldurii α_{ef} de la valoarea 15 mW/cm² (suflare pe ambele fețe cu aer cu viteza de 10 m/s) la 120 mW/cm²°C (răcirea unei fețe cu apă cu viteza 1 cm/s) înseamnă o

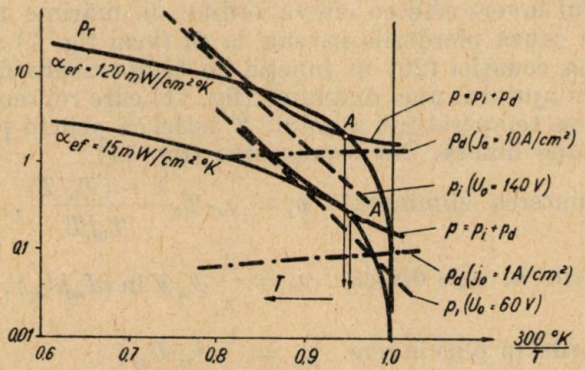


Fig. 12. — Încărcarea și răcirea celulei de germaniu $T_0 = 308°K = 35°C$.

majorare proporțională a puterii eliminate prin răcire. Dar pe cînd la răcirea cu apă există două puncte distincte A și B de intersecție pentru cea cu aer ele aproape coincid, echilibrul devenind ușor instabil, ceea ce este neadmisibil în exploatare.

Temperatura de regim întrece în ambele cazuri cu puțin 50°C, deci este departe de temperatura admisibilă la Ge. Dar o mărire a sarcinii duce, la răcire cu aer, inevitabil la instabilitate termică, din cauză că nu se îndeplinesc condițiile (8) cu toate că suflajul este puternic.

Din exemplu rezultă clar că celula de Ge nu se poate dimensiona pe baza tensiunii inverse pînă la limita zonei de saturație și nici pe baza densității de curent direct care provoacă o temperatură staționară de 80°C, cînd din cauza creșterii rapide a pierderilor inverse cu temperatura, este necesar să se analizeze grafic situația.

Un alt exemplu se referă la celula din Si: variația în temperatură a pierderilor totale este imperceptibilă. Pierderile inverse s-au calculat din relația (15), presupunînd $J_{im} = 10^{-7}$ A/cm². Spre a utiliza din plin limita mult mai mare de încălzire a celulei cu Si pe care o dă o răcire foarte eficace, se pot utiliza concomitent tensiuni inverse ridicate. Pierderile inverse fiind pentru celula de Si neglijabile, în comparație cu cele directe, această celulă e capabilă de sarcini mult superioare față de cele de Ge, fără teama de instabilitate termică.

6.3. *Calculul răcirii.* În legea răcirii corpurilor formulată de Newton

$$P_r = \alpha (T - T_0) S_r, \tag{23}$$

suprafața S_r nu este cea activă a celulei, ca în relația (19) ci cea pe care se cedează debitul de căldură P_r.

În cazul simplu al răcirii bilaterale a unei plăci printr-un curent de aer sau lichid valorile coeficientului efectiv α_{ef} se pot mări considerabil prin aripioare respectiv prin mărirea suprafeței de răcire. Această mărire este limitată însă de conducția căldurii din suprafața activă S la suprafața de răcire S_r.

Dacă o plăcuță încălzită de diametrul $2r_i$ se așază pe o placă metalică răcitoare de grosime h cu celelalte dimensiuni infinite, avînd o conductivitate termică λ, atunci raportul

$$\frac{\alpha_{ef}}{\alpha} = 2\left(\frac{r_o}{r_i}\right)^{r}\left(\ln\frac{r_o}{r_i}\right)^{-1} \qquad \text{pt.}\ \frac{r_i}{r_o} \ll 1 \tag{24}$$

unde raza critică

$$r_o = \sqrt{\frac{\lambda h}{\alpha}} \text{ la răcire unilaterală,} \tag{25}$$

$$r_o = \sqrt{\frac{\lambda h}{2\alpha}} \text{ la răcire bilaterală.}$$

Rezultă deci că nu are rost a se mări dimensiunile plăcilor de răcire, căci materialul nu se utilizează bine. O bună utilizare se obține dacă raza exterioară a plăcii răcitoare se dimensionează astfel ca diferențele de

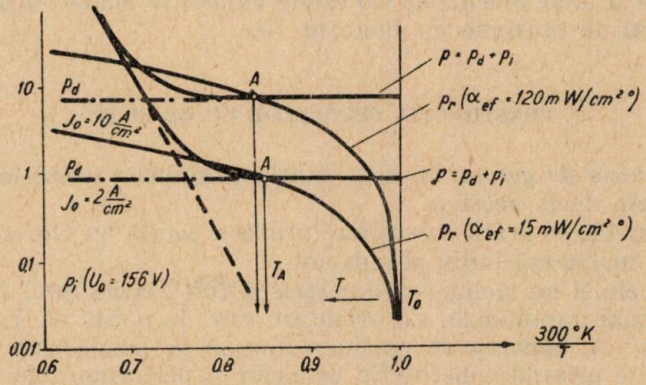


Fig. 13. — Încărcarea și răcirea celulei de siliciu
$T_0 = 308°C = 35°C$.

temperatură interioare să fie mici față de diferența de temperatură între aceasta și mediul ambiant, ceea ce intervine cînd :

$$\frac{\alpha_{ef}}{\alpha} = \frac{r_e^2}{r_i^2} \text{ la răcire unilaterală,}$$

$$\frac{\alpha_{ef}}{\alpha} = 2\,\frac{r_e^2}{r_i^2} \text{ la răcire bilaterală.} \tag{26}$$

Mărimea razei exterioare r_a se evaluează din condiția ca rezistența termică interioară să fie mică în raport cu rezistența de transmisie dintre placă și mediul răcitor :

$$2r_e^2 \ln \frac{r_e}{r_i} \ll r_0^2 \cdot \qquad (27)$$

Rezistențele interioare sînt de ordinul a 1 —2°C/W la celule de putere.

Mai este de observat că și pentru valori r_i mari, trebuie îndeplinită condiția $r_i < r_0$, dacă se tinde a se evita diferențe apreciabile de temperatură în interiorul plăcii active. Din această cauză o mărire considerabilă a efectului de răcire nu se obține decît la celule mici și în funcție de r_e. De exemplu, pentru plăci de răcire din Cu 1 mm grosime (fig. 10) și răcire bilaterală prin convenție naturală avem din relația (25)

$$\alpha = 0{,}8 \text{ mW/cm}^2\text{°C} \text{ și } r_e = 16 \text{ cm}.$$

Astfel condiția (27) prevede pentru plăci izoterme un diametru de cel mult 3—4 cm (funcție de raza plăcii active r_i). Pentru valori foarte mici ale razei r_i, de exemplu $r_i = 1$ mm, valoarea α_{ef} se poate majora de 10^3-ori în raport cu α, ceea ce permite la celule mici cu Ge să se lucreze cu convenție naturală.

La alte medii de răcire cu valori mari se reduc după relațiile (25) valorile critice r_0 și raportul α_{ef}/α nu poate atinge valori mari. Totuși, în cazul aplicării unor blocuri de Cu răcire cu apă se poate obține o mărire a coeficientului de tensiune cu factorul 10.

7. CONSTRUCȚIA CELULELOR CU GE ȘI SI

7.1. *Celulele de germaniu* s-au fabricat înaintea celulelor cu Si și sînt mai simple decît acestea.

În figura 14, se arată o secțiune printr-o celulă cu Ge, ca materiale de contact se utilizează indiu și antimon.

Corpul celulei nu trebuie să depășească 70°C, iar la 90°C integritatea celulei nu se mai garantează. Ca orientare este de notat că la un curent maxim de 230 A, căderea de tensiune directă pe celulă este de 0,55 V.

Amănunte privind construcția celulelor și performanțele se dau mai jos pentru celule de Si, care în condițiile țării noastre interesează în primul rînd.

7.2. *Celule de siliciu* se fabrică greu, dar au perspective mari [6].

Progresele realizate în cunoașterea structurii și în construcția elementului de redresare cu Si au permis realizarea unei celule de mare suprafață, cu o tensiune inversă de străpungere de 1 000 V ceea ce permite utilizarea unei singure celule pentru tensiunea nominală de 380 V, ținînd seama și de supratensiunile interne, de comutare [16].

Celula cu siliciu are avantajul unei temperaturi admisibile a joncțiunii de 200°C, deci a unui gradient de temperatură mult mai mare față de ambianță, ceea ce permite eliminarea eficace a pierderilor și funcționarea normală la temperaturi ambiante ridicate.

7.3. Introducerea în fabricație a celulelor de Si este condiționată esențial de dezvoltarea unor procese tehnologice de mare debit pentru obținerea de microcristale de Si de mare puritate (și mare rezistivitate) cît și pentru dotarea cristalelor cu elemente perturbatoare.

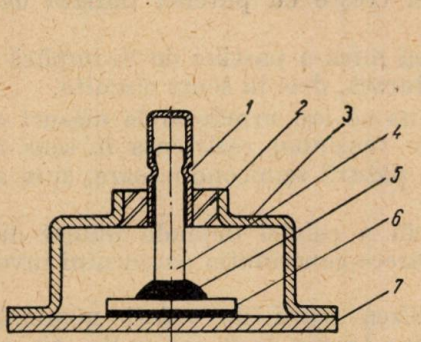


Fig. 14. — Secțiune printr-o celulă cu Ge.

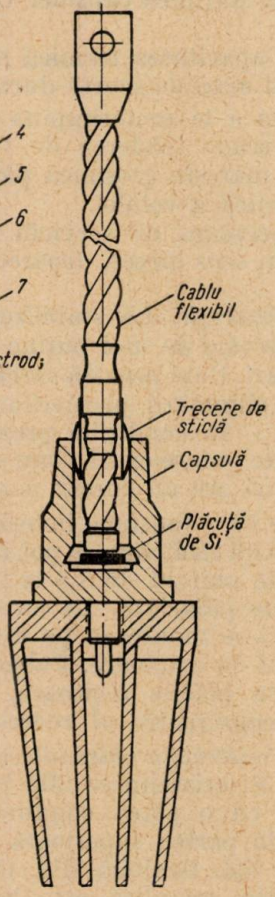


Fig. 15. — Secțiune prin celulă redresoare cu Si.

Uniformitatea în fabricație, atinge în prezent un grad care permite legarea în paralel a celulelor fără sortare, ci doar cu o scădere a curentului nominal cu cel mult 20%.

7.4. *Încastrarea* unui element atît de puternic reclamă o grijă deosebită și îndeplinirea următoarelor condiții:

1. Racordurile trebuie să aibă o rezistență neglijabilă în raport cu rezistența directă de trecere a celulei redresoare.

2. Rezistența inversă foarte înaltă se conservă prin închiderea ermetică a pastilei de redresor.

3. Dispozitivul de încastrare trebuie să permită eliminarea şi disiparea căldurii produse în pastilă pe căi cu o rezistenţă termică foarte redusă, spre a nu permite supraîncălzirea pastilei peste limitele admise.

Celulele se închid în capsule ermetice spre a fi ferite de influenţe atmosferice. Mărimea capsulei creşte cu puterea radiată de celule (vezi fig. 15).

7.5. Capacitatea termică mică a pastilei de Si implică dificultăţi la suprasarcini mari de scurtă durată, deci la scurt circuite.

Pentru a le preîntîmpina se iau următoarele măsuri constructive:

— se scade (căderea de tensiune) rezistenţa în sens direct;

— se măreşte grosimea păturii semiconductoare, spre a mări capacitatea termică a celulei.

Temperatura de serviciu a celulei depinde numai de curentul şi rezistenţa în sens direct, deoarece contribuţia curentului invers este neglijabilă.

7.6. *Execuţii.* La stabilirea scării de valori nominale redresorul cu Si are nevoie de mai puţine trepte decît cel cu Se, din cauza sarcinii specifice mari. Cum această sarcină descreşte cu suprafaţa activă din cauza dificultăţii eliminării pierderilor Joule, o suprafaţă activă de 150 mm^2 pare să fie — în condiţiile prezente — o soluţie optimă pentru o celulă redresoare de putere cu Si. Cum sarcina specifică optimă este de 200 A/cm^2, celula optimă are un curent nominal de 30 A.

Celule cu o tensiune inversă de max. 700 V şi un curent nominal de 0,4 A fără aripi răcitoare, se pot încărca la aplicarea acestor aripi cu 1—2 A.

O serie unitară de 3,8 şi 20 A pentru o tensiune inversă de 500 V are forma de pălăriuţă. La un tip separat pentru un curent nominal de 60 A, celula se montează pe un bulon pe care se fixează un bloc de Cu masiv, dotat cu aripioare. Patru celule de acest fel se montează în punte împreună cu plăcile răcitoare, care permit o răcire eficace — formînd elementul constructiv al redresoarelor de putere.

7.7. *Construcţia obişnuită* a unei celule cu Si reiese din figura 15. Plăcuţa de Si cristalin se află în contact intim cu o joncţiune *pn* pe de o parte şi cu o placă conductoare pe de alta. Joncţiunea *pn* este în contact în partea superioară cu un electrod *E* şi cu un conductor de racord din liţă flexibilă din Cu. Legăturile se realizează prin lipire tare. B baza metalică este legată la o bară. Secţiunile conductoare sînt dimensionate astfel încît pe de o parte să nu producă căderi de tensiune la curenţii mari (de 200 A şi mai mult) în sens direct, pe de altă parte să contribuie efectiv la evacuarea căldurii din zona activă. Aceste pierderi sînt la $I_d = 200$ A de aproximativ de 240 W ceea ce la volumul mic al plăcuţei (de 2.10^{-2} cm^2) înseamnă o concentrare de energie de 12 kW/cm^2.

8. COMPORTAREA CELULELOR ÎN EXPLOATARE

Celulele cu Ge şi Si de construcţie şi cu proprietăţile sus-menţionate au atins performanţe care permit introducerea lor în exploatare în condiţii de continuitate de serviciu şi securitate obişnuite. Realizarea de unităţi

redresoare cu parametri ceruți de exploatare se poate asigura în cazul cînd cunoscînd proprietățile celulelor acestea se pot grupa în serie și în paralel după nevoi și se iau măsuri eficace de protecție contra supratensiunilor și suprasarcinilor accidentale, față de care celulele cu Ge și Si sînt deosebit de sensibile.

8.1. *Legarea în paralel* mărește sarcina de curent direct la aceeași tensiune inversă. Dificultatea de întîmpinat este repartizarea cît mai uniformă a curentului pe celulele legate în paralel. Aceasta depinde de neuniformitățile în atingerea unor caracteristici în sens direct (vezi fig. 8). În condițiile fabricației se admite aici o neuniformitate de cel mult $\pm 20\%$ în rezistența directă, ceea ce înseamnă că în cazul cînd rezistența este cu 20% mai mare, curentul scade cu 20% și încărcarea a două celule legate în paralel este numai 180% din încărcarea nominală a ambelor.

Coeficientul de temperatură negativ a semiconductorilor contribuie la mărirea neuniformității. El este în general contrabalansat de coeficientul de temperatură pozitiv și mult mai mare a siguranței fuzibile, legate în serie pentru motive de protecție.

Este important ca legăturile la grupele legate în serie să aibă inductivități egale, deci să formeze pe cît se poate bucle cu aceeași suprafață pentru a evita ca la curenți mari care intervin, repartizarea să se dezechilibreze din cauza reacției diferite a căilor de curent în paralel.

8.2. *Legarea în serie* pune în cazul celulelor cu semiconductori cristalini probleme mult mai dificile.

La schimbarea bruscă a polarizării electrozilor, purtătorii de sarcini care au o anumită repartizare (vezi fig. 4—5), urmează a fi regrupați. Regruparea cere însă un timp, care este de ordinul mili secundelor, dar poate diferi de la o celulă la alta. Această dispersiune statistică poate să aibă ca umare faptul că dintre mai multe celule legate în serie, una care are timpul cel mai scurt de *revenire* să preia întreaga tensiune inversă inclusiv a celorlalte celule legate în serie.

Dispersiunea caracteristicilor în serie, inverse cît și neuniformitatea în timpul de revenire a celulelor legate în serie, se compensează prin legarea în paralel cu celulele sau grupele de celule ale unui potențiometru. Pierderile în acest potențiometru care pot fi de mare rezistență vor fi în general neglijabile față de puterea redresată prin coloana de celule legate în serii, deci randamentul total nu va fi influențat.

Un potențiometru capacitiv, în care capacitățile sînt legate în serie cu rezistențe de amortizare este și mai potrivit pentru eliminarea supratensionării unei celule legate în serie cu altele. Potențiometrul capacitiv egalizează și tensiunea altor celule legate în serie.

Timpul de *revenire* este mai scurt la celulele de Ge în schimb tensiunea inversă maximă este mai mică decît la celula cu Si. De la caz la caz se va examina convenienta unei celule față de cealaltă.

Prin legarea în paralel a unor celule legate în serie se atinge o repartizare uniformă a curenților dacă se iau precauțiuni și se obține un element robust care în redresoarele de putere servește ca element de bază pentru realizarea schimbării redresorului.

8.3. *Scurtcircuitul* poate fi intern sau extern.

Scurtcircuitul intern apare dacă celula își pierde capacitatea de a bara tensiunea inversă. În acest caz se scurtcircuitează tensiunea de alimentare și trebuie să funcționeze protecția selectivă a acestei surse. Curentul de scurtcircuit crește în funcție de inductanțele și rezistențele

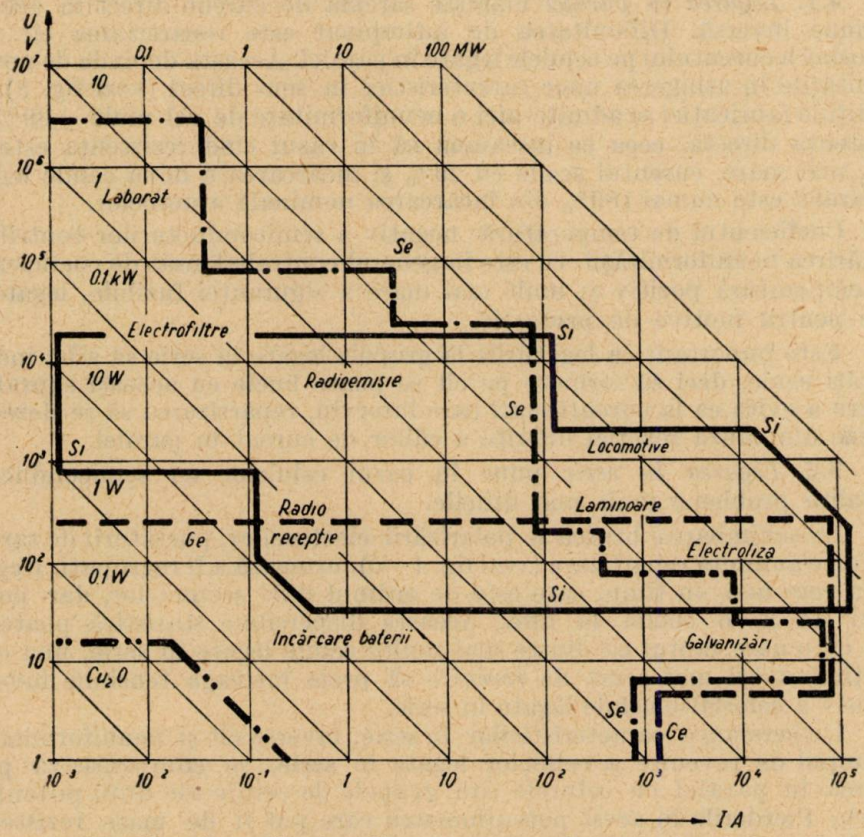


Fig. 16. — Domeniile de aplicare a redresoarelor cu semiconductori.

circuitului de alimentare (de constantele de timp) în cîteva ms la valoarea sa staționară.

Scurtcircuitul extern se consideră cel pe partea de curent continuu. Curentul trece în cîteva ms la valori foarte mari și pericliteză celulele redresoare care au o capacitate termică proprie mică, așa cum s-a arătat mai sus. Puterea pierdută în celulă se înmagazinează și ridică temperatura ei în funcție de integrala $\int I^2\,dt$. Protecția celulei trebuie să lucreze atît de repede încît să nu se depășească temperaturile limită ale celulei. Din această cauză, pentru protecția celulelor se întrebuințează siguranțe fuzibile rapide, cu precauțiuni speciale ca la topire ele să nu producă supratensiuni periculoase pentru celule.

8.4. *Supratensiuni* pot interveni la conectarea sau deconectarea sursei, la arderea siguranțelor și din influențe exterioare. Față de ele celulele se protejează prin măsuri de protecție pe căile de acces a supratensiunilor prin : condensatoare legate în paralel și rezistențe de amortizare în serie. În lipsa lor supratensiunile de comutare trebuie să fie suportate de redresor. Din această cauză, se prevede o rezervă suficientă la tensiunea inversă maximă aplicată, spre a se putea prelua aceaste supratensiuni de către celule, fără stricăciuni și defecte.

8.5. *Performanțe atinse.* Pe o diagramă de același fel ca în figura 1 s-au reprezentat în figura 16 zonele în care după ultimele informații documentare redresoarele cu semiconductori se pot aplica în mod avantajos [4].

Aceste zone suferă modificări datorite evoluției unuia sau altuia din tipuri. Față de situația de acum 15 ani, redresorul Cu_2O a fost restrîns la domeniul aparatelor de măsură și a aplicațiilor similare în domeniul tensiunilor de utilizare directă, ele fiind înlocuite cu redresorul cu seleniu, mai puțin vulnerabil și mai puțin ancombrant. Redresorul cu germaniu a ocupat în curînd zona tensiunilor joase la curenți mari înlocuind aici pe cel cu seleniu complet. În zonele tensiunilor mai ridicate și a puterilor celor mai mari cerute (pînă la 40 MW) redresorul cu siliciu se afirmă azi categoric față de alți semiconductori, din cauza tensiunii inverse mari (600 V) și a curenților pînă la 1 kA ce se pot trece printr-un singur element. Legarea în paralel și în serie a acestor elemente puternice mai ușor posibilă decît la redresoarele cu germaniu, acoperă cererile pînă la puteri de ordinul 100 MW, aînd în vedere posibilitatea ca două sau mai multe unități de 40 MW să lucreze în paralel. Dar și la cele mai înalte tensiuni și curenți mici redresorul cu siliciu nu are azi concurent de seamă din cauza tensiunii inverse care se poate urca pînă la 1 kW pe element și a spațiului mic ocupat [6].

ПРОГРЕСС, ДОСТИГНУТЫЙ В КОНСТРУИРОВАНИИ ВЫПРЯМЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПОЛУПРОВОДНИКАМИ

РЕЗЮМЕ

Подчеркивается значение элементов с полупроводниками для совершенствования установок и аппаратов и дается обзор развития этих элементов за последние десятилетия. На основании литературных данных излагаются вкратце основные принципы работы двойных, тройных и четверных переходов, причем анализируются и сравниваются их характеристики. Далее исследуются потери в германиевых и кремниевых элементах, находящихся под нагрузкой, и выработка размеров этих элементов, на основании теплового равновесия между теряемой мощностью и мощностью, удаляемой посредством охлаждения. Затем отмечается прогресс, достигнутый в конструировании элементов с полупроводниками, и описывается поведение этих элементов в эксплуатации. В заключение приводятся соображения по

поводу применения упомянутых элементов, причем делается упор на двойную логарифмическую диаграмму, предложенную автором в одном из предыдущих его трудов, где фигурирует ток, напряжение и мощность, подаваемая вышеназванными элементами.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Полупроводники в науке и технике* /. V. I, II Изд. Академии Наук СССР., Москва-Ленинград, 1957/1958.
2. O. MADELUNG, *Halbleiter*, in *Flügge's Handbuch der Physik*, **20**. Springer Berlin, 1957
3. E. H. MAVROWS, *Transistor Engineering*, Referance Handbook. I. Rider, New York, London, 1956.
4. A. AVRAMESCU, *Clasificarea redresorilor după debit*, Electricitatea, **2** *2*, 67/76 ; *3*, 135/4, (1948).
5. E. H. LUDWIG, W. NOWAG, *Stromrichter*. ETZ—A, **82**, *13*, 406—410, 128 (1961).
6. E. NITSCHE, F. POKORNY, *Der Siliziumgleichrichter in der Stromrichtertechnik*. ETZ—A, **80**, 15 (1959), 506—512, 118, 119.
7. I. BARDEEN, W. H. BRATTAIN, *The transistor, a semiconductor triode*. Phys. Rev., **74**, 230—241 (1948).
8. W. SHOCKLEY, *The theory of pn-junction in semiconductors and pn-junction transistors*. Bell Syst. techn. **I**, 28, 435—489 (1949).
9. L. D. ARMSTRONG, C. L. CARLSON, M. BATEVEGNA, *Pnp-Transistor using high emitter efficiency alloy materials*. RCA—Rw. 17, 57—45 (1956).
10. W. G. PFANN, *Principles of zone melting*. **I** Metals 4 (1952) 151.
11. H. J. THUY, R. WICONAR, *Halbleiter—Bauelemente, ihre Physik und technische Entwicklung* : ETZ—A, **80** (1959) 15, 473—480, 115 Q.
12. W. SCHOTTKY, *Halbleiterprobleme* **I, II, III**. Fr. Vieweg, Braunschweig, 1954—1957.
13. E. SPENKE, *Elektronische Halbleiter*. Ed. E. Springer, Berlin /Gottingen/ Heidelberg, 1956.
14. B. DAVYDOV, *The rectifying Action of Semiconductors* Techn. Phys. U.R.S.S. 5 (1938), 87—95.
15. C. W. MÜLLER, J. HILIBRANT, *The thyristor — a new higspeed switching transistor*. IRE Trans. Electr. Dav. ED. — 5 (1958) 25.
16. E. SPENKE, *Leistungsgleichrichter auf Halbleiterbasis*. ETZ—A, **79** (1958) 22, 8967, 876, 31 B. 16 Qu.
17. IA. A. FEDOTOV, *(Triodele cu cristal) Kristaliceskie triodt*. Gosenergoizdat, Moscova—Leningrad, 1955.
18. A. HERLEB, A. HOFFMANN, *Thermische Stabilität und Kühlproblem bei Geistungsgleichrichter. in W. Schottky : Halbleiterprobleme*, **II**, Ed. Fr. Vieweg, Braunschweig, 1955.
19. M. S. SOMINSKII, *Poluprovodniki i ih primenenie v tehnike*. Lenizdat. Moscova, 1958.
20. E. WEISSHAAR, *Dar Brown Boveri Siliziumthyratron*, CS 100. BBC — Mitt. **48** (1961) 3/4, 262—266.

ERORILE DE MĂSURĂ ALE SCHEMELOR DE ÎNREGISTRARE A SUPRATENSIUNILOR INTERNE*)

DE

BADEA POPA

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Pentru o stabilire rațională a nivelului de izolație la liniile de înaltă și în deosebi de foarte înaltă tensiune, este necesar să se determine, prin calcul sau măsurări directe în sistem, nivelul supratensiunilor care apar în urma proceselor de comutație (declanșarea liniilor sau a transformatoarelor în gol etc.).

Stabilirea directă în sistem a supratensiunilor, prin înregistrarea permanentă [1], [2], [3], [4], sau comandată [5], [6], [7], se realizează prin utilizarea schemelor de reducere a mărimii măsurate (supratensiunea) pînă la o valoare convenabilă pentru aparatul de înregistrat propriu-zis (oscilograf catodic sau cu bucle, înregistratoare prin puncte, magnetofon etc.).

Exactitatea măsurării supratensiunilor trebuie analizată prin luarea în considerație a tuturor elementelor componente ale schemelor de măsură stabilind erorile pe care le introduce fiecare în parte.

Din necesitatea de a realiza o bază materială care să servească la măsurarea directă în sistem a supratensiunilor, în Institutul de energetică al Academiei R.P.R., s-au analizat diferite scheme de măsură din punct de vedere funcțional și al erorilor de măsură.

În lucrarea de față după ce se stabilește răspunsul diferitelor divizoare (ohmice, capacitive și combinate) la saltul unitar, tensiune alternativă, periodică și cvasiperiodică, în ipoteze simplificatoare, se analizează mărimea erorilor de măsură atît pe cale teoretică, cît și experimentală. Pe cale experimentală, se determină, de asemenea și erorile pe care le intro-

*) Lucrare prezentată în cadrul secției de electroenergetică la 20 decembrie 1961.

duc reductoarele de tensiune. Pe baza analizei făcute se determină domeniul de utilizare al diferitelor divizoare și reductoare și se trag concluzii utile întocmirii schemei de măsurare a supratensiunilor de comutație.

2. DETERMINAREA RĂSPUNSULUI DIVIZOARELOR DE TENSIUNE

Schema de măsură cu divizoare constă, în principal, din elemente care rezultă din figura 1.

Schema prezentată în figura 1 este complexă; în măsurătorile curente se întrebuințează însă forme particulare ale acesteia, după natura fenomenului studiat, posibilitățile tehnice de realizare, exactitatea de măsură etc.

Determinarea răspunsului divizorului care conține atît elemente concentrate cît și distribuite este dificilă, coeficientul de divizare operațional dedus de autor pentru schema din figura 1, fiind dat de relația:

$$\eta(p) = \frac{u_2(p)}{u_1(p)} = \frac{1}{A(p)\,\mathrm{ch}\sqrt{L_k C_k}\,p + B(p)\,\mathrm{sh}\sqrt{L_k C_k}\,p}, \qquad (1)$$

unde: $A(p)$ și $B(p)$ — sînt la rîndul lor funcții complexe. Găsirea pe cale analitică a originalului funcției este dificilă și practic, imposibilă.

La divizoarele uzuale, după natura lor, capacitiv sau ohmic se pot neglija o serie de elemente fapt care conduce la un calcul mai simplificat.

În literatura de specialitate, caracteristicile divizoarelor sînt apreciate fie după conceptul timpului de răspuns [8] fie după comportarea lor în regim permanent într-un spectru larg de frecvență [9] ambele căi dînd

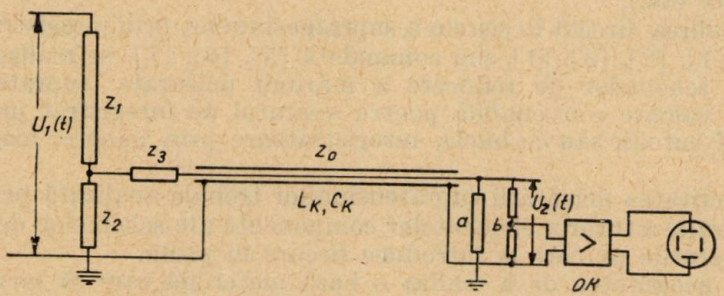


Fig. 1.— Schema generală de măsură cu divizor;

z_1, z_2 — elementele de înaltă, respectiv joasă tensiune ale divizorului;
z_3 — impedanța de amortizare;
k — cablu de legătură de impedanță caracteristică Z_k și capacitate C_k;
u_1, u_2 — tensiunile de intrare și respectiv ieșire din divizor;
a, b — impedanța de capăt a cablului și cea de intrare a oscilografului;
$o.k$ — oscilograful catodic.

posibilitatea de determinare a răspunsului la oricare altă funcție aplicată divizorului. Condițiile severe care se impun divizoarelor pentru măsurarea undelor de impuls pline sau tăiate pe vîrf, cu durate de ordinul microse-

cundelor [10] nu sînt în întregime necesare la măsurarea supratensiunilor interne, unde frecvența oscilațiilor se limitează la cîțiva kHz.

În lucrarea de față s-au stabilit relațiile care dau raportul de divizare și răspunsul la diferite moduri de variație a tensiunilor aplicate, pentru divizoare de tipurile ohmic, capacitiv, ohmic capacitiv pentru măsurarea tensiunilor dintre faze și pe fază.

Relațiile stabilite sînt cuprinse în tabela 1 și au fost determinate în ipoteza considerării cablului de legătură prin capacitatea sa și a neglijării capacităților parazite care sînt mult mai mici decît cele concentrate. Aceste ipoteze vor fi verificate mai departe în lucrare. Pentru întocmirea tabelei 1, s-a determinat mai întîi raportul de divizare operațional, pe baza schemei echivalente după care s-a stabilit răspunsul la funcția unitară care permite o primă analiză a caracteristicilor esențiale ale divizorului (timpul de răspuns, raportul de divizare, real). Răspunsul divizorului la alte moduri de variație a tensiunii sau supratensiunii s-a determinat prin aplicarea teoremei înfășurării.

În tabela 1, este prezentată schema echivalentă a divizorului și sînt scrise : raportul de divizare operațional, răspunsul divizorului la funcție unitară, tensiune sinusoidală de frecvență variabilă și tensiune de formă oscilatorie amortizată ; ultima formă de variație corespunzînd de fapt formelor [illegible]

ERATĂ

Pag.	rîndul sau formula	în loc de :	se va citi :	din vina
253	15	$\ldots - k_\alpha \cdot \alpha =$	$\ldots - k_e \cdot \alpha =$	autorului
265	2	$\ldots \bar{\alpha} = \ldots$	$\ldots \bar{\alpha} - \ldots$	„
308	7	Ge are la ...	Si are...	„
341	Fig. 3 (explicație)	impulsiei	cîmpului	„
342	(15)	$\sin \theta$	$\cos \theta$	„
345	(28)	$(1+q \cos \alpha) =$	$(1+q \cos\alpha + q' \sin (2\alpha+\varepsilon))$	„
347	(38)	$= H \frac{(H)_{x-x_1} \ldots}{\ldots}$	$= \frac{(H)_{x-x_1} \ldots}{\ldots}$	editurii
357	7	locuri	șocuri	autorului

Studii și cercetări de energetică 2 – A, 1962 c. 4535

[illegible] UTILIZĂRII OSCILOGRAFELOR CU BUCLE CONECTATE LA REDUCTOARE DE TENSIUNE

Erorile de măsură în acest caz sînt determinate de deformarea undei de supratensiune la trecerea prin reductor și de inerția mecanică a buclelor ; dintre acestea, primele sînt mai importante. În acest sens

este de menționat că din literatură [6], [16] rezultă utilizarea pe scară largă a înregistrării cu oscilograful mecanic conectat prin reductorul de tensiune fără a se indica decît sporadic, [16] considerații asupra preciziei măsurătorilor.

În scopul de a preciza domeniul de utilizare a sistemului de măsură, studiat, s-a măsurat experimental raportul de divizare, alimentînd transformatorul cu tensiune primară redusă dar cu frecvența variabilă în limitele de la 20 Hz la 20 kHz. Măsurătorile au fost făcute pentru reductoare de tensiune existente în laborator de 5, 25 și 110 kV, valorile obținute fiind prezentate în figura 2, *a*, *b*, *c*.

Din figura 2, rezultă că în domeniul pînă la aproximativ 1 000 Hz măsura amplitudinii nu este afectată de erori, raportul de divizare fiind constant; la frecvențe superioare, însă erorile ating valori inadmisibile, raportul de divizare variind în limite largi. Creșterea raportului de divizare a tensiunii în limite foarte mari se explică și prin rezonanța care are loc între circuitul transformatorului și tensiunea aplicată. Datorită saturației fierului, valorile raportului se vor reduce întrucîtva, dar în prima aproximație trebuie de avut în vedere protejarea buclelor oscilografului față de creșterea inadmisibilă a tensiunii. În acest sens, la bornele circuitului de intrare în limitatorul de curent al buclei de măsură, trebuie să se prevadă cîte un limitator de tensiune.

De menționat în același timp că domeniul de utilizare este cu atît mai întins cu cît tensiunea nominală a reductorului este mai mică (la transformatorul de 5 kV pînă la 5 000 Hz la cel de 25 kV pînă la 2 000 Hz, iar la cel de 110 kV pînă la 800 Hz).

Pentru reducerea erorilor de măsură datorită inerției mecanice a buclelor, trebuie avut în vedere de a alege buclele astfel ca frecvența oscilațiilor ce se înregistrează să nu depășească 60% din frecvența proprie a buclei.

Din cele prezentate, rezultă că măsurînd cu schema reductor de tensiune-oscilograf cu bucle nu se pot obține decît valori orientative ale supratensiunii cînd variația acestora depășește 1 000Hz; în domeniul pînă la 1 000Hz valorile obținute sînt considerate în prima aproximație exacte.Măsurătorile sînt absolut necesare însă pentru determinarea tensiunii normale a liniei și pentru a obține indicații suplimentare.

3.2. ERORILE DE MĂSURĂ A DIVIZOARELOR CUPLATE CU OSCILOGRAFELE CATODICE

a) **Divizoarele ohmice.** Elementul de înaltă tensiune se poate realiza constructiv sub forma unor rezistențe bobinate sau chimice. Fiind sub tensiune prin aceste rezistențe trece în regim permanent, un curent determinat de valoarea tensiunii aplicate și rezistența divizorului.

Din necesitatea de a radia căldura produsă prin efect Joulle în rezistența divizorului, valoarea curentului nominal în regim permanent, se limitează la 10—50 mA [13] ceea ce corespunde pentru cazul rețelelor de 110 kV, la o putere de 0,63—3,15 kW; aceasta se poate obține prin alegerea unui divizor de 6,3 MΩ respectiv 1,26 MΩ.

Alegerea unui divizor de rezistență mai redusă (de ordinul zecilor de kΩ) conduce la necesitatea executării unor construcții ancombrante (pentru a asigura capacitatea termică necesară) pe de o parte, iar, pe altă parte, divizorul poate constitui un element care să aibă influență asupra formei supratensiunii de comutație.

Elementul de tensiune joasă al divizorului este determinat în principal de rezistența de undă a cablului de legătură care pentru cazurile uzuale este de ordinul zecilor de Ω; rezultă astfel că la un divizor calculat în condițiile de mai sus, pentru rețelele de 110 kV, raportul de divizare să fie de ordinul 10^{-2} V/kV.

În acest caz, pentru obținerea unei imagini clare pe ecranul oscilografului intrarea la plăcile amplificatorului trebuie să se facă prin amplificator cu constanta de amplificare relativ mare.

Pe de altă parte, divizoarele cu rezistență mare au față de pămînt o capacitate parazită care poate ajunge pînă cca. 110 pF și ca urmare, elementul de înaltă tensiune trebuie considerat ca o impedanță variabilă cu frecvența tensiunii aplicate, [13].

Erorile de fază și de amplitudine calculate la un divizor de 2MΩ cu o capacitate de 100 pF sînt prezentate în tabela 2.

De aici rezultă că eroarea de amplitudine este relativ redusă pe cînd eroarea de fază este mare, în deosebi la frecvențe ridicate.

Pe cale experimentală s-au măsurat erorile pe care le introduce schema de măsură cu divizor ohmic de 22 700 ohmi în domeniul de frecvență de la 20 Hz la 20 kHz (fig. 3).

Eroarea de amplitudine crește cu frecvența ca urmare a influenței rezistenței divizorului cît și datorită cablului de legătură; în domeniul de

Tabela 2

Eroarea de fază și amplitudine a unui divizor de 2 MΩ/100 pF

f Hz / Eroarea	50	100	500	1 000	5 000	10 000
De amplitudine %	$2{,}1\times10^{-5}$	$8{,}4\times10^{-5}$	$2{,}1\times10^{-5}$	$8{,}4\times10^{-3}$	$2{,}1\times10^{-1}$	$8{,}4\times10^{-1}$
De fază în radiani	0,051	0,0102	0,051	0,102	0,51	1,02

frecvență analizat coeficientul de divizare variază în limite largi (pînă la 25%) fapt care conduce la greutăți în utilizarea divizorului.

Reducerea erorilor de măsură se poate obține pe calea micșorării capacității parazite prin montarea de ecrane suplimentare, care complică și mai mult construcția sa.

Realizarea și utilizarea divizorului ohmic fiind legată de greutăți dificil de înlăturat, rezultă că utilizarea lui în scopul determinării supratensiunilor interne este puțin recomandată.

b. **Divizoare capacitive.** Elementul de înaltă tensiune al divizoarelor capacitive se poate realiza sub forma unor condensatoare speciale cu gaz sub presiune [2], [5] condensatoare unitare legate în serie, lanțuri de izolatoare cu armături de protecție [4], [17] etc.

Pentru eliminarea capacităților parazite și a efectelor de margine sînt prevăzute ecrane, respectiv se montează izolatoare în plus.

Realizarea elementului de înaltă tensiune prin montarea în serie a unor condensatoare ceramice a fost utilizată în laboratorul Institutului de

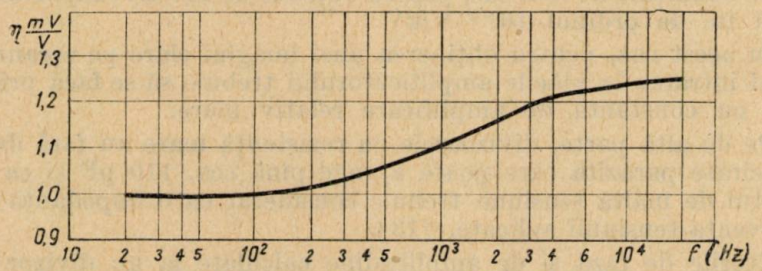


Fig. 3. — Variația raportului de divizare cu frecvența la un divizor ohmic.

energetică al Academiei R.P.R.; elementul de înaltă tensiune a fost format din 12 condensatoare tip KB-0,002 pF, avînd o capacitate totală măsurată de 162, 8 pF. Erorile de amplitudine determinate pe baza relațiilor din tabela 1, pentru diferite valori ale parametrilor schemei rezultă din figura 4. Pe aceleași diagrame se dau valorile obținute pe cale experimentală.

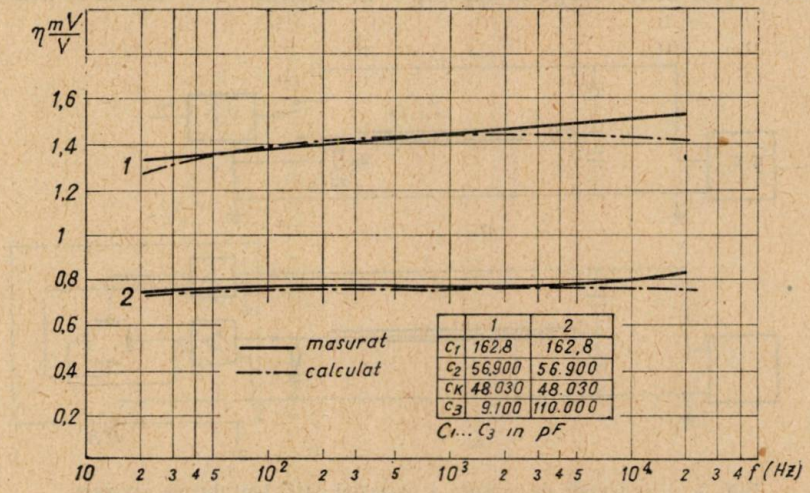
Determinarea experimentală a caracteristicii de amplitudine s-a făcut utilizînd schema de măsură din figura 5. În această schemă (fig. 5*a*) erorile de măsurare datorită caracteristicii de frecvență a amplificatorului electronic sînt eliminate ca urmare a utilizării aceluiași voltmetru electronic cu domeniul larg de utilizare, atît la măsurarea tensiunii aplicate cît și a răspunsului.

Variația fazei cu frecvența s-a determinat experimental prin metoda elipsei (fig. 5 *b*), utilizînd un oscilograf (E. O. 2/130) care are amplificatoarele, vertical și orizontal, de caracteristici identice; în acest mod se elimină eroarea care ar apare atunci cînd caracteristicile de frecvență ale amplificatoarelor sînt diferite. Valoarea unghiului de defazare rezultat din calcul este de maximum 10°, lucru constatat și experimental așa cum rezultă din figura 6. Cu mărirea frecvenței, defazarea scade și devine practic nulă verificîndu-se astfel relațiile teoretice. Deci la frecvențe mai ridicate (peste 100 Hz) eroarea de defazare poate fi neglijată, fapt care atestă calitatea divizorului.

Din analizarea curbelor din figura 4, se trage concluzia că în domeniul de la 50 Hz la 20 kHz divizoarele capacitive dau rezultate bune, valorile obținute suprapunîndu-se practic cu cele calculate. De menționat totodată că utilizarea unui cablu de legătură scurt conduce la obținerea unui coeficient de divizare mult mai constant pentru toată gama de frec-

vențe analizate (vezi comparația dintre cele două figuri 4, unde sînt prezentate valorile obținute pentru cazul unui cablu lung și respectiv scurt).

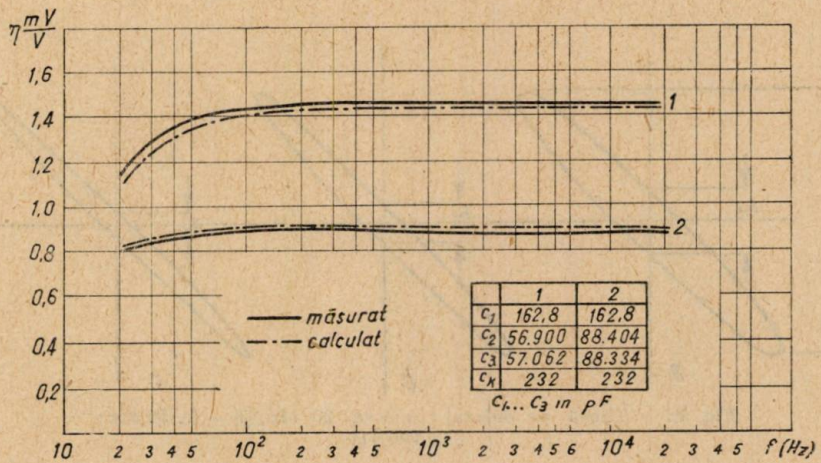
Este de aceea indicat ca pentru mărirea exactității măsurătorilor cablurile coaxiale de legătură să fie pe cît posibil mai scurte. Totodată pe



	1	2
C_1	162,8	162,8
C_2	56.900	56.900
C_K	48.030	48.030
C_3	9.100	110.000

$C_1 \ldots C_3$ în pF

a



	1	2
C_1	162,8	162,8
C_2	56.900	88.404
C_3	57.062	88.334
C_K	232	232

$C_1 \ldots C_3$ în pF

b

Fig. 4. — Variația raportului de divizare cu frecvența pentru diferite divizoare capacitive :
a) pentru cablu lung (150 m) ; *b*) pentru cablu scurt (3 m).

baza măsurătorilor făcute se trage concluzia că pentru regimul permanent ipoteza de calcul făcută este valabilă, iar relațiile stabilite pot fi utilizate cu suficientă exactitate în domeniul de frecvență analizat, adică pînă la 20 kHz.

Trebuie totodată arătat că reducerea raportului de divizare la frecvențe reduse se datorește faptului că impedanța de intrare a voltmetrului electronic a fost de 200 KΩ. Pentru rezistențe mai mari raportul de divizare devine practic independent de frecvență. Este de aceea util ca intrarea oscilografului să aibă o impedanță mare (de ordinul MΩ) sau să se mărească

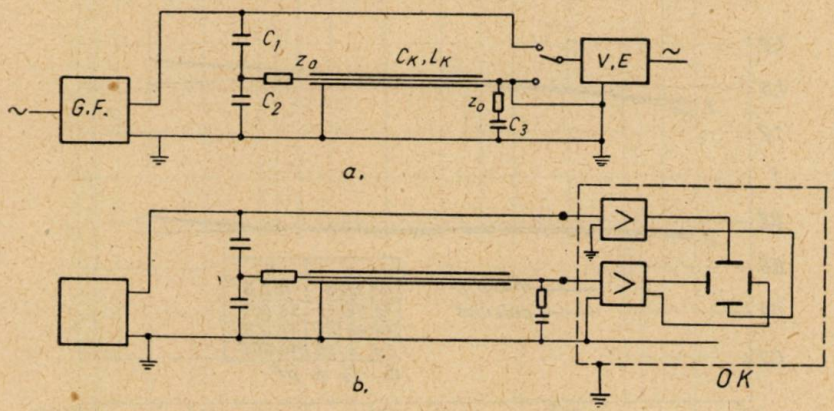


Fig. 5. — Schemele de măsură a variației coeficientului de divizare (*a*) și a fazei *b*) cu frecvența.

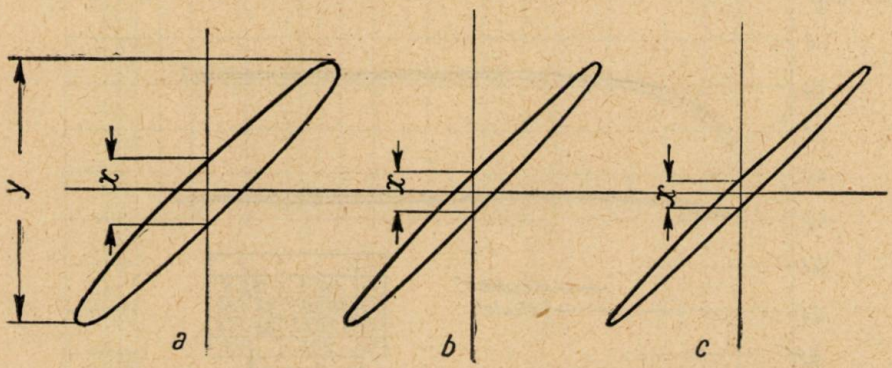


Fig. 6. — Elipsa de defazaj : *a* — la 20 Hz ; *b* — la 50 Hz ; *c* — la 100 Hz.

valoarea capacității elementului de înaltă tensiune a divizorului. Prin mărirea acestei capacități se micșorează proporțional coeficientul α (relația 4.6, tab. 1) și ca atare α/ω scade în mod corespunzător devenind neglijabil chiar pentru frecvențe joase.

Dat fiind exactitatea de măsură bună și posibilitățile constructive mai mari la măsurarea supratensiunilor interne se va utiliza schema cu divizoare capacitive de tensiune.

c. **Divizoarele combinate** se comportă la frecvențe joase ca divizoarele ohmice iar la frecvențe înalte ca cele capacitive. Utilizarea lor legată de aceleași greutăți amintite la punctul a. este rațională atunci cînd se măsoară supratensiunile între faze și cînd se dorește compensarea unui divizor ohmic cu scopul îmbunătățirii caracteristicilor acestuia într-o gamă largă de frecvențe. Divizoarele combinate sînt însă indicate pentru conectarea la capătul dinspre oscilograf al cablului de legătură, atunci cînd tensiunea în acest punct depășește valoarea admisă de oscilograf sau de amplificatorul acestuia. În acest caz realizarea divizorului este ușoară, deoarece condensatoarele și rezistențele lucrează la tensiuni pînă la cîteva sute de volți; pentru această construcție se realizează ușor condiția de egalitate a constantelor de timp a celor două elemente, menționate mai sus și deci se poate obține cu ușurință o transmitere fără deformări a fenomenelor.

3. 3. UTILIZAREA DIVIZOARELOR DE TENSIUNE CUPLATE CU OSCILOGRAFELE CU BUCLE

Pentru măsurare se aleg buclele care au curent mic-1mA sau mai puțin cu scopul reducerii încărcării divizorului.

În cazul folosirii divizoarelor ohmice, buclele trebuie să se lege în serie cu elementul de înaltă tensiune fiind șuntate de o rezistență care limitează valoarea curentului la mărimea admisibilă. Cablul de legătură trebuie să fie și aici destul de scurt, pentru a nu introduce erori suplimentare importante.

Sistemul de măsură cu divizor ohmic și bucle are aceleași erori ca și cele indicate la punctul 3.2. a) la care se mai adaugă cea determinată de consumul buclei. Rezultă că și acest sistem este neindicat.

În cazul divizoarelor capacitive nu este admisă legarea în serie cu capacitatea de înaltă tensiune a buclei de măsură, deoarece pe de o parte erorile sînt foarte mari, iar pe de altă parte în momentul inițial impulsul de tensiune se aplică numai pe rezistența de limitare tensiunea pe condensator fiind nulă ducînd la distrugerea aparatelor de măsură și periclitarea securității personalului care efectuează măsurătoarea.

Conectarea buclelor, în serie cu o rezistență de limitare, la elementul de joasă tensiune al divizorului dă rezultate bune cu condiția ca elementul de înaltă tensiune să aibă o capacitate de ordinul 1 000 pF [18]; erorile de măsură în acest caz sînt neglijabile. Valoarea rezistenței de limitare, conectată în serie cu bucla trebuie să fie de ordinul sutelor de $k\Omega$. Schema se reduce astfel la cea analizată anterior; pe baza acelorași considerente ca mai sus, pentru a obține un coeficient de divizare constant valoarea coeficientului α trebuie să fie cît mai mică posibil și deci ca urmare, valoarea capacității C_1 cît mai mare ceea ce justifică afirmația făcută.

4. CONCLUZII

S-a determinat, în lucrare, răspunsul divizoarelor de tensiune la diferite tipuri de tensiuni și supratensiuni și s-au analizat erorile pe care le introduc schemele cu divizoare și reductoare de tensiune.

Pe baza analizei făcute, rezultă:

4.1. În domeniul de frecvență de la 20 Hz la 20 kHz, răspunsul schemei conținînd divizor și cablu de legătură la care se cuplează oscilograful catodic, se poate determina în ipoteza considerării elementelor concentrate (ale cablului și ale divizorului). Valorile experimentale se suprapun practic peste cele calculate.

4.2. Divizoarele ohmice nu sînt indicate pentru înregistrarea supratensiunilor interne, dat fiind greutatea de execuție și erorile relativ mari pe care le introduce precum și dificultatea unui raport de divizare mare.

4.3. Divizoarele capacitive sînt indicate pentru măsurarea supratensiunilor interne; pentru reducerea erorilor într-o gamă largă de frecvență este necesară alegerea unui cablu de legătură cu oscilograful cît mai scurt posibil, care să aibă înseriată înspre partea dinspre divizor impedanța sa caracteristică.

4.4. Divizoarele combinate sînt indicate pentru măsurarea tensiunilor între faze sau pentru lărgirea domeniului de măsură a oscilografelor catodice; în acest caz ele se conectează înaintea plăcilor de fenomen ale oscilografelor.

4.5. Înregistrarea supratensiunilor pe bare cu oscilograful cu bucle, conectat prin reductor de tensiune în domeniul oscilațiilor mai mari de cca. 1 000 Hz nu trebuie considerată decît aproximativă dat fiind erorile mari pe care le introduce transformatorul de tip inductiv; în domeniul pînă la 1 000 Hz înregistrarea se face cu exactitate bună, raportul de transformare menținîndu-se constant.

AUFSTELLUNG EINES PRÜFSCHEMAS ZUR MESSUNG DER ÜBERSPANNUNGEN BEI ABSCHALTUNG EINER UNBELASTETEN LEITUNG

ZUSAMMENFASSUNG

Im Artikel werden die Möglichkeiten zur Messung der bei Abschaltung von unbelasteten Leitungen entstehenden Überspannungen besprochen. Zunächst werden die ständigen Registriermittel angegeben und dann eine kritische Untersuchung der verschiedenen Registrierschemas und -mittel vorgenommen. Hiervon ausgehend, wird ein Meßschema für einen Tag aufgestellt, das zu Messungen im Rahmen des energetischen Systems der RVR vorgeschlagen wurde.

BIBLIOGRAFIE

1. A. DEMHARDT, *Laufende Registrierung von Überspannungen in Mittelspannungsnetzen mit neuren elektronischen Geräten.* E.T.Z.-A, **81**, *17*, aug., 589–592 (1960).
2. E. FISCHER, *Erfahrungen mit Überspannungs-Punktschreibern.* E.T.Z.-A, **81**, *17*, aug. 603–606 (1960).
3. F. GEIGER, *Überspannungsmessung mit einem Überspannungs-Punktschreiber in einem Mittelspannungsnetz.* E.T.Z.-A, **81**, *17*, aug. 602–612 (1960).

4. C. GARY, M. MONNET, *Les compteurs de surtensions.* Bull. Soc. Fr. Electr., **9**, *104*, aug., 430—448 (1959).
5. H. BERGEN, *Messverfahren und Betriebsverhalten bei Registrierung von Überspannung mit Elektronenstrahl-Oszillographen.* E.T.Z.-A, **81**, *17*, aug., 587—589 (1960).
6. V. V. KALOUSEK, R. GERT, ST. SVOLODA, *Innere Überspannungen in nicht geerdeten Sternpunkten von 100 kV-Transformatoren.* Electrotechnik, **9**, *11*, noemb., 385—390 (1955).
7. Д. АРТЕМЬЕВ, С. ШУР, *Выбор междуфазовой изоляции в сетях высших классов напряжений эл. станций*, 32, *I*, *63—69* (*1961*).
8. G. ZINGALES, *Problemi nelle misure delle alte tensioni ad impulso.* L'Energia Elettrica, *6*, iunie, 560 (1958).
9. M. A. ROMANO, *Étude de diviseur de tension en régime permanent.* R.G.E., *5*, mai, 289 (1956).
10. F. C. GREED, *Mesure de sondes coupées sur le front.* CIGRE, rap. *320*, 1958.
11. HYLTEN CAVALLIUS, *Essais de choc et erreurs de mesure.* A.S.E.A. Revue, 29, *4*, aprilie, 63 (1957).
12. S. NOWICKI şi alţii, *Bledy woscylograficz nychi pomirach wysokich napiec udarowych.* Arch. Electrotechniki, **7**, *2*, 247 (1958).
13. G. BOWDLER, *The measurement of high voltages with indicating or recording instruments.* Proec. of the Inst. of El. Eng., partea A, **105**, *20*, 176 (1958).
14. Е. В. КАЛИНИН, *Параметры емкостных делителей*, Электричество, *8*, 45 (1945).
15. Е. РЫВКИН, *Осциллографирование с помощью делителей напряжения включенных по П-образной схеме.* Электричество, 81, *I*, 86 (1960).
16. H. WURTZ, *Betriebsmässige Registrierung von Schaltüberspannungen insbesondere nach einem neuartigen Messverfahren.* E.T.Z.-A, **81**, *17*, aug., 597—602 (1960).
17. W.W. LEWIS, *The protection of transmission systems against lighting.* Ed. John Willey, New York, 1950, 60—64.
18. Е. АРТЕМЬЕВ, С. ШУР, *Исследование перенапряжений и измерение параметров линий электропередачи Волжская Г.Э.С. имени Ленина — Москва. Г.Э.И.*, 1958.

ASUPRA EFECTULUI DE „HISTEREZĂ ELECTROMECANICĂ". UN NOU PROCES DE TRANSFORMARE A ENERGIEI ELECTRICE ÎN LUCRU MECANIC ŞI APLICAREA LA REALIZAREA DE NOI TIPURI DE MAŞINI ELECTRICE

DE

MATEI MARINESCU,
MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.,
NICOLAE GAVRILIU şi ION GRÎNARU

1. **Introducere.** Într-un articol anterior [1] am examinat funcţionarea unui motor electric construit dintr-un electromagnet solenoidal alimentat în curent ondulat, a cărui armătură mobilă executînd o mişcare de piston, poate dezvolta un lucru mecanic important, la o frecvenţă a cursei pistonului, egală cu jumătate din componenţa de pulsaţie a curentului de alimentare.

Vom examina în cele ce urmează, pe o altă bază, cele ce se întîmplă în circuitul magnetic, sediul fenomenelor de legătură între partea electrică şi partea mecanică a sistemului. Această analiză va scoate în evidenţă că transformarea energiei electrice în lucru mecanic, în condiţiile specificate în lucrare, are loc după un proces denumit de noi „histereza electromecanică". Circuitul magnetic al electromagnetului solenoidal, funcţionînd în regim de motor sincron, cu o pulsaţie $\Omega = \frac{\omega}{2}$ este sediul unui fenomen pe care noi l-am numit histereză electromecanică, care apare îndată ce electromagnetul este pus în condiţii de a dezvolta un lucru mecanic.

2. **Relaţii în circuitul magnetic al unui electromagnet solenoidal.** Ecuaţia unui circuit magnetic neomogen (cu întrefer) este dată de

$$\varphi_x = \frac{4\pi\, ni}{\frac{\delta_x}{S_x} + \frac{l}{(\mu)_{x=0}\, S_f}}. \qquad (1)$$

Această ecuație ne dă, în cazul particular al magnetului solenoidal din figura 1, fluxul φ_x care traversează circuitul magnetic compus dintr-un miez de fier (armătura centrală mobilă) o *armătură* exterioară (fixă) din

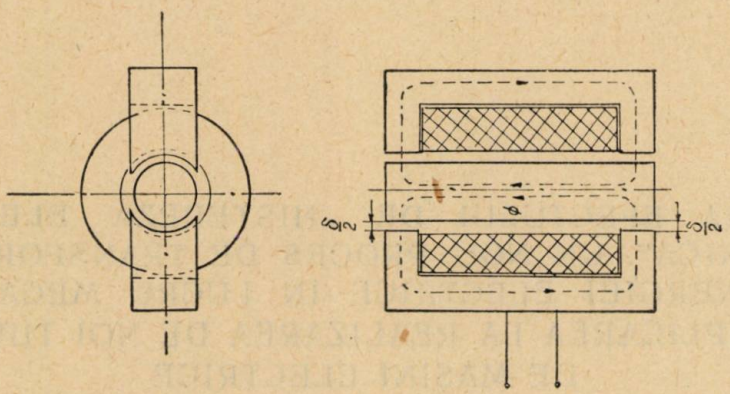


Fig. 1. — Circuitul magnetic al unui electromagnet solenoidal.

fier, de secțiune S_f și de lungimea *totală* l și dintr-un întrefier de lungime δ_x și de secțiune S_x, înfășurarea b fiind traversată de un curent i.

Întrefierul poate varia între limitele

$$\delta_0 \leqslant \delta_x \leqslant \delta_m .$$

Vom considera totuși întrefierul rezidual δ_0 ca fiind cuprins în reluctanța armăturii exterioare de fier a circuitului magnetic astfel încît $(\mu)_{x=0}$ va fi aici permeabilitatea aparentă a unui material magnetic echivalent a cărui curbă de magnetizare se va putea ridica experimental.

Vom putea scrie în aceste condiții :

$$\frac{\delta_x}{S_x} \cdot \frac{S_f}{l} = bx^2, \tag{2}$$

x fiind distanța axială dintre centrul armăturii mobile și centrul electromagnetului ; x determină astfel poziția armăturii în raport cu electromagnetul considerat fix.

Se vede după (2) că pentru $\delta_x = 0$, $x = 0$ și pentru $\delta_x = \delta_m$, $x = x_m$. Forma pătratică în raport cu x a ecuației (2) este necesară pentru a exprima invarianța acesteia în raport cu semnul lui x. În cele ce urmează, vom considera, într-o primă aproximație b constant.

Introducînd (2) în (1) obținem

$$B_x = (\mu)_{x=0} \frac{H_x}{1 + (\mu)_{x=0} b \cdot x^2}, \tag{3}$$

unde

$$B_x = \frac{\varphi_x}{S_f}, \qquad H_x = \frac{4\pi ni}{l} \cdot \tag{4}$$

Formula (3) ne va permite, dacă b este cunoscut, să trasăm în planul (B, H) o familie de curbe, avînd ca parametru x. Acestea sînt curbele de magnetizare ale electromagnetului, pentru diferite poziții fixe x ale pistonului.

Figura (2) reprezintă o asemenea familie de curbe de magnetizare. Invers, trasînd în mod experimental aceste curbe, pentru diferite poziții

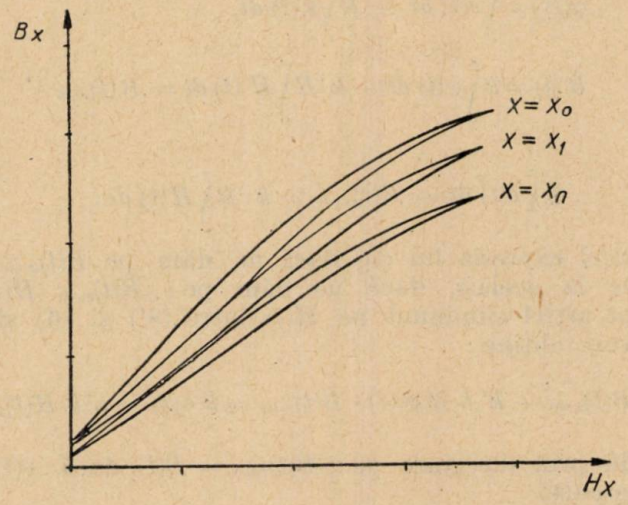


Fig. 2. — Curbele de magnetizare ale circuitului magnetic din figura 1 pentru diferite poziții ale pistonului, în regiunea valorilor pozitive ale lui H.

ale pistonului, vom putea deduce coeficientul $b(x, H)$ și aprecia aproximația introdusă în cazul cînd considerăm : $b = C$; ceea ce vom face mai departe.

2.1. **Cîteva considerații generale asupra ecuației 3.** Ecuația (3) rămîne valabilă chiar și dacă $(\mu)_{x=0}$ x și H_x sînt valori instantanee; ea ne dă atunci valoarea lui B în fiecare moment. Explicitînd aceasta în (3) vom avea

$$B(t) = \left| \frac{B(t)}{H(t)} \right|_{x=0} \cdot \frac{H(t)}{1 + b \left[\frac{B(t)}{H(t)} \right]_{x=0} \cdot x^2 \cdot t}, \tag{5}$$

sau încă

$$B(t) = \frac{B(t)_{x=0} H(t)}{H(t)_{x=0} + b\, B(t)_{x=0} \cdot x^2(t)}. \tag{5'}$$

De unde, punînd

$$H(t) = H(t)_{x=0} + b \cdot B(t)_{x=0} \cdot x^2(t), \tag{6}$$

obţinem :

$$B(t) = B(t)_{x=0}\,, \tag{7}$$

(6) exprimă deci condiţia necesară, pentru ca inducţia să rămînă aceeaşi, în cele două cazuri (static, pentru $x = 0$ şi dinamic pentru $x(t)$).

Pe de altă parte, ecuaţia curentului în circuitul electric ne dă

$$\varphi(t) = \int e(t)\,at - R\int i\,(t)\,dt,$$

$$B\,(t) = k\int e\,(t)\,dt - k'R\int H\,(t)\,dt = B\,(t)_{x=0} \tag{8}$$

sau încă

$$k\int e(t)\,dt = B(t)_{x=0} + k'R\int H(t)\,dt\,; \tag{8'}$$

(8') ne dă astfel expresia lui $e(t)$ dacă ne dăm pe $B(t)_{x=0}$ şi $H(t)$ sau ceea ce revine la acelaşi, dacă ne dăm pe : $B(t)_{x=0}$ $H(t)_{x=0}$ şi $x(t)$ (v.ec.(6)). Tot astfel eliminînd pe $H(t)$ între (8') şi (6) şi derivînd în raport cu t vom obţine :

$$\frac{d}{dt}\,B(t)_{x=0} + k'\,b\,Rx^2\,(t)\cdot B(t)_{x=0} = k\,e\,(t) - k'R\,H(t)_{x=0}\,, \tag{9}$$

ceea ce ne dă prin integrare pe : $B(t)_{x=0} = B(t)$ dacă $e(t)$, $H(t)_{x=0}$ şi $x(t)$ sînt cunoscute.

Esenţialul în cele de mai sus este faptul că dacă $H(t)_{x=0}$ şi $B(t)_{x=0}$, sînt funcţii periodice conţinînd un termen constant, o componenţă fundamentală de frecvenţă f şi armonici superioare, în timp ce $x(t)$ este o funcţie sinusoidală de frecvenţă egală cu $f/2$, termenii fundamentali ai lui $H(t)$ şi ai lui $B(t)$ pot fi defazaţi unul faţă de celălalt după defazajul lui $x(t)$, astfel după cum ne arată o analiză a ecuaţiei (6). Fluxul fundamental va putea fi defazat înapoi (în urmă) faţă de curent şi deci

$$\tau = \int_0^T id\varphi > 0.$$

Sistemul va putea dezvolta astfel un lucru mecanic pozitiv, funcţionînd ca motor pe o frecvenţă egală cu : $f/2$.

Pe de altă parte, înmulţirea cu : $x^2(t)$, în (6) neavînd influenţă asupra defazajului armonicelor lui $B(t)_{x=0}$ urmează că armonicele lui $H(t)$ şi lui $B(t)$ vor fi în fază şi nu vor contribui la lucrul mecanic. Deci din punct de vedere al funcţionării ca motor, singuri termenii fundamentali ai inducţiei $B(t)$ şi ai cîmpului $H(t)$ au importanţă.

2.2. **Curba de magnetizare dinamică. Histereza sa electro-mecanică.** Pentru a preciza consideraţiile generale pe care le-am făcut, vom presupune că $H(t)_{x=0}$ este un cîmp magnetizat definit de

$$H(t)_{x=0} = H_0(1 + q_1 \sin \alpha) \tag{10}$$

$B(t)_{x=0}$ va fi atunci, dat de

$$B(t)_{x=0} = B_0 (1 + q_2 \sin \alpha), \qquad (10b')$$

împreună cu

$$\alpha = \omega t; \; q_1, q_2 < 1,$$

astfel după cum rezultă din curba de magnetizare pentru $X=0$, (vezi fig. 3) şi pentru regiunea liniară a acestei curbe şi dacă în acelaşi timp se

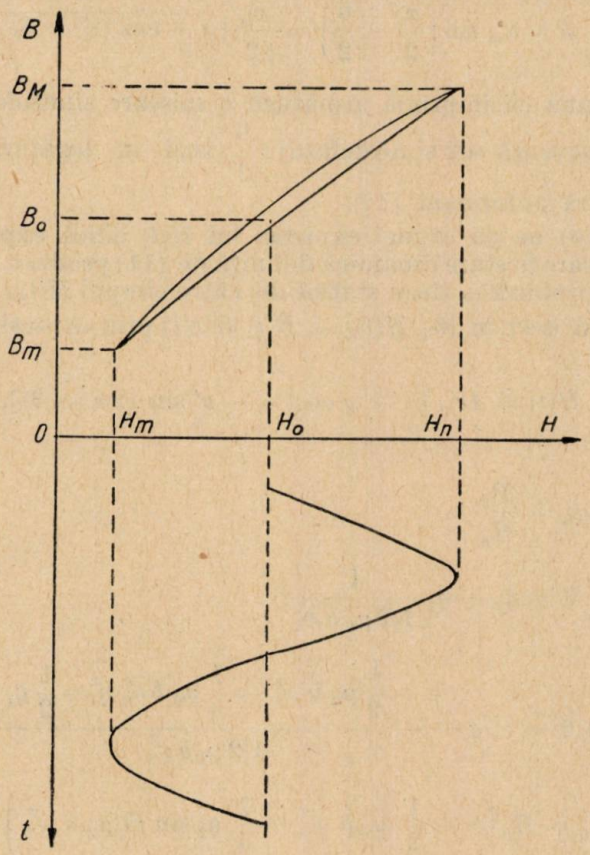


Fig. 3. — Curba de magnetizare în regiunea lineară a inducţiei, pentru $n = 0$ şi pentru valori ale impulsiei variind în jurul unei valori medii H_0.

consideră că inducţia variază după axul unui ciclu eliptic foarte ascuţit (cazul pierderilor prin histereză neglijabile) ceea ce permite neglijarea micului defazaj între B şi H (fig. 3).

De asemenea, deoarece ordonata la origină a acestui ax este pozitivă, avem în mod evident :

$$q_2 < q_1$$

Observaţia 1. Se vede imediat că dacă : $q_2 = q_1$ vom avea : $(\mu)_{x=0} = \left[\frac{B(t)}{H(t)}\right]_{x=0} = \mu_0 = C^{te}$ pentru ceea ce urmează, faptul că $(\mu)_{x=0}$ este o funcţie de t nu este esenţial ; pentru generalitate, vom considera totuşi că $q_2 \neq q_1$ (ceea ce are loc în mod efectiv pentru curbe de magnetizare reale).

Vom presupune de asemenea că :

$$x = x_m \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{x_m}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \cos(\alpha - \theta)}, \tag{11}$$

ceea ce înseamnă că imprimă armăturii o mişcare sinusoidală de amplitudine x_m de frecvenţă $\omega/2$ şi de defazaj : $\frac{\theta}{2}$ (vezi în legătură cu aceasta, lucrarea noastră anterioară [1]).

Relaţia (6) ne dă atunci expresia lui $H(t)$ adică expresia cîmpului magnetizant, care în stare dinamică definită de (11) produce aceeaşi inducţie ca aceea produsă în stare statică de către cîmpul $H(t)_{x=0}$ (vezi ec. (7)).

Înlocuind deci în (6) $H(t)_{x=0}$, $B(t)$ şi $x(t)$ prin expresiile de mai sus obţinem :

$$H(t) = H'_0\,[1 + q\cos\alpha - q'\sin(2\alpha - \theta)], \tag{12}$$

împreună cu :

$$\mu_0 = \frac{B_0}{H_0} \tag{13}$$

$$[\sin\theta = q_2 + q_1 \frac{1}{1/2\,\mu_0 b x_m^2}\cdot \tag{14}$$

$$\sin\theta = -q\cdot\frac{1 + \frac{1}{2}\mu_0 b x_m^2 - \frac{1}{4}\mu_0 b x_m^2 q_2^2 - \frac{1}{2}q_1 q_2}{1/2\,\mu_0 b x_m^2} \tag{15}$$

$$H'_0 = H_0\left(1 + \frac{1}{2}\mu_0 b x_m^2 - \frac{1}{4}q_2 \sin\Theta_\cdot \mu_0 b x_m^2\right) \tag{16}$$

$$q' = \frac{1}{2}\frac{q_2}{\cos\theta}q \tag{17}$$

Vedem din (12) că astfel cîmpul magnetizant $H(t)$ care, în stare dinamică caracterizată printr-o mişcare sinusoidală de piston definită de (11) produce aceeaşi inducţie în circuitul magnetic ca şi cîmpul $H(t)_{x=0}$ în stare statică cu pistonul imobil, este un cîmp a cărui componentă de pulsaţie ω este în cuadratură (înainte) faţă de inducţie. Acest cîmp conţine şi armonica a 2-a. Locul geometric al vectorului de componente $B(t)$ şi $H(t)$ în planul (B, H) va fi o elipsă deformată a cărei suprafaţă S este evi-

dent egală cu aceea a elipsei echivalente descrisă de un vector ale cărui componente în același plan (B, H) sînt date de către

$$H(t) = H'_0 (1 + q_1 \cos \alpha), \tag{18}$$

$$B(t) = B_0 (1 + q_2 \sin \alpha). \tag{19}$$

Elipsa echivalentă este parcursă în sensul pozitiv (trigonometric) de două ori în timpul unei perioade a mișcării, ea are axele paralele cu

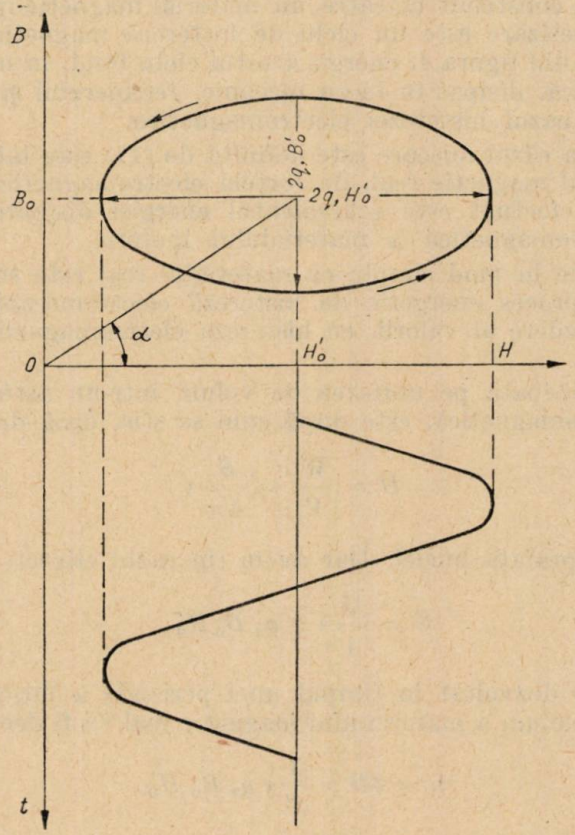


Fig. 4. — Ciclul eliptic *echivalent* al efectului de histereză electromecanică, produs în circuitul magnetic al electromagnetului din figura 1, în stare dinamică.

axele de coordonate și centrul în punctul $(H'_0 B'_0)$ (vezi figura 4). În afară de aceasta, expresia (19) care poate fi scrisă astfel

$$B(t) = \mu'_0 H'_0 (1 + q_2 \sin \alpha) \tag{19}$$

pune în evidenţă o permeabilitate aparentă

$$\mu_0' = \frac{B_0}{H_0'} = \mu_0 \frac{H_0}{H_0'} = \frac{\mu_0}{1 + \frac{1}{2}\mu_0 b x_m^2 - \frac{1}{4} q_2 \sin\theta \, \mu_0 b x_m^2} \tag{20}$$

În urma acestor rezultate, putem să dăm relaţiilor (18), (19), (20) următoarea interpretare :

totul se petrece în circuitul magnetic al electromagnetului în stare dinamică definită (11) ca şi cum am avea de aface cu un circuit magnetic omogen şi rigid, constituit de către un material magnetic ipotetic a cărui curbă de magnetizare este un ciclu de histereză magnetică identică cu circuitul eliptic din figura 4, energia acestui ciclu fiind, în materialul real, în stare dinamică, disipat în lucru mecanic, recuperabil şi nu disipat în căldură, ca în cazul histerezei electromagnetice.

Pistonul, a cărui mişcare este definită de (11) este într-adevăr solicitat în circuitul magnetic real, de forţele electromagnetice [1] al căror lucru mecanic efectuat este echivalentul energiei disipate în bucla de histereză electromagnetică a materialului ipotetic.

Vom spune în mod simplu că materialul real este supus în aceste condiţii, unui proces energetic de histereză electromecanică echivalent din punct de vedere al valorii, cu histereza electromagnetică a materialului ipotetic.

Energia disipată pe unitatea de volum într-un astfel de ciclu de histereză electromagnetică, este după cum se ştie, dată de expresia

$$D = \frac{W}{V} = \frac{S}{4\pi},$$

unde S este suprafaţa buclei. Dar avem (în cazul elipsei)

$$S = \frac{\Pi}{4} 4 \, q \, q_2 \, B_0 H_0'.$$

Lucrul mecanic dezvoltat în timpul unei perioade a mişcării pistonului pe unitatea de volum a materialului magnetic real va fi deci

$$\tau_1 = 2D = \frac{1}{2} q \, q_2 \, B_0 \, H_0'. \tag{21}$$

2.3. **Formule aproximative.** În cazul particular în care

$$\frac{1}{2}\mu_0 b \, x_m^2 > 1 \tag{21'}$$

vom vedea în cele ce urmează semnificarea şi justificarea acestei ipoteze (v. ec. (38)) şi punînd :

$$\varepsilon = \Pi - 0 \tag{22}$$

vom avea, pentru relațiile (14), (15), (17) și (20) expresiile simplificate :

$$\cos \varepsilon = q \tag{23}$$

$$\sin \varepsilon = q_2 \tag{24}$$

$$q' = \frac{1}{2} q_2 \tag{25}$$

$$\mu_0' = \frac{\mu_0}{1 + \frac{1}{2} \mu_0 b x_m^2} \cdot \tag{26}$$

Vedem astfel că

$$q^2 + q_2^2 = 1,$$

ceea ce ne dă pentru lucrul mecanic specific τ_s dezvoltat în timpul unei perioade a mișcării (vezi ec. (21)) o valoare maximă în raport cu q_2 pentru aceeași valoare a produsului $(B_0 H_0')$ valoare maximă, avînd loc pentru $q = q_2 = 1/\sqrt{2}$ și avînd ca expresie :

$$\tau_{s\,\max.} = \frac{1}{4} B_0 H_0' . \tag{27}$$

Coeficientul de distorsiune neliniară k al cîmpului pentru armonica a 2-a egal prin definiție cu : $\frac{q'}{q} = \frac{1}{2} q_2/q = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varepsilon$ este în cazul maximului lui τ_s, egal cu 0,5 fiind pe de altă parte cu atît mai mic, cu cît raportul q_2/q este mai mic sau cu cît ε este mai mic.

2.4. **Expresia curentului și a f.e.m. aplicată. Factor de putere. Randament.**

a. — *curentul* : dacă bobina are n spire parcurse de curentul i și dacă lungimea circuitului magnetic fără întrefier este egală cu 1 vom avea după definiția cîmpului magnetizat și ținînd cont de expresia (12) a acestui cîmp

$$H = \frac{4\pi ni}{l} = H_0' [1 + q \cos \alpha + q' \sin (2\alpha + \varepsilon)],$$

$$i = \frac{H_0' l}{4\pi n} (1 + q \cos \alpha) = I_0 [1 + q \cos \alpha + q' \sin (2\alpha + \varepsilon)], \tag{28}$$

unde :

$$I_0 = \frac{H_0' l}{4\pi n} \cdot \tag{29}$$

Curentul are deci aceeași formă ca și H și conține armonica a 2-a.

b. *Forța electro-motoare.* În ceea ce privește f.e.m. aplicată avem relația :

$$e = R i + n\omega \frac{d\varphi}{d\alpha} \cdot \tag{30}$$

Pe de altă parte, dacă secţiunea circuitului magnetic este S_f fluxul va fi dat de expresia :

$$\varphi = BS_f = S_f \cdot \mu_0' H_0' (1 + q_2 \sin \alpha). \tag{31}$$

Eliminînd pe i şi φ între (30), (28) şi (31) vom obţine

$$e = RI_0 (1 + q \cos \alpha + q' \sin(2\alpha + \varepsilon) + n\omega S_f \mu_0' H_0' q_2 \cos \alpha) =$$
$$= RI_0 + (qRI_0 + n\omega S_f \mu_0' H_0' q_2) \cos \alpha + RI_0 q' \sin (2\alpha + \varepsilon) =$$
$$= E_0[1 + p \cos \alpha + p' \sin (2\alpha + \varepsilon)], \tag{32}$$

f.e.m. aplicată va trebui să cuprindă deci cele 3 componente : E_0, $p \cdot E_0 \cos \alpha$ şi $p' E_0 \sin (2\alpha + \varepsilon)$, de pulsaţie : 0, ω, şi 2ω unde :

$$E_0 = R \cdot I_0, \tag{33}$$

$$p = q + \frac{n \cos S_f \mu_0' H_0' q_2}{R \cdot I_0}, \tag{34}$$

$$p' = q' = \frac{1}{2} q_2. \tag{35}$$

Dar am văzut că (vezi ec. (29))

$$\frac{n S_f \mu_0' H_0'}{I_0} = \frac{4\pi n^2 S_f \mu_0'}{l} = \frac{\frac{4\pi n^2}{l}}{\mu_0' S_f} = \lambda, \tag{36}$$

λ este deci inductanţa materialului ipotetic de permeabilitate μ'_0 a cărui semnificaţie fizică a fost precizată la punctul IV (vom vedea în cele ce urmează (vezi ec. (42)) o altă expresie a lui λ).

Relaţia (34) se mai poate scrie atunci :

$$p = q + q_2 \frac{\lambda\omega}{R} = q + q_2 Q \quad \left(Q = \frac{\lambda\omega}{R}\right), \tag{34 b}$$

şi pentru cazul puterii maxime, cînd $q = q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ vom avea : $p = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + Q)$.

3. **Asupra rolului celor trei compunătoare ale f.e.m. aplicate.** Componenţa constantă E_0 a f.e.m. are ca scop amplasarea punctului de funcţionare mediu (B_0, H_0) pe curba de magnetizare (statică) a circuitului magnetic într-o regiune liniară convenabilă acestei curbe ; componenta fundamentală : $pE_0 \cos \alpha$ este aceea care ne dă lucrul mecanic ; ea este în fază cu componenta fundamentală a curentului (v.ec. (28)), ceea ce realizează un factor de putere unitar. Infine, componenta de pulsaţie 2ω este necesară pentru a menţine fluxul, în stare dinamică (sinusoidal). Deoarece componentele E_0 şi $p' E_0 \sin (2\alpha + \varepsilon)$ au de îndeplinit funcţiuni auxiliare, puterea consumată pe aceste componente fiind o putere disipată

în rezistența R urmează că pentru un bun randament al motorului cu histereză electromecanică, va trebui ca această putere să fie mică față de puterea componentei fundamentale. Cum pe de altă parte avem: $q_1 q_2$, $p' = q' < 1$ va trebui deci, pentru a obține un bun randament, ca: $p >> 1$ sau încă, referindu-ne la ecuația (34 b). Va trebui ca: $\frac{\lambda\omega}{R} >> 1$. Atunci raportul între componenta fundamentală și armonica a 2-a va fi

$$\frac{p}{p'} = 2\frac{\lambda\omega}{R} >> 1. \tag{34c}$$

Vom putea astfel neglija în (32) termenul în p'.

c. *Randament.* Vom putea astfel, în calculul randamentului, să plecăm de la expresiile

$$e = E_0(1 + p\cos\alpha); \quad i = I_0(1 + q\cos\alpha),$$

Este ceea ce am făcut în lucrarea noastră anterioară [1] unde am obținut pentru expresia randamentului și în cazul cînd factorul de putere este egal cu unitatea, formula

$$\eta = \frac{p - q}{p + 2/q}. \tag{37}$$

Eliminînd pe p între (37) și (34 b) obținem

$$\eta = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{q\,q_2} + \frac{q}{q_2}\right)\frac{1}{Q}} \tag{37b}$$

și în cazul puterii maxime:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{5}{Q}}. \tag{37c}$$

4. **Metodă grafică pentru determinarea lui μ_0'.** Am văzut că în starea dinamică, circuitul magnetic prezintă o permeabilitate aparentă μ'_0 a cărei expresie analitică este dată de (20) și (26). Vom indica acum o metodă pentru măsura directă a acestei permeabilități. Plecînd de la (3) obținem pentru o poziție: $x = x_1$ a pistonului relația

$$bx_1^2 = \left(\frac{H}{B}\right)_{x=x_1} - \left(\frac{H}{B}\right)_{x=0}.$$

Punînd $(B)_{x=x_1} = (B)_{x=0} = B_m$ vom obține

$$bx_1^2 = H\frac{(H)_{x=x_1} - (H)_{x=0}}{B_{x=0}} = \frac{\Delta H}{B_m}. \tag{38}$$

Rezultă construcţia din figura 5 care ne dă pe $\frac{\Delta H}{B_m}$ şi deci pe : bx_1^2. Pe de altă parte, dacă ne dăm pe : $B_0 = B_m$ pe curba $x = 0$ vom avea

$$\mu_0 = \frac{B_0}{H_0}.$$

Cunoscînd astfel pe μ_0 şi pe $bx_1^2 = bx_m^2$ relaţia (26) ne dă imediat pe μ_0'.

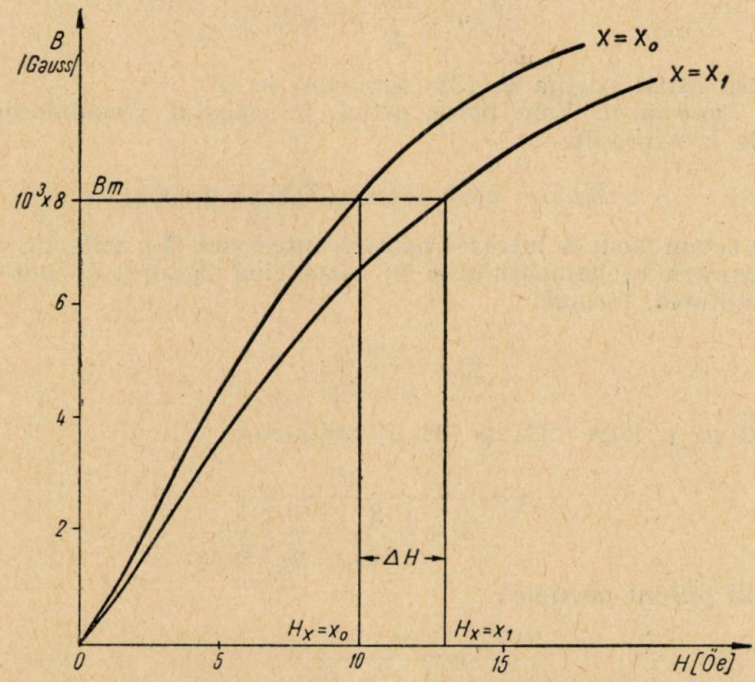


Fig. 5. — Construcţie grafică pentru a obţine constanta C a reluctanţei întrefierului, pentru valori date ale lui B şi x.

5. **Consideraţii asupra constantei lui** b. Calculînd pe b după (38) pentru $x = \text{const.}$ şi pentru diferite valori ale lui B_m am obţinut pentru un caz concret curba din figura 6, care dă funcţia $b(B_m)_{x=const.}$

Vedem astfel că b poate fi considerat constant în raport cu B pînă la aproximativ 10 000 Gauss.

Tot astfel calculînd pe b pentru $B_{m\,=\,const.}$ şi pentru diferite valori ale lui x începînd de la $X = 0$ am obţinut curba : $b(X)_{B_m\,=\,const.}$ din figura 7 care ne arată că b poate fi considerat aproximativ constant în cazul de faţă, în intervalul : $0 < x < x_m = 5$ cm.

Observaţie. Curba din figura 7 ne arată că funcţia $b(X)_{B_m\,=\,const.}$ poate fi dezvoltată într-o serie cu termeni alternaţi în x^{2n} $(0 < n \to \infty)$ ceea ce atrage ca o consecinţă, posibilitatea regimurilor de funcţionare

sincrone de ordine superioare a căror existență a fost pusă în evidență în mod experimental și care vor face obiectul unor lucrări ulterioare.

6. Relații între μ_0' și între raportul $\gamma = L_M/L_m$ între inductanta maximă și minimă (la inducție constantă). Am determinat mai sus pe

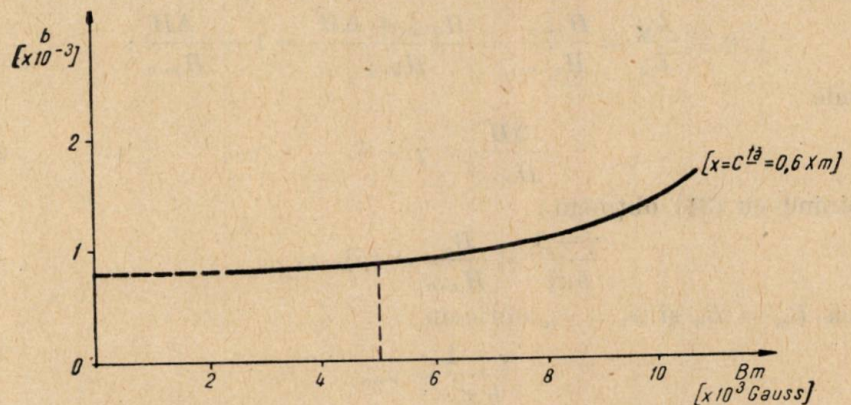


Fig. 6. — Curba lui b în funcție de B pentru x = const. Se vede că $b/B|x$ = const. poate fi considerată constantă pentru valori ale lui $B \leqslant 5\,000$ Gauss.

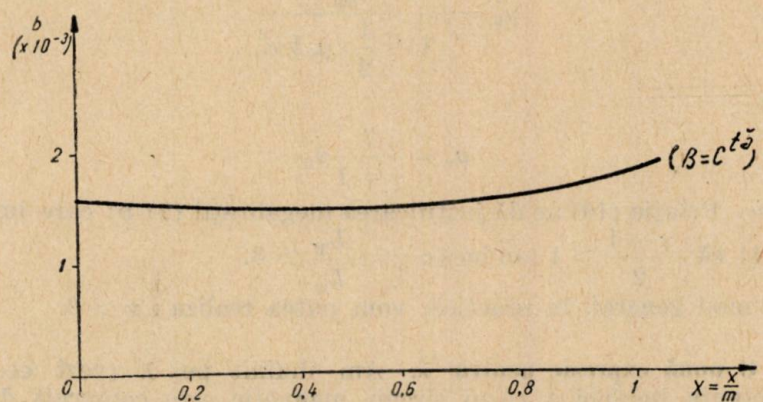


Fig. 7. — Curba lui b în funcție de x pentru B = const. Este o funcție putînd fi reprezentată printr-un polinom cu termeni alternați în : x^{2n} ($0 \leqslant n \leqslant \infty$) polinom al cărui termen principal (pentru $n = 0$) este mare față de ceilalți termeni, în intervalul $0 < x < x_m = 2$ cm.

μ'_0 ridicînd două curbe de magnetizare (statice) ale circuitului magnetic pentru $x = 0$ și $x = x_1 = x_m$.

Pe de altă parte, între μ'_0 și γ există o relație simplă, care ne permite determinarea lui μ_0' pe altă cale.

Într-adevăr, avem prin definiție relațiile :

$$L = \frac{\varphi}{i} \qquad = k\frac{B}{H},$$

$$L_M = k\left(\frac{B}{H}\right)_{x=0} = k\frac{B_m}{H_{x=0}} \; ; \; L_m = k\left(\frac{B}{H}\right)_{x=x_1} = k\frac{B_m}{H_{x=x_1}},$$

$$\gamma = \frac{L_M}{L_m} = \frac{H_{x=x_1}}{H_{x=0}} = \frac{H_{x=0} + \Delta H}{H_{x=0}} = 1 + \frac{\Delta H}{H_{x=0}},$$

de unde

$$\frac{\Delta H}{H_{x=0}} = \gamma - 1. \tag{39}$$

Combinînd cu (36) obținem :

$$\frac{\gamma - 1}{b\,x_1^2} = \frac{B_m}{H_{x=0}} = (\mu)_{x=0},$$

și dacă $B_m = B_0$ și $x_1 = x_m$ obținem

$$\frac{\gamma - 1}{b\,x_m^2} = \mu_0,$$

de unde :

$$\gamma = 1 + \mu_0\, b\, x_m^2. \tag{40}$$

Pe de altă parte am văzut (26) că

$$\mu_0' = \frac{\mu_0}{1 + \frac{1}{2}\,\mu_0 b\, x_m^2},$$

de unde

$$\mu_0' = \frac{2}{\gamma + 1}\,\mu_0. \tag{41}$$

Observație. Relația (40) ne dă justificarea inegalității (21 b) care înseamnă după (41) că : $\frac{\gamma - 1}{2} > 1$ sau încă : $\gamma = \frac{L_M}{L_m} > 3$.

În mod general, în practică, vom putea realiza : $\gamma > 3$.

7. **O nouă expresie pentru** λ. Am definit pe λ (vezi ec. (36)) ca inductanța bobinei a cărui circuit magnetic este construit dintr-un material ipotetic de permeabilitate μ_0' pentru o valoare a inducției egală cu B_0. Eliminînd pe μ_0' între (36) și (41) obținem

$$\lambda = \frac{2}{\gamma + 1}\,\frac{4\pi n^2}{\frac{l}{\mu_0 S_f}} = 2\,\frac{L_M L_m}{L_M + L_m}. \tag{42}$$

Valoarea inductanței λ este deci egală cu dublul valorii celor două inductanțe L_M și L_m montate în derivație.

8. Construcția ciclului de histereză electromecanică

8.1 **Metodă analitică.** Sîntem acum în posesia tuturor elementelor necesare pentru a construi un ciclu (eliptic) de histereză electromecanică plecînd de la o singură curbă de magnetizare pentru $x = 0$ și de la raportul $\gamma = \frac{L_M}{L_m}$ ridicat experimental pe un electromagnet particular

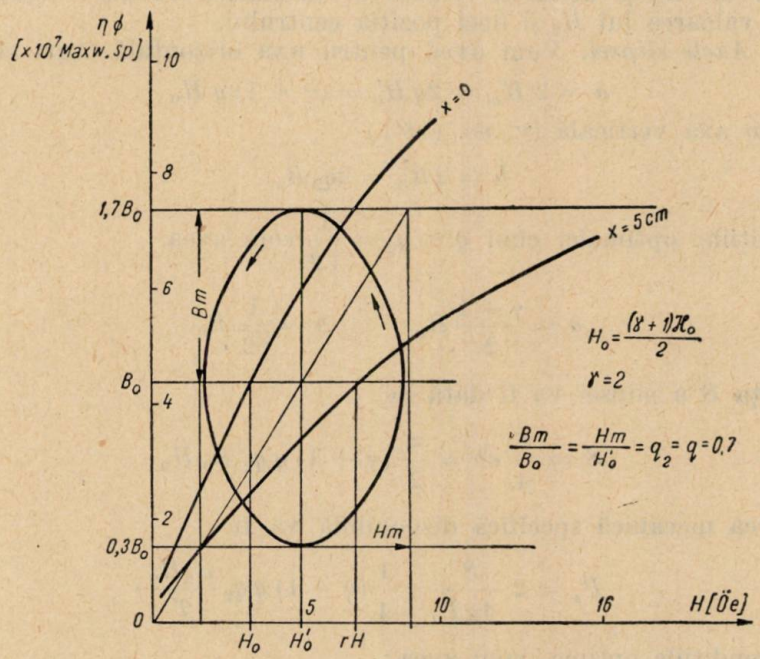


Fig. 8. — Construcția ciclului eliptic *echivalent* al efectului de histereză electromecanică, plecînd de la curba de magnetizare (statică) a circ. magnetic pentru $x = 0$ și de la raportul $\gamma = L_M/L_m$ măsurat la inducție constantă egală cu B_0.

și a determina astfel puterea maximă pe care un asemenea electromagnet funcționînd ca motor o poate dezvolta. Fie într-adevăr curba de magnetizare pentru $x = 0$ (fig. 8) a circuitului magnetic al electromagnetului și fie γ raportul inductanțelor (maximă și minimă) la o valoare a inductanței egală cu B.

Pentru construirea elipsei de histereză electromecanică este suficient de a determina poziția centrului ei în planul (B, H) precum și cele două axe ale sale $2B_m$ și $2H_m$.

a. *Poziția centrului.* Am văzut că coordonatele centrului sînt date de H'_0 și B_0 dar avem : $\mu'_0 H'_0 = \mu_0 H_0 = B_0$

de unde :

$$H_0' = \frac{\mu_0}{\mu_0'} H_0,$$

şi după (41) obţinem

$$H_0' = \frac{\gamma + 1}{2} H_0.$$

Curba de magnetizare pentru $x = 0$ ne dă, odată ce B_0 a fost fixat, valoarea lui H_0 şi deoarece γ este de asemenea cunoscut (43) ne dă imediat valoarea lui H_0' şi deci poziţia centrului.

b. *Axele elipsei.* Vom avea pentru axa orizontală (vezi ec. (18))

$$a = 2 H_m = 2q H_0' = (\gamma + 1) q H_0$$

şi pentru axa verticală (v. ec. (18′))

$$b = 2B_m = 2q_2 B_0.$$

În condiţiile optimale, cînd $q = q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ vom avea

$$a = \frac{\gamma + 1}{2} H_0 \qquad b = \frac{1}{\sqrt{2}} B_0.$$

Suprafaţa S a elipsei va fi dată de

$$S = \frac{\pi}{4} ab = \frac{\pi}{2} (\gamma + 1) q q_2 B_0 H_0$$

şi puterea mecanică specifică disponibilă va fi

$$P_s = 2 \frac{S}{4\pi T} = \frac{1}{4} (\gamma + 1) q q_2 \frac{B_0 H_0}{T},$$

iar în condiţiile optime, vom avea :

$$P_{smax} = \frac{1}{8} (\gamma + 1) \frac{B_0 H_0}{T}.$$

Pe figura 8 se poate urmări construcţia în acest caz, în toate detaliile.

8.2. **Metode punct cu punct.** Putem construi ciclul de histereză electromecanică punct cu punct, plecînd de la ec. (5) trasînd curbele $x(t)$ (vezi ec. (11)) şi $H(t)$ (vezi ec. (12)) într-un semiplan, $\left\{\frac{X}{H}\right\}$, t şi în semiplanul adiacent $/B, H/$ familia de curbe de magnetizare statică pentru diferite întrefieruri ridicate experimental.

În figura 9 putem urmări uşor, procedeul folosit în această metodă de construcţie, care ne dă, nu elipsa, ci cvasielipsa de histereză electro-

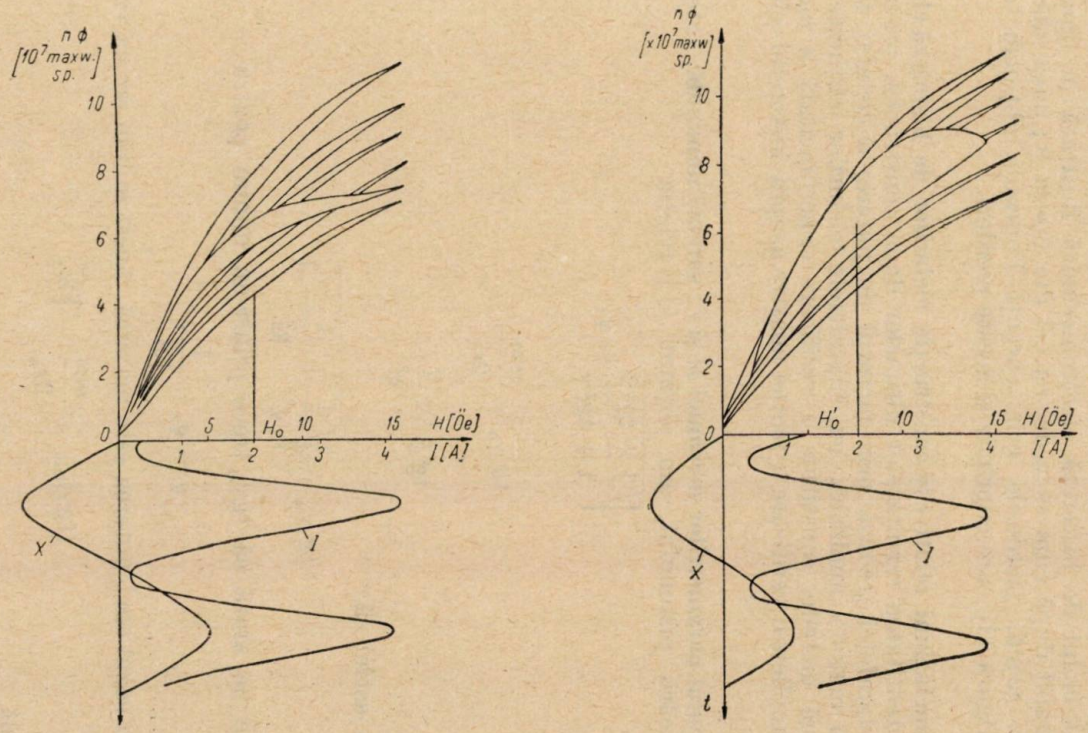


Fig. 9. — Construcţia ciclului de histereză electromecanică; metoda *punct cu punct*. Construcţia se face folosind familia curbelor de magnetizare şi funcţiile $x(t)$ şi $H(t)$.

mecanică. Aceasta din cauza prezenței armonicei a 2-a în expresia lui $H(t)$ dată de (12).

8.3. **Metoda oscilografică.** În sfîrșit, plecînd de la oscilogramele f.e.m. de inducție și a curentului din electromagnet în stare dinamică (fig. 10) s-a construit ciclul de histereză electromecanică ilustrată în figura 11 ciclu comparabil după cum se vede, cu cel din figura 9; dacă adăugăm acestuia din urmă, pierderile prin curenți Foucault, obținem tocmai ciclul de la figura 11, care cuprinde și aceste pierderi.

8.4. **Concluziuni relative la construcția ciclurilor de histereză electromecanică.** Identitatea rezultatelor ultimelor două construcții, precum și egalitatea suprafeței (redusă prin factorul de putere) a ciclului eliptic, obținut prin metoda analitică, cu suprafețele ciclurilor obținute prin celelalte două metode, constituie o verificare experimentală a metodei analitice și implicit o verificare a teoriei noastre asupra histeresei electromecanice.

9. **Calculul parametrilor mecanici m și r; sarcină nominală.** Integrînd ecuația mișcării pistonului, am obținut [1] relația

$$\sqrt{\frac{1+\operatorname{tg}^2\beta}{1+\operatorname{tg}^2\gamma}} = q,$$

unde

$$\operatorname{tg}\gamma_n = \frac{m\omega}{2r},$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{q}{q^2}.$$

Vedem astfel că

$$\operatorname{tg}\gamma_m = \sqrt{\frac{1}{q^2} + \frac{1}{q_2^2} - 1}$$

expresia care ne arată că $\operatorname{tg}\gamma_m$ trece printr-un minim pentru

$$q = q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

adică pentru cazul cînd puterea este maximă. Acest minim are ca valoare

$$(\operatorname{tg}\gamma)_{\min} = \frac{m\omega}{2r_n} = \sqrt{3},$$

ceea ce ne dă

$$r_n = \frac{m\omega}{2\sqrt{3}}, \tag{44}$$

r_n este deci sarcina optimă pentru care puterea dezvoltată este maximă. Este sarcina nominală. Pentru o sarcină mai mică sau mai mare, puterea

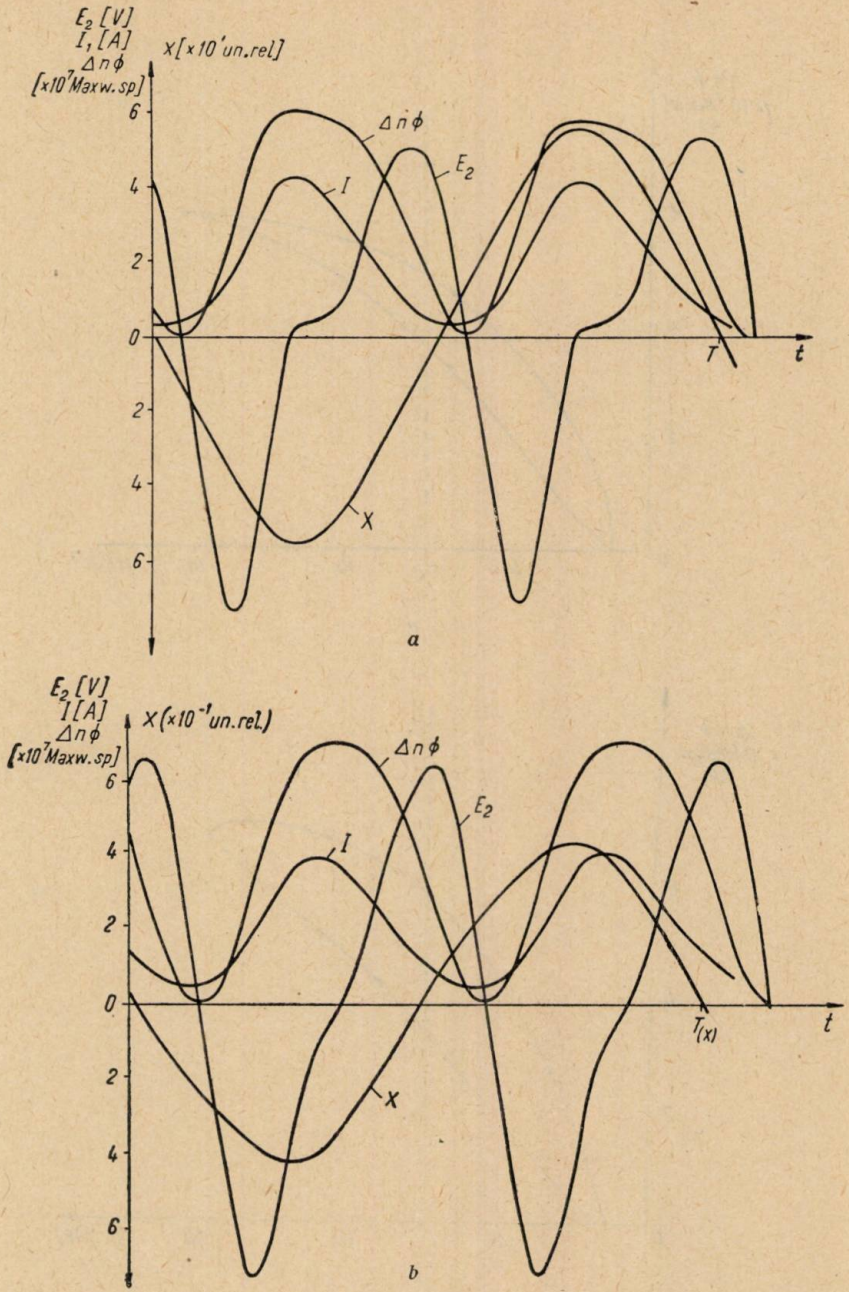
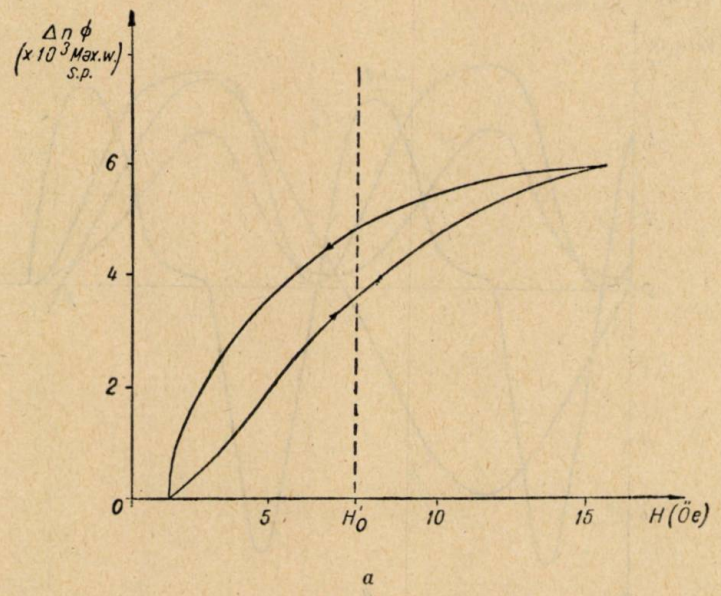
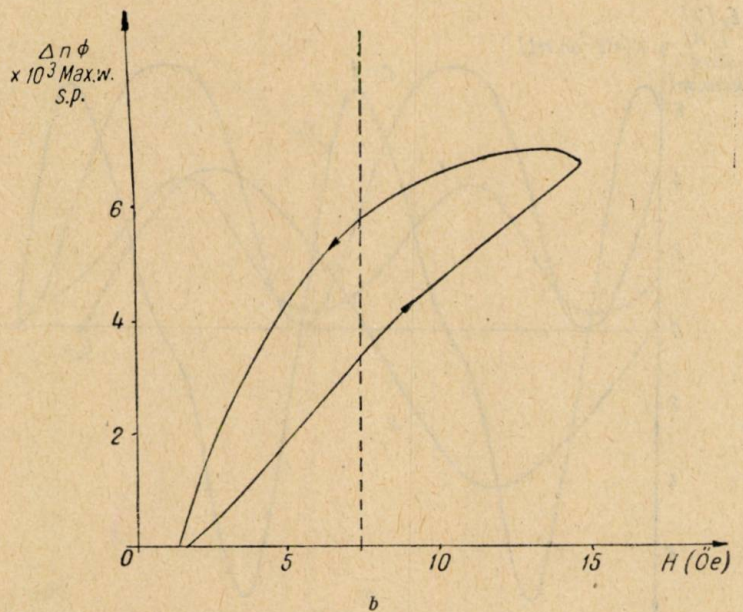


Fig. 10. — Oscilogramele f.e.m. de inducţie $e(t) = n\frac{d\Phi}{dt}$ a curentului $i(t)$ a fluxului $\varphi(t)$ şi a mişcării $x(t)$; *a*) funcţionare în gol, cu rezistenţe pasive de frecări; *b*) funcţionare în sarcină, realizată cu frînă prin curenţi Foucault.



a



b

Fig. 11. — Ciclu de histereză electromecanică construit pe baza oscilogramelor de la figura 10.

scade. Dacă pentru o sarcină constantă r variem frecvența ω a curentului, amplitudinea oscilației pistonului va trece printr-un maxim corespunzător puterii maxime dezvoltate de motor, pentru o anumită frecvență care verifică relația (44). Experiența verifică toate aceste concluzii ale teoriei.

10. Generalizarea definiției sarcinei nominale, pentru cazul cînd lucrul mecanic se cedează sub formă de locuri. Teorema mișcării de egală putere. Am definit în cele de mai sus, sarcina nominală, ca o rezistență mecanică uniform repartizată de-a lungul cursei, a cărui valoare este dată de (44). Această sarcină este legată de faptul că, în cazul mișcării sinusoidale, energia specifică pe ciclu, sau puterea specifică care poate fi extrasă de la sursă prin efectul histerezei electromecanice, depinde de raportul : $\frac{m\omega}{2r} = \operatorname{tg} \gamma_m$ și trece printr-un maxim cînd acest raport este egal cu $\sqrt{3}$.

Pe de altă parte, am văzut [1] că într-un motor cu histeresa electromecanică, transmisia energiei se face de la circuitul electric la sistemul mecanic printr-o *putere aplicată* $P(t)$, funcție de singura variabilă independentă t și nu prin *forța* aplicată $F(t)$. Să analizăm comportarea sistemelor mecanice disipative supuse unei puteri aplicate de pulsație ω. Vom avea, pentru sisteme liniare și în cazul sarcinii nominale r_n, în fiecare moment

$$P_n(t) = P_0 + P_m \sin \omega t = m \frac{d}{dt} (v_n^2(t)) + r_n v_n^2(t) \tag{45}$$

unde : $\frac{m\omega}{2r_n} = \sqrt{3}$ și unde : $v_n(t)$ reprezintă viteza nominală instantanee.

Din (45) deducem, pentru valorile medii :

$$\int_0^T P_n(t)\, dt = P_0 T = r_n \int_0^T v_n^2(t)\, dt. \tag{46}$$

Pentru sisteme neliniare, cînd lucrul mecanic se cedează de exemplu prin șocuri, vom avea în fiecare moment :

$$P(t) = m \frac{d}{dt} [v^2(t)] + r(t)\, v^2(t) \tag{47}$$

și pentru valorile medii :

$$\int_0^T P(t)\, dt = \int_0^T r(t) v^2(t)\, dt, \tag{48}$$

şi dacă punem

$$r_n = \frac{\int_0^T r(t)\, v^2(t)\, dt}{\int_0^T v_n^2(t)\, dt} = \frac{m\omega}{2\sqrt{3}},$$

vom avea în mod evident:

$$\int_0^T P(t)\, dt = \int_0^T P_n(t)\, dt = P_0 T.$$

Cu alte cuvinte puterea aplicată (valoarea medie) se conservă în cele două cazuri. Expresia (49) ne defineşte astfel, sarcina nominală în cazul unui sistem disipativ neliniar.

Care sînt sistemele neliniare, a căror sarcină nominală satisfac relaţiei (49) şi care deci transmit aceeaşi putere mecanică? Se poate demonstra că admiţînd că puterea aplicată se transmite de la circuitul electric la circuitul mecanic, numai pe componenta fundamentală a mişcării (mişcarea fiind periodică se poate descompune într-o serie Fourier) sistemele neliniare de egală putere, au toate aceeaşi cursă egală cu aceea a sistemului liniar echivalent (avînd aceeaşi sarcină nominală).

Această teoremă, demonstrată teoretic şi verificată prin experienţă, este importantă pentru calculul motoarelor cu histereză electromecanică, funcţionînd pe sarcini diverse (pompe compresoare, maşini percutante etc.) calcul care poate fi astfel adus la acela al unui motor cu sarcină uniform repartizată.

11. **Alte verificări experimentale ale teoriei asupra efectului de histeresă electromecanică.** În scopul de a verifica prezenta teorie în toate consecinţele şi a-i da în acelaşi timp o bază largă experimentală, am întreprins o serie de măsuri efectuate mai ales în scopul de a verifica în special teorema mişcărilor de egală putere. În acest scop, un electromagnet a cărui schemă este arătată în figura 1 alimentat în curent ondulat, întreţine în mişcare periodică, pistonul a cărui cursă este limitată de ambele părţi între o nicovală masivă pe care reazimă un material cvasielastic şi între un resort.

Puterea aplicată sistemului mecanic fiind mai mare decît puterea disipată prin frecări, în ghidajul pistonului, acesta cedează majoritatea energiei căpătată, prin şocuri, lăsînd amprente în materialul cvasielastic. Se măsoară astfel lucrul mecanic cedat la fiecare perioadă a mişcării prin deformaţia plastică a materialelor de densităţi diferite (cupru, aluminiu, alamă etc. cursa pistonului rămînînd practic aceeaşi) deformaţia materialului reprezintă într-adevăr numai 1—4% procente din cursă.

Verificarea 1. În toate cazurile, lucrul mecanic de deformare, conservă, cu toate că mişcarea $x(t)$ este diferită în fiecare caz, după duritatea materialului (vitezele în momentul şocului şi momentul imediat următor, variază în limite largi, cu această duritate).

Verificarea a 2-a. Cu toată diferența între cele două semiperioade ale mișcării pistonului a cărui cursă limitată după cum s-a văzut, pe de o parte de un material mai mult sau mai puțin plastic, iar de cealaltă parte de către un resort elastic, lucrul mecanic cedat în fiecare din aceste două semiperioade, a fost același, astfel după cum se vede din figura 13, care reprezintă cele două cicluri de histereză electromecanică corespunzînd

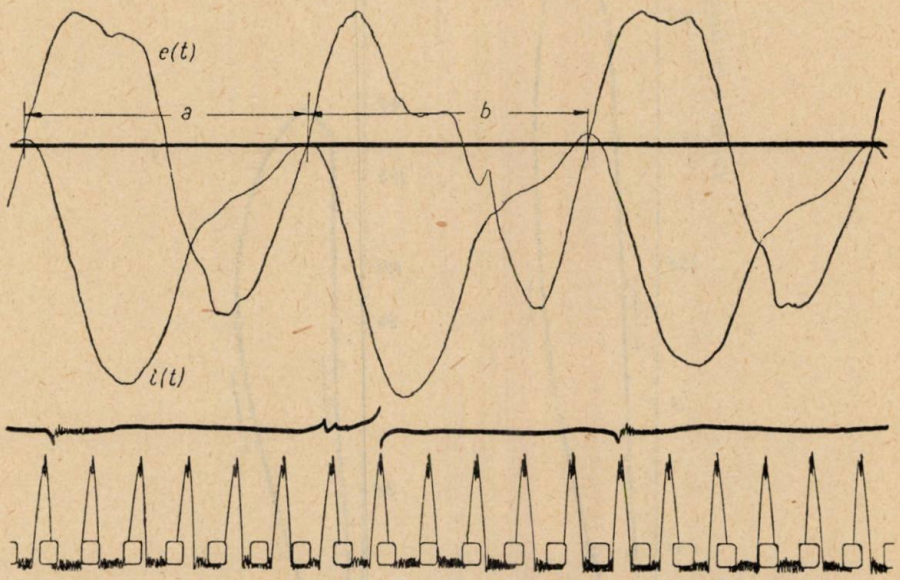


Fig. 12. — Oscilogramele curentului *i* și f.e.m. de inducție *e* ale unui electromagnet solenoidal funcționînd ca motor sincron cu histereză electromecanică și cedînd puterea mecanică sub formă de șocuri la una din extremitățile cursei.
Se observă cele două oscilograme succesive (*a*) și (*b*) într-o aceeași perioadă a mișcării;
a) semiperioada mișcării, cînd pistonul se îndreaptă spre extremitatea unde are loc șocul plastic,
b) semiperioada mișcării, cînd pistonul se îndreaptă spre extremitatea unde are loc șocul elastic.

la aceste două semiperioade, cicluri care au fost construite pe baza oscilogramelor curentului și f.e.m. de inducție, reprezentate în figura 12.

Cu toate că oscilogramele nu sînt identice în cele două semiperioade suprafețele celor două cicluri succesive sînt egale între ele, iar suma fiind egală cu lucrul mecanic de formație prin șoc efectuat în fiecare perioadă a mișcării. Totul se petrece ca și cum mișcarea pistonului ar fi fost sinusoidală uniform repartizată, mișcare imprimată de către o putere aplicată, independentă de forma mișcării. Vom observa în același timp, prezența armonicii a 2-a în oscilograma curentului astfel după cum prevede teoria. Faptul că fluxul nu este sinusoidal, acesta este datorit lipsei armonicii

a 2-a din componenţa f.e.m. aplicată (vezi ec. (32)) precum şi faptului că $\frac{\lambda\omega}{R}$ în cazul de faţă nu este mare faţă de unitatea (vezi ec. (34c)).

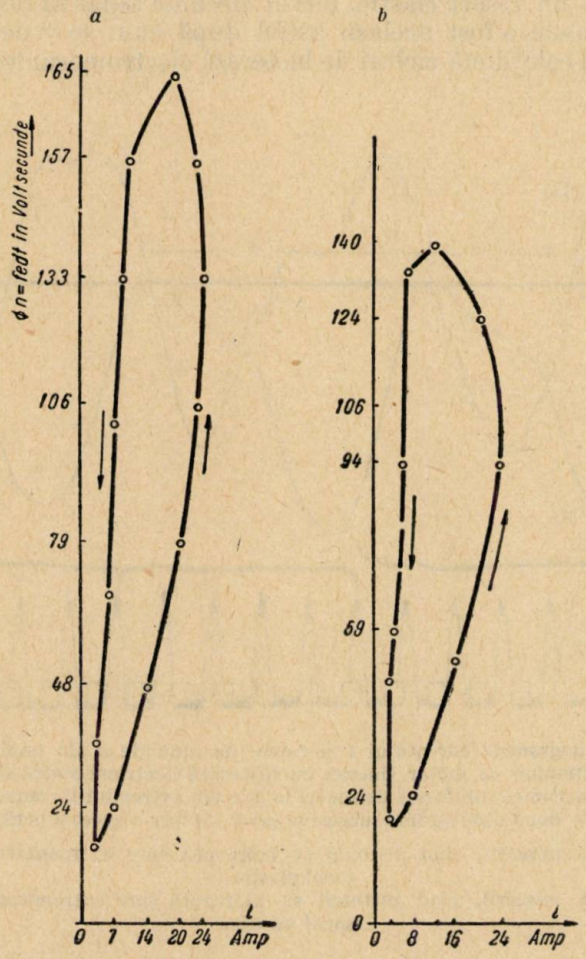


Fig. 13. — Cicluri de histereză electromecanică corespunzînd celor două faze (*a*) şi (*b*) ale mişcării pistonului — şi a căror arii sînt egale între ele iar suma este egală cu lucrul mecanic de deformaţie plastică, cedat prin şoc.

CONCLUZII

Analiza teoretică şi verificările experimentale pe care le-am făcut aici asupra efectului de histereză electromecanică dovedesc că acest nou efect prin care energia electrică este transformată în lucru mecanic, poate să fie folosit în mod avantajos în construcţia de noi maşini, care să dezvolte lucrul mecanic sub formă de forţe şi mişcări alternative cu randament ridicat şi factor de putere unitar.

În încheiere aducem pe această cale mulţumirile noastre tovarăşilor L. Vinaru şi ing. Vrancea care ne-au ajutat în realizarea bazei materiale şi în efectuarea experimentelor.

SUR L'EFFET D' «HYSTÉRÉSIS ÉLECTRO-MÉCANIQUE». UN NOUVEAU PROCESSUS DE TRANSFORMATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE EN TRAVAIL ET SON APPLICATION À LA RÉALISATION DE NOUVEAUX TYPES DE MACHINES ÉLECTRIQUES

RÉSUMÉ

A la suite de travaux antérieurs, l'auteur continue de développer la théorie des machines à réluctance variable, alimentées en courant ondulé, et montre que le déphasage du flux par rapport au courant dans ce genre de moteurs, à mouvement alternatif, est dû au déphasage entre le mouvement et le courant qui dépend, à son tour, des paramètres mécaniques du système couplé, à savoir du rapport entre la réactance de la masse et la résistance de la charge du moteur. Pour une certaine valeur de ce rapport — le déphasage entre le courant et le mouvement est optimum — l'aire du cycle h.é.m. est maximum et, par conséquent, la puissance développée par le moteur est elle aussi maximum.

L'auteur fournit, en outre, des formules pour le rendement et la puissance spécifique, ainsi que des diagrammes et oscillogrammes relevés expérimentalement, qui confirment les résultats analytiques obtenus.

BIBLIOGRAFIE

1. M. MARINESCU, *Sur un nouveau moteur électrique à mouvement alternatif.* Revue Générale de l'Electricité, sept., 1961.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI R.P.R.

AUTOMATIZĂRI

GR. C. MOISIL, **Circuite cu tranzistori**, **vol. I**, 142 p., 8,25 lei; **vol. II**, 156 p., 8,55 lei

* * * **Probleme de automatizare II. Folosirea mașinilor electronice de calcul în industrie și economie. Extrase din lucrările prezentate la Consfătuirea asupra mașinilor electronice de calcul (ianuarie 1960)**, 171 p., 8,55 lei.

* * * **Probleme de automatizare III. Sesiunea asupra problemelor teoretice și practice privitoare la automatizările industriale (13 octombrie 1960)**, 188 p., 8,80 lei.

C. PENESCU, **Automatica și telemecanica sistemelor energetice, vol. III**, 417 p. + 9 pl., 30,20 lei.

ELECTRONICĂ

A. MORARU, **Amplidina (mașina electronică amplificatoare de curent continuu du cîmp transversal**, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență** (în limba rusă), 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

MECANICĂ APLICATĂ

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA și O. BIȚĂ, **Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)**, 436, p., 23,70 lei.

CONSTRUCȚII

P. P. TEODORESCU, **Probleme plane în teoria elasticității**, 996 p., + 6 pl., 42,80 lei.

E. ZAHARESCU, **Contribuții la studiul capacității portante a fundațiilor**, 300 p. + 4 pl., 16,40 lei.

E. BĂDĂRĂU și M. GRUMĂZESCU, **Bazele acusticii moderne**, 508 p., 25 lei.

V. VISARION, **Elemente pentru calculul plăcilor curbe subțiri elastice**, 385 p., 16,80 lei.

R F 2701/A

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ȘI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

SERIA A

ENERGETICĂ GENERALĂ ȘI ELECTROENERGETICĂ

1963 JAN 2 1

3

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
St. cerc. energ. Vol. 12 Nr. 3-A p. 365—532 București 1962

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

Seria A

ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

Tomul XII, nr. 3, 1962 Apare de 4 ori pe an

COMITETUL DE REDACŢIE

Acad. I. S. GHEORGHIU ;
R. RĂDULEŢ, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil* ;
A. AVRAMESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R. ;
M. BERCOVICI, membru corespondent al Academiei R.P.R. ;
M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R. ;
C. APETREI — *redactor responsabil adjunct* ;
E. ARIE — *secretar ştiinţific* ;
C. BĂLĂ ;
CS. NAGY.

Redacţia : BUCUREŞTI, Şos. Vitan nr. 236

PROGNOZA NECESARULUI DE PUTERE ȘI ENERGIE ELECTRICĂ

DE

MIHAI PETCU, CSABA NAGY și SORA MANEA

1. INTRODUCERE

Creșterea rapidă a necesităților de energie și perspectiva secătuirii treptate a unora din resursele energetice clasice, a făcut ca în ultimii ani să apară în diferite țări numeroase studii de prognoză în domeniul energetic. Aceste studii au rolul de a furniza date ce pot contribui la fundamentarea politicii energetice a țării. Într-o etapă mai avansată, linia generală a politicii energetice a unei țări se precizează prin întocmirea bilanțului energetic de perspectivă, care — în deosebi în condițiile unei economii planificate, dă informații mai complete și stabilește interdependențele mult mai bine decît o simplă prognoză.

La sesiunea parțială a Conferinței Mondiale a Energiei de la Madrid din 1960 unul din referenți a afirmat că prognozele necesarului de energie se bazează „în mare măsură pe aprecieri subiective" [1]. Acest lucru, avînd în vedere natura problemei, în linii mari este just însă există posibilități de a mări mult conținutul obiectiv al unor asemenea prevederi și anume :

— printr-o analiză economică temeinică a fenomenului ;

— prin utilizarea statisticii matematice pe baza acestei analize economice ;

— prin aplicarea mai multor metode și compararea rezultatelor obținute ;

— prin evaluarea preciziei unor asemenea prognoze cu ajutorul metodelor matematice.

Printre prognozele energetice, prognoza energiei electrice ocupă un loc mai deosebit datorită caracterului de indice sintetic al consumului de energie electrică și a ponderii mereu crescînde a energiei primare transformată în energie electrică.

În lucrarea de faţă se studiază comparativ diferite metode de prognoză a energiei electrice, stabilindu-se pentru fiecare metodă în parte, posibilităţile de aplicare în funcţie de termenul pentru care se face prognoza, de condiţiile specifice şi scopurile urmărite.

Această lucrare constituie o sinteză a numeroase lucrări efectuate în Institutul de energetică al Academiei R.P.R. asupra acestor probleme între anii 1958—1961.

2. PRECIZAREA MĂRIMILOR UTILIZATE

În literatură şi în publicaţiile statistice se întîlnesc numeroase moduri diferite de a delimita şi de a denumi mărimile de putere şi energie

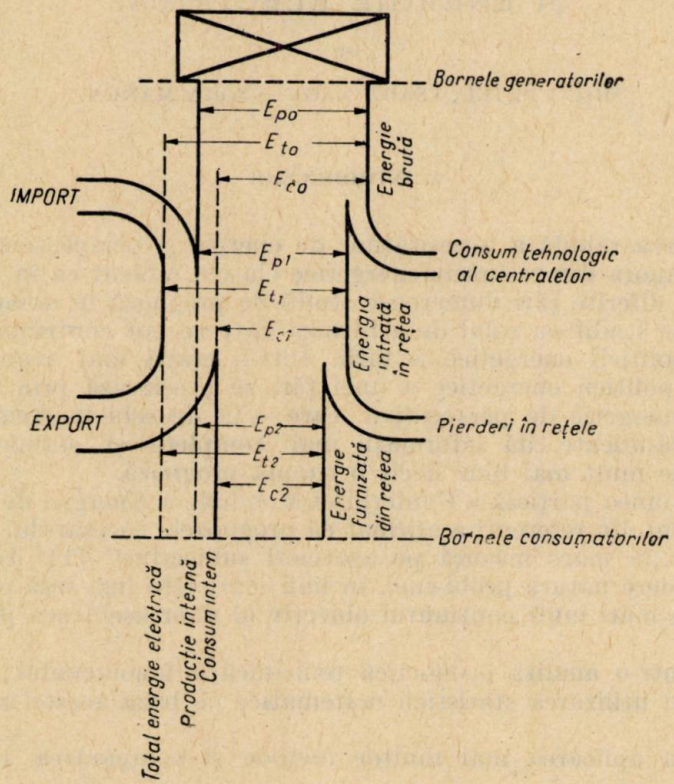


Fig. 1. — Fluxurile de energie electrică.

electrică, ceea ce creează pericolul de a face greşeli importante prin introducerea unor mărimi în locul altora. Greutatea provine din existenţa unor denumiri paralele pentru aceeaşi mărime, combinată cu utilizarea unei singure denumiri cu înţelesuri diferite în ţări diferite.

Pentru studiile de prognoză este deci necesar să se precizeze de la început care sînt mărimile cu care se lucrează. În figura 1, este prezentat schematic fluxul de energie electrică, notîndu-se toate mărimile principale care se pot întîlni.

Pentru mai multă claritate, denumirile mărimilor notate pe figura 1 se dau tabelar (tabela 1).

Tabela 1

	Producţie internă de energie electrică	Total energie electrică = producţie + import	Consum intern de energie electrică producţie + import-export
Energie brută	E_{p0} Producţie brută de energie electrică a centralelor din ţară (la bornele generatorilor)	E_{t0} Total brut energie electrică	E_{c0} Consum brut intern de energie electrică
Energie intrată în reţea = energie brută — consum tehnologic al centralelor	E_{p1} Energie intrată în reţea din producţia internă (prod. netă, la barele de i.t. ale centralelor)	E_{t1} Total energie intrată în reţea	E_{c1} Energie pentru consum intern măsurată la intrarea în reţea
Energie furnizată din reţea = energie intrată în reţea — pierderi în reţele	E_{p2} Energie furnizată din reţea, din producţia internă	E_{t2} Total energie furnizată din reţea	E_{c2} Energie furnizată din reţea pentru consum intern

Între aceste mărimi se pot scrie o serie de relaţii pentru a uşura trecerea de la una la alta, atunci cînd în datele statistice nu se găseşte mărimea căutată ci o alta. Coeficienţii din tabela 2 prezintă particularitatea că valorile lor variază relativ puţin de la an la an şi chiar de la ţară la ţară.

Tabela 2

$K_{p01}=\frac{E_{p0}}{E_{p1}}$	$K_{t01}=\frac{E_{t0}}{E_{t1}}$	$K_{c01}=\frac{E_{c0}}{E_{c1}}$	$K_{pt0}=\frac{E_{p0}}{E_{t0}}$	$K_{ct0}=\frac{E_{c0}}{E_{t0}}$	$K_{pc0}=\frac{E_{p0}}{E_{c0}}$
$K_{p12}=\frac{E_{p1}}{E_{p2}}$	$K_{t12}=\frac{E_{t1}}{E_{t2}}$	$K_{c12}=\frac{E_{c1}}{E_{c2}}$	$K_{pt1}=\frac{E_{p1}}{E_{t1}}$	$K_{ct1}=\frac{E_{c1}}{E_{t1}}$	$K_{pc1}=\frac{E_{p1}}{E_{c1}}$
$K_{p02}=\frac{E_{p0}}{E_{p2}}$	$K_{t02}=\frac{E_{t0}}{E_{t2}}$	$K_{c02}=\frac{E_{c0}}{E_{c2}}$	$K_{pt2}=\frac{E_{p2}}{E_{t2}}$	$K_{ct2}=\frac{E_{c2}}{E_{t2}}$	$K_{pc2}=\frac{E_{p2}}{E_{c2}}$

Pentru acele țări care au balanța import-export echilibrată ($\Delta E = E_{imp} - E_{exp} = 0$) mărimile E_p sînt egale cu cele E_c respectiv ($E_{p0} = E_{c0}$ etc.), coeficienții K_p sînt egali cu cei K_c respectivi ($K_{p01} = K_{c01}$; $K_{pt0} = K_{ct0}$ etc.) iar coeficienții $K_{pc0} = K_{pc1} = K_{pc2} = 1$. Dacă $E_{imp} = E_{exp} = 0$ indicii p, t, c își pierd semnificația și rămîn numai trei mărimi distincte E_0, E_1, E_2; iar în tabela 2 toți coeficienții din jumătatea dreaptă devin egali cu unitatea rămînînd numai 3 mărimi distincte K_{01}, K_{12}, K_{02}.

Dintre coeficienții K dați în tabela 2, nu toți au o importanță la fel de mare. În mod obișnuit se indică consumul propriu tehnologic raportat la producție

$$K_{p01} = \frac{1}{1-\theta} \text{ unde } \theta = \frac{E_{teh}}{E_{p0}} = \frac{E_{p0} - E_{p1}}{E_{p0}}$$

și pierderile în rețele raportate la consum

$$K_{c12} = 1 + \rho \text{ unde } \rho = \frac{\Delta E_{ret}}{E_{c2}} = \frac{E_{c1} - E_{c2}}{E_{c2}}.$$

În ceea ce privește puterea electrică, studiile de prognoză urmăresc să stabilească necesitățile de putere instalată; de aceea trebuie determinată prognoza valorii maxime anuale a puterii produse. Vom nota diferitele mărimi de putere cu litera P însoțită de indici, similar notațiilor pentru energie din tabela 1. Între diferitele mărimi de putere de vîrf se pot scrie relații asemănătoare celor din tabela 2 (de exemplu, pierderile de putere în rețele sînt indicate prin $K'_{c12} = \frac{P_{c1}}{P_{c2}} = \frac{P_{c2} + \Delta P_{ret}}{P_{c2}} = 1 + \rho'$).

Toate mărimile P se referă la ziua din an pentru care P_{p0} este maxim.

Puterea instalată totală P_i trebuie să depășească vîrful maxim P_{p0} cu 10—15% asigurîndu-se astfel rezerva de putere P_{rez} necesară pentru o funcționare sigură a sistemului

$$P_i = P_{p0} + P_{rez} = K'_{rez} P_{p0}.$$

Gradul de utilizare al puterii instalate este caracterizat cu ajutorul numărului anual al orelor de utilizare a puterii instalate

$$T_i = \frac{E_{p0}}{P_i}.$$

În tabela 3, se indică, la diferite nivele, numărul anual al orelor de utilizare a puterii de vîrf.

În unele cazuri, datele statistice se prezintă separat pentru centralele publice și pentru centralele autoproducătorilor industriali. Acestea din urmă pot să fie sau nu interconectate cu sistemul, între întreprindere și sistem existînd schimb de energie într-un sens sau altul.

Puterea instalată totală, P_i este o sumă a puterilor instalate în centralele publice P_i^* și a celor instalate în centralele industriale P_i^0

$$P_i = P_i^* + P_i^0.$$

La fel și mărimile

$$E_{p0} = E^*_{p0} + E^0_{p0},$$

$$E_{p1} = E^*_{p1} + E^0_{p1} = \frac{E^*_{p0}}{K^*_{p01}} + \frac{E^0_{p0}}{K^0_{p01}} = \frac{E_{p0}}{K_{p01}}.$$

Tabela 3

$T_{p0} = \frac{E_{p0}}{P_{p0}}$	$T_{t0} = \frac{E_{t0}}{P_{t0}}$	$T_{c0} = \frac{E_{c0}}{P_{c0}}$
$T_{p1} = \frac{E_{p1}}{P_{p1}}$	$T_{t1} = \frac{E_{t1}}{P_{t1}}$	$T_{c1} = \frac{E_{c1}}{P_{c1}}$
$T_{p2} = \frac{E_{p2}}{P_{p2}}$	$T_{t2} = \frac{E_{t2}}{P_{t2}}$	$T_{c2} = \frac{E_{c2}}{P_{c2}}$

Dacă notăm

$$e^*_{po} = \frac{E^*_{p0}}{E_{p0}}; \quad e^0_{p0} = \frac{E^0_{p0}}{E_{p0}}; \quad e^*_{p1} = \frac{E^*_{p1}}{E_{p1}}; \quad e^0_{p1} = \frac{E^0_{p1}}{E_{p1}},$$

obținem

$$\frac{1}{K_{p01}} = \frac{e^*_{p0}}{K^*_{p01}} + \frac{e^0_{p0}}{K^0_{p01}}.$$

Tot așa

$$T^*_i = \frac{E^*_{p0}}{P^*_i}; \quad T^0_i = \frac{E^0_{p0}}{P^0_i}; \quad \frac{1}{T_i} = \frac{e^*_{p0}}{T^*_i} + \frac{e^0_{p0}}{T^0_i}.$$

În ceea ce privește consumul se poate face aceeași împărțire

$$E_{c2} = E^*_{c2} + E^0_{c2},$$

E^*_{c2} fiind consumul de energie electrică din rețelele publice iar E^0_{c2} consumul de energie electrică din centralele proprii ale întreprinderilor industriale.

Similar ca mai sus se obține relația

$$\frac{1}{T_{c2}} = \frac{e^*_{c2}}{T^*_{c2}} + \frac{e^0_{c2}}{T^0_{c2}}$$

notațiile fiind făcute în același fel.

Sarcina studiilor de prognoză este să determine necesarul de energie electrică şi puterea instalată în centrale.

$$E_{p0} = K_{p01}(K_{c12}E_{c2} + E_{exp} - E_{imp}) \tag{1}$$

$$P_i = K'_{rez}K'_{p01}(K'_{c12}P_{c2} + P_{exp} - P_{imp})$$

care cu notaţiile

$$K_{pc1} = \frac{E_{p1}}{E_{c1}}; \qquad K'_{pc1} = \frac{P_{p1}}{P_{c1}}$$

se pot pune sub forma

$$E_{p0} = K_{p01}K_{pc1}K_{c12}E_{c2}, \tag{2}$$

$$P_i = K'_{rez}K'_{p01}K'_{pc1}K'_{c12}P_{c2},$$

avînd relaţiile

$$T_i = \frac{E_{p0}}{P_i} = \frac{T_{p0}}{K'_{rez}} = \frac{K_{p01}}{K'_{rez}K'_{p01}}T_{p1} = \frac{K_{p01}K_{pc1}}{K'_{rez}K'_{p01}K'_{pc1}}T_{c1} = \tag{3}$$

$$= \frac{K_{p01}K_{pc1}K_{c12}}{K'_{rez}K'_{p01}K'_{pc1}K'_{c12}}T_{c2}.$$

Mărimile asupra cărora trebuie făcute studiile de prognoză sînt în primul rînd E_{c2} şi P_{c2} caracteristice consumului intern, care depinde de dezvoltarea şi gradul de electrificare a ramurilor economiei naţionale, de ridicarea nivelului cultural şi material de trai al populaţiei. Dezvoltarea sistemului energetic şi eventuale schimbări ale concepţiei de alcătuire a reţelelor vor determina evoluţia mărimilor K_{c12} şi K'_{c12}. Perspectivele evoluţiei bilanţului energetic general, colaborarea în domeniul energetic cu ţările vecine constituie factorii ce trebuie analizaţi la stabilirea valorilor coeficienţilor de schimb cu străinătatea K_{pc1} şi K'_{pc1}. Coeficienţii consumului tehnologic pentru alimentarea serviciilor interne ale centralelor K_{p01} şi K'_{p01} depind de combustibilul folosit, de tipul şi mărimea centralelor, de ponderea diferitelor tipuri de centrale.

În sfîrşit, coeficientul rezervei K'_{rez}, depinde de mărimea sistemului, de puterea celui mai mare agregat din sistem, de calitatea şi caracteristicile utilajului energetic, de variabilitatea momentană a sarcinii.

În afară de coeficienţii de mai sus, este necesar să se examineze şi evoluţia mărimilor T_i, T_{p0}, T_{p1}, T_{c1}, T_{c2} în mod de sine stătător, în dependenţă de structura consumatorilor, nivelul absolut al consumului industrial şi casnic, structura energiei primare pentru producerea energiei electrice, preţul energiei electrice şi sistemul de tarifare, gradul de interconexiune a centralelor, nivelul de automatizare şi organizare a exploatării sistemului etc.

Făcînd prognoze separate pentru un număr mai mare de indici decît este strict necesar din relaţiile matematice, obţinem posibilitatea

de a interpreta rezultatele şi de a alege valori intermediare în cazul necoincidenţelor, ameliorînd astfel siguranţa oferită de calculele de prognoză.

Prognozele energiei electrice se pot clasifica după mărimea perioadei viitoare :

— *a*) prognoze pe termen scurt 2—5 ani ;
— *b*) prognoze pe termen mediu 5—10 ani ;
— *c*) prognoze pe termen lung 10—20 ani ;
— *d*) prognoze pe termen foarte lung 20—50 ani.

3. PROGNOZA ENERGIEI FURNIZATE DIN REŢEA PENTRU CONSUM INTERN

După cum s-a arătat mai sus, veriga principală a prognozelor în domeniul energiei electrice este prognoza mărimii E_{c2} energia furnizată din reţea pentru consum intern.

Într-adevăr aceasta este mărimea care are legătura cea mai directă cu nivelul de dezvoltare a economiei naţionale, cu ridicarea nivelului tehnic şi structura ramurilor producţiei, cu ridicarea nivelului de trai material şi cultural al populaţiei. Prognoza efectuată direct asupra altor mărimi, mai îndepărtate de consumatori cum ar fi energia electrică produsă în centrale sau cea total distribuită în reţele este mai puţin adecvată deoarece în aceste mărimi sînt conţinute influenţele exercitate de factori exteriori consumului, cum ar fi nivelul tehnologic al centralelor şi reţelelor şi balanţa import-export ; factori care, în sistemul de mărimi utilizat în prezenta lucrare, sînt analizaţi separat.

Cu toată variaţia mare a metodelor şi formulelor întrebuinţate pentru prognoza consumului de energie electrică, în literatura de specialitate, se pot totuşi distinge cîteva metode de bază în care se încadrează toate procedeele întrebuinţate şi anume :

1. Metoda analitică, aplicată în U.R.S.S. [2], [3], în R.S.C. [4], în R.P.P. [5], în R.P.R. [6], în R.F.G. [7] şi în alte ţări ;

2. Metoda globală cu două procedee principale :

2.1. Metoda prin extrapolarea şirurilor de timp, procedeu care s-a aplicat la prognoza consumului mondial de energie electrică [8 a], precum şi la prognoze de interes naţional efectuate în Anglia [8 b], în S.U.A. [8 c], în ţările OECE [9], în R.F.G. [7, 10], în Belgia [8 e], în Finlanda [11, 8 g], în Japonia [8 f], în Italia [8 d] (se poate afirma că în general este metoda cea mai răspîndită) ;

2.2. Metoda corelaţiei cu indici economici sintetici, care a fost aplicată în Belgia [8, e, 12], în ţările OECE [13], în Franţa [14], [15], în S.U.A. [2, 15], în R.P.R. [16].

În unele ţări s-a întrebuinţat şi aşa-numita metodă a coeficientului de elasticitate [17] care în fond se bazează tot pe stabilirea unei corelaţii între consumul de energie electrică şi un indice economic sintetic.

3.1. *Metoda analitică*

Principiul metodei analitice de prognoză a energiei furnizată din reţea pentru consum intern constă în determinarea separată a consumurilor viitoare, pe ramuri ale economiei naţionale şi însumarea acestor consumuri.

Modul de efectuare al prognozelor separate diferă de la ramură la ramură; după importanţa şi după specificul acesteia.

Astfel pentru ramurile neproductive, consumul de energie se stabileşte direct, în valoare globală pe ramură, în funcţie de creşterea activităţii în domeniul respectiv şi ţinînd seama de caracterele specifice ramurii.

Pentru ramurile producătoare de bunuri materiale se stabileşte dinamica consumurilor specifice de energie electrică pe unitatea de produs şi dinamica volumului producţiei respective; prin înmulţirea celor două elemente rezultă dinamica consumului de energie electrică pentru produsul respectiv.

Variaţia consumului specific de energie electrică pentru perioade viitoare se poate determina pe baza analizei principalilor factori care influenţează această variaţie, ca procesul tehnologic, productivitatea muncii, randamentul energetic al agregatului, natura combustibilului, etc. studiind în acelaşi timp posibilitatea de introducere a tehnicii noi.

Rezultă deci că utilizarea metodei analitice implică cunoaşterea unor date energetice şi de producţie pentru fiecare sector, a căror culegere şi prelucrare necesită un volum mare de lucru. Ea prezintă însă avantajul unei precizii mai mari decît alte metode deoarece ţine seama de structura şi condiţiile reale existente în fiecare ramură economică.

Aplicarea ei dă rezultate mai sigure în ţările cu economie planificată, unde datele necesare pot fi cunoscute cu o precizie mai mare. Datorită caracterului datelor necesare, metoda se poate aplica numai pentru termene scurte sau mijlocii [5], [6].

3.2. *Metoda globală*

Orice metodă globală de prognoză este o extrapolare şi de aceea, trebuie bine precizate condiţiile în care se face această extrapolare.

Procedeul extrapolării se bazează pe ipoteza că anumite proprietăţi şi tendinţe găsite prin studiul datelor din trecut, se menţin şi în viitor. Conform acestei ipoteze extrapolarea este permisă doar dacă condiţiile generale economico-sociale de dezvoltare rămîn neschimbate. În cazul unor schimbări radicale (de exemplu trecerea de la modul de producţie capitalist la cel socialist) datele din perioada anterioară schimbării nu pot fi folosite pentru studiile de acest gen (din această cauză, doar ultimii 10—12 ani pot fi luaţi în considerare în cazul ţărilor socialiste apărute după cel de-al doilea război mondial).

3.2.1. *Prognoza consumului de energie electrică prin extrapolarea şirurilor de timp.* Acest procedeu constă în stabilirea unei funcţii

$$E = f(t), \tag{4}$$

care descrie evoluţia în timp a consumului de energie electrică. Tipul de funcţie utilizat în mod obişnuit este cel exponenţial, valabil pentru majoritatea mărimilor cu caracter economic

$$E = E_0 q^t , \tag{5}$$

unde q este ritmul anual de creştere.

Atît consumul de energie electrică E cît şi ritmul său de creştere q sînt mărimi aleatoare [18], [19] ale căror valori individuale realizate în diferiţi ani E_j şi respectiv $q_j = \frac{E_j}{E_{j-1}}$ prezintă abateri întîmplătoare mai mari sau mai mici de la valorile medii E, respectiv q.

În ceea ce priveşte aceste valori medii, care intervin în formula (5), analizele statistice efectuate în diferite ţări au condus la rezultate comparabile; astfel, în acele ansambluri economice mari, în care nu se pot pune în evidenţă evenimente de cotitură în evoluţie (glob, continente, state mari cu economie matură), ritmul q este constant.

Pentru o anumită ţară se observă de regulă ritmuri mari în perioadele de industrializare sau reutilare industrială, care apoi, pe măsura maturizării economiei scad şi au tendinţa de stabilizare.

Ca regulă generală, se observă că atît în cazul ritmurilor constante cît şi al celor degresive, în ţările socialiste ritmurile sînt mai ridicate decît în ţările capitaliste.

Tabela 4

Procentul anual de creştere a consumului de energie electrică, mediu pentru perioada 1951–1960

Nr. crt.	Ţara	%	Nr. crt.	Ţara	%
1	R.D.G. *)	7,5	13	Norvegia	6,7
2	R. P. Ungară	9,6	14	Anglia	7,1
3	R.S.C. *)	10,0	15	Franţa	7,7
4	R. P. Polonă	11,9	16	Italia	7,8
5	U.R.S.S.	12,1	17	S.U.A.	7,9
6	R. P. Romînă	13,4	18	Danemarca	8,1
7	R. P. Bulgaria *)	18,4	19	Finlanda	8,1
8	R. P. Chineză *) [1]	29,0	20	Olanda	8,2
9	R.P.F. Iugoslavia	14,4	21	Austria	8,6
10	Belgia	4,7	22	Spania [2]	9,0
11	Elveţia	5,0	23	R.F.G.	10,0
12	Suedia	6,4	24	Grecia	11,5

*) producţie
[1] 1950–1960
[2] 1952–1930

Pentru ilustrarea celor de mai sus, se dau în tabelele 4 şi 5 valorile medii pe zece ani ale creşterii consumului de energie electrică ($c = q - 1$) pentru cîteva ţări.

Dat fiind că q este o mărime aleatoare nu ne putem mărgini la studiul valorii sale medii.

Tabela 5

Procentul anual de creștere a consumului de energie electrică, mediu pe un deceniu

Țara	1900—1910	1910—1920	1920—1930	1930—1940	1940—1950	1950—1960
Norvegia	69,0	15,0	6,0	1,4	7,4	5,8
S.U.A.	14,6	13,5	11,2	4,5	4,9	8,0
Italia	—	—	11,2 *)	5,6	2,0	8,1
Suedia	—	—	6,6	5,3	7,8	6,8
U.R.S.S.	—	—	31,5	19,1	6,7	12,3

*) 1922—1930

Examinînd definiția și valorile realizate ale ritmului q deducem că funcția sa de repartiție are următoarele proprietăți:

— masa probabilistică principală este concentrată în jurul mediei, funcția scăzînd asimptotic spre extremități;

— domeniul de existență al lui q este între 0 și $+\infty$;

— funcția este independentă de originea de timp aleasă.

Ultima condiție se referă la verificarea relației de recurență între diferite mărimi q_j (j este anul),

$$E_n = E_0 \prod_{j=0}^{n} q_j . \tag{6}$$

Funcția de repartiție care satisface aceste condiții și este verificată de valorile reale este repartiția normală a logaritmului mărimii date.

Notînd

$$\lg \frac{E_j}{E_0} = \lg R_j = y_j , \tag{7}$$

$$\lg q_j = x_j ,$$

rezultă

$$y_j = x_j + y_{j-1} . \tag{6'}$$

Dacă variabilele aleatoare x și y au repartiție normală conform teoremei lui Cramer se verifică relația (6'); de asemenea și celelalte două condiții sînt îndeplinite.

Cu notațiile (7) relația (6) devine

$$y_n = \sum_{j=1}^{n} x_j . \tag{8}$$

Parametrii repartiției normale sînt a_j și σ_j pentru x_j și a_j^* și σ_j^* pentru y_j între ei existînd relațiile

$$a_n^* = \sum_{j=1}^{n} a_j ; \qquad \sigma_n^{*2} = \sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2 . \tag{9}$$

Cum am văzut mai sus, ritmul de creștere al consumului de energie electrică poate fi constant sau variabil în timp. Deci în general a_j și σ_j sînt funcții de timp.

Precizia prognozei este indicată prin probabilitatea ca valoarea prevăzută R să se afle într-un anumit interval

$$R_a < R < R_b . \tag{10}$$

Intervalul confidențial de lungime dată

$$\Delta R = R_b - R_a , \tag{11}$$

cuprinde cu probabilitatea maximă valoarea viitoare prognosticată dacă

$$\varphi_R(R_b) = \varphi_R(R_a) , \tag{12}$$

$\varphi_R(R)$ fiind funcția densității de probabilitate. Această probabilitate este

$$P(R_a < R < R_b) = \int_{R_a}^{R_b} \varphi_R \, dR , \tag{13}$$

unde

$$\varphi_R = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\,\sigma^* R} \, e^{-\frac{(\lg R - a^*)^2}{2\sigma^{*2}}} . \tag{14}$$

Funcția inversă $R(\varphi_R)$ ne va permite să găsim perechile R_a, R_b care satisfac condiția (12) și probabilitățile (13) corespunzătoare acestor perechi.

Prin transformări simple se obține

$$y_{a,b} = a^* - \frac{\sigma^{*2}}{M} \pm \frac{\sigma^*}{M} \sqrt{\sigma^{*2} - 2M\left(a^* + \lg \frac{\sqrt{2\pi}\,\sigma^*}{M} \varphi_R\right)} \tag{15}$$

unde

$$M = \lg e .$$

Se observă că valorile $y_{a,b}$ se pot pune sub forma

$$y_{a,b} = \alpha \pm \beta , \tag{15'}$$

unde $\alpha = a^* - \dfrac{\sigma^{*2}}{M}$ (constant),

$\beta = f(\varphi_R)$ (variabil).

Lungimea intervalului confidențial

$$\Delta R = R_b - R_a = 10^{y_b} - 10^{y_a} = 10^{\alpha}\left(10^{\beta} - \frac{1}{10^{\beta}}\right) \tag{16}$$

sau în procente

$$\delta R = \frac{\Delta R}{\dfrac{R_a + R_b}{2}} = 2\,\frac{10^{2\beta} - 1}{10^{2\beta} + 1}\,100\,\% , \tag{16'}$$

ΔR și δR sînt funcții de φ_R prin intermediul lui β.

Pentru a putea calcula probabilitatea (13) ca valoarea prognosticată R să fie cuprinsă în intervalul R_a, R_b este necesară trecerea la variabila

$$z = \frac{y - a^*}{\sigma^*},$$

cu repartiţie normală normată.

$$z_{a,b} = -\frac{\sigma^*}{M} \pm \frac{\beta}{\sigma^*}.$$

Atunci

$$P(R_a < R < R_b) = P(y_a < y < y_b) = \Phi(z_b) - \Phi(z_a), \tag{17}$$

este de asemenea o funcţie de φ_R prin intermediul lui β.

Pe baza relaţiilor (16) şi (17) considerînd pe β un parametru variabil se poate trasa caracteristica preciziei prognozei

$$P(R_a < R < R_b) = f(\Delta R), \tag{18}$$

sau

$$P(R_a < R < R_b) = f(\delta R). \tag{18'}$$

care indică în modul cel mai complet probabilitatea de realizare a prognozelor făcute prin extrapolarea şirurilor de timp (fig. 2).

Prognoza consumului de energie electrică prin extrapolarea şirurilor de timp, prezintă avantajul că necesită date statistice iniţiale reduse şi uşor de procurat; în schimb, prognoza astfel efectuată este independentă de principalii indici ai economiei naţionale şi deci nu poate ţine seama de programul de dezvoltare al economiei naţionale pe perioada de perspectivă.

3.2.2. *Prognoza consumului de energie electrică pe baza corelaţiei cu indici economici sintetici.* Consumul de energie electrică fiind determinat de nivelul de dezvoltare al sectoarelor economiei naţionale, între consumul de energie electrică şi diverşi indicatori ai acestui nivel de dezvoltare, trebuie să existe anumite corelaţii.

Pentru perioade scurte se pot stabili corelaţii foarte strînse între dinamica consumului de energie electrică şi anumiţi indici economici cu un caracter particular. Aşa de exemplu, în Spania, s-a găsit o corelaţie strînsă între producţia de energie electrică şi numărul pachetelor poştale [20]. În R.P.R. s-au găsit corelaţii destul de strînse între producţia de energie electrică şi producţia de cărbune, ciment, fontă etc.

Asemenea corelaţii nu pot fi puse la baza prognozelor, întrucît ele nu sînt esenţiale, nu reflectă o legătură cauzală, determinantă.

Doar indicii economici sintetici (indicele producţiei industriale, indicele produsului social, indicele venitului naţional, indicele productivităţii muncii etc.) care caracterizează dezvoltarea în ansamblu a ţării pot fi utilizaţi pentru punerea în evidenţă a unor corelaţii.

Indicele producţiei industriale — cel mai curent utilizat — prezintă deficienţa înregistrărilor duble, deoarece, producţia globală a întregii industrii se calculează ca sumă a producţiilor globale a tuturor ramurilor

industriale fără a scădea valoarea produselor fabricate într-o întreprindere şi folosite ulterior de alta ca urmare a cooperării între ele. Refacerea lui pentru eliminarea acestor înregistrări duble prezintă dificultăţi practice

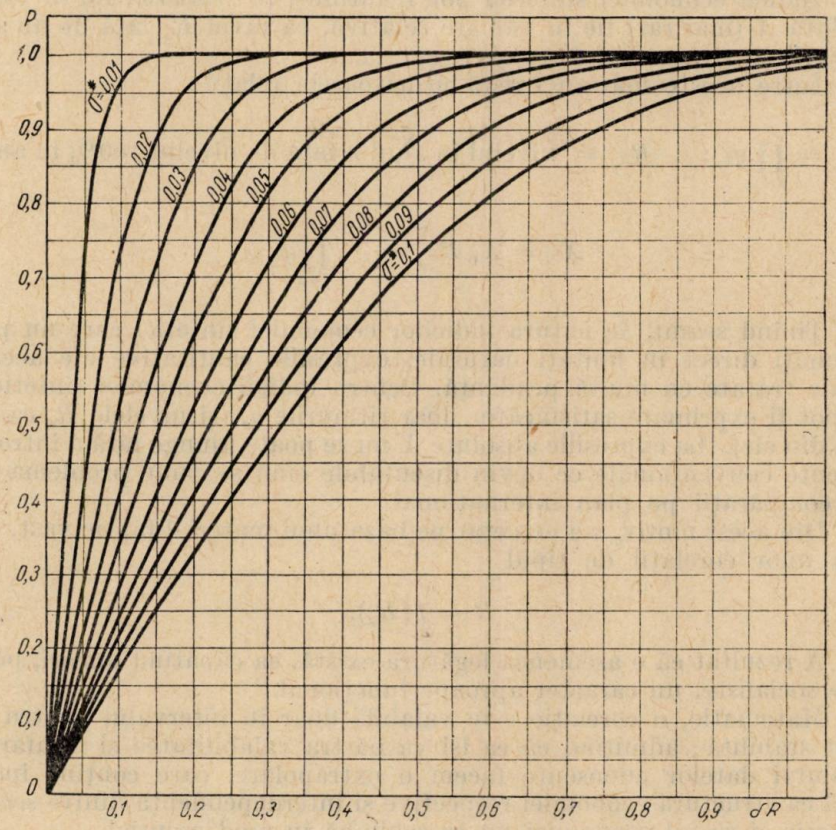


Fig. 2.—Abacă pentru calculul preciziei prognozelor bazate pe extrapolarea şirurilor de timp.

de realizare. Avînd însă în vedere faptul că structura acestor înregistrări duble nu suferă într-o perioadă de 10—15 ani schimbări esenţiale, nu se face greşeală utilizîndu-l aşa cum este dat în statisticile oficiale.

Aceeaşi dificultate, a conţinerii de înregistrări duble, o are şi produsul social, care se determină prin însumarea producţiilor globale ale tuturor ramurilor producţiei materiale.

Venitul naţional reprezentînd aceea parte a produsului social care rămîne după înlocuirea valorii mijloacelor de producţie consumate pentru producerea lui în decursul unei perioade de timp (un an) şi care întruchipează munca nou creată, nu conţine înregistrări duble. În schimb, venitul naţional ca de altfel şi produsul social, prezintă abateri mari de la an la an din cauza variaţiei venitului naţional creat în agricultură.

Productivitatea muncii poate fi exprimată fie prin cantitatea de produse fabricate de un lucrător într-o unitate de timp, fie prin cantitatea de muncă cheltuită de un lucrător pe unitatea de produs.

Indicii economici sintetici pot fi întîlniţi în statistici fie în valoare absolută X (mai rar) fie în valoare relativă, ca nivel R_x faţă de un an de reper, fie ca ritm anual de creştere q_x.

Între aceste mărimi există următoarele relaţii :

$$R_{x_n} = \prod_{j=1}^{n} q_{x_j}\,; \qquad R_{x_n} = \text{ nivelul în anul } n \text{ faţă de nivelul } 100\,\% \text{ în anul } 0,$$

$$X_n = X_0 R_{x_n} = X_0 \prod_{j=1}^{n} q_{x_j}\,.$$

Ţinînd seama de natura indicilor economici sintetici care nu pot fi exprimaţi direct în unităţi naturale, expresiile cantitative ale acestora trebuie tratate cu multă prudenţă. Pentru indicii economici sintetici citaţi pot fi exprimate satisfăcător doar ritmurile q_x (şi nivelele R_x care rezultă din ele). La expresiile absolute X nu se poate ajunge fără a introduce elemente convenţionale ce devin discutabile cînd se pune problema de a face comparaţii pe plan internaţional.

Din acest motiv, s-a cercetat pe baza unui material faptic vast, existenţa unor corelaţii de tipul

$$R = f(R_x). \tag{19}$$

A rezultat că o asemenea legătură există, ea căpătînd uneori, pentru ţările socialiste, un caracter aproape funcţional.

Matematic, o corelaţie este valabilă doar în intervalul pentru care a fost stabilită ; admiţînd că ea îşi va păstra valabilitatea şi în afara intervalului datelor cunoscute facem o extrapolare, care conţine ipoteza tacită că structura economiei respective şi interdependenţa dintre sectorul energetic şi restul economiei nu se schimbă în mod esenţial.

Este însă clar că în măsura în care ne îndepărtăm de perioada cunoscută o asemenea ipoteză pierde tot mai mult din valabilitatea ei. În schimb, nu trebuie pierdut din vedere că corelaţia stabilită oglindeşte nu o legătură statică între cele două mărimi ci şi tendinţele de dezvoltare şi schimbare din perioada considerată.

Una din problemele cele mai dificile în calculul corelaţiilor este stabilirea funcţiilor care să reprezinte corelaţia ce există între două mărimi. Este evident că funcţiile alese nu pot fi în contradicţie cu legile economice ci, dimpotrivă, trebuie să se bazeze pe ele. Nu ne putem mulţumi cu faptul că, pentru un interval cunoscut, o funcţie oarecare se înscrie cu o precizie mai mică sau mai mare printre punctele reale. Întrucît însă nu acţionează o singură lege sau o singură cauză care determină mărimea producţiei sau consumului de energie, nu există posibilitatea de a depăşi treapta analizei calitative şi alegerea funcţiilor va păstra în oarecare măsură, un caracter subiectiv.

Corelaţiile studiate au fost de forma :

$$R = a + b\,R_x, \tag{20}$$

$$R = a + b\,R_x + cR_x^{\alpha} \tag{21}$$

$$R = (a + b\,R_x)\,c^t. \tag{22}$$

Regresia liniară (20) s-a dovedit valabilă în cazul corelaţiei dintre consumul de energie electrică din industrie şi indicele producţiei industriale.

Corelaţiile consumului de energie electrică, cu indicele producţiei industriale, cu venitul naţional şi cu productivitatea muncii s-au dovedit aproape liniare, abaterile standard fiind însă mai mici în cazul formelor (21) şi (22) decît în cazul regresiei (20). Coeficienţii de corelaţie care s-au obţinut sînt ridicaţi (peste 0,9 şi de multe ori peste 0,99), ceea ce indică posibilitatea eficientă de calculare a prognozelor pe această bază.

De remarcat că, în corelaţiile dintre indici relativi aceştia trebuie calculaţi faţă de aceeaşi origine de timp. Atunci curba respectivă trece prin punctul de coordonate 1,1 iar numărul de constante care o determină scade cu o unitate. Astfel, regresia (20) este determinată de o singură constantă întrucît avem relaţia $a + b = 1$ şi putem scrie

$$R - 1 = b\,(R_x - 1). \tag{20'}$$

În mod asemănător, corelaţiile (21) şi (22) devin respectiv

$$R - 1 = b\,(R_x - 1) + c\,(R_x^{\alpha} - 1), \tag{21'}$$

$$Rc^{-t} - 1 = b\,(R_x - 1), \tag{22'}$$

cu numai două constante de determinat.

Dacă admitem, aşa cum rezultă din examinarea datelor statistice, că mărimile R şi R_x cresc în timp după nişte exponenţiale

$$R = q^t \text{ şi } R_x = q_x^t$$

atunci

$$R = f(R_x) = q^{\frac{\ln R_x}{\ln q_x}} \tag{23}$$

se poate pune sub forma

$$\ln R = \frac{\ln q}{\ln q_x} \ln R_x, \tag{24}$$

care sugerează reprezentarea corelaţiei între R şi R_x pe hîrtie dublu logaritmică, pentru a obţine eventual o dreaptă dacă q şi q_x sînt constante. Panta corelaţiei astfel reprezentată

$$\frac{d \ln R}{d \ln R_x} = \varepsilon = \frac{\ln q}{\ln q_x}, \tag{25}$$

a căpătat denumirea de coeficient de elasticitate. Din (25) se vede că ε

poate fi constant chiar dacă q şi q_x nu sînt constante, ceea ce face ca acest indice să fie foarte util pentru efecturea de prognoze pe bază de corelaţii.

Analizînd comportarea coeficientului de elasticitate (prin trasarea evoluţiei reale pe hîrtie dublu logaritmică) se poate căpăta o orientare asupra formei funcţiei care reprezintă corelaţia :

$$\frac{dR}{dR_x} = \varepsilon \frac{R}{R_x}. \tag{26}$$

Pentru ε constant şi egal cu 1 funcţia $R = f(R_x)$ este o dreaptă ce trece prin origine şi este înclinată la 45° faţă de axa absciselor. Pentru ε constant dar < 1 corespunde o parabolă de un grad oarecare < 1 ce trece prin origine şi are concavitatea în jos.

Pe baza datelor statistice în acest caz se obţine o dreaptă cu $R_0 > 0$. Pentru ε constant şi > 1 corespunde o parabolă de grad > 1 ce trece prin origine şi are concavitatea în sus. Tratînd direct datele statistice se poate obţine o dreaptă cu $R_0 < 0$.

Dacă se ţine seama în mod judicios de toate aceste considerente, caracterul subiectiv al alegerii funcţiilor ce trebuie să reprezinte corelaţiile este mult diminuat.

Coeficientul de elasticitate, prin proprietăţile sale, se dovedeşte a fi o mărime potrivită pentru efectuarea de prognoze energetice pe bază de corelaţii.

Precizia prognozelor efectuate pe baza corelaţiilor cu indici economici sintetici rezultă din incidenţa a două elemente : precizia cu care este indicat în viitor indicele respectiv pe de o parte şi precizia cu care sînt determinate constantele funcţiei de corelaţie, pe de altă parte. Precizia este scăzătoare în timp pentru ambele elemente şi deci şi pentru precizia prognozei consumului de energie electrică făcut pe această bază.

(Continuare în numărul viitor)

ПРОГНОЗ (РАСЧЕТ) НЕОБХОДИМОСТИ В МОЩНОСТИ И ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

РЕЗЮМЕ

На основании работ, выполненных Институтом энергетики в течение 1957—1961 гг., производится синтез методов прогноза (расчетов). Предлагается: аналитический метод, основывающийся на анализе экономических секторов и общий метод в двух вариантах с экстраполяцией временных рядов и с соотношениями синтетических экономических показателей.

В целях систематизации понятий разработана система показателей, при помощи которой возможно максимальное использование статистических данных и вывод прогнозов, учитывающих влияние основных, изменяющихся во времени факторов.

Подчеркивается необходимость сопровождения каждого значения (цифры) прогноза соответствующим показателем точности.

В зависимости от срока, на который рассчитывается прогноз, и от объема располагаемых информаций, определяется область применения различных рассмотренных выше методов прогноза.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Y. Beard, A. W. Pedder, *Forecasting Electricity Requirements*. Rep. I. B/7 World Power Conference, Madrid, 1960.
2. F. K. Boetcher, *Strombedarfsprognose der europäischen Länder*. Elektrizitätswirt., **55**, *16* (1956).
3. Д. В. Сербиновский, Б. А. Константинов, *Определение потребления электроэнергии на перспективный период*. Электричество, **1**, 1957.
4. R. Freiberger, F. Schulz, *Some Relations between Industrial Production and Comsumption of Energy*. Rep. A/9 World Power Conference, Beograd, 1957.
5. * * * *Energiebilanzen Polens — Erster Teil Methodik der Aufstellung prognostischer Energiebilanzen und deren ökonomische Aspekte*, Warszawa, 1961.
6. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Contribuţii la stabilirea dinamicii consumurilor energetice*. Studii şi cercetări de energetică, **VIII**, 2 (1958).
7. H. Freiberger, *Vorausschau der Deutschen Elektrizitätsversorgung. Was sich heute schon übersehen lässt*, Atomwirtschaft, *4* (1956).
8. * * * *Actes de la Conférence internationale sur l'utilisation de l'énergie atomique à des fins pacifiques*. Vol. I. *Besoins du monde en énergie et rôle de l'énergie nucléaire*. Nations Unies, Genève, 1956.

8. a. E. A. G. Robinson, G. H. Daniel, *Le monde a besoin d'une nouvelle source d'énergie*. P/757 (1959), 40—52.

8. b. G. H. Daniel, *Besoins du Royaume - Uni en énergie*. P/388 (1959), 278—283.

8. c. E. T. Hughes, N. C. Nelson, *Un siècle d'accroissement des besoins d'énergie électrique aux Etats-Unis d'Amérique*. P/469 (1959), 284—291.

8. d. Francesco Giordani, *La demande italienne d'énergie en 1975 et l'an 2 000 et le rôle possible de l'énergie électronucléaire en Italie au cours du prochain demi-siècle*. P/919 (1959), 231—241.

8. e. R. Van Mele, *Evolution probable des besoins d'énergie en Belgique et le rôle que pourra jouer l'énergie nucléaire*. P/949 (1959), 154—164.

8. f. Koichi Aki, *L'utilisation de l'énergie au Japon: le présent et l'avenir*. P /960 (1959), 172—177.

8. g. Bror Nordqvist, *Les besoins futurs et les ressources de la Finlande en énergie électrique et thermique*. P/1106 (1960), 212—218.

9. H. W. Oberlack, *Die Elektrizitätswirtschaft der Bundesrepublik im Rahmen der zukünftigen Stromversorgung Westeuropas 1955—1975*. Elektrizitätswirtschaft, **57**, *14* (1958).
10. K. Dolzmann, *Elektrizitätswerke in der Energiebilanz des Bundesgebiets*. Elektrizitätswirtschaft, **57**, *9* (1958).
11. By. Mr. Kauko Hjelt, *An Investigation Made in Finland for Forecasting Power Consumption and Production*. Rep 52 B/4 World Power Conference, Wien, 1956.
12. M. De Leener, *Influence des dépenses en énergie électrique sur le revenu national en Belgique*. Essai de comparaison avec quelques autres pays, Rep. A/ 14 Conférence Mondiale de l'Énergie, Belgrad, 1957.
13. * * * *L'industrie de l'électricité en Europe*. Etude préparée par le Comité de l'Electricité. OECE, Paris, 1956.
14. P. Gardent, J. Lesourne, *Méthodes mises en œuvre pour prévoir l'évolution de la consommation de charbon*. Rap. 96 B/8 Conférence Mondiale de l'Energie, Viena, 1956.
15. R. Y. Sanders, *Power Supply and National Production*. Rep. A/11 World Power Conference, Beograd, 1957.
16. I. Saphier, V. Boico, *Consideraţii asupra corelaţiei dintre consumul de energie şi producţia industrială din R.P.R.* Energetica, **5**, *6* (1957).

17. I. SAPHIER, *Metode sintetice de stabilire a necesarului de energie în perspectivă.* Energetica, **8**, *3* (1960).
18. T. MICLESCU, *Precizia prognozelor.* St. cerc. energ., **X**, *2* (1960); Revue d'électrotechnique et d'énergétique, **V**, *2* (1960).
19. M. PETCU, *Sistem de indici pentru descrierea curbelor de sarcină.* St. cerc. energ., **X**, *3* (1960).
20. D. JUAN DE ARESPACOCHAGA, *La production d'énergie électrique en rapport avec l'expansion économique de l'Espagne.* Rep. A/27, Conférence Mondiale de l'Energie, Beograd, 1957.
21. M. PETCU, *Prognoza regimului sarcinii sistemelor electroenergetice.* St. cerc. energ., **X**, *4* (1960).
22. Fr. WIESSERT, *Die Bewertung der einzelnen Wochentage beim statistischen Vergleich von Zahlenreihen.* Elwirtsch., **53**, *1* (1954).
23. A. G. WORTHING, S. GEFFNER, *Treatment of experimental data.* New York, *1943*; *Prelucrarea datelor experimentale.* Ed. tehnică, Buc., 1959.
24. . * . *Bulletin annuel de statistiques de l'énergie électrique pour l'Europe.* Nations Unies Genève 1956—1960.
25. . * . *Statistical Yearbook ONU 1955*, New York. 1960.
26. . * . *La situation de l'énergie en Europe.* Energy/Document de travail, *1*, Add 2* 25 ian. (1958).
27. C. GUTU, *Determinarea rezervei de putere în sisteme interconectate ideal.* St. cerc. energ., **X**, *2* (1961).
28. WAN MALE, A. CALVAER C. MARIQUE, *Le problème des réserves dans l'industrie de la production d'électricité en Belgique.* Bull. scientifique AIM Montefioré, **3**, *187* (1956).
29. В. В. БОЛОТОВ, *Проблема резервов при проектировании и планировании развития энергетики.* Электричество, *3*,5—10 (1959).
30. Б. А. ГРЕВИЧ, *Вопросы определения перспективных режимов электрической нагрузки в Е.Э.С.* Основные вопросы планирования Единой Энергетической Системы СССР. Издат. Академии Наук СССР — Москва, 1959.
31. . * . *Anuarul statistic al R.P.R. 1961.* Direcţia centrală de statistică.

PROCEDEE DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA BILANȚULUI ENERGETIC DE PERSPECTIVĂ

II. PROCEDEE EXACTE*)

DE

TEODOR MICLESCU și ALEXANDRU PAP

În articolul de față se expun metodele exacte de programare pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă. Se discută aplicarea acestor metode la o situație energetică aleasă ale cărei caracteristici au fost prezentate într-un articol precedent [1].

În încheiere, se compară soluțiile de bilanț energetic aflate prin aplicarea procedeelor aproximative și a celor exacte.

1. PROCEDEUL SIMPLEX

1.1. **Prezentarea succintă a procedeului simplex.** Aplicarea metodei simplex de rezolvare a problemelor de programare liniară pentru găsirea bilanțului energetic optim, corespunzător situației energetice admise [1] conduce la găsirea unei soluții exacte.

Generalizînd relațiile (1), (2) și (3) [1] matematic, determinarea bilanțului energetic optim se reduce la găsirea acelor valori pentru x_i care fac ca expresia

$$C = \sum_{i=1}^{g} p_i x_i , \qquad (1)$$

*) Lucrare prezentată la 7 decembrie 1961 în cadrul Secției de energetică generală a Institutului de energetică.

să devină minimă, cu îndeplinirea condiţiilor :

$$\sum_{i=1}^{g} b_{ji}\, x_i \leqslant R_j \quad (j = 1,\ 2,\ldots\ m) \tag{2}$$

şi

$$x_i \geqslant 0 \quad (i = 1,\ 2,\ldots\ g)\cdot \tag{3}$$

Prin metoda simplex, această problemă se rezolvă după cum urmează [2].

Condiţiile limitative (2) se transformă în egalităţi prin introducerea unor necunoscute suplimentare nenegative obţinîndu-se astfel un sistem de m ecuaţii cu $(g + m)$ necunoscute. Acest sistem devine determinat dacă pentru oarecare g din cele $(g + m)$ necunoscute se admit valori arbitrare. S-a convenit a se denumi cele m variabile care se calculează variabile în bază iar cele g variabile pentru care se admit valori arbitrare, variabile în afara bazei.

În conformitate cu teorema simplex, cînd C devine minim, este necesar ca variabilele care nu sînt în bază să fie nule. Trebuie deci să se determine care sînt variabilele care trebuie să fie în bază, respectiv cele care rămîn în afara bazei.

Se pleacă de la o soluţie iniţială — de obicei cea corespunzătoare activităţii nule, la care toate variabilele propriu-zise sînt nule — şi după anumite reguli, în mod succesiv se înlocuieşte cîte o variabilă din bază cu o variabilă din afara bazei, în aşa fel ca soluţiilor sistemului, obţinute în etape succesive să le corespundă o scădere continuă a funcţiei C.

Calculele corespunzătoare etapelor, se fac în cadrul aşa-numitelor tablouri simplex care cuprind coeficienţii matricei proceselor, soluţia sistemului de ecuaţii, criteriul simplex şi valoarea funcţiei de minimizat.

Pentru cazul general considerat, primul tablou simplex este reprezentat în tabela 1.

El este întocmit pe baza relaţiilor (2) scrise matricial

$$B\, x = R \tag{4}$$

sau

$$\begin{bmatrix} b_{11}\, b_{12}\ldots g_{1g} & 1 & 0 & 0\ldots 0 \\ b_{21}\, b_{22}\ldots b_{2g} & 0 & 1 & 0\ldots 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \cdot \\ b_{m1}\, b_{m2}\ldots b_{mg} & 0 & 0 & 0\ldots 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_g \\ x_{g+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{g+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ R_m \end{bmatrix}$$

($x_1 \ldots x_g$ sînt variabilele propriu-zise iar $x_{g+1} \ldots x_{g+m}$ variabilele suplimentare).

Pentru a se trece de la o etapă de calcul la etapa următoare, respectiv de la un tablou simplex la următorul trebuie stabilite cele două variabile care se înlocuiesc reciproc. Criteriile pentru stabilirea acestor variabile au fost deduse în baza condiției ca înlocuirea să aibă ca efect o scădere a lui C.

Pentru alegerea variabilei care urmează să intre în bază, pentru fiecare coloană corespunzătoare necunoscutelor, se calculează diferența

$$\Delta C_i = C_i - p_i = \sum_{j=1}^{m} p_j b_{ji} - p_i. \tag{5}$$

Deoarece condiția

$$\Delta c_i > 0, \tag{6}$$

reprezintă criteriul simplex, se va introduce în bază acea variabilă la care corespunde Δc cu valoarea pozitivă cea mai mare. Fie această variabilă x_g.

Pentru alegerea variabilă care urmează să fie scoasă din bază, se formează rapoartele

$$\frac{R_j}{b_{jg}},$$

pentru toți coeficienții b din coloana g care au valori pozitive. Se scoate din bază variabila care corespunde la valoarea minimă a raportului de mai sus. Dacă două sau mai multe rapoarte sînt egale și în același timp și minime — cazul degenerării — atunci variabila care urmează să se scoată din bază se determină prin folosirea unor criterii suplimentare.

Fie x_a variabila care urmează să se scoată din bază.

Dacă la un anumit tablou simplex nu mai apare nici o diferență care să îndeplinească condiția $\Delta c > 0$ atunci iterația este terminată.

Pentru a se reduce la minim numărul de etape necesare pentru găsirea soluției exacte, la rezolvarea situației energetice considerate, s-a folosit un alt criteriu în vederea stabilirii variabilei care urmează să fie introdusă în bază *). Acest criteriu a fost dedus în baza condiției ca fiecare înlocuire să aibă ca efect scăderea maximă a lui C posibilă în etapa respectivă de calcul. Pentru aplicarea sa, se formează produsele

$$\frac{R_j}{b_{ji}} \Delta c_i,$$

pentru fiecare coloană ($i = 1, 2, \ldots n$).

Trebuie să intre în bază variabila în a cărei coloană apare produsul maxim.

*) T. Miclescu și A. Pap, *Bilanțul energetic de perspectivă. Metoda de calcul pentru rezolvarea exemplului numeric.* Referat intern — Institutul de energetică al Academiei R.P.R., București, 1961.

O dată stabilită variabila care urmează să intre în bază, respectiv variabila care urmează să fie scoasă din bază, se trece la calculul tabloului simplex următor. Elementele acestuia se calculează după cum urmează :

a) Coeficienţii din linia variabilei scoasă din bază, x_n se calculează cu formulele

$$b^*_{ni} = \frac{b_{ni}}{b_{ng}}, \tag{7}$$

$$R^*_n = \frac{R_n}{b_{ng}}. \tag{8}$$

b) Ceilalţi coeficienţi se calculează cu formulele

$$b^*_{ji} = b_{ji} - b_{ni}\frac{b_{jg}}{b_{ng}}, \tag{9}$$

$$R^*_j = R_j - R_n\frac{b_{jg}}{b_{ng}}. \tag{10}$$

1.2. **Aplicarea procedeului simplex la stabilirea bilanţului optim.** Pentru situaţia energetică dată, tabloul simplex corespunzător activităţii nule este redat în tabela 1. În acest caz, matricea proceselor este o matrice de ordinul (26,126). În mod obişnuit acesta este tabloul de la care începe procesul de iteraţie la aplicarea procedeului simplex.

Se constată că aproximativ 92% din elementele matricei proceselor sînt nule. Din restul de elemente circa 60% sînt egale cu 1. Ca urmare, în ipoteza rezolvării mecanice, volumul de calcule necesare pentru trecerea la tabloul următor, se reduce considerabil. Cu toate acestea, în vederea unor reduceri şi mai mari a volumului de calcule, rezolvarea problemei date s-a făcut cu o metodă combinată descrisă în cele ce urmează.

2. PROCEDEUL COMBINAT

2.1. **Prezentarea procedeului combinat.** Pentru stabilirea bilanţului optim, corespunzător situaţiei energetice date, s-a folosit o metodă combinată care constă în găsirea soluţiei exacte cu ajutorul metodei simplex pornind de la o soluţie iniţială a problemei, diferită de zero, stabilită prin folosirea metodei indicilor. Matricea proceselor corespunzătoare acestei soluţii B^* se calculează cu ajutorul relaţiei

$$B^* = B_{ii}^{-1}B_i, \tag{11}$$

în care B_i este matricea proceselor corespunzătoare activităţii nule iar B_{ii} matricea formată din coloanele din matricea B_i corespunzătoare variabilelor în bază la soluţia dată.

2.2. **Aplicarea procedeului combinat la stabilirea bilanţului optim.** B_{ii} este o matrice de ordinul 26. Cum inversarea acestei matrici prin pro-

cedeul clasic necesită un volum de muncă foarte mare, calculul matricei inverse acestei matrici, s-a făcut împărțindu-se B_i în mod convenabil în 4 submatrici

$$B_{ii}(26,26) = \begin{pmatrix} M_{11}(20,20) & M_{12}(20,6) \\ M_{21}(6,20) & M_{22}(6,6) \end{pmatrix} \tag{12}$$

se demonstrează [3] că

$$B_{ii}^{-1}(26,26) = \begin{pmatrix} \mathfrak{M}_{11}(20,20) & \mathfrak{M}_{12}(20,6) \\ \mathfrak{M}_{21}(6,20) & \mathfrak{M}_{22}(6,6) \end{pmatrix} \tag{13}$$

unde

$$\mathfrak{M}_{11} = M_{11}^{-1} + V\theta^{-1}W, \tag{14}$$

$$\mathfrak{M}_{12} = -V\theta^{-1}, \tag{15}$$

$$\mathfrak{M}_{21} = -\theta^{-1}W, \tag{16}$$

$$\mathfrak{M}_{22} = \theta^{-1}. \tag{17}$$

Ținînd seama că în cazul bilanțului de perspectivă matricea M_{11} este o matrice unitate

$$V = M_{12}, \tag{18}$$

$$W = M_{21} \tag{19}$$

și

$$\theta = M_{22} - M_{21}M_{12}. \tag{20}$$

Calculul lui B_{ii}^{-1} în modul arătat mai sus a dus la reducerea apreciabilă a volumului de calcule, necesitatea inversării unei matrici de ordinul 26 reducîndu-se la necesitatea inversării unei matrici de ordinul 6.

Folosirea soluției obținută prin metoda indicilor ca soluție inițială a scutit calcularea a cel puțin 20 tablouri simplex corespunzătoare celor 20 de variabile auxiliare care trebuie să fie în orice caz scoase din bază, deoarece 20 din cele 26 de relații de condiționare, sînt egalități.

Soluția exactă pentru situația energetică dată a fost obținută după 4 etape, de calcul. Soluțiile corespunzătoare acestor etape sînt date în tabela 2, iar tabloul simplex corespunzător ultimei etape este redat în tabela 3. Soluția obținută cu procedeul combinat este dată în tabela 4.

Soluțiile obținute în etapele de rezolvare a problemei au fost verificate prin înlocuire în relațiile de condiționare. Pentru a avea un volum minim de calcule la o eventuală refacere determinată de detectarea unei greșeli, completarea tablourilor simplex a fost făcută în următoarea ordine :

— s-au determinat variabilele care urmează să fie înlocuite ;
— s-a calculat noua soluție corespunzătoare înlocuirii variabilelor ;
— s-a verificat soluția nou calculată ;
— s-a completat tabloul simplex corespunzător noii soluții.

Soluţia finală s-a verificat prin compararea matricei B corespunzătoare acestei soluţii B_f cu matricea $B_f^{*'}$, calculată cu relaţia

$$B_f^* = B_{if}^{-1} B_i, \tag{21}$$

în care B_i este matricea proceselor corespunzătoare activităţii nule iar B_{if} matricea formată din elementele acelor coloane ale lui B_i care corespund variabilelor în bază la ultimul tablou simplex. Între elementele celor două matrici B_f^* şi $B_f^{*'}$ — care la rezolvarea exactă a problemei trebuie să fie egale — au rezultat diferenţe neglijabile datorate rotunjirilor diferitelor cifre în timpul calculelor.

3. COMPARAREA SOLUŢIILOR DETERMINATE PRIN CELE TREI METODE DE REZOLVARE

3.1. **Determinarea şi compararea pierderilor de energie.** Determinarea pierderilor de energie corespunzătoare diverselor lanţuri şi diverselor soluţii ale problemei se face în baza coeficienţilor de cerere şi a mărimii diverselor fluxuri. Pentru un lanţ oarecare μ caracterizat de un coeficient de cerere b_μ şi străbătut de un flux x_μ, pierderile de energie p_μ se calculează cu relaţia

$$p_\mu = (b_\mu - 1)\, x_\mu \cdot \tag{22}$$

Rezultatele calculelor, exprimate în unităţi convenţionale sînt date în tabela 5. În tabela 6, sînt date pierderile cumulate pe centre de producţie.

Din compararea cifrelor rezultă că la soluţia determinată cu metoda combinată, corespund pierderile de energie cele mai mici : 4 280 086.10^6 kcal/an, iar la soluţia determinată cu metoda numerelor de ordine, pierderile de energie cele mai mari : 4 316 382.10^6 kcal/an. La soluţia determinată cu metoda indicilor corespund 4 305 506.10^6 kcal/an. Diferenţele sînt mai mici de 1%.

Randamentele totale corespunzătoare celor trei soluţii sînt : 0,876 pentru soluţia determinată cu metoda indicilor şi pentru cea determinată cu metoda combinată şi 0,875 pentru soluţia determinată cu metoda numerelor de ordine.

3.2. **Determinarea şi compararea solicitării resurselor.** Solicitările diverselor resurse — raportul între cantitatea totală de energie livrată de o sursă în timpul unui an şi resursa respectivă — corespunzătoare soluţiilor determinate cu cele trei metode, sînt date în tabela 6. Cu excepţia resurselor de combustibil solid, solicitarea resurselor este practic de 100%.

În tabela 6, sînt date pentru fiecare resursă şi corespunzător soluţiilor determinate cu cele trei metode : energiile utile, pierderile, total energie livrată şi solicitările.

3.3. **Compararea cheltuielilor anuale.** Cheltuielile anuale corespunzătoare soluțiilor determinate prin diversele metode sau în diverse etape de calcul sînt redate în tabela 7. Se constată că procentual diferențele între

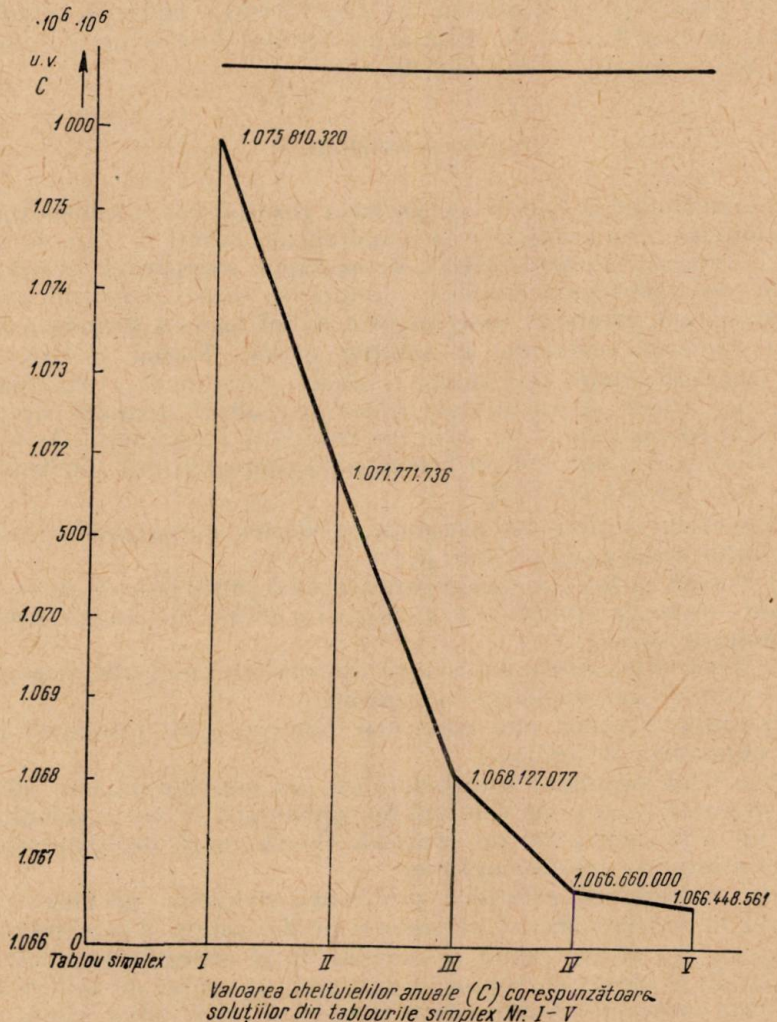


Fig. 1. — Valoarea cheltuielilor anuale (C) corespunzătoare soluțiilor din tabelele simplex 1—5.

valorile C corespunzătoare soluțiilor, determinate prin cele trei metode, nu depășesc 1%.

Prezintă interes evoluția valorilor lui C corespunzător soluțiilor obținute în etape de calcul succesive la aplicarea metodei simplex. În figura 1, sînt date valorile lui C obținute în cele 5 etape succesive parcurse la rezolvarea problemei prin metoda combinată, luîndu-se ca soluție ini-

ţială, soluţia determinată prin metoda indicilor. Datorită condiţiilor impuse la rezolvare (vezi punctul 1.1.) scăderea lui C de la etapă la etapă devine tot mai mică. Din această cauză, la un moment dat continuarea calculelor poate deveni lipsită de interes. Limita economică se determină de la caz la caz, funcţie de situaţia energetică dată şi de metodele, respectiv mijloacele de calcul folosite.

4. CONCLUZII

Concluziile ce se pot trage pe baza rezultatelor obţinute prin aplicarea metodelor aproximative şi a metodelor exacte nu au, în general, decît un caracter calitativ. Astfel, de exemplu ,comparînd metoda indicilor şi metoda combinată simplex — indici, se constată gradul lor diferit de complexitate, creşterea complexităţii avînd însă ca urmare o îmbunătăţire a indicilor economici ai soluţiei găsite. Numai pentru un caz dat se poate răspunde care dintre metode este mai avantajoasă din puncul de vedere al calculului. Chiar în cadrul metodei simplex un calcul tehnico-economic în care se compară cheltuielile de calcul şi economiile preevaluate pentru fiecare ciclu simplex arată numărul de paşi simplex care trebuie efectuaţi.

Procedeele exacte au asupra procedeelor aproximative expuse în partea întîia următoarele avantaje :

1. Permit să se ia în considerare toate lanţurile posibile între o formă de consum de la un anumit consumator şi o formă de energie primară de la o anumită sursă ;
2. Repartiţia determinată este optimă în condiţiile date ;
3. Permit automatizarea calculelor.

Procedeul simplex este mult mai laborios decît procedeul indicilor sau al numerelor de ordine.

Procedeul combinat indici-simplex sau simplex-numere de ordine reduce în general, cu mult volumul de calcule atît în cazul calculului mecanizat cît şi în cazul celui automatizat. Se păstrează de asemenea avantajul determinării soluţiei optime.

Din compararea soluţiilor problemei concrete, propuse, determinate prin metodele indicilor, a numerelor de ordine şi combinată indici-simplex, rezultă că nu există o corelaţie între criteriile pierderi (randament global) şi cheltuieli totale în domeniul apropiat de soluţia optimă. Repartiţiile succesive obţinute prin metoda simplex-indici arată că apropierea de valoarea optimă a criteriului ales se face aproape asimtotic. În condiţiile reale se poate deci stabili de la caz la caz, la al cîtelea pas simplex trebue să ne oprim.

Comparînd cele trei soluţii în reprezentarea lor grafică (fig. 2, 3 şi 4) se constată că dintre toate fluxurile posibile sînt stabile în soluţii, acele fluxuri ce reprezintă consum de energie primară de la producătorii cei mai apropiaţi de consumatori. Pentru celelalte fluxuri, corespunzînd lanţurilor complexe ce cuprind şi instalaţia transformatoare, în general nu se poate prevedea care vor intra în soluţia optimă. Acest lucru se ex-

plică prin faptul că valorile ce caracterizează fluxurile simple depind în primul rînd de distanță, pe cînd în cazul fluxurilor complexe, aceste valori depind de natura energiei primare, de caracteristicile instalațiilor de transformare și de transport și de distanță.

PROCÉDÉS DE CALCUL POUR DÉTERMINER LE BILAN ÉNERGÉTIQUE DE PERSPECTIVE

II. PROCÉDÉS EXACTS

RÉSUMÉ

Dans la seconde partie de leur article, les auteurs proposent deux procédés permettant d'obtenir des solutions exactes des problèmes de programmes linéaires, ainsi que la manière de les appliquer à la détermination du bilan énergétique de perspective. Les deux procédés sont : la méthode simplex et la méthode simplex combinée avec la méthode des indices.

Les auteurs présentent et comparent les solutions obtenues pour la situation énergétique étudiée, en appliquant les trois méthodes : des indices, des numéros d'ordre et simplex-combinée.

BIBLIOGRAFIE

1. T. MICLESCU, AL. PAP, *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă. I. Procedee aproximative.* St. cerc. energ., *2* (1962).
2. W. KRELLE, H. P. KUNZI, *Lineare Programmierung.* Verlag Industrielle Organisation, Zürich, 1958.
3. З. Ф. БЕККЕНБАХ, *Современная математика для инженеров.* Изд. иностр. лит., Москва, 1958.

Tabela

$\downarrow p$	Baza	Soluția	$p_1 = 72{,}91$	$p_2 = 132{,}73$	$p_3 = 2{,}02$	$p_4 = 2{,}58$	$p_5 = 25{,}80$	$p_6 = 25{,}80$	$p_7 = 27{,}20$	$p_8 = 27{,}20$	$p_9 = 303{,}60$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
$p_{101} = 0$	x_{101}	165.000	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{102} = 0$	x_{102}	2.752.000	0	0	1	1	0	0	0	0	0
$p_{103} = 0$	x_{103}	2.550.000	0	0	0	0	1	1	1	1	0
$p_{104} = 0$	x_{104}	118.680	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$p_{105} = 0$	x_{105}	154.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{106} = 0$	x_{106}	3.113.200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{107} = 0$	x_{107}	1.000.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{108} = 0$	x_{108}	108.360	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{109} = 0$	x_{109}	126.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{110} = 0$	x_{110}	2.054.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{111} = 0$	x_{111}	3.300.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{112} = 0$	x_{112}	89.440	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{113} = 0$	x_{113}	1.331.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{114} = 0$	x_{114}	2.304.800	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{115} = 0$	x_{115}	4.950.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{116} = 0$	x_{116}	946.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{117} = 0$	x_{117}	3.575.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{118} = 0$	x_{118}	421.400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{119} = 0$	x_{119}	1.100.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{120} = 0$	x_{120}	124.700	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{121} = 0$	x_{121}	3.850.000	1,022	0	0	0	0	0,012	0	0,016	4,920
$p_{122} = 0$	x_{122}	7.700.000	0	1,022	0	0	0,012	0	0,016	0	0
$p_{123} = 0$	x_{123}	4.300.000	0	0	1	0	0	0	0	0	0
$p_{124} = 0$	x_{124}	8.600.000	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$p_{125} = 0$	x_{125}	7.000.000	0	0	0	0	1	1	0	0	0
$p_{126} = 0$	x_{126}	8.000.000	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	C_i										
	$C_i - p_i$										

1

$p_{10}=$ 463,00	$p_{11}=$ 530,23	$p_{12}=$ 860,00	$p_{13}=$ 101,28	$p_{14}=$ 103,60	$p_{15}=$ 199,65	$p_{16}=$ 199,65	$p_{17}=$ 267,00	$p_{18}=$ 204,65	$p_{19}=$ 204,65	$p_{20}=$ 281,00	$p_{21}=$ 67,82	$p_{22}=$ 186,36
x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4,810	0	0	0	0	0	0,051	0	0	0,064	0	0,014	0
0	4,960	4,860	0	0	0,050	0	0	0,064	0	0	0	1,040
0	0	0	4,100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	4,100	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4,105	4,105	4,300	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	4,105	4,105	4,250	0	0

$\downarrow p$ / $\rightarrow$	Baza	Soluția	$p_{23}=4{,}26$	$p_{24}=4{,}26$	$p_{25}=30{,}50$	$p_{26}=30{,}50$	$p_{27}=29{,}35$	$p_{28}=29{,}35$	$p_{29}=318{,}60$	$p_{30}=440{,}00$	$p_{31}=576{,}74$
	Baza	Soluția	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}	x_{31}
$p_{101}=0$	x_{101}	165.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{102}=0$	x_{102}	2.752.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{103}=0$	x_{103}	2.550.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{104}=0$	x_{104}	118.680	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{105}=0$	s_{105}	154.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{106}=0$	x_{106}	3.113.200	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{107}=0$	x_{107}	1.000.000	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$p_{108}=0$	x_{108}	108.360	0	0	0	0	0	0	1	1	1
$p_{109}=0$	x_{109}	126.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{110}=0$	x_{110}	2.054.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{111}=0$	x_{111}	3.300.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{112}=0$	x_{112}	89.440	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{113}=0$	x_{113}	1.331.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{114}=0$	x_{114}	2.304.800	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{115}=0$	x_{115}	4.950.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{116}=0$	x_{116}	946.000	0	0	0	0	0	o	0	0	0
$p_{117}=0$	x_{117}	3.575.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{118}=0$	x_{118}	421.400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{119}=0$	x_{119}	1.100.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{120}=0$	x_{120}	124.700	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{121}=0$	x_{121}	3.850.000	0	0	0	0,023	0	0,021	5,065	4,810	0
$p_{122}=0$	x_{122}	7.700.000	0	0	0,022	0	0,021	0	0	0	5,052
$p_{123}=0$	x_{123}	4.300.000	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{124}=0$	x_{124}	8.600.000	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{125}=0$	x_{125}	7.000.000	0	0	1	1	0	0	0	0	0
$p_{126}=0$	x_{126}	8.000.000	0	0	0	0	1	1	0	0	0
	C_i										
	C_i-p_i										

Tabela 1 (continuare)

$p_{32}=$ 1010,00	$p_{33}=$ 110,46	$p_{34}=$ 110,46	$p_{35}=$ 217,91	$p_{36}=$ 217,91	$p_{37}=$ 305,00	$p_{38}=$ 212,79	$p_{39}=$ 212,79	$p_{40}=$ 271,00	$p_{41}=$ 100,91	$p_{42}=$ 152,91	$p_{43}=$ 3,60	$p_{44}=$ 3,79
x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{40}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,110	0	0	0,085	0	0	1,040	0	0
4,950	0	0	0,107	0	0	0,085	0	0	1,020	0	0	0
0	4,100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	4,100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	4,105	4,105	4,205	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	4,105	4,105	4,330	0	0	0	0

$\rightarrow$ / $\downarrow p$			$p_{45}=$ 24,90	$p_{46}=$ 24,90	$p_{47}=$ 25,75	$p_{48}=$ 25,75	$p_{49}=$ 339,53	$p_{50}=$ 835,00	$p_{51}=$ 501,16	$p_{52}=$ 765,00	$p_{53}=$ 106,98
	Baza	Soluția	x_{45}	x_{46}	x_{47}	x_{48}	x_{49}	x_{50}	x_{51}	x_{52}	x_{53}
$p_{101}=0$	x_{101}	165.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{102}=0$	x_{102}	2.752.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{103}=0$	x_{103}	2.550.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{104}=0$	x_{104}	118.680	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{105}=0$	x_{105}	154.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{106}=0$	x_{106}	3.113.200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{107}=0$	x_{107}	1.000.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{108}=0$	x_{108}	108.360	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{109}=0$	x_{109}	126.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{110}=0$	x_{110}	2.054.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{111}=0$	x_{111}	3.300.000	1	1	1	1	0	0	0	0	0
$p_{112}=0$	x_{112}	89.440	0	0	0	0	1	1	1	1	1
$p_{113}=0$	x_{113}	1.331.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{114}=0$	x_{114}	2.304.800	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{115}=0$	x_{115}	4.950.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{116}=0$	x_{116}	946.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{117}=0$	x_{117}	3.575.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{118}=0$	x_{118}	421.400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{119}=0$	x_{119}	1.100.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{120}=0$	x_{120}	124.700	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{121}=0$	x_{121}	3.850.000	0	0,011	0	0,013	4,956	4,850	0	0	0
$p_{122}=0$	x_{122}	7.700.000	0,011	0	0,012	0	0	0	4,988	4,750	0
$p_{123}=0$	x_{123}	4.300.000	0	0	0	0	0	0	0	0	4,140
$p_{124}=0$	x_{124}	8.600.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{125}=0$	x_{125}	7.000.000	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{126}=0$	x_{126}	8.000.000	0	0	1	1	0	0	0	0	0
	C_i										
	C_i-p_i										

Tabela 1 (continuare)

p_{54} = 106,98	p_{55} = 221,00	p_{56} = 194,19	p_{57} = 194,19	p_{58} = 283,00	p_{59} = 196,51	p_{60} = 196,51	p_{61} = 94,00	p_{62} = 124,18	p_{63} = 3,79	p_{64} = 3,04	p_{65} = 25,30	p_{66} = 25,30
x_{54}	x_{55}	x_{56}	x_{57}	x_{58}	x_{59}	x_{60}	x_{61}	x_{62}	x_{63}	x_{64}	x_{65}	x_{66}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,047	0	0	0,051	1,023	0	0	0	0	0,015
0	0	0,045	0	0	0,051	0	0	1,020	0	0	0,012	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4,140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	4,380	4,105	4,105	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	4,320	4,105	4,105	0	0	0	0	0	0

↓ p			$p_{67}=$ 21,40	$p_{68}=$ 21,40	$p_{69}=$ 236,09	$p_{70}=$ 482,00	$p_{71}=$ 408,00	$p_{72}=$ 596,62	$p_{73}=$ 73,27	$p_{74}=$ 70,94	$p_{75}=$ 171,00
	Baza	Soluţia	x_{67}	x_{68}	x_{69}	x_{70}	x_{71}	x_{72}	x_{73}	x_{74}	p_{75}
$p_{101}=0$	x_{101}	165.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{102}=0$	x_{102}	2.752.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{103}=0$	x_{103}	2.550.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{104}=0$	x_{104}	118.680	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{105}=0$	x_{105}	154.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{106}=0$	x_{106}	3.113.200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{107}=0$	x_{107}	1.000.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{108}=0$	x_{108}	108.360	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{109}=0$	x_{109}	126.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{110}=0$	x_{110}	2.054.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{111}=0$	x_{111}	3.300.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{112}=0$	x_{112}	89.440	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{113}=0$	x_{113}	1.331.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{114}=0$	x_{114}	2.304.800	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{115}=0$	x_{115}	4.950.000	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{116}=0$	x_{116}	946.000	0	0	1	1	1	1	1	1	1
$p_{117}=0$	x_{117}	3.575.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{118}=0$	x_{118}	421.400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{119}=0$	x_{119}	1.100.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{120}=0$	x_{120}	124.700	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{121}=0$	x_{121}	3.850.000	0	0,002	4,285	4,280	0	0	0	0	0
$p_{222}=0$	x_{122}	7.700.000	0,002	0	0	0	4,285	4,253	0	0	0
$p_{123}=0$	x_{123}	4.300.000	0	0	0	0	0	0	3,780	0	0
$p_{124}=0$	x_{124}	8.600.000	0	0	0	0	0	0	0	3,780	0
$p_{125}=0$	x_{125}	7.000.000	0	0	0	0	0	0	0	0	3,870
$p_{126}=0$	x_{126}	8.000.000	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	C_i										
	C_i-p_i										

Tabela 1 (continuare)

$p_{76}=$ 154,68	$p_{77}=$ 154,68	$p_{78}=$ 146,50	$p_{79}=$ 134,91	$p_{80}=$ 134,91	$p_{81}=$ 136,68	$p_{82}=$ 102,83	$p_{83}=$ 4,26	$p_{84}=$ 3,79	$p_{85}=$ 23,50	$p_{86}=$ 23,50	$p_{87}=$ 23,50	$p_{88}=$ 23,50
x_{76}	x_{77}	x_{78}	x_{79}	x_{80}	x_{81}	x_{82}	x_{83}	x_{84}	x_{85}	x_{86}	x_{87}	x_{88}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,047	0	0	0,009	1,037	0	0	0	0	0,007	0	0,007
0,046	0	0	0,009	0	0	1,012	0	0	0,007	0	0,007	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
3,756	3,756	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	3,950	3,756	3,756	0	0	0	0	0	0	1	1

$\downarrow \vec{p}$	Baza	Soluția	$p_{89}=$ 339,60	$p_{90}=$ 750,00	$p_{91}=$ 495,44	$p_{92}=$ 592,50	$p_{93}=$ 109,32	$p_{94}=$ 107,00	$p_{95}=$ 224,00	$p_{96}=$ 181,43	$p_{97}=$ 181,43
			x_{89}	x_{90}	x_{91}	x_{92}	x_{93}	x_{94}	x_{95}	x_{96}	x_{97}
$p_{101}=0$	x_{101}	165.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{102}=0$	x_{102}	2.752.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{103}=0$	x_{103}	2.550.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{104}=0$	x_{104}	118.680	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{105}=0$	x_{105}	154.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{106}=0$	x_{106}	3.113.200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{107}=0$	x_{107}	1.000.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{108}=0$	x_{108}	108.360	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{109}=0$	x_{109}	126.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{110}=0$	x_{110}	2.054.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{111}=0$	x_{111}	3.300.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{112}=0$	x_{112}	89.440	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{113}=0$	x_{113}	1.331.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{114}=0$	x_{114}	2.304.800	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{115}=0$	x_{115}	4.950.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{116}=0$	x_{116}	946.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{117}=0$	x_{117}	3.575.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{118}=0$	x_{118}	421.400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{119}=0$	x_{119}	1.100.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{120}=0$	x_{120}	124.700	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$p_{121}=0$	x_{121}	3.850.000	4,796	4,797	0	0	0	0	0	0	0,027
$p_{122}=0$	x_{122}	7.700.000	0	0	4,796	4,700	0	0	0	0,026	0
$p_{123}=0$	x_{123}	4.300.000	0	0	0	0	4,140	0	0	0	0
$p_{124}=0$	x_{124}	8.600.000	0	0	0	0	0	4,140	0	0	0
$p_{125}=0$	x_{125}	7.000.000	0	0	0	0	0	0	4	3,780	3,780
$p_{126}=0$	x_{126}	8.000.000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	C_i										
	C_i-p_i										

Tabela 1 (continuare)

$p_{98}=$ 224,00	$p_{99}=$ 181,43	$p_{100}=$ 181,43	$p_{101}=$ 0	$p_{102}=$ 0	$p_{103}=$ 0	$p_{104}=$ 0	$p_{105}=$ 0	$p_{106}=$ 0	$p_{107}=$ 0	$p_{108}=$ 0	$p_{109}=$ 0	$p_{110}=$ 0
x_{98}	x_{99}	x_{100}	x_{101}	x_{102}	x_{103}	x_{104}	x_{105}	x_{106}	x_{107}	x_{108}	x_{109}	x_{110}
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,027	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,027	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,900	3,780	3,780	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\downarrow \overrightarrow{p}$	Baza	Soluţia	$p_{111}=0$	$p_{112}=0$	$p_{113}=0$	$p_{114}=0$	$p_{115}=0$	$p_{116}=0$
			x_{111}	x_{112}	x_{113}	x_{114}	x_{115}	x_{116}
$p_{101}=0$	x_{101}	165.000	0	0	0	0	0	0
$p_{102}=0$	x_{102}	2.752.000	0	0	0	0	0	0
$p_{103}=0$	x_{103}	2.550.000	0	0	0	0	0	0
$p_{104}=0$	x_{104}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{105}=$	x_{105}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{106}=0$	x_{106}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{107}=0$	x_{107}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{108}=0$	x_{108}	108.360	0	0	0	0	0	0
$p_{109}=0$	x_{109}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{110}=0$	x_{110}	2.054.000	0	0	0	0	0	0
$p_{111}=0$	x_{111}	3.300.000	1	0	0	0	0	0
$p_{112}=0$	x_{112}	89.440	0	1	0	0	0	0
$p_{113}=0$	x_{113}	1.331.000	0	0	1	0	0	0
$p_{114}=0$	x_{114}	2.304.800	0	0	0	1	0	0
$p_{115}=0$	x_{115}	4.950.000	0	0	0	0	1	0
$p_{116}=0$	x_{116}	946.000	0	0	0	0	0	1
$p_{117}=0$	x_{117}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
$p_{118}=0$	x_{118}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{119}=0$	x_{119}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{120}=0$	x_{120}	124.700	0	0	0	0	0	0
$p_{121}=0$	x_{121}	3.850.000	0	0	0	0	0	0
$p_{122}=0$	x_{122}	7.700.000	0	0	0	0	0	0
$p_{123}=0$	x_{123}	4.300.000	0	0	0	0	0	0
$p_{124}=0$	x_{124}	8.600.000	0	0	0	0	0	0
$p_{125}=0$	x_{125}	7.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{126}=0$	x_{126}	8.000.000	0	0	0	0	0	0
	C_i							
	C_i-p_i							

Tabela 1 (continuare)

$p_{117}=0$	$p_{118}=0$	$p_{119}=0$	$p_{120}=0$	$p_{121}=0$	$p_{122}=0$	$p_{123}=0$	$p_{124}=0$	$p_{125}=0$	$p_{126}=0$
x_{117}	x_{118}	x_{119}	x_{120}	x_{121}	x_{122}	x_{123}	x_{124}	x_{125}	x_{126}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Tabela 2

Soluţiile corespunzătoare etapelor succesive de calcul (în unităţi naturale)

I	II	III	IV	V
$x_1 = 30\,000$	$x_1 = 30\,000$	$x_1 = 30\,000$	$x_1 = 30\,000$	$x_1 = 30\,000$
$x_3 = 320\,000$	$x_3 = 320\,000$	$x_3 = 320\,000$	$x_3 = 320\,000$	$x_3 = 320\,000$
$x_5 = 255\,000$	$x_5 = 255\,000$	$x_5 = 255\,000$	$x_5 = 255\,000$	$x_5 = 255\,000$
$x_{19} = 138\ 10^6$	$x_{13} = 138.10^6$	$x_{13} = 138.10^6$	$x_{13} = 138.10^6$	$x_{13} = 138.10^6$
$x_{21} = 28\,000$	$x_{21} = 28\,000$	$x_{21} = 28\,000$	$x_{21} = 28\,000$	$x_{21} = 28\,000$
$x_{24} = 362\,000$	$x_{24} = 362\,000$	$x_{24} = 362\,000$	$x_{24} = 362\,000$	$x_{24} = 362\,000$
$x_{27} = 100\,000$	$x_{27} = 100\,000$	$x_{27} = 100\,000$	$x_{27} = 100\,000$	$x_{27} = 100\,000$
$x_{38} = 126.10^6$	$x_{38} = 126.10^6$	$x_{34} = 126.10^6$	$x_{34} = 126.10^6$	$x_{34} = 126.10^6$
$x_{41} = 23\,000$	$x_{41} = 23\,000$	$x_{41} = 23\,000$	$x_{41} = 23\,000$	$x_{41} = 23\,000$
$x_{43} = 179\,800$	$x_{43} = 123\,220$	$x_{43} = 123\,220$	$x_{43} = 123\,220$	$x_{43} = 123\,220$
$x_{44} = 60\,200$	$x_{44} = 116\,780$	$x_{44} = 116\,780$	$x_{44} = 116\,780$	$x_{44} = 116\,780$
$x_{45} = 330\,000$	$x_{45} = 330\,000$	$x_{45} = 330\,000$	$x_{45} = 330\,000$	$x_{45} = 330\,000$
$x_{56} = 14{,}15.10^6$	$x_{56} = 14{,}15.10^6$	$x_{56} = 14{,}15.10^6$	$x_{54} = 89{,}85.10^6$	$x_{54} = 104.10^6$

Tabela 2 (continuare)

$x_{59} = 89{,}85.10^6$	$x_{59} = 89{,}85.10^6$	$x_{59} = 89{,}85.10^6$	$x_{56} = 14{,}15.10^6$	$x_{61} = 242\,000$
$x_{61} = 242\,000$	$x_{61} = 242\,000$	$x_{61} = 242\,000$	$x_{61} = 242\,000$	$x_{64} = 268\,000$
$x_{64} = 268\,000$	$x_{64} = 268\,000$	$x_{61} = 268\,000$	$x_{64} = 268\,000$	$x_{67} = 495\,000$
$x_{67} = 495\,000$	$x_{67} = 495\,000$	$x_{67} = 495\,000$	$x_{67} = 495\,000$	$x_{69} = 307{,}5312.10^6$
$x_{69} = 309{,}3.10^6$	$x_{69} = 308{,}2236.10^6$	$x_{69} = 307{,}2408.10^6$	$x_{69} = 307{,}49158.10^6$	$x_{74} = 288{,}665601.10^6$
$x_{74} = 689{,}6.10^6$	$x_{74} = 539{,}663.10^6$	$x_{74} = 402{,}764.10^6$	$x_{74} = 304{,}189565.10^6$	$x_{79} = 503{,}802388.10^6$
$x_{79} = 101{,}1.10^6$	$x_{79} = 252{,}1134.10^6$	$x_{79} = 389{,}9952.10^6$	$x_{79} = 488{,}318055.10^6$	$x_{82} = 650\,000$
$x_{82} = 650\,000$	$x_{82} = 650\,000$	$x_{82} = 650\,000$	$x_{82} = 650\,000$	$x_{84} = 49\,000$
$x_{84} = 49\,000$	$x_{84} = 49\,000$	$x_{84} = 49\,000$	$x_{84} = 49\,000$	$x_{85} = 110\,000$
$x_{85} = 110\,000$	$x_{85} = 110\,000$	$x_{85} = 110\,000$	$x_{85} = 110\,000$	$x_{96} = 15{,}38461.10^6$
$x_{99} = 145.10^6$	$x_{99} = 145.10^6$	$x_{99} = 145.10^6$	$x_{99} = 145.10^6$	$x_{99} = 129{,}61539.10^6$
$x_{121} = 184\,837{,}9$	$x_{121} = 187\,096{,}99$	$x_{121} = 187\,906{,}1596$	$x_{121} = 187\,847{,}0383$	$x_{121} = 187\,837{,}73$
$x_{122} = 695\,769{,}94$	$x_{122} = 695\,569{,}34$	$x_{122} = 697\,061{,}975848$	$x_{122} = 697\,645{,}696436$	$x_{122} = 697\,726{,}25$

Tabela

↓ p →			$p_1 = 72{,}91$	$p_2 = 132{,}73$	$p_3 = 2{,}02$	$p_4 = 2{,}58$	$p_5 = 25{,}80$	$p_6 = 25{,}80$
	Baza	Soluţia	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$p_1 = 72{,}91$	x_1	165.000	1	1	0	0	0	0
$p_3 = 2{,}02$	x_3	2.752.000	0	0	1	1	0	0
$p_5 = 25{,}80$	x_5	2.550.000	0	0	0	0	1	1
$p_{13} = 101{,}28$	x_{13}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{21} = 67{,}82$	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{24} = 4{,}26$	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{27} = 29{,}35$	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{34} = 110{,}46$	x_{34}	108.360	0	0	0	0	0	0
$p_{41} = 100{,}91$	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{43} = 3{,}60$	x_{43}	1.059.692	0	0	0	−1	0	0
$p_{45} = 24{,}90$	x_{45}	3.300.000	0	0	0	0	0	0
$p_{96} = 181{,}43$	x_{96}	13.231	0	0	0	0	0	0
$p_{61} = 94$	x_{61}	1.331.000	0	0	0	0	0	0
$p_{64} = 3{,}04$	x_{64}	2.304.800	0	0	0	0	0	0
$p_{67} = 21{,}40$	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	0	0
$p_{69} = 236{,}09$	x_{69}	264.477	0	0	0	0	0	0
$p_{82} = 102{,}83$	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
$p_{84} = 3{,}79$	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{85} = 23{,}50$	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{99} = 181{,}43$	x_{99}	111.469	0	0	0	0	0	0
$p_{44} = 3{,}79$	x_{44}	1.004.308	0	0	0	1	0	0
$p_{54} = 106{,}98$	x_{54}	894.400	0	0	0	0	0	0
$p_{74} = 70{,}94$	x_{74}	248.252	0	0	0	0	0	0
$p_{79} = 134{,}91$	x_{79}	433.270	0	0	0	0	0	0
$p_{121} = 0$	x_{121}	1.033.108	0	−1,020	0	0	0	0,012
$p_{122} = 0$	x_{122}	3.837.494	0	1,022	0	0	0	− 0,012
	C_i		72,91	72,91	2,02	2,21	25,80	25,80
	$C_i - p_i$		0	−59,82	0	− 0,37	0	0

3

$p_7 =$ 27,20	$p_8 =$ 27,20	$p_9 =$ 303,60	$p_{10} =$ 463,00	$p_{11} =$ 530,23	$p_{12} =$ 860,00	$p_{13} =$ 101,28	$p_{14} =$ 103,60	$p_{15} =$ 199,65
x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	− 4,1	− 4,1	− 4,1	− 4,1	0	− 4,1	−4,1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
−0,265	− 0,265	0	0	0	0	0	0	1,087
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1,086	1,086	1,086	1,086	0	0	−0,008
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,265	0,265	0	0	0	0	0	0	− 1,087
0	0	4,1	4,1	4,1	4,1	0	4,1	4,1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	− 1,086	− 1,086	− 1,086	− 1,086	0	0	− 1,086
0	0	0	0	0	0	0	0	+ 1,094
0	0	0,275	0,194	− 4,640	− 4,640	0	0	0,041
0,003	− 0,012	0	0	4,950	4,860	0	0	− 0,045
25,80	25,80	281,41	281,41	281,41	281,41	101,28	102,06	170,62
−1,40	− 1,40	− 22,19	−181,59	−248,82	−578,59	0	− 1,54	−29,03

↓ p →	Baza	Soluţia	p_{16} = 199,65	p_{17} = 267,00	p_{18} = 204,65	p_{19} = 204,65	p_{20} = 281,00	p_{21} = 67,82
			x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}
p_1 = 72,91	x_1	165.000	0	0	0	0	0	0
p_3 = 2,02	x_3	2.752.000	0	0	0	0	0	0
p_5 = 25,80	x_5	2.550.000	0	0	0	0	0	0
p_{13} =101,28	x_{13}	118.680	1	1	1	1	1	0
p_{21} = 67,82	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	1
p_{24} = 4,26	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
p_{27} = 29,35	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
p_{34} =110,46	x_{34}	108.360	0	0	0	0	0	0
p_{41} =100,91	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
p_{43} = 3,60	x_{43}	1.059.692	− 4,1	− 4,1	− 4,1	− 4,1	− 4,1	0
p_{45} = 24,90	x_{45}	3.300.000	0	0	0	0	0	0
p_{96} =181,43	x_{96}	13.231	1,087	1,135	0	0	0	0
p_{61} = 94	x_{61}	1.331.000	0	0	0	0	0	0
p_{64} = 3,04	x_{64}	2.304.800	0	0	0	0	0	0
p_{67} = 21,40	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	0	0
p_{69} =236,09	x_{69}	264.477	− 0,008	− 0,057	− 0,008	− 0,008	− 0,051	0
p_{82} =102,83	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
p_{84} = 3,79	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
p_{85} = 23,50	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
p_{99} =181,43	x_{99}	111.469	− 1,087	− 1,135	0	0	0	0
p_{44} = 3,79	x_{44}	1.004.308	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	0
p_{54} =106,98	x_{54}	894.400	0	0	0	0	0	0
p_{74} = 70,94	x_{74}	248.252	− 1,086	− 1,091	− 1,086	− 1,086	− 1,086	0
p_{79} =134,91	x_{79}	433.270	1,094	1,144	1,094	1,094	1,138	0
p_{121}= 0	x_{121}	1.033.108	0,092	0,254	0,041	0,104	0,226	0
p_{122}= 0	x_{122}	3.837.494	− 0,009	− 0,009	0,054	−0,009	− 9,700	0
	C_i		170,62	165,30	170,62	170,62	166,23	67,82
	$C_i - p_i$		−29,03	−101,70	− 34,03	− 34,03	− 114,77	0

Tabela 3 (continuare)

$p_{22} =$ 186,36	$p_{23} =$ 4,26	$p_{24} =$ 4,26	$p_{25} =$ 30,50	$p_{26} =$ 30,50	$p_{27} =$ 29,35	$p_{28} =$ 29,35	$p_{29} =$ 318,60	$p_{30} =$ 440,00
x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}
0	0	9	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,264	0,264	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1,086	1,086
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	− 0,264	− 0, 264	0	0	0	0
0	− 1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	− 1,086	− 1,086
0	0	0	0	0	0	0	0	0
− 1,014	0	0	0	0,023	0	0,021	0,425	0,187
1,040	0	0	0,016	− 0,021	0	− 0,021	0	0
67,82	4,07	4,26	29,4	29,4	29,35	29,35	289,86	289,86
− 118,54	− 0,19	0	− 1,1	− 1,1	0	0	− 28,74	− 150,14

$\downarrow p \rightarrow$			$p_{31} = 576{,}74$	$p_{32} = 1010{,}00$	$p_{33} = 110{,}46$	$p_{34} = 110{,}36$	$p_{35} = 217{,}91$	$p_{36} = 217{,}91$
	Baza	Soluția	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}
$p_1 = 72{,}91$	x_1	165.000	0	0	0	0	0	0
$p_3 = 2{,}02$	x_3	2.752.000	0	0	0	0	0	0
$p_5 = 25{,}80$	x_5	2.550.000	0	0	0	0	0	0
$p_{13} = 101{,}28$	x_{13}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{21} = 67{,}82$	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{24} = 4{,}26$	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{27} = 29{,}35$	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{34} = 110{,}46$	x_{34}	108.360	1	1	1	1	1	1
$p_{41} = 100{,}91$	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{43} = 3{,}60$	x_{43}	1.059.692	0	0	4,100	0	0	0
$p_{45} = 24{,}90$	x_{45}	3.300.000	0	0	0	0	0	0
$p_{96} = 181{,}43$	x_{96}	13.231	0	0	0	0	1,087	1,087
$p_{61} = 94$	x_{61}	1.331.000	0	0	0	0	0	0
$p_{64} = 3{,}04$	x_{64}	2.304.800	0	0	0	0	0	0
$p_{67} = 21{,}40$	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	0	0
$p_{69} = 236{,}09$	x_{69}	264.477	1,086	1,086	0	0	− 0,008	− 0,008
$p_{82} = 102{,}83$	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
$p_{84} = 3{,}79$	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{85} = 23{,}50$	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{99} = 181{,}43$	x_{99}	111.469	0	0	0	0	− 1,087	− 1,087
$p_{44} = 3{,}79$	x_{44}	1.004.308	0	0	− 4,100	0	0	0
$p_{54} = 106{,}98$	x_{54}	894.400	0	0	0	0	0	0
$p_{74} = 70{,}94$	x_{74}	248.252	− 1,086	− 1,086	0	0	− 1,086	− 1,086
$p_{79} = 134{,}91$	x_{79}	433.270	0	0	0	0	1,094	1,094
$p_{121} = 0$	x_{121}	1.033.108	− 4,650	− 4,650	0	0	0,041	0,152
$p_{122} = 0$	x_{122}	3.837.494	5,020	4,950	0	0	0,099	− 0,009
	C_i		289,86	289,86	109,69	110,46	179,07	179,07
	$C_i - p_i$		− 286,88	− 720,14	− 0,77	0	− 38,84	− 38,84

Tabela 3 (continuare)

p_{37} = 305,00	p_{38} = 212,79	p_{39} = 212,79	p_{40} = 271,00	p_{41} = 100,91	p_{42} = 152,91	p_{43} = 3,60	p_{44} = 3,79	p_{45} = 24,90
x_{37}	x_{38}	x_{39}	x_{40}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{45}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1,126	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
− 0,032	− 0,008	0	− 0,137	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
− 1,126	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
− 1,086	− 1,086	− 1,086	1,086	0	0	0	0	0
1,054	1,094	1,094	1,153	0	0	0	0	0
0,216	0,041	0,126	0,294	0	1,040	0	0	0
− 0,009	0,001	− 0,009	− 0,010	0	− 1,020	0	0	0
167,44	179,16	181	156,63	100,91	100,91	3,60	3,79	24,90
− 137,56	− 33,63	− 31,79	− 14,37	0	− 52	0	0	0

$\downarrow p$	Baza	Soluția	$p_{46} = 24{,}90$	$p_{47} = 25{,}75$	$p_{48} = 25{,}75$	$p_{49} = 339{,}53$	$p_{50} = 835{,}00$	$p_{51} = 501{,}16$
			x_{46}	x_{47}	x_{48}	x_{49}	x_{50}	x_{51}
$p_1 = 72{,}91$	x_1	165.000	0	0	0	0	0	0
$p_3 = 2{,}02$	x_3	2.752.000	0	0	0	0	0	0
$p_5 = 25{,}80$	x_5	2.550.000	0	0	0	0	0	0
$p_{13} = 101{,}28$	x_{13}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{21} = 67{,}82$	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{24} = 4{,}26$	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{27} = 29{,}35$	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{34} = 110{,}46$	x_{34}	108.360	0	0	0	0	0	0
$p_{41} = 100{,}91$	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{43} = 3{,}60$	x_{43}	1.059.692	0	0	0	0	0	0
$p_{45} = 24{,}90$	x_{45}	3.300.000	1	1	1	0	0	0
$p_{96} = 181{,}43$	x_{96}	13.231	0	− 0,265	− 0,265	0	0	0
$p_{61} = 94$	x_{61}	1.331.000	0	0	0	0	0	0
$p_{64} = 3{,}04$	x_{64}	2.304.800	0	0	0	0	0	0
$p_{67} = 21{,}40$	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	0	0
$p_{69} = 236{,}09$	x_{69}	264.477	0	0	0	1,097	1,097	1,097
$p_{82} = 102{,}83$	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
$p_{84} = 3{,}79$	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{85} = 23{,}50$	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{99} = 181{,}43$	x_{99}	111.469	0	0,265	0,265	0	0	0
$p_{44} = 3{,}79$	x_{44}	1.004.308	0	0	0	0	0	0
$p_{54} = 106{,}98$	x_{54}	894.400	0	0	0	1	1	1
$p_{74} = 70{,}94$	x_{74}	248.252	0	0	0	− 1,097	− 1,097	− 1,097
$p_{79} = 134{,}91$	x_{79}	433.270	0	0	0	0	0	0
$p_{121} = 0$	x_{121}	1.033.108	0,011	0	0,012	0,270	0,174	−4,700
$p_{122} = 0$	x_{122}	3.837.494	− 0,011	− 0,001	− 0,011	0	0	4,990
	C_i		24,90	24,90	24,90	287,21	287,21	287,21
	$C_i - p_i$		0	− 0,85	− 0,85	− 52,32	− 547,79	− 213,95

(Tabela 3 continuare)

$p_{52} =$ 765,00	$p_{53} =$ 106,98	$p_{54} =$ 106,98	$p_{55} =$ 221,00	$p_{56} =$ 194,19	$p_{57} =$ 194,19	$p_{58} =$ 283,00	$p_{59} =$ 196,51	$p_{60} =$ 196,51
x_{52}	x_{53}	x_{54}	x_{55}	x_{56}	x_{57}	x_{58}	x_{59}	x_{60}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4,140	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1,160	1,087	1,087	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,094	0	0	−0,072	0,003	0,003	− 0,053	− 0,003	0,003
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	− 1,160	− 1,087	− 1,087	0	0	0
0	− 4,140	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1,060	0	1	1	1	1
0	0	0	− 1,097	− 1,097	− 1,097	− 1,097	− 1,097	− 1,097
− 1,094	0	0	1,168	1,094	1,094	−1,150	1,094	1,094
− 4,700	0	0	0,314	− 0,004	0,043	0,235	− 0,004	0,047
− 2,810	0	0	− 0,009	0,036	− 0,009	− 0,010	0,042	− 0,009
110,70	0	106,98	187,21	177,41	177,41	170,93	176,74	176,74
− 654,3	− 106,98	0	− 33,79	− 16,78	− 16,78	− 112,07	− 19,77	− 19,77

$\downarrow p \rightarrow$			$p_{61} = 94{,}00$	$p_{62} = 124{,}18$	$p_{63} = 3{,}79$	$p_{64} = 3{,}04$	$p_{65} = 25{,}30$	$p_{66} = 25{,}30$
	Baza	Soluția	x_{61}	x_{62}	x_{63}	x_{64}	x_{65}	x_{66}
$p_1 = 72{,}91$	x_1	165.000	0	0	0	0	0	0
$p_3 = 2{,}02$	x_3	2.752.000	0	0	0	0	0	0
$p_5 = 25{,}80$	x_5	2.550.000	0	0	0	0	0	0
$p_{13} = 101{,}28$	x_{13}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{21} = 67{,}82$	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{24} = 4{,}26$	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{27} = 29{,}35$	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{34} = 110{,}46$	x_{34}	108.360	0	0	0	0	0	0
$p_{41} = 100{,}91$	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{43} = 3{,}60$	x_{43}	1.059.692	0	0	1	0	0	0
$p_{45} = 24{,}90$	x_{45}	3.300.000	0	0	0	0	0	0
$p_{96} = 181{,}43$	x_{96}	13.231	0	0	0	0	0,264	0,264
$p_{61} = 94$	x_{61}	1.331.000	1	1	0	0	0	0
$p_{64} = 3{,}04$	x_{64}	2.304.800	0	0	1	1	0	0
$p_{67} = 21{,}40$	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	1	1
$p_{69} = 236{,}09$	x_{69}	264.477	0	0	0	0	0	0
$p_{82} = 102{,}83$	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
$p_{84} = 3{,}79$	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{85} = 23{,}50$	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{99} = 181{,}43$	x_{99}	111.469	0	0	0	0	− 0,264	− 0,264
$p_{44} = 3{,}79$	x_{44}	1.004.308	0	0	−1	0	0	0
$p_{54} = 106{,}98$	x_{54}	894.400	0	0	0	0	0	0
$p_{74} = 70{,}94$	x_{74}	248.252	0	0	0	0	0	0
$p_{79} = 134{,}91$	x_{79}	433.270	0	0	0	0	0	0
$p_{121} = 0$	x_{121}	1.033.108	0	− 1,023	0	0	0	0,0146
$p_{122} = 0$	x_{122}	3.837.494	0	1,020	0	0	0,010	0,0199
	C_i		94,00	94,00	2,86	3,04	21,4	21,4
	$C_i - p_i$		0	− 30,18	− 0,93	0	− 3,90	− 3,90

Tabela 3 (continuare)

$p_{67} =$ 21,40	$p_{68} =$ 21,40	$p_{69} =$ 236,09	$p_{70} =$ 482,00	$p_{71} =$ 408,00	$p_{72} =$ 596,62	$p_{73} =$ 73,27	$p_{74} =$ 70,94	$p_{75} =$ 171,00
x_{67}	x_{68}	x_{69}	x_{70}	x_{71}	x_{72}	x_{73}	x_{74}	x_{75}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3,780	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1,021
0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	
1	1	0	0	0	0	0	0	
0	0	1	1	1	1	0	0	− 0,029
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0 0	0	0	0	− 1,021
0	0	0	0	0	0	− 3,780	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1,029
0	0,002	0	− 0,026	− 4,300	4,300	0	0	0,118
0	− 0,002	0	0	4,300	4,300	0	0	− 0,008
21,4	21,4	236,09	236,09	236,09	236,09	70,23	70,94	131,93
0	0	0	− 245,91	− 171,91	−360,53	− 3,04	0	− 39,07

BUDAPEST MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

$\downarrow p$	Baza	Soluţia	$p_{76} = 154{,}68$	$p_{77} = 154{,}68$	$p_{78} = 146{,}5$	$p_{79} = 134{,}91$	$p_{80} = 134{,}91$	$p_{81} = 136{,}68$
			x_{76}	x_{77}	x_{78}	x_{79}	x_{80}	x_{81}
$p_1 = 72{,}91$	x_1	165.000	0	0	0	0	0	0
$p_3 = 2{,}02$	x_3	2.752.000	0	0	0	0	0	0
$p_5 = 25{,}80$	x_5	2.550.000	0	0	0	0	0	0
$p_{13} = 101{,}28$	x_{13}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{21} = 67{,}82$	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{24} = 4{,}26$	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{27} = 29{,}35$	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{34} = 110{,}46$	x_{34}	108.360	0	0	0	0	0	0
$p_{41} = 100{,}91$	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{43} = 3{,}60$	x_{43}	1.059.692	0	0	0	0	0	0
$p_{45} = 24{,}90$	x_{45}	3.300.000	0	0	0	0	0	0
$p_{96} = 181{,}43$	x_{96}	13.231	0,994	0,994	0	0	0	0
$p_{61} = 94$	x_{61}	1.331.000	0	0	0	0	0	0
$p_{64} = 3{,}04$	x_{64}	2.304.800	0	0	0	0	0	0
$p_{67} = 21{,}40$	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	0	0
$p_{69} = 236{,}09$	x_{69}	264.477	− 0,001	− 0,001	− 0,054	0	− 0,001	0
$p_{82} = 102{,}83$	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	1
$p_{84} = 3{,}79$	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{85} = 23{,}50$	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{99} = 181{,}43$	x_{99}	111.469	− 0,994	− 0,994	0	0	0	0
$p_{44} = 3{,}79$	x_{44}	1.004.308	0	0	0	0	0	0
$p_{54} = 106{,}98$	x_{54}	894.400	0	0	0	0	0	0
$p_{74} = 70{,}94$	x_{74}	248.252	0	0	0	0	0	0
$p_{79} = 134{,}91$	x_{79}	433.270	1,001	1,001	1,054	1	1,001	0
$p_{121} = 0$	x_{121}	1.033.108	− 0,001	0,046	0,224	0	0,008	1,037
$p_{122} = 0$	x_{122}	3.837.494	0,038	− 0,008	− 0,009	0	− 0,009	− 1,012
	C_i		134,75	134,75	129,42	134,91	134,91	102,83
	$C_i - p_i$		− 19,93	− 19,93	− 17,08	0	0	− 33,85

Tabela 3 (continuare)

$p_{82} =$ 102,83	$p_{83} =$ 4,26	$p_{84} =$ 3,79	$p_{85} =$ 23,50	$p_{86} =$ 23,50	$p_{87} =$ 23,50	$p_{88} =$ 23,50	$p_{89} =$ 339,60	$p_{90} =$ 750,00
x_{82}	x_{83}	x_{84}	x_{85}	x_{86}	x_{87}	x_{88}	x_{89}	x_{90}
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	− 0,264	− 0,264	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	.0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1,007	1,007
1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0,264	0,264	1	1
0	− 1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	− 1,007	− 1,007
0	0	0	0	0,007	0	0,007	0,485	0,051
0	0	0	0	− 0,007	0	− 7,000	− 0,018	− 0,018
102,83	3,60	3,79	23,5	23,5	23,5	23,5	283,31	283,31
0	− 0,66	0	0	0	0	0	− 56,29	− 466,69

$\downarrow p$ $\rightarrow$			$p_{91}=$ 495,44	$p_{92}=$ 592,50	$p_{93}=$ 109,32	$p_{94}=$ 107,00	$p_{95}=$ 224,00	$p_{96}=$ 181,43
	Baza	Soluția	x_{91}	x_{92}	x_{93}	x_{94}	x_{95}	x_{96}
$p_1 = 72,91$	x_1	165.000	0	0	0	0	0	0
$p_3 = 2,02$	x_3	2.752.000	0	0	0	0	0	0
$p_5 = 25,80$	x_5	2.550.000	0	0	0	0	0	0
$p_{13} = 101,28$	x_{13}	118.680	0	0	0	0	0	0
$p_{21} = 67,82$	x_{21}	154.000	0	0	0	0	0	0
$p_{24} = 4,26$	x_{24}	3.113.200	0	0	0	0	0	0
$p_{27} = 29,35$	x_{27}	1.000.000	0	0	0	0	0	0
$p_{34} = 110,46$	x_{34}	108.360	0	0	0	0	0	0
$p_{41} = 100,91$	x_{41}	126.500	0	0	0	0	0	0
$p_{43} = 3,60$	x_{43}	1.059.692	0	0	4,140	0	0	0
$p_{45} = 24,90$	x_{45}	3.300.000	0	0	0	0	0	0
$p_{96} = 181,43$	x_{96}	13.231	0	0	0	0	1,031	1
$p_{61} = 94$	x_{61}	1.331.000	0	0	0	0	0	0
$p_{64} = 3,04$	x_{64}	2.304.800	0	0	0	0	0	0
$p_{67} = 21,40$	x_{67}	4.950.000	0	0	0	0	0	0
$p_{69} = 236,09$	x_{69}	264.477	1,007	1,007	− 0,089	− 0,089	− 0,031	0
$p_{82} = 102,83$	x_{82}	3.575.000	0	0	0	0	0	0
$p_{84} = 3,79$	x_{84}	421.400	0	0	0	0	0	0
$p_{85} = 23,50$	x_{85}	1.100.000	0	0	0	0	0	0
$p_{99} = 181,43$	x_{99}	111.469	1	1	0	1	−1,031	0
$p_{44} = 3,79$	x_{44}	1.004.308	0	0	− 4,140	0	0	0
$p_{54} = 106,98$	x_{54}	894.400	0	0	0	0	0	0
$p_{74} = 70,94$	x_{74}	248.252	0	0	1,097	1,097	0	0
$p_{79} = 134,91$	x_{79}	433.270	− 1,007	− 1,007	−1,007	− 1,007	0,031	0
$p_{121} = 0$	x_{121}	1.033.108	− 4,320	− 4,320	0,375	+ 0,375	0,018	0
$p_{122} = 0$	x_{122}	3.837.494	+ 4,770	4,710	− 0,018	− 0,018	0,059	0
	C_i		283,31	283,31	101,40	102,16	3,14	181,43
	$C_i - p_i$		− 212,13	− 309,19	− 7,92	− 4,84	− 220,86	0

Tabela 3 (continuare)

$p_{97} =$ 181,43	$p_{98} =$ 224,00	$p_{99} =$ 181,43	$p_{100} =$ 181,43	$p_{121} =$ 0	$p_{122} =$ 0	$p_{123} =$ 0	$p_{124} =$ 0	$p_{125} =$ 0	$p_{126} =$ 0
x_{97}	x_{98}	x_{99}	x_{100}	x_{121}	x_{122}	x_{123}	x_{124}	x_{125}	x_{126}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	p	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0,264	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	− 0,031	0	0	0	0	− 0,265	− 0,265	− 0,267	− 0,267
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	− 0,264	0
0	0	0	0	0	0	−1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,265	0,265	0	0
0	0,031	0	0	0	0	0	0	0,265	0,267
0,019	0,132	0	0,027	1	0	1,113	1,113	1,140	1,140
− 0,093	− 27,000	0	− 0,027	0	1	0	0	− 0,002	− 0,002
181,43	178,26	181,43	181,43	0	0	− 43,95	− 43,76	− 27,29	− 27,02
0	− 45,74	0	0	0	0	− 43,95	− 43,76	− 27,29	− 27,02

Tabela 4

Soluţia determinată cu procedeul combinat

Indicele lanţului	x_i	Valoarea	
		Unităţi naturale	Unităţi convenţionale 10^6 kcal
1	2	3	4
a. 1.1.1. *A*	x_1	30 000 t	165 000
a. 2.1.2. *C*	x_3	320.10^6 N.m.c.	2 752 000
a. 3.1.3. *B*-1. *B*	x_5	255 000 t	2 550 000
a. 4.1.2. *C*	x_{13}	138.10^6 kWh	118 680
b. 1.1.1. *A*	x_{21}	28 000 t	154 000
b. 2.1.2. *D*	x_{24}	362.10^6 N.m.c.	3 113 200
b. 3.1.3. *E*-1. *B*	x_{27}	100 000 t	1 000 000
b. 4.1.2. *D*	x_{34}	126.10^6 kWh	108 360
c. 1.1.1. *B*	x_{41}	23 000 t	126 500
c. 2.1.2. *C*	x_{43}	$123{,}22.10^6$ N.m.c.	1 059 692
c. 2.1.2. *D*	x_{44}	$116{,}78.10^6$ N.m.c.	1 004 308
c. 3.1.3. *B*-1. *B*	x_{45}	330 000 t	3 300 000
c. 4.2.2. *D*	x_{54}	104.10^6 kWh	89 440
d. 1.1.1. *A*	x_{61}	242 000 t	1 331 000
d. 2.1.2. *D*	x_{64}	268.10^6 N.m.c.	2 304 800
d. 3.1.3. *E*-1. *B*	x_{67}	495 000 t	4 950 000
d. 4.1.1. *A*	x_{69}	$307{,}5312.10^6$ kWh	264 477
d. 4.2.2. *D*	x_{74}	$288{,}6656.10^6$ kWh	248 252
d. 4.2.3. *E*-1. *B*	x_{79}	$503{,}802388.10^6$ kWh	433 270
e. 1.1.1. *B*	x_{82}	650 000 t	3 575 000
e. 2.1.2. *D*	x_{84}	49.10^6 N.m.c.	421 400
e. 3.1.3. *B*-1. *B*	x_{85}	110 000 t	1 100 000
e. 4.2.3. *B*-1. *B*	x_{96}	$15{,}38461.10^6$ kWh	13 231
e. 4.2.3. *E*-1. *B*	x_{99}	$129{,}61539.10^6$ kWh	111 469

Tabela 5

Pierderile de energie corespunzătoare lanțurilor din diversele soluții

Metoda indicilor			Metoda nr. de ordine			Metoda combinată		
x_i	Purtătorul de energie primară și sursa	10^6 kcal	x_i	Purtătorul de energie primară și sursa	10^6 kcal	x_i	Purtătorul de energie primară și sursa	10^6 kcal
x_1	.1. *A*	3 300	x_1	.1. *A*	3 300	x_1	.1. *A*	3 300
x_3	.2. *C*	0	x_3	.2. *C*	0	x_3	.2. *C*	0
x_5	.3. *B* .1. *B*	0 30 600	x_5	.3. *B* .1. *B*	0 30 600	x_5	.3. *B* .1. *B*	0 30 600
x_{18}	.3. *E* .1. *B*	368 501 7 596	x_9	.1. *A*	455 743	x_{13}	.2. *C*	367 908
x_{21}	.1. *A*	2 156	x_{15}	.3. *B* .1. *B*	7 511 121	x_{21}	.1. *A*	2 156
x_{24}	.2. *D*	0	x_{21}	.1. *A*	2 156	x_{24}	.2. *D*	0
x_{27}	.3. *E* .1. *B*	0 21 000	x_{24}	.2. *D*	0	x_{27}	.3. *E* .1. *B*	0 21 000
x_{38}	.3. *E* .1. *B*	336 458 9 211	x_{27}	. 3.*E* .1. *B*	0 21 000	x_{34}	.2. *D*	335 916
x_{41}	.1. *B*	2 530	x_{34}	.2. *D*	335 916	x_{41}	.1. *B*	2 530
x_{43}	.2. *C*	0	x_{41}	.1. *B*	2 530	x_{43}	.2. *C*	0
x_{44}	.2. *D*	0	x_{43}	.2. *C*	0	x_{44}	.2. *D*	0
x_{45}	.3. *B* .1. *B*	0 36 300	x_{44}	.2. *D*	0	x_{45}	.3. *B* .1. *B*	0 36 300
x_{56}	.3. *B* .1. *B*	37 785 548	x_{45}	.3. *B* .1. *B*	0 36 300	x_{54}	.2. *D*	280 842
x_{59}	.3. *E* .1. *B*	239 926 3 941	x_{56}	.3. *B* .1. *B*	277 711 4 025	x_{61}	.1. *A*	30 613
x_{61}	.1. *A*	30 613	x_{61}	.1. *A*	30 613	x_{64}	.2. *D*	0
x_{64}	.2. *D*	0	x_{64}	. 2.*D*	0	x_{67}	.3. *E* . 1.*B*	0 9 900
x_{67}	.3. *E* .1. *B*	0 9 900	x_{67}	.3. *E* .1. *B*	0 9 900	x_{69}	.1. *A*	868 807
x_{69}	.1. *A*	873 803	x_{69}	.1. *A*	448 429	x_{74}	.2. *D*	690 141
x_{74}	.2. *D*	1 648 696	x_{74}	.2. *D*	1 324 050	x_{79}	.3. *E* .1. *B*	1 194 092 3 683
x_{79}	.3. *E* .1. *B*	239 623 739	x_{76}	.3. *B* .1. *B*	221 268 3 693	x_{82}	.1. *B*	44 688
x_{82}	.1. *B*	44 688	x_{79}	.3. *E* .1. *B*	697 072 2 150	x_{84}	.2. *D*	0
x_{84}	.2. *D*	0	x_{82} =	.1. *B*	44 686	x_{85}	.3. *B* .1. *B*	0 7 590
x_{85}	.3. *B* .1. *B*	0 7 590	x_{84}	.2. *D*	0	x_{96}	.3. *B* .1. *B*	36 782 344
x_{99}	.3. *E* .1. *B*	346 666 3 367	x_{87}	.3. *E* .1. *B*	0 7 700	x_{99}	.3. *E* .1. *B*	309 884 3 010
			x_{96}	.3. *B* .1. *B*	346 666 3 242			

Tabela 6

Energia totală utilă (I), pierderile de energie (II), total energie livrată (III) și solicitările surselor (IV)
10^9kcal

Indicele		Metoda indicilor	Metoda nr. de ordine	Metoda combinată
1. *A*	(I)	1 915 998	1 902 769	1 914 477
	(II)	909 841	940 241	904 876
	(III)	2 825 839	2 843 010	2 819 353
	(IV)	73,40 %	73,84 %	73,23 %
1. *B*	(I)	3 701 500	3 701 500	3 701 500
	(II)	178 010	165 947	159 645
	(III)	3 879 510	3 867 447	3 861 143
	(IV)	50,38 %	50,23 %	50,14 %
3. *B*	(I)	6 962 169	6 146 845	6 963 231
	(II)	37 785	853 156	36 782
	(III)	6 999 954	7 000 001	7 000 013
	(IV)	100 %	100 %	100 %
2. *C*	(I)	4 298 280	4 300 000	3 930 372
	(II)	0 %	0 %	367 908
	(III)	4 298 280	4 300 000	4 298 280
	(IV)	99,96 %	100 %	99,96 %
2. *D*	(I)	6 950 176	6 940 037	7 289 760
	(II)	1 648 696	1 659 966	1 306 899
	(III)	8 598 872	8 600 003	8 596 659
	(IV)	99,99 %	100 %	99,96 %
3. *E*	(I)	6 465 957	7 302 929	6 494 739
	(II)	1 531 174	697 072	1 503 976
	(III)	7 997 131	8 000 001	7 998 715
	(IV)	99,96 %	100 %	99,98 %
Total	(I)	30 294 080	30 294 080	30 294 079
	(II)	4 305 506	4 316 382	4 280 086
	(III)	34 599 586	34 610 462	34 574 165
	(IV)	87,70 %	87,70 %	87,64 %
		$\eta_{total} = 0{,}876$	$\eta_{total} = 0{,}875$	$\eta_{total} = 0{,}876$

Tabela 7

Cheltuielile anuale corespunzătoare la diversele soluții determinate prin calcul

Nr. crt.	Denumirea procedeului și a etapei de calcul prin care s-a obținut soluția pentru care se calculează C	C u.v.	ΔC u.v.
1	procedeul indicilor	1 075 760 320	3 447 648
2	procedeul numerelor de ordine	1 072 312 672	—
3	procedeul combinat. Soluția inițială determinată prin metoda indicilor (tablou simplex I)	1 075 810 320	4 038 584
4	procedeul combinat (tablou simplex II)	1 071 771 736	3 644 659
5	procedeul combinat (tablou simplex III)	1 068 127 077	1 467 077
6	procedeul combinat (tabloul simplex IV)	1 066 660 000	211 439
7	procedeul combinat (tablou simplex V)	1 066 448 561	

O GENERALIZARE A FORMULEI PIERDERILOR DIN REȚEAUA ELECTRICĂ ÎN FUNCȚIE DE SARCINILE CENTRALELOR

DE

CONSTANTIN GUȚU

1. Se știe că în unele ecuații care descriu funcționarea sistemelor electroenergetice, de exemplu în anumite ecuații de repartiție optimă a sarcinilor [10], intervin termeni de forma

$$\frac{\partial P_\Delta}{\partial P_i}, \quad \frac{\partial P_\Delta}{\partial Q_i}, \quad \frac{\partial Q_\Delta}{\partial P_i}, \quad \frac{\partial Q_\Delta}{\partial Q_i},$$

adică derivatele pierderilor active și reactive ale rețelei, în raport cu sarcinile active și reactive ale centralelor. Pentru deducerea expresiilor de mai sus este necesar ca pierderile rețelei întregi să fie exprimate în funcție de sarcinile active și reactive ale centralelor, iar nu în funcție de curenții sau puterile din fiecare linie a rețelei, așa cum se procedează la determinarea obișnuită a pierderilor.

Asemenea expresii sînt ușor de dedus, dacă rețeaua este simplă (linie alimentată la două capete, rețea radială etc.). Dacă rețeaua este mai complicată, așa cum este cazul sistemelor electroenergetice moderne, atunci metodele clasice conduc la procedee laborioase, greu de aplicat în mod operativ. Pentru a învinge această dificultate au fost întreprinse studii numeroase ([3]—[10] etc.) toate se inspiră dintr-o lucrare *) aparținînd lui George, apărută în anul 1943. Din primele studii întreprinse a rezultat o expresie pătratică de forma

$$P_\Delta = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j \qquad (1)$$

$$(i, j = 1, 2, \ldots, n)$$

*) E. E. George, *Intrasystem Transmission Losses*. Tr. AIEE, 1943.

din care, în anumite condiții simplificatoare, se deduce

$$\frac{\partial P_\Delta}{\partial P_i} = 2 \sum_j B_{ij} P_j, \qquad (1')$$

în care P_Δ reprezintă pierderile active ale rețelei;

P_i, P_j — sarcinile active ale centralelor i, j;

B_{ij} — constante ale rețelei;

n — numărul centralelor (al surselor de alimentare).

Marele avantaj al soluției obținute constă în faptul că ea ușurează utilizarea auxiliarelor de calcul moderne și automatizarea repartiției optime a sarcinilor în sistemele energetice. Însă din (1) nu rezultă în mod explicit derivatele $\frac{\partial P_\Delta}{\partial Q_i}$, $\frac{\partial Q_\Delta}{\partial P_i}$, $\frac{\partial Q_\Delta}{\partial Q_i}$ necesare în anumite cazuri.

Totodată, pentru a deduce formula (1) se fac o serie de ipoteze simplificatoare. Două dintre ele și anume:

1. Sarcina fiecărui consumator variază liniar cu sarcina sistemului;
2. Factorul de putere al fiecărei centrale este constant în timp;

au o importanță esențială pentru obținerea formei simple (1). Ipotezele simplificatoare de mai sus, micșorează însă precizia de determinare a pierderilor. Erorile cauzate de prima ipoteză au putut fi atenuate prin deducerea unei formule de aceeași structură cu (1) dar avînd doi termeni de corecție

$$P_\Delta = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j + \sum_i B_{i0} P_i + B_0. \qquad (2)$$

Erorile cauzate de ipoteza a doua ($Q_i/P_i = \text{const.}$) nu au fost anihilate deși, după cum se constată în [6], [9] și în alte lucrări, formulele sînt foarte sensibile la acest raport.

Mai jos, se deduc expresiile pierderilor diferențiale $\frac{\partial P_\Delta}{\partial P_i}$, $\frac{\partial P_\Delta}{\partial Q_i}$, $\frac{\partial Q_\Delta}{\partial P_i}$, $\frac{\partial Q_\Delta}{\partial Q_i}$ renunțîndu-se la restricția $Q_i/P_i = \text{const.}$ și adoptîndu-se un model îmbunătățit pentru variația sarcinii la consumator. Totodată, se analizează posibilitățile de simplificare la aplicarea formulelor în practică.

*

2. Avînd în vedere scopul urmărit (exprimarea pierderilor în funcție de sarcinile centralelor), o primă observație care se impune este următoarea: dacă o rețea staționară este de structură radială (reprezentată simbolic în fig. 1), atunci pierderile în fiecare linie, deci și în toată rețeaua, se pot exprima direct în funcție de curenți, deci și de puterile debitate de către centrale în liniile respective așa încît expresia căutată se deduce foarte simplu *).

*) Într-adevăr, fie $\Delta U_1, \Delta U_2, \ldots, \Delta U_n$ căderile de tensiune pe fază între barele centralelor respective și barele consumatorului și $I_1, I_2, \ldots, I_n$ curenții din liniile respec-

De aici decurge ideea de a opera cu rețeaua reală (în general buclată) și cu ecuațiile sale de funcționare în așa fel încît să se ajungă la situația de mai sus, adică la o rețea în stea, cu centralele situate în vîrfurile razelor și cu toți consumatorii racordați în centrul stelei. Este evident că trecerea de la rețeaua reală la cea fictivă trebuie să îndeplinească condiția de conservare a puterilor.

Fie un sistem energetic avînd n centrale numerotate de la 1 la n, o rețea electrică de configurație arbitrară, adusă la aceeași tensiune de bază și τ consumatori notați $\alpha, \beta, \ldots, \tau$. În rîndul consumatorilor se includ și nodurile constituite din simple stații de transformare, fără nici un receptor, dar care capătă o sarcină datorită repartizării la noduri a puterilor capacitive generate de rețeaua de transport. În acest caz se poate trasa o curbă imaginară care să separe rețeaua electrică de toate sursele și de toți consumatorii de energie electrică. Toate sursele și toți consumatorii devin astfel exteriori rețelei care se poate reprezenta simbolic ca în figura 2. Punctele $1, 2, \ldots, n$, reprezintă barele centralelor, iar $\alpha, \beta, \ldots, \tau$ — barele consumatorilor respectivi.

Dacă se admite că sensul pozitiv al tuturor curenților este dinspre exterior spre interior, ca în figura 2, atunci, întrucît rețeaua electrică se consideră pasivă, între curenți există relația

$$I_1 + I_2 + \ldots + I_n + I_\alpha + I_\beta + \ldots + I_\tau = 0. \qquad (3)$$

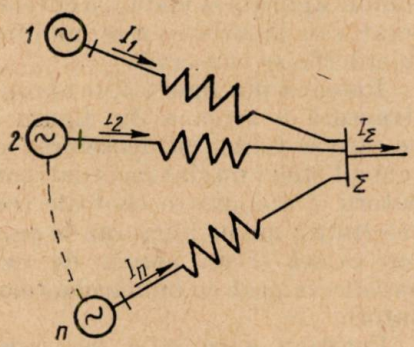


Fig. 1. — Schema rețelei în formă de stea cu toți consumatorii racordați în centrul stelei.

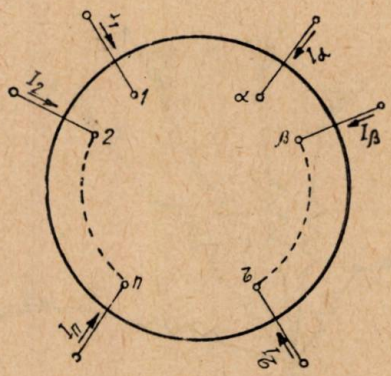


Fig. 2. — Reprezentarea simbolică a unei rețele de configurație arbitrară pentru scrierea ecuațiilor (4).

Pentru calculul căderilor de tensiune din rețea se poate lua ca origine un punct arbitrar. Se admite în acest scop că vectorul U_n, care reprezintă

tive (fig. 1). Atunci pierderile active din rețea, pe fază, se vor exprima prin partea reală a sumei produselor dintre căderile de tensiune și valorile conjugate ale curenților respectivi

$$P_\Delta = \mathcal{R}e\ (\Delta U_1 \cdot I_1^* + \Delta U_2 \cdot I_2^* + \ldots \Delta U_n I_n^*).$$

Mai departe, cu ajutorul relațiilor cunoscute din electrotehnică se poate trece fără dificultate la expresia pierderilor în funcție de puteri.

tensiunea pe fază la barele centralei n, considerată în raport cu neutrul din punctul n, este origine a tensiunilor. Față de același sistem de referință se vor raporta și vectorii curenților.

Căderile de tensiune dintre barele centralei n și toate celelalte bare generatoare sau consumatoare pot fi puse sub forma unor funcții liniare de curenții $I_1, I_2, \ldots, I_{n-1}, I_\alpha, I_\beta, \ldots, I_\tau$:

$$\left.\begin{aligned}
U_{1n} &= Z_{11} I_1 + \ldots + Z_{1,n-1} I_{n-1} + Z_{1\alpha} I_\alpha + \ldots + Z_{1\tau} I_\tau, \\
&\vdots \\
U_{n-1,n} &= Z_{n-1,1} I_1 + \ldots + Z_{n-1,n-1} I_{n-1} + Z_{n-1,\alpha} I_\alpha + \ldots + Z_{n-1,\tau} I_\tau, \\
U_{\alpha,n} &= Z_{\alpha 1} I_1 + \ldots + Z_{\alpha,n-1} I_{n-1} + Z_{\alpha\alpha} I_\alpha + \ldots + Z_{\alpha\tau} I_\tau, \\
&\vdots \\
U_{\tau,n} &= Z_{\tau 1} I_1 + \ldots + Z_{\tau,n-1} I_{n-1} + Z_{\tau\alpha} I_\alpha + \ldots + Z_{\tau\tau} I_\tau,
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

în care $U_{1n} = U_1 - U_n$, $U_{2n} = U_2 - U_n$ și așa mai departe.

Se observă că acestui mod de a exprima căderile de tensiune îi corespunde o rețea fictivă în formă de stea cu $n - 1 + \tau$ raze (fig. 3). Razele $1, 2, \ldots, n-1$ sînt parcurse de către curenții $I_1, I_2, \ldots, I_{n-1}$ injectați de către centrale iar razele $\alpha, \beta, \ldots, \tau$ sînt parcurse de către curenții $I_\alpha, I_\beta, \ldots, I_\tau$ absorbiți de către consumatori; centrul stelei se găsește în punctul n care reprezintă barele centralei de referință.

În sfîrșit, se poate afirma că dacă impedanțele proprii și mutuale ale razelor capătă valori care să satisfacă ecuațiile (4) atunci rețeaua fictivă este echivalentă cu cea reală întrucît tensiunile aplicate la noduri și curenții injectați sau absorbiți nu se modifică iar pierderile se conservă.

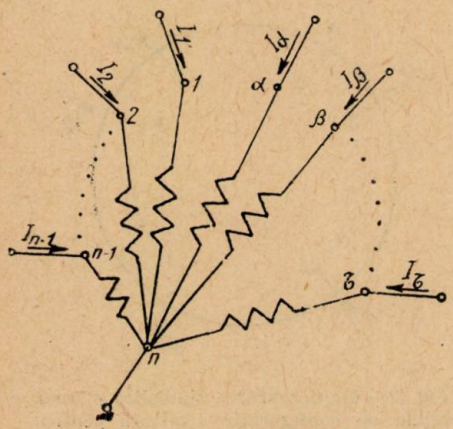


Fig. 3. — Rețeaua în stea corespunzătoare ecuațiilor (4).

Rețeaua din figura 3, se apropie ca structură de rețeaua din figura 1, către care se tinde, cu deosebirea că în centrul stelei nu sînt racordați consumatorii ci una dintre centrale (cea de referință), iar pe lîngă razele *generatoare* există și un număr de raze *consumatoare* egal cu numărul de consumatori.

Pentru a apropia și mai mult structura rețelei din figura 3, de structura rețelei din figura 1, se introduce notația

$$I_\alpha + I_\beta + \ldots + I_\tau = I_\Sigma \quad (5)$$

și se admit ipotezele:

a) Variațiile de tensiune la consumator și la barele centralelor sînt neglijabile atît ca modul cît și ca argument;

b) Curentul absorbit de fiecare consumator are o componentă constantă $I_{\alpha 0}$ (partea de la baza curbei de sarcină) și o componentă variabilă

$I_{\iota v}$ ($\iota = \alpha, \beta, \ldots, \tau$). Aceeași constatare este valabilă și pentru curentul I_Σ absorbit de totalitatea consumatorilor și care are componentele $I_{\Sigma 0}$ și $I_{\Sigma v}$. La consumatorii la care curba de sarcină este practic constantă, partea variabilă a curentului absorbit este practic nulă;

c) În decursul ciclului zilnic, partea variabilă a sarcinii fiecărui consumator variază proporțional cu partea variabilă a sarcinii sistemului. Este evident că $I_{\iota 0}$ rămîne o fracțiune constantă din $I_{\Sigma 0}$.

Prima ipoteză este folosită curent în calculul rețelelor. A doua ipoteză reflectă o situație de fapt. În ce privește ipoteza a treia, a cărei rațiune se va vedea mai jos, este de remarcat că ea aduce o îmbunătățire modelelor folosite pînă în prezent pentru variația sarcinei la consumator și reduce erorile cauzate de sarcinile neconforme.

Din (5) și (3) decurge imediat:

$$I_1 + I_2 + \ldots + I_n = -I_\Sigma. \tag{6}$$

Relațiile (5) și (6) atrag după sine noțiunea de consumator echivalent al mulțimii de consumatori individuali.

Pe baza ipotezei *b* se poate scrie

$$I_\iota = I_{\iota 0} + I_{\iota v} \tag{7}$$

iar din (7) și (5) rezultă:

$$\sum_\iota I_\iota = \sum_\iota I_{\iota 0} + \sum_\iota I_{\iota v} = I_\Sigma = I_{\Sigma 0} + I_{\Sigma v}, \tag{8}$$

$$(\iota = \alpha, \beta, \ldots, \tau)$$

unde

$$I_{\Sigma 0} = \sum_\iota I_{\iota 0} \quad \text{și} \quad I_{\Sigma v} = \sum_\iota I_{\iota v}. \tag{9}$$

Pe baza ipotezei *c* se pot scrie relațiile:

$$\left.\begin{aligned} b_\alpha &= \frac{I_{\alpha 0}}{I_{\Sigma 0}}, \; b_\beta = \frac{I_{\beta 0}}{I_{\Sigma 0}}, \ldots, b_\tau = \frac{I_{\tau 0}}{I_{\Sigma 0}}, \\ c_\alpha &= \frac{I_{\alpha v}}{I_{\Sigma v}}, \; c_\beta = \frac{I_{\beta v}}{I_{\Sigma v}}, \ldots, c_\tau = \frac{I_{\tau v}}{I_{\Sigma v}}, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

unde b_ι și c_ι sînt mărimi complexe constante fără dimensiuni, caracteristice pentru fiecare consumator. Este evident că ele trebuie să îndeplinească condițiile:

$$\left.\begin{aligned} \sum_\iota b_\iota &= 1, \\ \sum_\iota c_\iota &= 1. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Ținînd seama de (7), (8) și (10), fiecare curent I_ι poate fi exprimat în funcție de curentul I_Σ și de componentele acestuia $I_{\Sigma 0}$ și $I_{\Sigma v}$:

$$I_\iota = c_\iota I_\Sigma + (b_\iota - c_\iota) I_{\Sigma 0}. \tag{12}$$

$$(\iota = \alpha, \beta, \ldots, \tau)$$

Eliminînd pe I_ι dintre (12) și (4) rezultă un sistem de ecuații de forma (4) din care însă dispar curenții $I_\alpha, I_\beta, \ldots, I_\tau$ ai consumatorilor și care se poate scrie condensat în modul următor:

$$U_{in} = \sum_{j=1}^{n-1} Z_{ij} I_j + \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} c_\iota I_\Sigma + \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} d_\iota I_{\Sigma_0} \qquad (13)$$

$$(i=1, 2, \ldots, n-1, \alpha, \beta, \ldots, \tau)$$

unde

$$d_\iota = b_\iota - c_\iota .$$

Sistemul de ecuații (13) este încă un pas făcut către rețeaua din figura 1. Se observă însă că acestui sistem de ecuații, ca și rețelei din figura 3, îi lipsește curentul I_n al centralei de referință. Pentru a pune în evidență acest curent se face apel la condiția (6). Într-adevăr, eliminînd pe I_Σ dintre (6) și (13) rezultă

$$U_{in} = \sum_{j=1}^{n-1} Z_{ij} I_j - \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} \sum_{j=1}^{n} Z_{i\iota} c_\iota I_j + \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} d_\iota I_{\Sigma_0} . \qquad (14)$$

$$(i=1, 2, \ldots, n-1 \alpha, \beta, \ldots, \tau)$$

Efectuînd o transformare simplă, (14) se mai poate scrie și sub forma (15)

$$U_{in} = \sum_{j=1}^{n-1} \left(Z_{ij} - \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} c_\iota \right) I_j - \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} c_\iota I_n + \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} d_\iota I_{\Sigma_0} . \qquad (15)$$

Dacă se introduc notațiile

$$- \sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} c_\iota = Z_{in} , \qquad (16)$$

și

$$\sum_{\iota=\alpha}^{\tau} Z_{i\iota} d_\iota = Z_{i,\Sigma_0} , \qquad (16')$$

atunci (15) se poate scrie sub următoarea formă dezvoltată:

$$\begin{aligned}
U_{1n} &= (Z_{11} + Z_{1n}) I_1 + \ldots + (Z_{1,n-1} + Z_{1n}) I_{n-1} + Z_{1n} I_n + Z_{1\Sigma 0} I_{\Sigma 0} , \\
&\vdots \\
U_{n-1,n} &= (Z_{n-1,1} + Z_{n-1,n}) I_1 + \ldots + (Z_{n-1,n-1} + Z_{n-1,n}) I_{n-1} + \\
&\qquad Z_{n-1,n} I_n + Z_{n-1,\Sigma 0} I_{\Sigma 0} , \qquad (17) \\
U_{\alpha n} &= (Z_{\alpha 1} + Z_{\alpha n}) I_1 + \ldots + (Z_{\alpha,n-1} + Z_{\alpha n}) I_{n-1} + Z_{\alpha n} I_n + Z_{\alpha \Sigma 0} I_{\Sigma 0} , \\
&\vdots \\
U_{\tau n} &= (Z_{\tau 1} + Z_{\tau n}) I_1 + \ldots + (Z_{\tau,n-1} + Z_{\tau n}) I_{n-1} + Z_{\tau n} I_n + Z_{\tau \Sigma 0} I_{\Sigma 0} .
\end{aligned}$$

În sistemul (17), căderile de tensiune sînt raportate la barele centralei de referință. Pentru a le raporta la barele consumatorului echivalent se recurge la un artificiu, în care elementul esențial îl constituie două ecuații. Prima dintre ele se obține făcînd suma termenilor de forma $c_\iota U_{\iota n}$,

iar a doua — suma termenilor de forma $d_\iota^* U_{\iota n} = (b_\iota^* - c_\iota^*) U_{\iota n}$. Cele două ecuații care rezultă sînt

$$\sum_\iota c_\iota^* U_{\iota n} = \sum_\iota c_\iota^* (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n}) I_1 + \ldots + \sum_\iota c_\iota^* (Z_{\iota, n-1} + Z_{\iota n}) I_{n-1} + \\ + \sum_\iota c_\iota^* Z_{\iota n} I_n + \sum_\iota c_\iota^* Z_{\iota \Sigma 0} I_{\Sigma 0}, \tag{18}$$

și

$$\sum_\iota (b_\iota^* - c_\iota^*) U_{\iota n} = \sum_\iota d_\iota^* (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n}) I_1 + \ldots + \sum_\iota d_\iota^* (Z_{\iota, n-1} + \\ + Z_{\iota n}) I_{n-1} + \sum_\iota d_\iota^* Z_{\iota n} I_n + \sum_\iota d_\iota^* Z_{\iota \Sigma 0} I_{\Sigma 0}. \tag{18'}$$

Părțile din stînga ale ecuațiilor (18) și (18') se mai pot pune și sub forma

$$\sum_\iota c_\iota^* U_{\iota n} = \sum_\iota c_\iota^* U_\iota - U_n \sum c_\iota^*, \tag{19}$$

respectiv

$$\sum_\iota (b_\iota^* - c_\iota^*) U_{\iota n} = \sum_\iota b_\iota^* U_\iota - U_n \sum b_\iota^* - \sum_\iota c_\iota^* U_\iota + U_n \sum_\iota c_\iota^*. \tag{19'}$$

Semnificația părților din dreapta ale relațiilor (19) și (19') se clarifică dacă se ține seama de faptul că suma

$$U_\alpha I_{\alpha v}^* + U_\beta I_{\beta v}^* + \ldots + U_\tau I_{\tau v}^* = U_{\Sigma v} I_{\Sigma v}^*, \tag{20}$$

în care

$$U_{\Sigma v} = \sum_\iota U_\iota c_\iota^*,$$

poate fi interpretată drept puterea aparentă a consumatorului echivalent al sarcinilor variabile, caracterizat prin curentul $I_{\Sigma v}$ și prin tensiunea $U_{\Sigma v}$.

În mod analog, suma

$$U_\alpha I_{\alpha 0}^* + U_\beta I_{\beta 0}^* + \ldots + U_\tau I_{\tau 0}^* = U_{\Sigma 0} I_{\Sigma 0}^*$$

în care

$$U_{\Sigma 0} = \sum_\iota U_\iota b_\iota^*, \tag{20'}$$

poate fi interpretată drept puterea aparentă a consumatorului echivalent al sarcinilor constante, caracterizat prin curentul $I_{\Sigma 0}$ și tensiunea $U_{\Sigma 0}$.

Dacă se mai ține seama de faptul că din condițiile (11) rezultă

$$\sum_\iota b_\iota^* = \sum_\iota c_\iota^* = 1, \tag{21}$$

atunci relațiile (19) și (19') devin respectiv

$$\sum_\iota c_\iota^* U_{\iota n} = U_{\Sigma v} - U_n, \tag{22}$$

$$\sum_\iota (b_\iota^* - c_\iota^*) U_{\iota n} = U_{\Sigma_0} - U_{\Sigma v}. \tag{22'}$$

Dacă se renunță la ultimele τ ecuații din (17) și se adaugă cele două ecuații (18) și (18′), în care părțile din stînga se pun sub forma (22), respectiv (22′) atunci se ajunge la următorul sistem de ecuații nou, echivalent cu (17):

$$\begin{cases} U_1 - U_n = (Z_{11} + Z_{1n})\, I_1 + \ldots + (Z_{1,\,n-1} + Z_{1n})\, I_{n-1} + Z_{1n} I_n + Z_{1\Sigma 0}\, I_{\Sigma 0} \\ \vdots \\ U_{n-1} - U_n = (Z_{n-1,1} + Z_{n-1,\,n})\, I_1 + \ldots + (Z_{n-1,\,n-1} + Z_{n-1,\,n})\, I_{n-1} + \\ \qquad + Z_{n-1,\,n} I_n + Z_{n-1,\,\Sigma 0}\, I_{\Sigma 0}, \\ U_{\Sigma v} - U_n = \sum_\iota c_\iota^{\cdot} (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n})\, I_1 + \ldots + \sum_\iota c_\iota^{\cdot} (Z_{\iota,\,n-1} + Z_{\iota n})\, I_{n-1} + \\ \qquad + \sum_\iota c_\iota^{\cdot} Z_{\iota n}\, I_{n-1} + \sum_\iota c_\iota^{\cdot} Z_{\iota\ \Sigma 0}\, I_{\Sigma 0} \\ U_{\Sigma 0} - U_{\Sigma v} = \sum_\iota d_\iota^{\cdot} (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n})\, I_1 + \ldots + \sum_\iota d_\iota^{\cdot} (Z_{\iota,\,n-1} + Z_{\iota n})\, I_{n-1} + \\ \qquad + \sum_\iota d_\iota^{\cdot} Z_{\iota n}\, I_n + \sum_\iota d_\iota^{\cdot} Z_{\iota\Sigma 0}\, I_{\Sigma 0}. \end{cases} \tag{23}$$

Din (23) se obține imediat

$$\begin{cases} U_1 - U_{\Sigma v} = [Z_{11} + Z_{1n} - \sum_\iota c_\iota^{\cdot} (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n})]\, I_1 + \ldots + [Z_{1,\,n-1} + Z_{1,\,n} - \\ \qquad - \sum_\iota c_\iota^{\cdot} (Z_{\iota,\,n-1} + Z_{\iota n})]\, I_{n-1} + (Z_{1n} - \sum_\iota c_\iota^{\cdot}\, Z_{\iota n})\, I_n + (Z_{1,\,\Sigma 0} - \sum_\iota c_\iota^{\cdot}\, Z_{\iota\Sigma 0}) I_{\Sigma 0}, \\ U_{n-1} - U_{\Sigma v} = [Z_{n-1,\,1} + Z_{n-1,\,n} - \sum_\iota c_\iota^{\cdot} (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n})]\, I_1 + \ldots + [Z_{n-1,\,n-1} + \\ + Z_{n-1,\,n} - \sum_\iota c_\iota^{\cdot} (Z_{\iota,\,n-1} + Z_{\iota n})]\, I_{n-1} + (Z_{n-1,\,n} - \sum_\iota c_\iota^{\cdot} Z_{\iota n})\, I_n + (Z_{n-1,\,\Sigma 0} - \\ \qquad - \sum_\iota c_\iota^{\cdot} Z_{\iota\Sigma 0})\, I_{\Sigma 0}, \\ U_{\Sigma 0} - U_{\Sigma v} = \sum_\iota d_\iota^{\cdot} (Z_{\iota 1} + Z_{\iota n})\, I_1 + \ldots + \sum_\iota d_\iota^{\cdot} (Z_{\iota,\,n-1} + Z_{\iota n}) I_{n-1} + \\ \qquad + \sum_\iota d_\iota^{\cdot} Z_{\iota n}\, I_n + \sum_\iota d_\iota^{\cdot} Z_{\iota,\,\Sigma 0}\, I_{\Sigma 0}. \end{cases} \tag{24}$$

Sistemul de ecuații (24) este de fapt sistemul inițial (4) în care s-au introdus servituțiile (10). El descrie funcționarea rețelei reale din figura 2, ținînd seama de ipotezele simplificatoare admise.

Totodată, sistemul de ecuații obținut descrie funcționarea unei rețele fictive (fig. 4) de configurație stelată, avînd $(n + 1)$ raze. Razele $1, 2, \ldots, n$ sînt străbătute de curenții corespunzători $I_1, I_2, \ldots, I_n$ debitați de centralele ale căror tensiuni corespunzătoare sînt $U_1, U_2, \ldots U_n$. Raza $(n + 1)$ este alimentată de către o sursă fictivă care produce curen-

tul $I_{\Sigma 0}$ sub tensiunea $U_{\Sigma 0}$. Consumatorii sînt racordați în centrul stelei și absorb curentul $I_{\Sigma v} = I_{\Sigma} - I_{\Sigma 0}$ sub tensiunea $U_{\Sigma v}$.

Impedanțele mutuale ale rețelei fictive, care apar în relațiile (24) nu satisfac egalitatea $Z_{ij} = Z_{ji}$. Dacă s-ar scrie matricea de impedanță a acestui sistem ea n-ar fi simetrică.

Notînd cu $\mathfrak{Z}$ (Z rond) impedanțele asociate curenților din sistemul de ecuații (34), putem transcrie acest sistem sub forma mai simplă :

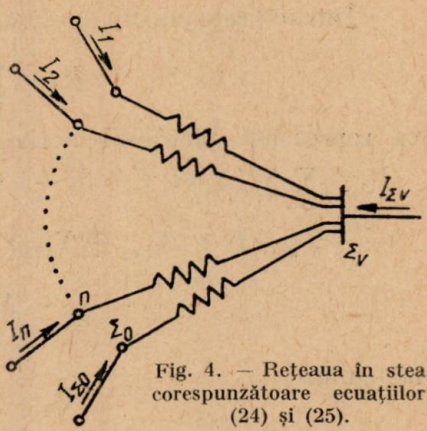


Fig. 4. — Rețeaua în stea corespunzătoare ecuațiilor (24) și (25).

$$\left.\begin{aligned} U_{1,\Sigma v} &= \mathfrak{Z}_{11}\, I_1 + \ldots + \mathfrak{Z}_{1n} I_n + \mathfrak{Z}_{1\Sigma 0}\, I_{\Sigma 0}, \\ &\vdots \\ U_{n,\Sigma v} &= \mathfrak{Z}_{n1}\, I_1 + \ldots + \mathfrak{Z}_{nn}\, I_n + \mathfrak{Z}_{n\Sigma 0} + I_{\Sigma 0}, \\ U_{\Sigma 0,\Sigma v} &= \mathfrak{Z}_{\Sigma 0,1}\, I_1 + \ldots + \mathfrak{Z}_{\Sigma 0 n}\, I_n + \mathfrak{Z}_{\Sigma 0 \Sigma 0}\, I_{\Sigma 0}. \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

Expresiile pierderilor se obțin din (25) multiplicînd căderile de tensiune prin valoarea complexă conjugată a curentului care străbate raza respectivă și separînd apoi partea reală de partea imaginară. Introducînd notațiile obișnuite $I = I' - jI''$, $I^* = I' + jI''$, $\mathfrak{Z} = R + jX$ și punînd în evidență curenții $I'_{\Sigma 0}$ și $I''_{\Sigma 0}$ se obține

$$\begin{aligned} \Delta P_i = \sum_{j=1}^{n} [R_{ij}(I'_i I'_j + I''_i I''_j) + X_{ij}(I'_i I''_j - I''_i I'_j)] + I'_{\Sigma 0}(R_{i\Sigma 0} I'_i - \\ - X_{i\Sigma 0} I''_i) + I''_{\Sigma 0}(R_{i\Sigma 0} I''_i + X_{i\Sigma 0} I'_i), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{\Sigma 0} = I'_{\Sigma 0}\Big(\sum_{j=1}^{n} R_{\Sigma 0 j} I'_j + \sum_{j=1}^{n} X_{\Sigma 0 j} I''_j\Big) + I''_{\Sigma 0}\Big(\sum_{j=1}^{n} R_{\Sigma 0 j} I''_j - \sum_{j=1}^{n} X_{\Sigma 0 j} I'_j\Big) + \\ + R_{\Sigma 0\,\Sigma 0}(I'^2_{\Sigma 0} + I''^2_{\Sigma 0}) \end{aligned}$$

$$(i = 1,2, \ldots, n)$$

și respectiv

$$\begin{aligned} \Delta Q_i = \sum_{j=1}^{n} [X_{ij}(I'_i I'_j + I''_i I''_j) + R_{ij}(I''_i I'_j - I'_i I''_j)] + I'_{\Sigma 0}(X_{i\Sigma 0} I'_i + \\ + R_{i\Sigma 0} I''_i) + I''_{\Sigma 0}(X_{i\Sigma 0} I''_i - R_{i\Sigma 0} I'_i), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_{\Sigma 0} = I'_{\Sigma 0}\Big(\sum_{j=1}^{n} X_{\Sigma 0 j} I'_j - \sum_{j=1}^{n} R_{\Sigma 0 j} I''_j\Big) + I''_{\Sigma 0}\Big(\sum_{j=1}^{n} X_{\Sigma 0 j} I''_j + \\ + \sum_{j=1}^{n} R_{\Sigma 0 j} I'_j\Big) + X_{\Sigma 0\,\Sigma 0}(I'^2_{\Sigma 0} + I''^2_{\Sigma 0}), \end{aligned} \quad (27)$$

$$(i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Întrucît rețeaua din figura 4 este echivalentă cu rețeaua originală, suma

$$P_\Delta = \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i + \Delta P_{\Sigma 0}$$

va reprezenta pierderile active ale rețelei originale:

$$P_\Delta = \sum_i \sum_j (R_{ij}(I'_i I'_j + I''_i I''_j) + X_{ij}(I'_i I''_j - I''_i I'_j)] + I'_{\Sigma 0} \sum_j [(R_{j\Sigma 0} + R_{\Sigma 0 j}) I'_j + (X_{\Sigma 0 j} - X_{j\Sigma 0}) I''_j] + I''_{\Sigma 0} \sum_j [(R_{j\Sigma 0} + R_{\Sigma 0 j}) I''_j + (X_{j\Sigma 0} - X_{\Sigma 0 j}) I'_j] + R_{\Sigma 0 \Sigma 0} |I_{\Sigma 0}|^2, \quad (i, j = 1,2, \ldots, n) \tag{28}$$

iar suma

$$Q_\Delta = \sum_{i=1}^{n} \Delta Q_i + \Delta Q_{\Sigma 0}$$

va reprezenta pierderile reactive ale rețelei originale

$$Q_\Delta = \sum_i \sum_j [X_{ij}(I'_i I'_j + I''_i I''_j) + R_{ij}(I''_i I'_j - I'_i I''_j)] + I'_{\Sigma 0} \sum_j [(X_{j\Sigma 0} + X_{\Sigma 0 j}) I'_j + (R_{j\Sigma 0} - R_{\Sigma 0 j}) I''_j] + I''_{\Sigma 0} \sum_j [(X_{j\Sigma 0} + X_{\Sigma 0 j}) I''_j + (R_{\Sigma 0 j} - R_{j\Sigma 0}) I''_j] + X_{\Sigma 0 \Sigma 0} |I_{\Sigma 0}|^2, \quad (i, j = 1, 2, \ldots, n). \tag{28'}$$

În expresiile obținute, ultima operație care mai trebuie efectuată este înlocuirea curenților prin puterile active furnizate de către sursele de curent. Pentru a întreprinde această operație este necesar să se observe că trecerea de la expresia pierderilor în funcție de curenți la expresia pierderilor în funcție de puteri atrage și o schimbare a sistemului de referință a fazelor curenților.

Într-adevăr, la început s-a admis ca origine de fază pentru toți curenții vectorul U_n al tensiunii barelor centralei n. Deci în expresiile (28) și (28') toți curenții sînt raportați la această origine arbitrată. Însă puterea activă pe fază se calculează ca produsul dintre tensiune și componenta curentului în direcția tensiunii în punctul considerat.

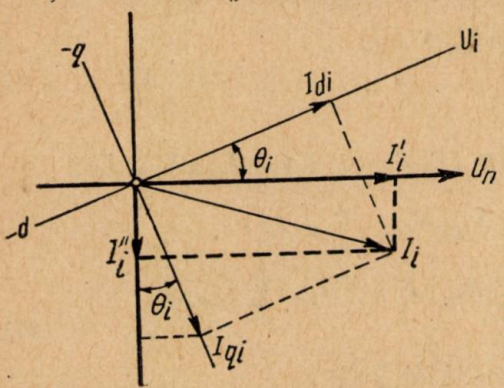


Fig. 5. — Reprezentarea vectorială a curenților pentru schimbarea sistemului de referință.

Se impune deci ca la fiecare centrală i ($i = 1, 2, \ldots, n, \Sigma_0$) să se treacă de la sistemul de referință în care axa reală se confundă cu axa vectorului U_n la un sistem de referință nou în care axa reală să se confunde cu axa vectorului U_i. Relațiile de trecere se deduc ușor din figura 5,

în care prin indicii prim și secund s-au notat componentele active și reactive în vechiul sistem de referință, iar prin d și q — componentele active și reactive în noul sistem de referință.

Din figura 5, rezultă

$$\begin{aligned} I_i &= I_{di} \cos \theta_i + I_{qi} \sin \theta_i, \\ I_i'' &= - I_{di} \sin \theta_i + I_{qi} \cos \theta_i, \end{aligned} \tag{29}$$

sau, uzînd de relațiile cunoscute

$$P_i = U_i \; I_{di} \quad \text{și} \quad Q_i = U_i \; I_{qi},$$

se ajunge de la (29) la (29′):

$$I_i' = \frac{1}{U_i}(P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i),$$

$$I_i'' = \frac{1}{U_i}(- P_i \sin \theta_i + Q_i \cos \theta_i). \tag{29'}$$

Cu ajutorul lui (29′) se poate trece de la (28) și (28′) la expresia pierderilor în funcție de puteri

$$P_\Delta = \sum_i \sum_j [(P_i P_j + Q_i \; Q_j) C_{ij} + (P_i \; Q_j - Q_i P_j) \; D_{ij}] +$$

$$+ I_{\Sigma 0}' \sum_i \frac{R_{i\Sigma 0} + R_{\Sigma 0 i}}{U_i} (P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i) + \tag{30}$$

$$+ I_{\Sigma 0}'' \sum_i \frac{R_{i\Sigma 0} + R_{\Sigma 0 i}}{U_i} (Q_i \cos \theta_i - P_i \sin \theta_i) + R_{\Sigma 0 \Sigma 0} \; /I_{\Sigma 0}/^2$$

$$(i, \; j = 1, \; 2, \ldots, \; n),$$

și o expresie analogă pentru pierderile reactive:

$$Q_\Delta = \sum_i \sum_j [(P_i \; P_j + Q_i \; Q_j) \; D_{ij} + (Q_i \; P_j - P_i \; Q_j) \; C_{ij}] +$$

$$+ I_{\Sigma 0}' \sum \frac{X_{i\Sigma 0} + X_{\Sigma 0 i}}{U_i} (P_i \cos \theta_i + Q_i \sin Q_i) + \tag{30'}$$

$$+ I_{\Sigma 0}'' \sum_i \frac{X_{i\Sigma 0} + X_{\Sigma 0 i}}{U_i} (Q_i \cos \theta_i - P_i \sin \theta_i) + X_{\Sigma 0 \Sigma 0} /I_{\Sigma 0}/^2,$$

$$(i, \; j = 1, \; 2, \ldots, \; n)$$

în care C_{ij} și D_{ij} reprezintă, sub rezerva ipotezelor simplificatoare admise, constante ale rețelei.

Trecerea de la relațiile (28) și (28′) la relațiile (30) și respectiv (30′) precum și expresiile constantelor C și D se arată în anexă. Din (30) și (30′) rezultă imediat expresiile căutate ale pierderilor diferențiale

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial P_\Delta}{\partial P_i} &= \sum_j P_j (C_{ij} + C_{ji}) + \sum_j Q_j (D_{ij} - D_{ji}) + C_{iP},\\ \frac{\partial P_\Delta}{\partial Q_i} &= \sum_j Q_j (C_{ij} + C_{ji}) + \sum_j P_j (D_{ji} - D_{ij}) + C_{iQ},\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial Q_\Delta}{\partial P_i} &= \sum_j P_j (D_{ij} + D_{ji}) + \sum_j Q_j (C_{ji} - C_{ij}) + D_{iP},\\ \frac{\partial Q_\Delta}{\partial Q_i} &= \sum_j Q_j (D_{ij} + D_{ji}) + \sum_j P_j (C_{ji} - C_{ij}) + D_{iQ},\end{aligned}\right\} \tag{31′}$$

în care constantele C_{iP}, C_{iQ}, D_{iP} și D_{iQ} se calculează cu formulele (A-8) din anexă.

3. Observații asupra formulelor deduse. Așa cum rezultă din (A-6) și (A-8) constantele C și D depind de modulul și argumentul tensiunilor la barele centralelor și de componentele impedanțelor din matricea de impedanță a sistemului de ecuații (25). Toate aceste elemente se determină pentru un anumit moment caracteristic al curbei de sarcină a sistemului, denumit regim de bază (de exemplu la o sarcină intermediară între vîrful și golul curbei de sarcină). Calculele sînt ușurate considerabil dacă se dispune de un model de rețea de curent alternativ sau de mașini electronice de tip numeric. În caz contrar, mai ales dacă rețeaua nu are noduri multe, se poate recurge la calcul analitic obișnuit.

Punctul de plecare îl constituie sistemul de ecuații (4). Impedanțele din acest sistem se pot determina anulînd pe rînd toți curenții afară de unul singur care capătă valoarea unitate. Se obține astfel matricea complexă $\|\mathbb{Z}_4\|$ a sistemului de ecuații (4), care este simetrică. Trecerea de la $\|\mathbb{Z}_4\|$ la $\|\mathbb{Z}_{25}\|$ necesită parcurgerea tuturor etapelor cuprinse în demonstrația de mai sus.

În tabela 1 se arată valorile constantelor C și D calculate pentru rețeaua din figura 6.

Din calculele efectuate se pot trage cîteva concluzii preliminare privind variația constantelor în funcție de mărimile de care depind și precizia formulelor de pierderi deduse. S-a constatat că valorile constantelor C_{ij} și D_{ij} sînt puțin sensibile la variația rapoartelor b și c. De aici decurg două concluzii. Pe de o parte, valorile calculate pentru un anumit regim de bază ales convenabil vor fi suficient de reprezentative pentru întregul domeniu de variație a curbei de sarcină; pe de altă parte, erorile provocate de sarcinile neconforme, care nu respectă modelul adoptat, vor fi de ordin secundar. Prima dintre aceste două concluzii a fost verificată indirect și prin pierderile calculate pentru diferite valori extreme ale sarcinii (fig. 7). Din figura 7, se observă că pierderile calculate prin metoda

Tabela 1

Grupul constantelor *C*

	1	2	3	*P*	*Q*
1	0,000457	−0,000041	0,000007	0,000264	0,000286
2	−0,000025	0,000087	−0,000028	−0,000742	−0,000690
3	0,000012	−0,000023	0,000164	0,001362	0,001260

Grupul constantelor *D*

	1	2	3	*P*	*Q*
1	0,000914	−0,000066	0,000021	0,000529	0,000574
2	−0,000070	0,000174	−0,000050	−0,001484	−0,001381
3	0,000017	−0,000161	0,000264	0,002724	0,002521

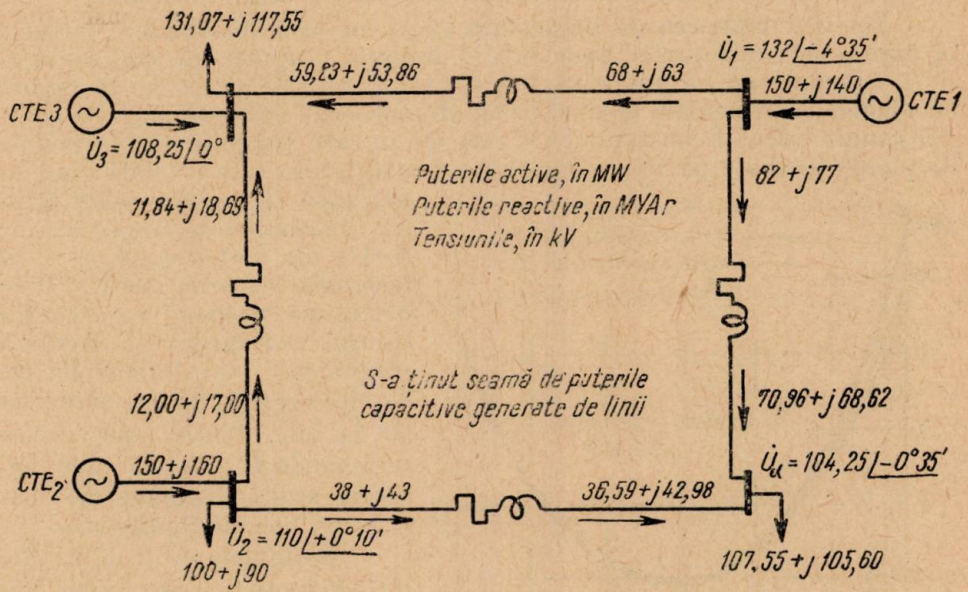


Fig. 6. — Schema electrică și circulația de puteri, în regimul de bază.

constantelor C, D coincid foarte bine cu valorile calculate cu formula ΣRI^2 și dau erori mai mici decît metoda constantelor B.

Deși rapoartele b și c nu influențează sensibil asupra constantelor C_{ij} și D_{ij}, totuși s-a constatat că ele au o influență considerabilă asupra constantelor C_{iP}, C_{iQ}, D_{iP} și D_{iQ}. Dar expresiile acestor constante și

valorile calculate permit să se presupună că în majoritatea cazurilor $C_{iP} \simeq C_{iQ}$ și $D_{iP} \simeq D_{iQ}$. În consecință, aceste patru constante se pot reduce la două:

$$C_{i0} = \frac{C_{iP} + C_{iQ}}{2},$$

$$D_{i0} = \frac{D_{iP} + D_{iQ}}{2}.$$

Aproximația este admisibilă mai ales dacă se ține seama de faptul că aceste constante au valori mult mai mici decît primii termeni din (31) și (31').

Nu s-au făcut calcule speciale pentru a verifica sensibilitatea constantelor la variația tensiunii (ca modul și argument). Nu există însă nici un motiv să se presupună că în acest caz nu sînt valabile constatările făcute de alți autori [6], [9] pentru constantele B. Conform acestor constatări influența variațiilor de tensiune este de ordin secundar.

Întrucît matricea de impedanță $\|\mathbb{Z}_{25}\|$ nu este simetrică și întrucît în expresiile constantelor apar funcții impare, grupurile de constante C și D, calculate cu formulele (A—6) și (A—8) nu sînt simetrice în raport cu diagonala principală (vezi tabelele de mai sus). Această situație complică mult calculul constantelor și relațiile în care vor interveni formulele de pierderi bazate pe aceste constante. Simetrizarea este posibilă dacă în calculele care se efectuează pentru determinarea impedanțelor fictive din matricea $\|\mathbb{Z}_{25}\|$ și în formulele constantelor C și D se neglijează termenii care conțin sinusul unghiurilor θ_{ij}. Această simplificare este admisibilă ori de cîte ori rețeaua este omogenă iar θ_{ij} mic. Pentru a putea face recomandări practice sînt necesare studii suplimentare bazate pe calcule numeroase.

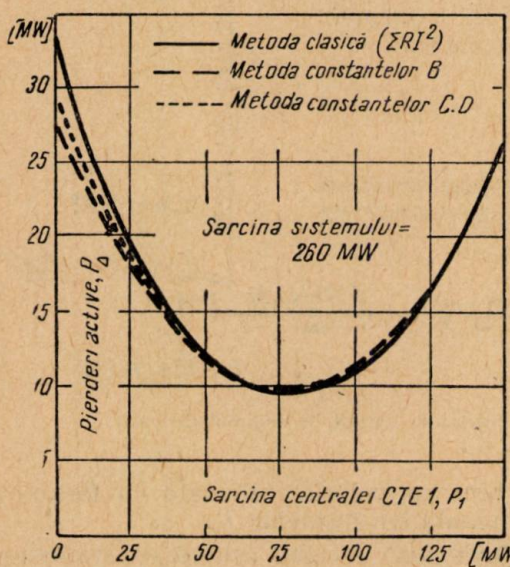


Fig. 7. — Variația pierderilor active în funcție de sarcina CTE_1.

Formulele de pierderi deduse în ipoteza $Q_i/P_i = \text{var}$, vor fi utile în special pentru sistemele în care există variații mari ale acestui raport și pentru sistemele cu mai multe nivele de tensiuni de transport, la care neomogenitatea rețelei nu mai poate fi considerată neglijabilă.

ANEXĂ

DEDUCEREA FORMULELOR (30) și (30′) ȘI A CONSTANTELOR C ȘI D

Relația (28) este o sumă de patru termeni. Dacă primul termen se notează cu P_{I}, al doilea plus al treilea — cu P_{II}, iar al patrulea cu P_{III} atunci (28) se poate scrie sub forma

$$P_{\Delta} = P_{\mathrm{I}} + P_{\mathrm{II}} + P_{\mathrm{III}}. \tag{A-1}$$

Procedînd în mod similar cu pierderile reactive, expresia acestora (28′) devine

$$Q_{\Delta} = Q_{\mathrm{I}} + Q_{\mathrm{II}} + Q_{\mathrm{III}}. \tag{A-1′}$$

Eliminînd curenții dintre (28) și (29′) și respectiv dintre (28′) și (29′) și restrîngînd funcțiile trigonometrice și sumele care rezultă se obține

$$\left\{\begin{aligned} P_{\mathrm{I}} &= \sum_i \sum_j \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) \frac{1}{U_i U_j} (R_{ij} \cos \theta_{ij} + X_{ij} \sin \theta_{ij}) + \right. \\ &\left. + (P_i Q_j - Q_i P_j) \frac{1}{U_i U_j} X_{ij} \cos \theta_{ij} - R_{ij} \sin \theta_{ij}) \right], \\ Q_{\mathrm{I}} &= \sum_i \sum_j \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) \frac{1}{U_i U_j} (X_{ij} \cos \theta_{ij} - R_{ij} \sin \theta_{ij}) + \right. \\ &\left. + (Q_i P_j - P_i Q_j) \frac{1}{U_i U_j} (R_{ij} \cos \theta_{ij} + X_{ij} \sin \theta_{ij}) \right], \end{aligned}\right. \tag{A-2}$$

$$\left\{\begin{aligned} P_{\mathrm{II}} &= I'_{\Sigma 0} \sum_i \left[(R_{i,\Sigma 0} + R_{\Sigma 0,i}) \frac{1}{U_i} (P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i) + X_{\Sigma 0,i} - \right. \\ &\left. - X_{i,\Sigma 0}) \frac{1}{U_i} (Q_i \cos \theta_i - P_i \sin \theta_i) \right] + \\ &+ I''_{\Sigma 0} \sum_i \left[(R_{i\Sigma 0} + R_{\Sigma 0 i}) \frac{1}{U_i} (Q_i \cos \theta_i - P_i \sin \theta_i) + \right. \\ &\left. + (X_{\Sigma 0,i} - X_{i,\Sigma 0}) \frac{1}{U_i} (P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i) \right]. \\ Q_{\mathrm{II}} &= I'_{\Sigma 0} \sum_i \left[(R_{i,\Sigma 0} + R_{\Sigma 0,i}) \frac{1}{U_i} (P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i) + (X_{\Sigma 0,i} - \right. \\ &\left. - X_{i,\Sigma 0}) \frac{1}{U_i} (Q_i \cos \theta_i - P_i \sin \theta_i) \right] + \\ &+ I''_{\Sigma 0} \left[(X_{i,\Sigma 0} + X_{\Sigma 0,i}) \frac{1}{U_i} (Q_i \cos \theta_i - P_i \sin \theta_i) + \right. \\ &\left. + (R_{\Sigma 0,i} - R_{i\Sigma 0}) \frac{1}{U_i} (P_i \cos \theta_i + Q_i \sin \theta_i) \right], \end{aligned}\right. \tag{A-3}$$

$$\left\{\begin{aligned} P_{\mathrm{III}} &= R_{\Sigma 0,\Sigma 0} \left| I_{\Sigma 0} \right|^2, \\ Q_{\mathrm{III}} &= X_{\Sigma 0,\Sigma 0} \left| I_{\Sigma 0} \right|^2. \end{aligned}\right. \tag{A-4}$$

Conform cu ipotezele admise, tensiunile U_i, U_j, și unghiurile θ_{ij} au variații neglijabile. Mărimile R_{ij}, X_{ij} au și ele variații neglijabile. În acest caz, expresiile (A-2) se pot restrînge sub forma

$$\left.\begin{aligned} P_{\mathrm{I}} &= \sum_i \sum_j \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) C_{ij} + (P_i Q_j - Q_i P_j) D_{ij} \right], \\ Q_{\mathrm{I}} &= \sum_i \sum_j \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) D_{ij} + (Q_i P_j - P_i Q_j) C_{ij} \right], \end{aligned}\right\} \tag{A-5}$$

în care

$$\left.\begin{aligned} C_{ij} &= \frac{1}{U_i U_j} (R_{ij} \cos \theta_{ij} + X_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ D_{ij} &= \frac{1}{U_i U_j} (X_{ij} \cos \theta_{ij} - R_{ij} \sin \theta_{ij}). \end{aligned}\right\} \tag{A-6}$$

Însumînd expresiile pierderilor active din (A-5), (A-3) și (A-4) se obține formula (30). Procedînd în mod similar cu pierderile reactive se obține formula (30′).

Derivînd expresiile pierderilor în raport cu puterile active și reactive și ținînd seama de faptul că în (A-3) diferențele $(X_{i,\Sigma 0} - X_{\Sigma 0,i})$ și $(R_{i,\Sigma 0} - R_{\Sigma 0,i})$ sînt aproximativ nule, se obține :

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P_{\mathrm{I}}}{\partial P_i} &= \sum_j | P_j (C_{ij} + C_{ji}) + Q_j (D_{ji} - D_{ij}) | , \\ \frac{\partial P_{\mathrm{I}}}{\partial Q_i} &= \sum_j | Q_j (C_{ij} + C_{ji}) + P_j (D_{ij} - D_{ji}) | \\ \frac{\partial Q_{\mathrm{I}}}{\partial P_i} &= \sum_j | P_j (D_{ij} + D_{ji}) + Q_j (C_{ij} - C_{ji}) | \\ \frac{\partial Q_{\mathrm{I}}}{\partial Q_i} &= \sum_j | Q_j (D_{ij} + D_{ji} + P_j (C_{ji} - C_{ij}) | \qquad i,j = 1, 2, \ldots, n \end{aligned}\right\} \tag{A-7}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P_{\mathrm{II}}}{\partial P_i} &= \frac{R_{i,\Sigma 0} + R_{\Sigma 0,i}}{U_i} (I'_{\Sigma 0} \cos \theta_i - I''_{\Sigma 0} \sin \theta_i = C_{iP}, \\ \frac{\partial P_{\mathrm{II}}}{\partial Q_i} &= \frac{R_{i\Sigma 0} + R_{\Sigma 0 i}}{U_i} (I'_{\Sigma 0} \sin \theta_i + I'_{\Sigma 0} \cos \theta^i) = C_{iQ}, \\ \frac{\partial Q_{\mathrm{II}}}{\partial P_i} &= \frac{X_{i\Sigma 0} + X_{\Sigma 0 i}}{U_i} (I'_{\Sigma 0} \cos \theta_i - I''_{\Sigma 0} \sin \theta_i) = D_{iP}, \\ \frac{\partial Q_{\mathrm{II}}}{\partial Q_i} &= \frac{X_{i\Sigma 0} + X_{\Sigma 0 i}}{U_i} (I'_{\Sigma 0} \sin Q_i + I''_{\Sigma 0} \cos \theta_i) = D_{iQ}, \end{aligned}\right\} \tag{A-8}$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{III}}}{\partial P_i} = \frac{\partial P_{\mathrm{III}}}{\partial Q_i} = \frac{\partial Q_{\mathrm{III}}}{\partial P_i} = \frac{\partial Q_{\mathrm{III}}}{\partial Q_i} = 0 . \tag{A-9}$$

Ținînd seama de (A-1) și (A-1′) se poate trece imediat de la (A-7), (A-8) și (A-9) la expresiile pierderilor diferențiale (31) și (31′).

ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ ПОТЕРЬ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ НАГРУЗОК ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

РЕЗЮМЕ

В многочисленные расчеты режима электрических сетей входят производные активных и реактивных потерь сети в зависимости от активных и реактивных нагрузок электростанций. Применяя рассуждения, на основании которых была выведена общеизвестная формула потерь $P_\Delta = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j$, и отказываясь от ограничения постоянства коэффициента мощности, автор выводит расчетные соотношения для членов $\frac{\partial P_\Delta}{\partial P_i}$, $\frac{\partial P_\Delta}{\partial Q_i}$, $\frac{\partial Q_\Delta}{\partial P_i}$, $\frac{\partial Q_\Delta}{\partial Q_i}$. В выведенные формулы входят новые постоянные, расчет которых производится легче, чем расчет постоянных B. Новые „постоянные" зависят от модуля и аргумента напряжений на сборных шинах электростанций и от фиктивного общего сопротивления (импеданса), появляющегося в системе уравнений (25). Они являются характерными для определенного режима (в достаточно широких пределах) и для определенной схемы электрической сети.

Выведенные формулы удовлетворительно учитывают существование несходных нагрузок. Даются указания, касающиеся способа и области практического применения.

BIBLIOGRAFIE

1. В. В. Болотов, *Теоретические основы выбора экономического режима сложной электроэнергетической системы.* Изд. АН СССР, Москва, 1947.
2. В. М. Горнштейн, *Наивыгоднейшее распределение нагрузок между параллельно работающими элекростанциями.* Госэнергоиздат, Москва, 1949.
3. C. R. Cahn, *Determination of Incremental and Total Loss Formules from Functions of Voltage Pgase Angles.* Transaction AIEE, part III, 161 (1955).
4. E. D. Early, R. E. Watson, G. L. Smith, *A General Transmission Loss Equation.* Transactions AIEE, part III, 510 (1955).
5. E. D. Early, R. E. Watson, *A New Method of Determining Constants for the General Transmission Loss Equation.* Transactions AIEE, part. III, 1417 (1955).
6. A. F. Glimm, R. Habermann, L. K. Kirchmayer, G. W. Stagg, *Loss Formulas Made Easy.* Transactions AIEE, part III, 730 (1953).
7. P. Henriet, *Détermination des partes dans un réseau de transport.* Bull. de la Soc. Fr. des El., *69* (Sept.), 617 (1956).
8. G. Kron, *Tensorial Analysis of Integrated Transmission Systems.* Part I. Transactions AIEE, part II, 1239 (1951).
9. L. K. Kirchmayer, G. W. Stagg, *Analysis of Total and Incremental Losses in Transmission Systems.* Transactions AIEE, part. II, 1197 (1951).
10. И. М. Маркович, *Режимы энергетических систем.* Госэнергоиздат, Москва, 1957.

CONTRIBUȚIE LA TEORIA CUPTOARELOR DE INDUCȚIE FĂRĂ FIER*)

DE

REMUS RĂDULEȚ și CONSTANTIN MOCANU

1. PROBLEME DE CERCETARE REFERITOARE LA CUPTOARELE DE INDUCȚIE FĂRĂ FIER

O problemă importantă a teoriei cuptoarelor de inducție fără fier consistă în calculul puterilor activă și reactivă pe care le absoarbe șarja din creuzetul lor corp de rotație, situat simetric în interiorul bobinei lor cilindrice primare, inductoare (fig. 1).

În primele lucrări din acest domeniu s-a considerat un cuptor infinit lung, format dintr-o bobină cilindrică de înălțime infinită, care a fost înlocuită în calcule printr-un cilindru conductor omogen și cav, avînd diametrele interior și exterior ale bobinei și densitatea ei liniară de curent, cum și dintr-o șarjă cilindrică, presupusă omogenă, de înălțime infinită și coaxială cu cilindrul cav echivalent cu bobina inductoare. H. Lamb [1] a rezolvat încă în secolul trecut ecuațiile lui Maxwell pentru intensitățile E și H ale cîmpurilor electric și magnetic, pentru cazul cilindrului omogen infinit lung, situat în cîmpul magnetic uniform și alternativ, de *excitație*, al unei bobine primare, determinînd densitatea corespunzătoare de curent în șarjă, iar J. J. Thomson [2] a rezolvat prin aceeași metodă problema determinării repartiției densității de curent în cazul cilindrului omogen infinit lung, parcurs *tangențial*, *transversal*, de o densitate liniară de curent uniformă. Problema influenței formei secțiunii firului bobinei inductoare, cum și a pasului ei asupra refulării curentului în firul bobinei a fost studiată de G. Picciati [3], de A. Sommerfeld [4], [5] și de Coffin [6], ale căror formule au fost corectate apoi de Esau [7]. Prin combinarea soluțiilor pentru cilindrele plin și cav, s-a obținut o primă aproximație a soluției problemei determinării intensității cîmpurilor magnetic și electric și den-

*) Lucrare prezentată în ședința Secției de electroenergetică a Institutului de energetică al Academiei R.P.R. din 18 mai 1962.

sității curentului de conducție, în cuptoarele de inducție fără fier. Aceasta a fost aproximația bazată pe teoria cuptorului infinit lung, cuptorul real, scurt, fiind identificat cu o porțiune de înălțimea sa, extrasă din cuptorul infinit lung. Cum în cazul cuptoarelor industriale raportul dintre înălțimile aproximativ egale ale șarjei și bobinei inductoare de o parte și diametrele lor de altă parte scade rar sub valoarea 1 și depășește rar valoarea 1,6, rezistențele și reactanțele echivalente ale bobinei și șarjei cuptorului, calculate de G. Ribaud [8], de Wever-Fischer [10] și de M.I.O. Strutt [11], [12] pe baza teoriei cuptorului infinit lung, prezintă abateri față de valorile aceloraşi mărimi determinate experimental. S-a pus astfel problema studiului influenței înălțimii finite a cuptoarelor asupra fenomenelor din ele — și în particular asupra rezistențelor și reactanțelor lor echivalente.

Expresia exactă a inductivității proprii a unei bobine cilindrice scurte și cu un singur strat de spire, cum sînt bobinele inductoare ale cuptoarelor pe care le considerăm, a fost dată de Nagaoka [13], la care sînt tabelate și rezultatele, iar fineți ale pierderilor prin efect electrocaloric în aceste bobine au fost puse în eivdență de S. Butterworth [14], [15]. Primele teorii ale cuptorului *scurt* au fost stabilite de către C. R. Burch-N. R. Davis [16], [17] și de către unul din autorii acestei lucrări [18]. În una din aproximațiile date de Burch și Davis, șarja este înlocuită cu un cilindru cav avînd înălțimea ei și o grosime egală cu adîncimea de pătrundere a cîmpurilor în cilindrul corespunzător din teoria cuptorului infinit lung care s-a presupus că prezintă o refulare netă a curentului, iar în a doua se face o analogie a șarjei cu o sferă care prezintă refulare netă a curentului; pentru bobina primară, acești autori folosesc rezultatele lui Nagaoka și cele obținute de J. J. Thomson. Rezultatele obținute de acești cercetători cu prima aproximație dau valori prea mici pentru rezistența echivalentă a șarjei, fiindcă în aproximație nu se ține seamă de refularea densității liniare a curentului șarjei spre extremitățile acesteia. În aproximația dată de unul dintre autorii acestei lucrări se ține seamă de acest efect, iarăși pentru cazul refulării nete a curentului, însă numai prin înlocuirea cuptorului — și în special a șarjei lui — printr-un model *plan*, spre a permite rezolvarea problemei determinării cîmpului magnetic din exteriorul șarjei prin metoda reprezentării conforme, introducînd astfel noi elemente de aproximație. Cum șarja are o formă cuprinsă între cele de cilindru și elipsoid de rotație, era de așteptat ca această aproximație să dea rezultate care depășeau valorile experimentale, ceea ce s-a și verificat prin experiențe de laborator. De aceea autorul a prezentat într-o altă lucrare [19] o nouă aproximație, tot pentru refulare netă a curentului, însă înlocuind șarja printr-un elipsoid de rotație, ceea ce era de așteptat să conducă la valori inferioare celor reale și a condus la valori mai apropiate de datele experimentale.

Aceste încercări de a ține seamă de raportul finit dintre înălțimea și diametrul cuptorului s-au limitat la cazul refulării nete a curentului nu numai în bobina inductoare, ci și în șarjă. Or, se știe că, spre a obține un randament mare al cuptoarelor de inducție fără fier, trebuie ca rezistivitatea și permeabilitatea echivalentă a șarjei să fie mari față de mărimile

corespunzătoare echivalente ale bobinei, adică trebuie ca refularea curentului să fie mai slabă în șarjă decît în bobină. De aceea, prezintă interes și cazul șarjei cu refulare oarecare a curentului, situată într-un cîmp magnetic de excitație alternativ și uniform, care aproximează cîmpul de excitație pe care l-ar stabili bobina inductoare în absența șarjei. Această problemă se rezolvă în lucrarea de față prin înlocuirea șarjei cu un elipsoid de rotație conductor, echivalent, după principiile din lucrarea [19]. Drept cazuri limită, elipsoidul degenerează într-o sferă cînd distanța dintre focarele lui tinde către zero — și în cilindrul teoriei cuptorului infinit lung cînd distanța dintre focare tinde către infinit. Considerăm că, în vederea proiectării cuptoarelor de inducție fără fier, soluția pentru șarjă poate fi conexată cu datele privitoare la bobina primară conținute în lucrarea [18].

2. ELIPSOIDUL CONDUCTOR ÎN CÎMPUL MAGNETIC DE EXCITARE OMOGEN ȘI ALTERNATIV

Aproximăm șarja printr-un conductor omogen și isotrop de forma unui elipsoid de rotație alungit, cu distanța $2f$ între focare și raza de rotație a în planul ecuatorial (fig. 2), avînd conductivitatea σ_i și permeabilitatea μ_i, presupusă situată într-un cîmp magnetic de excitație a cărui intensitate, în lipsa elipsoidului, este uniformă și este funcțiune sinusoidală de timp, adică se poate reprezenta în complex sub forma

$$\overline{H} = H_0 e^{j\omega t} \overline{u}_s, \tag{1}$$

și determinăm în aceste condiții intensitățile rezultante ale cîmpurilor electric și magnetic — și deci și densitatea curenților electrici turbionari induși în șarjă, pentru a calcula puterea aparentă absorbită de aceasta.

Folosim coordonatele elipsoidale care, în cazul elipsoidului de rotație și alungit, sînt (fig. 2) ξ, η, φ, unde ξ este coordonata *radială*, care, pentru $\xi = \text{const.}$, reprezintă fasciculul elipsoizilor omofocali cu focarele F_1 și F_2 (corespunzînd coordonatei r care, pentru $r = \text{const.}$, reprezintă sfere concentrice în coordonatele sferice); η este prima coordonată unghiulară, care, pentru $\eta = \text{const.}$, reprezintă fasciculul hiperboloizilor de revoluție cu două pînze și omofocali, cu focarele F_1 și F_2 (corespunzînd coordonatei unghiulare ϑ în coordonate sferice), iar φ este cea de-a doua coordonată unghiulară, care, pentru $\varphi = \text{const.}$, reprezintă unghiul dintre planul meridian prin punctul din cîmp, considerat,

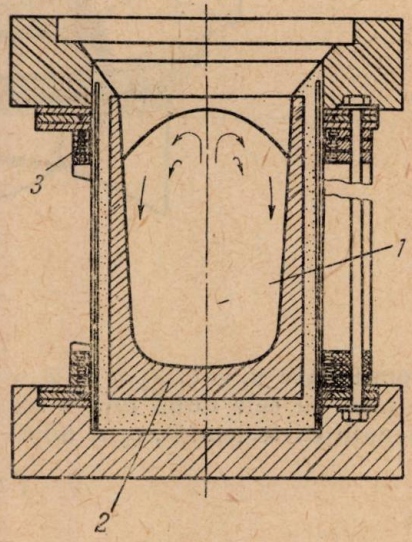


Fig. 1

și un plan meridian de origine. Figura 2 reprezintă sistemul de coordonate elipsoidale generale, hiperboloizii cu o pînză φ degenerînd pentru elipsoizii de rotație în planet (φ).

În coordonate triortogonale u_1, u_2, u_3 de versori $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$, cum sînt coordonatele elipsoidului alungit, rotorul unui vector cîmp $\bar{G} = \bar{e}_1 G_1 + \bar{e}_2 G_2 + \bar{e}_3 G_3$ are componente ca

$$\mathrm{rot}_1 \bar{G} = \left[\frac{1}{h_2 h_3} \frac{\partial}{\partial u_2} (h_3 G_3) - \frac{\partial}{\partial u_3} (h_2 G_2) \right], \tag{2}$$

etc., unde h_1, h_2, h_3 sînt coeficienții lui Lamé, care intervin în expresia pătratului elementului de arc ds în funcție de creșterile elementare ale coordonatelor triortogonale

$$ds^2 = h_1^2 du_1^2 + h_2^2 du_2^2 + h_3^2 du_3^2. \tag{3}$$

În sistemul de coordonate ale elipsoidului alungit (fig. 3), de

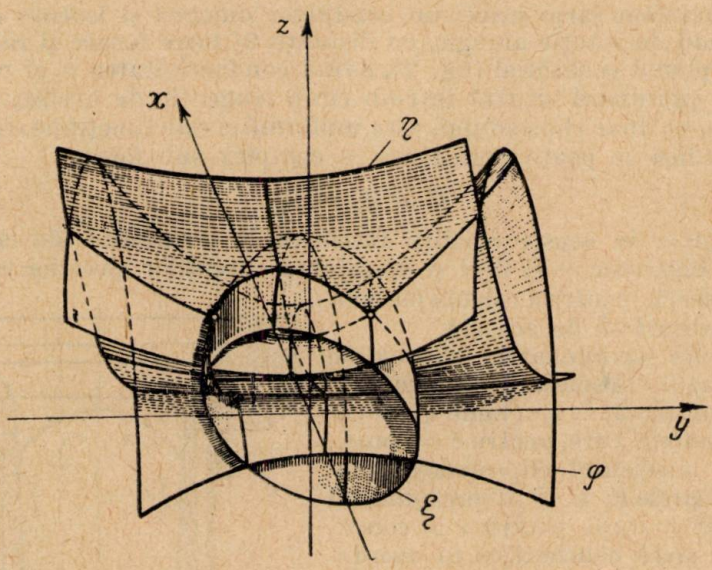


Fig. 2

coordonate $u_1 = \xi$, $u_2 = \eta$, $u_3 = \varphi$, dacă r_1 și r_2 sînt razele vectoare în raport cu cele două focare ale unui punct curent $M(x, y, z)$ de coordonate cartesiene x, y, z, adică dacă

$$r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + f)^2}$$

și

$$r_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - f)^2},$$

coordonatele elipsoidale au valorile

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{r_1 + r_2}{2f}\,;\quad \eta = \frac{r_1 - r_2}{2f}\,; \\ \varphi &= \operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x}\,, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

de unde rezultă următoarele expresii ale lor în funcție de x, y, z

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2f}\left[\sqrt{x^2 + y^2 + (z+f)^2} + \sqrt{x^2 + y^2 + (z-f)^2}\right]; \\ \eta &= \frac{1}{2f}\left[\sqrt{x^2 + y^2 + (z+f)^2} - \sqrt{x^2 + y^2 + (z-f)^2}\right]; \\ \varphi &= \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

iar coeficienții lui Lamé au expresiile

$$\left.\begin{aligned} h_1 = h_\xi &= f\sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 - 1}}\,;\quad h_2 = h_\eta = f\sqrt{\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}}\,; \\ h_3 = h_\varphi &= f\sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)}\,. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Se observă că suprafața $\xi = \xi_0$ este un elipsoid de rotație cu distanța între focare $2f$, cu axa mare $f\xi_0$ și axa mică $f\sqrt{\xi_0^2 - 1}$, că suprafața $\eta = \eta_0$ are două pînze de hiperboloid de rotație cu coordonatele z ale focarelor $z_1 = +f$, $z_2 = -f$, conurile asimptotice avînd generatoarele sub unghiul $\vartheta = \text{arc cos } \eta$ față de axa de simetrie Oz — și că suprafața $\varphi = \varphi_0$ este un plan care trece prin axa Oz și formează unghiul φ_0 cu planul xOz.

Se mai observă că, o dată cu creșterea distanței de la originea sistemului de coordonate, elipsoizii suprafețe de coordonate tind către sfere și deci în relațiile (7) $f \ll z$, așa încît $r_1 = r_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, iar coordonatele eliptice degenerează în coordonate sferice r, ϑ, φ:

$$\left.\begin{aligned} \xi = \frac{r_1 + r_2}{2f} &\sim \frac{2r}{2f} = \sim \frac{r}{f}\,; \\ r_1 &= r_2 = r\,; \\ \eta = \cos\vartheta\,; &\qquad \varphi = \varphi. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

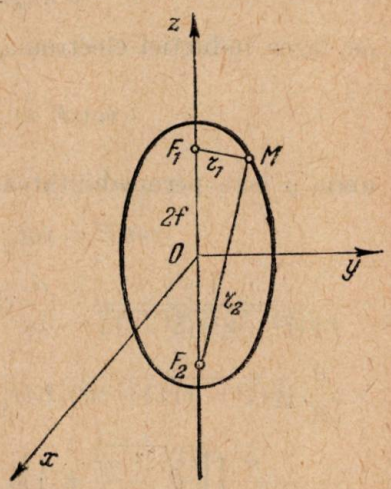


Fig. 3

Față de axa Oz, atît cîmpul magnetic de excitație $\overline{H}_0$, cît și conductorul,

prezintă simetrie. Deci și cîmpul rezultant $\overline{H}$ va fi simetric față de această axă:

$$\overline{H} = \overline{H}(\xi, \eta) = H_\xi \bar{e}_\xi + H_\eta \bar{e}_\eta. \tag{8}$$

Ținînd seamă de această formă a expresiei intensității cîmpului magnetic, legea circuitului magnetic în regim cvasistaționar este

$$\operatorname{rot} \overline{H} = \varkappa \gamma_0 \overline{J}, \tag{9}$$

unde $\varkappa$ este coeficientul de raționalizare ($\varkappa = 1$ în sistemele de unități de măsură raționalizate și $\varkappa = 4\pi$ în sistemele de unități de măsură neraționalizate) iar γ_0 este mărimea universală a lui Gauss ($\gamma_0 = 1$ în sistemul de unități MKSA și $\gamma_0 = \frac{1}{c}$ în sistemul de unități al lui Gauss, cu simbolul c pentru viteza luminii în vid), iar în coordonatele elipsoidului — are forma

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \overline{H} = \operatorname{rot}_\xi \overline{H} \bar{e}_\xi + \operatorname{rot}_\eta \overline{H} \bar{e}_\eta + \operatorname{rot}_\varphi \overline{H} \bar{e}_\varphi = \frac{1}{f\sqrt{(\xi^2-\eta^2)(\xi^2-1)}} \times \\
\times \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\, H_\varphi\right) \bar{e}_\xi - \frac{1}{f\sqrt{(\xi^2-\eta^2)(\xi^2-1)}} \times \\
\frac{1}{\partial \xi}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\, H_\varphi\right) \bar{e}_\eta + \frac{\sqrt{(\xi^2-1)(\xi^2-\eta^2)}}{f(\xi^2-\eta^2)} \times \\
\left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{1-\eta^2}}\, H_\eta\right) - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{\xi^2-1}}\, H_\xi\right)\right] \bar{e}_\varphi = \\
= \varkappa \gamma_0 \sigma (E_\xi \bar{e}_\xi + E_\eta \bar{e}_\eta + E_\varphi \bar{e}_\varphi).
\end{aligned} \tag{10}$$

iar legea inducției electromagnetice

$$\operatorname{rot} \overline{E} = -\gamma_0 \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = -j \gamma_0 \mu \omega \overline{H}, \tag{11}$$

unde μ este permeabilitatea, ia forma

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \overline{E} = \operatorname{rot}_\xi \overline{E} \bar{e}_\xi + \operatorname{rot}_\eta E \bar{e}_\eta + \operatorname{rot}_\varphi E \bar{e}_\varphi = \\
= \frac{1}{f\sqrt{(\xi^2-\eta^2)(\xi^2-1)}} \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\, E_\varphi\right) \bar{e}_\xi - \frac{1}{f\sqrt{(\xi^2-\eta^2)(1-\eta^2)}} \times \\
\times \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\, E\right) \bar{e}_\varphi + \frac{\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}}{f(\xi^2-\eta^2)} \left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{1-\eta^2}}\, E_\eta\right) - \right. \\
\left. - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{\xi^2-1}}\, E_\xi\right)\right] \bar{e}_\varphi = -j \gamma_0 \omega \mu [H_\xi \bar{e}_\xi + H_\eta \bar{e}_\eta + H_\varphi \bar{e}_\varphi].
\end{aligned} \tag{12}$$

Luînd rotorii celor doi membri din ecuația (11), ținînd cont de ecuația (9), de legea lui Ohm

$$\overline{J} = \sigma \overline{E}, \tag{13}$$

unde σ este conductivitatea, și de faptul că div $\overline{E} = 0$, se obține ecuația cu derivate parțiale pe care o satisface intensitatea cîmpului electric

$$\text{rot rot } \overline{E} = \text{grad div } \overline{E} - \Delta \overline{E} = -j\gamma_0 \mu \omega \text{ rot } \overline{H} = -j \varkappa \gamma_0^2 \omega \mu \sigma \overline{E},$$

adică

$$\text{rot rot } \overline{E} = -j \alpha \overline{E}; \quad \alpha = \varkappa \gamma_0^2 \omega \mu \sigma. \tag{14}$$

Integrarea ecuației (14), ținînd seamă de (10) și (12), unde $E_\xi = E_\eta = 0$ și $H_\varphi = 0$, dă soluția atît pentru problema cîmpurilor din exteriorul sarjei (problema exterioară), cît și pentru problema cîmpurilor din interiorul ei (problema interioară).

3. PROBLEMA EXTERIOARĂ

a. *Forma generală a cîmpurilor electric și magnetic în exteriorul sarjei.* În exteriorul elipsoidului : $\sigma_i = 0$ și $\mu = \mu_e$, adică ecuația (14) devine

$$\text{rot rot } \overline{E}_e = 0. \tag{15}$$

Deoarece $\overline{E}$ are numai componenta $\overline{E}_\varphi$, în (15) trebuie integrată numai ecuația

$$(\text{rot rot } \overline{E}_{e\varphi})_\varphi = 0, \tag{16}$$

adică ecuația

$$\frac{\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}}{f(\xi^2-\eta^2)}\left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{1-\eta^2}}\,\text{rot}_\eta\,\overline{E}_{e\varphi}\right) - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{\xi^2-1}}\,\text{rot}_\xi\,\overline{E}_{e\varphi}\right)\right] = 0, \tag{17}$$

respectiv,

$$-\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{1-\eta^2}}\,\frac{1}{f\sqrt{(\xi^2-\eta^2)(1-\eta^2)}}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\,E_{e\varphi}\right)\right] -$$

$$-\frac{\partial}{\partial \eta}\left[\sqrt{\frac{\xi^2-\eta^2}{\xi^2-1}}\,\frac{1}{f\sqrt{(\xi^2-\eta^2)(\xi^2-1)}}\,\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\,E_{e\varphi}\right)\right] = 0,$$

sau

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{1}{(1-\eta^2)}\,\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\,E_{e\varphi}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial \eta}\left[\frac{1}{(\xi^2-1)}\,\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\,E_{e\varphi}\right)\right] = 0. \tag{18}$$

Înmulțind în (18) cu $\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}$, se obține

$$\sqrt{\xi^2-1}\,\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}(\sqrt{\partial^2-1}\,E_{e\varphi})+\sqrt{1-\eta^2}\,\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}(\sqrt{1-\eta^2}\,E_{e\varphi})=0, \tag{19}$$

sau

$$\left.\begin{aligned}&(\xi^2-1)\frac{\partial^2 E_{e\varphi}}{\partial\xi^2}+2\xi\frac{\partial E_{e\varphi}}{\partial\xi}-\frac{1}{\xi^2-1}E_{e\varphi}+\\&(1-\eta^2)\frac{\partial^2 E_{e\varphi}}{\partial\eta^2}-2\eta\frac{\partial E_{e\varphi}}{\partial\eta}-\frac{1}{1^2-\eta^2}E_{e\varphi}=0.\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Încercînd separarea variabilelor

$$E_e = R_e(\xi)\;\; S(\eta), \tag{21}$$

unde funcția radială $R_e(\xi)$ depinde numai de ξ, iar funcția unghiulară $S_e(\eta)$ depinde numai de η, ecuația cu derivate parțiale (20) se descompune în următoarele două ecuații diferențiale ordinare

$$(\xi^2-1)\frac{d^2R_e}{d\xi^2}+2\xi\frac{dR_e}{d\xi}+\left[n(n+1)-\frac{1}{\xi^2-1}\right]R_e=0,\quad 1<\xi<\infty\;; \tag{22}$$

$$(1-\eta^2)\frac{d^2S_e}{d\eta^2}-2\eta\frac{dS_e}{d\eta}-\left[n(n+1)+\frac{1}{1-\eta^2}\right]S_e=0,\quad -1<\eta<1, \tag{23}$$

unde n este un număr real și pozitiv. În adevăr, din soluția cunoscută pentru sferă se știe că în (22) și (23) constanta de separare trebuie să aibă forma $n(n+1)$, cu n întreg (23) și nenegativ, de ceea ce se ține seamă scriind constanta de separare în aceeași formă și în (22) și (23). Or, ecuația (23) pentru elipsoid este identică cu ecuația corespunzătoare pentru sferă, iar la mare depărtare de elipsoid, unde $\xi \gg 1$ (sau și la $f=0$), și ecuația (22) degenerează în ecuația corespunzătoare pentru cazul conductorului sferic. În adevăr, neglijînd pe 1 față de ξ^2 și făcînd înlocuirea $\xi = r/f$ cu f constant, se obține din (22)

$$r^2\frac{d^2R_e}{dr^2}+2r\frac{dR_e}{dr}+n(n+1)R_e=0, \tag{22a}$$

ecuație diferențială cunoscută din problema sferei în cîmpul magnetic. Prin trecerea la coordonate cilindrice se poate obține și ecuația pentru cilindrul infinit lung în cîmpul magnetic.

Ecuațiile (22) și (23) sînt identice și de tipul ecuației diferențiale a funcțiunilor asociate ale lui Legendre:

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}-\left[n(n+1)+\frac{r^2}{1-x^2}\right]y=0. \tag{24}$$

Ele au deci integrale de forma

$$R_e = \sum_n [A'_{en} P_n^1(\xi) + B'_{en} Q_n^1(\xi)]; \tag{25}$$

$$S_e = \sum_n [A''_{en} P_n^1(\eta) + B''_{en} Q_n^1(\eta)], \tag{26}$$

adică soluția problemei exterioare pentru intensitatea $E_{e\varphi}$ a cîmpului electric este

$$\bar{E}_{e\varphi} = \sum_n [A'_{en} P_n^1(\xi) + B'_{en} Q_n^1(\xi)]\,[A''_{en} P_n^1(\eta) + B''_{en} Q_n^1(\eta)]\,\bar{e}_\varphi, \tag{27}$$

în care A'_{en}, A''_{en}, B'_{en}, B''_{en} sînt constante de integrare, iar P_n^1 și Q_n^1 sînt funcțiile asociate ale lui Legendre, definite cu formulele

$$P_n^r(u) = (1-u^2)^{\frac{r}{2}} \frac{d^r P_n^0(u)}{du^r} \tag{28}$$

și

$$Q_n^r(u) = (1-u^2)^{\frac{r}{2}} \frac{d^r Q_n^0(u)}{du^r}, \tag{29}$$

unde $P_n^0(u) = P_1(u)$ și $Q_n^0(u) = Q_n(u)$ sînt polinoamele lui Legendre de prima și a doua speță, definite prin

$$P_n(u) = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{d}{du}\right)^n (u^2-1)^n \tag{30}$$

și

$$Q_n(u) = \frac{1}{2} P_n(u) \cdot \log \frac{1+u}{1-u} - \left[\frac{2n-1}{1 \cdot n} P_{n-1}(u) + \frac{2n-3}{3(n-1)} P_{n-3}(u) + \cdots\right]. \tag{31}$$

În ecuația (23), respectiv în integrala (26), variabila are domeniul de variație $[-1, +1]$, iar pe axa polară ($\eta = 1$), $Q_n^r(1) = \infty$ și deci coeficienții B''_{en} trebuie să fie nuli. Astfel, expresia (27) devine

$$\bar{E}_e = \sum_n [A_{en} P_n^1(\xi) + B_{en} Q_n^1(\xi)]\; P_n^1(\eta)\,\bar{e}_\varphi, \tag{32}$$

în care s-au folosit notațiile $A_{en} = A'_{en} A''_{en}$ și $B_{en} = B'_{en} A''_{en}$.

Intensitatea $\bar{H}_e$ a cîmpului magnetic în exteriorul elipsoidului se obține din (11), respectiv din (12)

$$\bar{H}_e = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega} \operatorname{rot} \bar{E}_{e\varphi} = H_{e\xi}\,\bar{e}_\xi + H_{e\eta}\,e_\eta \tag{33}$$

și componentele ei $H_{e\xi}$ și $H_{e\eta}$ devin

$$\overline{H}_{e\xi} = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega} \operatorname{rot}_\xi \overline{E}_{e\varphi} = \frac{j}{\gamma_0 \omega \mu_{ef}} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \frac{\partial}{\partial \eta} (\sqrt{1 - \eta^2}\, E_{e\varphi}) \right] =$$

$$= \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{\partial E_{e\varphi}}{\partial \eta} - \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} E_{e\varphi} \right) \right] = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \times \quad (34)$$

$$\times \sum_n [A_{en} P_n^1(\xi) + B_{en} Q_n^1(\xi)] \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{\partial P_n^1(\eta)}{\partial \eta} - \right.$$

$$\left. - \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} P_n^1(\eta) \right);$$

$$\overline{H}_{e\eta} = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega} \operatorname{rot}_\eta \overline{E}_{e\varphi} = - \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \frac{\partial}{\partial \xi} (\sqrt{\xi^2 - 1}\, \overline{E}_{e\varphi}) \right] =$$

$$= - \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\sqrt{\xi^2 - 1} \frac{\partial}{\partial \xi} E_{e\varphi} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} E_{e\varphi} \right) \right] =$$

$$= - \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \sum_n \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left[A_{en} \left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} P_n^1(\xi) + \sqrt{\xi^2 - 1} \times \right. \right. \quad (35)$$

$$\left. \left. \times \frac{\partial P_n^1(\xi)}{\partial \xi} \right) + B_{en} \left(\frac{\xi}{\xi^2 - 1} Q_n^1(\xi) + \sqrt{\xi^2 - 1} \frac{\partial Q_n^1(\xi)}{\partial \xi} \right) \right] P_n^1(\eta),$$

b. *Determinarea constantelor A_{en} din condițiile la infinit.* La mare depărtare de elipsoid, cîmpul $\overline{H}$ este uniform și orientat de-a lungul axei polare Oz, adică are forma $H_0 \bar{e}_z$. Cîmpul uniform $\overline{H}_0 = H_0 \bar{u}_z$ (fig. 4) are o componentă radială

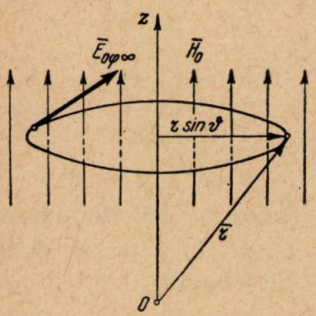


Fig. 4

$$\overline{H}_{0r} = H_{0r} \bar{e}_r$$

și una tangențială

$$\overline{H}_{0\vartheta} = H_{0\vartheta} \bar{e}_\vartheta,$$

unde

$$H_{0r} = H_0 \cos \vartheta, \quad (36)$$

și

$$H_{0\vartheta} = H_0 \sin \vartheta. \quad (37)$$

Trebuie ca, la mare depărtare de elipsoid, expresiile $\overline{H}_{e\xi}$ și $\overline{H}_{e\eta}$ ale componentelor cîmpului magnetic rezultant (34) și (35) să tindă către expresiile (36) și (37). De altă parte, pentru depărtări mari de elipsoid, suprafețele elipsoidale $\xi = \text{const.}$ devin suprafețele sferice $r = \text{const.}$ și,

conform relațiilor (7), coordonatele eliptice ξ, η se leagă de coordonatele sferice r, f și ϑ prin relațiile

$$\xi = \frac{r}{f}; \qquad \eta = \cos \vartheta, \tag{38}$$

așa încît, la infinit

$$\lim_{\xi \to \infty} H_{e\xi} = H_0 \cos \vartheta \tag{39}$$

și

$$\lim_{\xi \to \infty} H_{e\eta} = H_0 \sin \vartheta. \tag{40}$$

În (34) avem însă

$$\lim_{\xi \to \infty} \frac{Q_n^1(\xi)}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} = 0 \tag{41}$$

și

$$\lim_{\xi \to \infty} \frac{P_n^1(\xi)}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} = \begin{cases} 1 \text{ pentru } n = 1; \\ \infty \text{ pentru } n > 1. \end{cases} \tag{42}$$

Pentru îndeplinirea condiției (39), trebuie deci ca toți coeficienții A_{en}, cu excepția lui A_{e1}, să se anuleze, adică la infinit

$$\lim_{\substack{\xi \to \infty \\ \eta \to \cos \vartheta}} H_{e\xi} = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \lim_{\substack{\xi \to \infty \\ \eta \to \cos \vartheta}} A_{e1} \frac{P_1^1(\xi)}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left[\sqrt{1 - \eta^2} \frac{\partial P_1^1(\eta)}{\partial \eta} - \right.$$

$$\left. \frac{\eta}{1 - \eta^2} P_1^1(\eta) \right] = -\frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} A_{e_1} 2\eta = -\frac{2 A_{e1} j \cos \vartheta}{\gamma_0 \mu_e \omega f} = H_0 \cos \vartheta. \tag{43}$$

Din (43) rezultă valoarea constantelor A_{en},

$$A_{en} = \begin{cases} \dfrac{j}{2} \mu_e \omega f \gamma_0, \; H_0 \text{ pentru } n = 1; \\ 0, \qquad\qquad \text{pentru } n > 1. \end{cases} \tag{44}$$

Dacă se introduc aceste valori A_{en} în expresia (35) a componentei $H_{e\eta}$, se constată că este verificată și condiția (40):

$$\lim_{\substack{\xi \to \infty \\ \eta \to \cos \vartheta}} H_{e\eta} = -\frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \lim \sum_n \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left[A_{en} \left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} P_n^1(\xi), + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sqrt{\xi^2 - 1} \frac{P_n^1(\xi)}{\partial \xi} \right) + B_{en} \left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} Q_n^1(\xi) + \sqrt{\xi^2 - 1} \frac{\partial Q_n^1(\xi)}{\partial \xi} \right) \right] \times \tag{45}$$

$$\times P_n^1(\eta) = H_0 \sin \vartheta.$$

Introducînd valorile constantelor A_{en} în (32), (34) și (35), se obțin soluțiile problemei exterioare pentru componentele nenule $E_{e\varphi}$, $H_{e\xi}$ și $H_{e\eta}$ ale intensității cîmpurilor electric și magnetic

$$\bar{E}_{e\varphi} = \left[A_{e1} \sqrt{\xi^2 - 1}\, P_1^1(\xi) + \sum_{n=1} B_{en} Q_n^1(\xi) P_n^1(\eta) \right] \bar{e}_\varphi ; \tag{46}$$

$$\bar{H}_{e\xi} = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \left[A_{e1} P_1^1(\xi) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\sqrt{1 - \eta^2}\, \frac{\partial P_1^1(\eta)}{\partial \eta} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} P_1^1(\eta) \right) + \sum_{n=1} B_{en} Q_1^1(\xi) \left(\sqrt{1 - \eta^2}\, \frac{\partial P_n^1(\eta)}{\partial \eta} - \right. \tag{47}$$

$$\left. \left. - \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} P_n^1(\eta) \right) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \right] \bar{e}_\xi ;$$

$$\bar{H}_{e\eta} = - \frac{j}{\gamma_0 \omega \mu_e f} \left[\frac{2 A_{e1} \xi}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} P_1^1(\eta) + \sum_{n=1} B_{en} \left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} Q_n^1(\xi) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sqrt{\xi^2 - 1}\, \frac{\partial Q_n^1(\xi)}{\partial \xi} \right) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} P_n^1(\eta) \right] \bar{e}_\eta . \tag{48}$$

Însumările din (46), (47) și (48) în raport cu n încep cu $n = 1$, deoarece funcțiile asociate ale lui Legendre P_n^r se definesc pentru $r < n$ și pozitiv; în particular, $P_0^1 = 0$.

Constantele B_{en} urmează să fie determinate prin racordarea soluțiilor din problemele exterioară și interioară, la suprafața elipsoidului.

Se observă că din expresia (46) a intensității cîmpului electric exterior $\bar{E}_{e\varphi}$ rezultă că la infinit cîmpul exterior este infinit, rezultat corect, deoarece un cerc perpendicular pe axa de simetrie, cu centrul pe această axă și de rază foarte mare $r \sin \vartheta$, îmbrățișează un flux proporțional cu $r^2 \sin^2 \vartheta$ și deci legea inducției electromagnetice aplicată unui cerc de rază $r^2 \sin^2 \vartheta$ tinzînd către infinit, dă următoarea relație pentru calculul tensiunii electromotoare

$$2 \pi r \sin \vartheta\, E_{e\varphi\infty} = - \gamma_0\, \pi\, r^2\, \omega \mu_e\, j\, H_0\, \sin^2 \vartheta$$

de unde rezultă următoarea expresie a lui $E_{e\varphi\infty}$:

$$E_{e\varphi\infty} = - \frac{j}{2} \gamma_0 \omega \mu_e H_0 r \sin \vartheta = A_{e1} \frac{r}{f} \sin \vartheta ,$$

care tinde către infinit o dată cu r. Deoarece în aceste condiții $\xi \to r/f$, rezultă

$$E_{e\varphi\infty} = A_{e1}\,\xi\,P_1^1(\eta) \sim = A_{e1}\sqrt{\xi^2-1}\;P_1^1(\eta), \tag{49}$$

adică primul termen din paranteza din (46), deoarece suma care urmează după acesta se anulează. Acest procedeu ar fi putut servi și pentru determinarea constantelor A_{ek}.

4. PROBLEMA INTERIOARĂ

a. Forma generală a intensităților cîmpurilor electric și magnetic, interioare. În interiorul elipsoidului intensitatea $E_{i\sigma}$ a cîmpului electric este o integrală a ecuației (14)

$$\text{rot rot}\,\bar{E}_{i\varphi} = -j\varkappa_e\gamma_0^2\mu_i\,\omega\sigma\,\bar{E}_{i\varphi}, \tag{50}$$

adică în coordonatele elipsoidului alungit se obține în loc de (10), (18), (20)

$$\frac{\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}}{f^2(\xi^2-\eta^2)}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{1-\eta^2}\,\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\,E_{i\varphi}\right)+\right.\right. \tag{51}$$

$$\left.\left.+\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{1}{\xi^2-1}\,\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\,E_{i\varphi}\right)\right)\right]=j\varkappa\gamma_0^2\mu_i\,\omega\sigma\,E_{i\varphi},$$

respectiv

$$(\xi^2-1)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left(\sqrt{\xi^2-1}\,E_{i\varphi}\right)+\sqrt{1-\eta^2}\,\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\left(\sqrt{1-\eta^2}\,E_{i\varphi}\right)=$$

$$=j\varkappa\gamma_0^2\mu_i\,\omega\sigma f^2\quad(\xi^2-\eta^2)E_{i\varphi}=-c^2(\xi^2-\eta^2)E_{i\varphi};\quad c^2= \tag{52}$$

$$=-j\varkappa\gamma_0^2\mu_i\,\omega\sigma f^2,$$

sau

$$(\xi^2-1)\frac{\partial^2 E_{i\varphi}}{\partial\xi^2}+2\xi\frac{\partial E_i}{\partial\xi}-\frac{1}{\xi^2-1}E_{i\varphi}+c^2\xi^2E_{i\varphi}+ \tag{53}$$

$$(1-\eta^2)\frac{\partial^2 E_i}{\partial\eta^2}-2\eta\frac{\partial E_i}{\partial\eta}-\frac{1}{1-\eta^2}E_{i\varphi}-c^2\eta^2E_{i\varphi}=0.$$

Încercînd separarea variabilelor:

$$E_{i\varphi} = R_i(\xi).\;S_i(\eta), \tag{54}$$

unde funcția radială $R_i(\xi)$ depinde numai de coordonata radială ξ, iar funcția unghiulară $S_i(\eta)$ depinde numai de coordonata unghiulară η, ecuația în derivate parțiale (63) se descompune în următoarele două ecuații diferențiale, în ξ respectiv în η :

$$(\xi^2-1)\frac{d^2R_i}{d\xi^2}+2\xi\frac{dR_i}{d\xi}+\left(K+c^2\xi^2-\frac{1}{\xi^2-1}\right)R_i=0, \tag{55}$$

cu

$$1<\xi<\infty$$

și

$$(1-\eta^2)\frac{d^2S_i}{d\eta^2}-2\eta\frac{dS_i}{d\eta}-\left(K+c^2\eta^2+\frac{1}{1-\eta^2}\right)S_i=0, \tag{56}$$

cu

$$-1<\eta<1,$$

constanta de separare fiind notată cu K.

Ecuațiile (65) și (66) au forma

$$(\xi^2-1)\frac{d^2R_i}{d\xi^2}+2\xi\frac{dR}{d\xi}+\left(K+c^2\xi^2-\frac{m^2}{\xi^2-1}\right)R=0, \tag{57}$$

și

$$(1-\eta^2)\frac{d^2S_i}{d\eta^2}-2\eta\frac{dS_i}{d\eta}-\left(K+c^2\eta^2+\frac{1}{1-\eta^2}\right)S_i=0, \tag{58}$$

în care $m=1$.

Integralele ecuațiilor (57) și (58), studiate de Hobson pentru c real, se numesc armonice elipsoidale ; pentru c complex, trebuie să construim armonicele corespunzătoare.

Dezvoltînd funcția unghiulară $S_i(\eta)$ în serie de funcții asociate ale lui Legendre, avem

$$S_i(\eta)=\sum_n d_n P^m_{m+n}(\eta), \tag{59}$$

expresie care, introdusă în (58), dă între coeficienții complecși d_r ai dezvoltării următoarea relație de recurență :

$$\frac{n(n-1)c^2}{(2n+2m-1)(2n+2m-3)}d_{n-2}+c^2\frac{(n+2m+1)(n+2m+2)}{(2n+2m+3)(2n+2m+5)}d_{n+2}+$$
$$+\left[c^2\frac{2(n+m)(n+m+1)-m^2-1}{(2n+2m+3)(2n+2m-1)}+(n+m)(n+m+1)-K\right]d_n=0. \tag{60}$$

Pentru valori mari ale constantei de separare K, soluția $S_i(\eta)$, finită pentru $\eta=1$, devine infinită pentru $\eta=-1$. Se poate obține însă o serie convergentă pentru un sistem discret de valori ale constantei de

separare K. Se demonstrează [20], că există două sisteme de soluții finite : una pentru valori pare ale lui n — și alta pentru valori impare ale lui n, adică

$$S'_{im,l}(c,\eta) = \sum_{n=0} d_{2n}(c,m,l)\, P^m_{2n}(\eta), \quad l = m,\ m+2\ \ldots, \tag{61}$$

$$S''_{im,l}(c,\eta) = \sum_{n=0} d_{2n+1}(c,m,l)\, P^m_{2n+1}(\eta), \quad l = m+1, m+3, \ldots, \tag{62}$$

iar valorile discrete ale constantelor de separare $K_{m,l}(c) < K_{m,l+1}(c)$. Pentru un m dat în cazul nostru $m = 1$), cea mai mică valoare a lui K este K_{mm} (pentru $l = m$), următoarea pentru $l = m + 1$ etc. Funcțiunile $S_{m,l}$ sînt funcții proprii, iar în sistemul pentru un m dat și diferiți l, ele sînt ortogonale. Cînd $c = 0$, ecuația (58) se reduce la ecuația funcțiilor asociate ale lui Legendre (23) și din soluțiile (59), respectiv din (61) și (62), trebuie să rezulte la limită (26). Se demonstrează că

$$\lim_{c \to 0} S_i(c,\eta) = P^m_l(\eta), \tag{63}$$

așa încît constanta de separare ia forma

$$A_{ml} = l(l+1). \tag{64}$$

Între problemele interioară și exterioară, indicii care-și corespund sînt deci n de la problema exterioară cu l de la problema interioară.

Fiindcă, pentru $c \to 0$, funcția unghiulară $S_{m,l}(c,\eta)$ degenerează în $P^m_l(\eta)$ se poate pune problema dacă funcția $S_{m,l}(\eta)$ este în adevăr unica soluție, deoarece ecuația (23) mai are o soluție și în Q^m_l. Se poate demonstra că funcția $S_{m,l}(c,\eta)$ este în realitate *o funcție unghiulară de primul ordin* $S^{(1)}_{m,l}(c,\eta)$ și că o a doua soluție este *funcția unghiulară de-al doilea ordin* $S^{(2)}_{m,l}(c,\eta)$. Deoarece însă funcțiile $Q(\eta)$ nu sînt diferite pentru $\eta = 0$ (devin ∞), ele nu intervin în soluție.

Soluția ecuației (57) este, asemenea cazului funcțiilor Hankel, de forma

$$R_{m,l}(c,\xi) = A_l\, R^{(3,1)}_{m,l}(c,\xi) + B_l\, R^{(3,2)}_{m,l}(c,\xi), \tag{65}$$

în care $R^{(3,1)}_{m,l}(c,\xi)$ și $R^{(3,2)}_{m,l}(c,\xi)$ sînt funcțiile radiale de ordinul 3 și speța 1, respectiv a 2-a, iar A_l și B_l sînt constante. Expresiile pentru $R^{(3,1)}_{m,l}(c,\xi)$ și $R^{(3,2)}_{m,l}(c,\xi)$ sînt

$$R^{(3,1)}_{m,l}(c,\xi) = R^{(1)}_{m,l}(c,\xi) + j\, R^{(2)}_{m,l}(c,\xi); \tag{66}$$

$$R^{(3,2)}_{m,l}(c,\xi) = R^{(1)}_{m,l}(c,\xi) - j\, R^{(2)}_{m,l}(c,\xi), \tag{67}$$

unde $R^{(1)}_{m,l}$ este funcția radială de ordinul întîi, iar $R^{(2)}_{m,l}$ este funcția radicală de ordinul al doilea

$$R^{(1)}_{m,l} = \frac{(l-m)!}{(l+m)!}\left[\frac{\xi^2-1}{\xi^2}\right]^{\frac{m}{2}} \sum j^{n+m-1} d^{m,l}_n(c,m,l)\, \frac{n+2m}{n!}\, \mathring{J}_{n+m}(c,\xi); \tag{68}$$

$$R^{(2)}_{m,l} = \frac{(l-m)!}{(l+m)!}\left[\frac{\xi^2-1}{\xi^2}\right]^{\frac{m}{2}} \sum j^{n+m-1} d_n^{m,l}(c,m,l)\,\frac{n+2m}{n!}\,\mathring{Y}_{n+m}(c,\xi), \quad (69)$$

în care $\mathring{J}_{n+m}(c,\xi)$ și $\mathring{Y}_{n+m}(c,\xi)$ sînt funcțiile cilindrice ale lui Bessel și Neumann, definite de

$$\mathring{J}_p(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,J_{p+\frac{1}{2}}(x), \quad (70)$$

și

$$\mathring{Y}_p(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,Y_{p+\frac{1}{2}}(x) = (-1)^{p+1}\sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,J_{-p-\frac{1}{2}}(x), \quad (71)$$

$J_{p+\frac{1}{2}}(x)$ și $Y_{p+\frac{1}{2}}(x)$ fiind funcțiile Bessel și Neumann ordinare, de un ordin jumătate de număr impar.

Funcțiile $R^{(1)}_{m,l}(c,\xi)$ și $R^{(2)}_{m,l}(c,\xi)$ se pot exprima în funcție de polinoamele lui Legendre

$$R^{(1)}_{m,l}(c,\xi) = \nu_{m,l}\sum_n d_n^{m,l}\,P^n_{n+m}(\xi); \quad (72)$$

$$R^{(2)}_{m,l}(c,) = \mu_{m,l}\sum_n d_n^{m,l}\,Q^m_{n+m}(\xi), \quad (73)$$

în care coeficienții $\nu_{m,l}$ și $\mu_{m,l}$ au forme diferite, după cum l este par sau impar. Deoarece $Q^m_{n+m}(\xi)$ este nedeterminat pentru $\xi = 1$, urmează că funcțiunea $R^{(2)}_{m,l}(c,\xi)$ nu poate interveni în soluție.

Soluția problemei interioare pentru intensitatea $E_{i\varphi}$ a cîmpului electric este, conform cu (54)

$$\bar{E}_{i\varphi} = \left(\sum_{l=0} A_l\,R^{(1)}_{1,l}(c,\xi)\,S^{(1)}_{1,l}(c,\eta)\right)\bar{e}_\varphi. \quad (74)$$

Conform observației privitoare la indicii de însumare, în (74) l corespunde cu n din problema exterioară, astfel că soluția (74) se transcrie cum urmează:

$$\bar{E}_{i\varphi} = \left(\sum_{n=0} A_{in}\,R^{(1)}_{1,n}(c,\xi)\,S^{(1)}_{1,n}(c,\xi)\right)\bar{e}_\varphi, \quad (75)$$

urmînd a înlocui în formulele (61) — (83) pe l cu n.

Componenta $\bar{H}_i$ a intensității cîmpului magnetic rezultă din (11) și (12)

$$\bar{H}_{i\xi} = \frac{j}{\gamma_0\mu_i\omega f}\left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\left(\sqrt{1-\eta^2}\,\frac{\partial E_{i\varphi}}{\partial\eta} - \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}E_{i\varphi}\right)\right]\bar{e}_\xi =$$

$$= \frac{j}{\gamma_0\mu_i\omega f}\sum_{n=0} A_n\,R^{(1)}_{l,n}(c,\xi)\left(\frac{1}{\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\left(\sqrt{1-\eta^2}\,\frac{\partial S^{(1)}_{l,n}(c,\eta)}{\partial\eta}\right) - \right. \quad (76)$$

$$\left. - \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\,S^{(1)}_{l,n}(c,\eta)\right)\bar{e}_\xi,$$

iar componenta $\overline{H}_{i\eta}$ este,

$$\overline{H}_{i\eta} = -\frac{j}{\gamma_0 \mu_i \omega f}\left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\frac{\partial}{\partial \xi}(\sqrt{\xi^2-1}\,E_{i\varphi})\,\bar{e}_\eta = \right.$$

$$= -\frac{j}{\gamma_0 \mu_i \omega f}\frac{1}{\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\left[\left(\frac{\partial}{\partial \xi}E_{i\varphi} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}E_{i\varphi}\right)\right]\bar{e}_\eta = \tag{77}$$

$$= -\frac{j}{\gamma_0 \mu_i \omega f}\sum_{n=0} A_n \frac{1}{\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\left(\frac{\partial R^{(1)}_{l,r}(c,\xi)}{\partial \xi} + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}R^{(1)}_{l,n}(c,\xi)\right)\times$$

$$\times\, S^{(1)}_{l,n}(c,\eta)\,\bar{e}_\eta .$$

b. Determinarea constantelor din condițiile la suprafața elipsoidului. Condițiile din care se deduc teoremele de refracție a liniilor de cîmp ale intensităților $\overline{E}$ și H ale cîmpurilor electric și magnetic au următoarele forme la suprafața elipsoidului :

$$E_{e\varphi} = E_{i\varphi}|_{\xi_0}, \tag{78}$$

$$H_{e\eta} = H_{i\eta}|_{\xi_0}, \tag{79}$$

$$\mu_e H_{e\xi} = \mu_i H_{i\xi}|_{\xi_0}, \tag{80}$$

în care $\xi = \xi_0$ este ecuația suprafeței elipsoidului : condițiile (78)—(80) sînt puse pentru n variabil ; ținînd seama de expresiile componentelor $\overline{E}$ și $\overline{H}$ pentru exterior și interior, rezultă că relațiile de condiție (78) și (80) sînt identice. Din cele trei condiții (78)—(80) rămîn a fi utilizate deci numai două pentru determinarea coeficienților de exemplu (78) și (79), adică

$$A_{el}\sqrt{\xi_0^2-1}\,P^1_1(\eta) + \sum_{n=1} B_{en}\,Q^1_n(\xi_0)\,P^1_n(\eta) =$$

$$= \sum_{n=0,1} A_{en}\,R^{(1)}_{1,n}(c,\xi_0)\,S^{(1)}_{1,n}(c,\eta), \tag{81}$$

$$\frac{1}{\mu_i}\left[2A_{e1}\xi_0 P^1_1(\eta) + \sum_{n=1} B_{en}\left(\frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2-1}}Q^1_n(\xi_0) + \sqrt{\xi_0^2-1}\,\frac{\partial Q^1_n(\xi_0)}{\partial \xi}\right)P^1_n(\eta)\right] =$$

$$= \frac{1}{\mu_i}\left[\sum_{n=0,1} A_{in}\left(\frac{\partial R^{(1)}_{1,n}(c,\xi_0)}{\partial \xi} + \frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2-1}}R^{(1)}_{1,n}(c,\xi_0)\right)S^{(1)}_{1,n}(c,\eta)\right], \tag{82}$$

unde în ultima relație s-a simplificat cu $\sqrt{\xi_0^2-\eta^2}$.

Condiția de trecere continuă a componentei normale a inducției electrice prin suprafața elipsoidului nu a fost folosită, deoarece problema a fost tratată cvasistațional.

Pentru diferite valori ale lui n, funcțiile unghiulare de prima speță $S^{(1)}_{1,n}$ sînt

$$S^{(1)}_{1,0} = \sum_{n=0,2} d^0_n P^1_{n+1}(\eta) = d^0_0 P^1_1(\eta) + d^0_2 P^1_3(\eta) + d^0_4 P^1_5(\eta) + \ldots$$

$$S^{(1)}_{1,1} = \sum_{n=1,3} d^1_n P^1_{n+1}(\eta) = d^1_1 P^1_2(\eta) + d^1_3 P^1_4(\eta) + d^1_5 P^2_6(\eta) + \ldots$$

$$S^{(1)}_{1,2} = \sum_{n=,2} d^2_n P^1_{n+1}(\eta) = d^2_0 P^1_1(\eta) + d^2_2 P^1_3(\eta) + d^2_4 P^1_5(\eta) + \ldots \tag{83}$$

. . . . . .

$$S^{(1)}_{1,2n} = \sum_{n'=0,2} d^{2n}_{2n} P^1_{2n+1} = d^{2n}_0 P^1_1(\eta) + d^{2n}_2 P^1_3(\eta) + d^{2n}_4 P^1_5(\eta) + \ldots$$

$$S^{(1)}_{1,2n+1} = \sum_{n=1,3} d^{2n+1}_{2n+1} P^1_{2n+2} = d^{2n+1}_1 P^1_2(\eta) + d^{2n+1}_3 P^1_4(\eta) + d^{2n+1}_5 P^1_6(\eta) + \ldots$$

Folosind în (92) constantele q^1_n și $r^1_{1,n}$ se obține

$$\frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}} Q^1_n(\xi_0) + \sqrt{\xi_0^2 - 1} \frac{\partial Q^1_n(\xi_0)}{\partial \xi}\Big|_{\xi_0} = q^1_n, \tag{84}$$

și

$$\frac{\partial R^{(1)}_{1,n}(c, \xi_0)}{\partial \xi}\Big|_{\xi_0} + \frac{\xi_0}{\xi_0^2 - 1} R^{(1)}_{1,n}(c, \xi_0) = r^{(1)}_{1,n}. \tag{85}$$

Înmulțind în relațiile (83) cu $A_{in}\ R^{(1)}_{1,n}(c, \xi_0)$ și cu $\frac{1}{\mu_i} A_{in}\, r^{(1)}_{1,n}(c, \xi_0)$, se obțin membrii ai doilea ai relațiilor de condiție (81) și (82). Din relațiile astfel obținute, grupînd termenii după polinoamele asociate ale lui Legendre, rezultă egalitatea a două serii de polinoame asociate ale lui Legendre, care, la rîndul lor, implică egalitatea coeficienților funcțiunilor $P^1_n(\eta)$. Din relația (81) rezultă

$$A_{e1}\sqrt{\xi_0^2 - 1} + B_{e1} Q^1_1(\xi_0) = A_{i0} d^0_0 R^{(1)}_{1,0} + A_{i2} d^2_0 R^{(1)}_{1,2} + A_{i4} d^4_0 R^{(1)}_{1,4} + \ldots = \sum_{p=0} A_{i2p} d^{2p}_0 R^{(1)}_{1,2p};$$

$$B_{e2} Q^1_2(\xi_0) = A_{i1} d^1_1 R^{(1)}_{1,1} + A_{i3} d^3_1 R^{(1)}_{1,3} + A_{i5} d^5_1 R^{(1)}_{1,5} + \ldots = \sum_{p=0} A_{i2p+1} d^{2p+1}_1 R^{(1)}_{1,2p+1};$$

$$B_{e2q} Q^1_{2q}(\xi_0) = \sum_{p=0} A_{i2p+1} d^{2p+1}_{2q-1} R^{(1)}_{1,2p+1}; \tag{86}$$

$$B_{e2q+1} Q^{(1)}_{2q+1}(\xi_0) = \sum_{p=1} A_{i2p} d^{2p}_{2q} R^{(1)}_{2p},$$

. . . . . .

iar din relația (82) rezultă

$$\frac{1}{\mu_e} 2 A_{e1} \xi_0 + \frac{1}{\mu_e} B_{e1} q_1^1 = \frac{1}{\mu_i} A_{i0} d_0^0 r_{1,0}^{(1)} + \frac{1}{\mu_i} A_{i2} d_0^4 r_{1,2}^{(1)} + \frac{1}{\mu_i} A_{i4} d_0^6 r_{1,4}^{(1)} \ldots ;$$

$$\frac{1}{\mu_e} B_{e2} q_2^1 = \frac{1}{\mu_i} \sum_{p=0} A_{i2p+1} d_1^{2p+1} r_{1,2p+1}^{(1)} ;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{\mu_e} B_{e2q} q_{2q}^1 = \frac{1}{\mu_i} \sum_{p=0} A_{i2p+1} d_{2q-1}^{2p+1} r_{1,2p+1}^{(1)} ; \qquad (87)$$

$$\frac{1}{\mu_e} B_{e2q+1} q_{2q+1}^1 = \frac{1}{\mu_i} \sum_{p=0} A_{i2p} d_{2q}^{2p} r_{2p}^{(1)} ;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Din sistemul ecuațiilor liniare (86) și (87) se obțin coeficienții căutați ai armonicelor elipsoidale. Deși în aparență sistemul are $2(2q+1)$ necunoscute, în realitate numărul acestora se reduce la $\frac{1}{4} 2(2q+1)$, din următoarele motive: — între sistemele (86) și (87) se elimină direct necunoscutele B_{e2q+1}, astfel că ordinul sistemului se reduce la jumătate; — în sistemul de ecuații rămas, în A_{i2p+1} alternează indici pari și impari, astfel că se poate separa sistemul în partea pară și cea impară, ceea ce reduce din nou la jumătate ordinul sistemului. Dacă se analizează formele coeficienților d_n^m se constată că matricea lor are formă triunghiulară — și că, deci soluția se poate obține mai simplu.

Soluțiile problemei elipsoidului de rotație conductor, situat într-un cîmp magnetic de excitație uniform și alternativ, paralel cu axa de simetrie sînt deci în exteriorul elipsoidului

$$\bar{E}_{e\varphi} = [A_{e1} \sqrt{\xi^2 - 1}\, P_1^1(\eta) + \sum_{n=1} B_{en} Q_n^1(\xi) P_n^1(\eta)]\, \bar{e}_\varphi ; \qquad (88)$$

$$\bar{J}_{e\varphi} = \sigma_e \bar{E}_{e\varphi} = 0 ; \qquad (89)$$

$$H_{e\xi} = \frac{j}{\gamma_0 \mu_e \omega f} \left[A_{e1} P_1^1(\xi) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{\partial P_1^1(\eta)}{\partial \eta} - \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} P_1^1(\eta) \right) \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1} B_{en} Q_n^1(\xi) \left(\sqrt{1 - \eta^2} \frac{\partial P_n^1(\eta)}{\partial \eta} - \frac{\eta}{1 - \eta^2} P_n^1(\eta) \right) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \right] \bar{e}_\varphi ; \qquad (90)$$

$$\bar{H}_{e\eta} = - \frac{j}{\gamma_0 \omega \mu_e f} \left[\frac{2 A_{e1} \xi}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} P_1^1(\eta) + \sum_{n=1} B_{en} \left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} Q_n^1(\xi) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sqrt{\xi^2 - 1} \frac{\delta Q_n^1(\xi)}{\partial \xi} \right) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} P_n^1(\eta) \right] \bar{e}_\varphi , \qquad (91)$$

iar în interiorul elipsoidului

$$\overline{E}_{i\varphi} = \sum_{n=0} A_{in} R^{(1)}_{1,n}(c,\xi) S^{(1)}_{1,n}(c,\eta)\, \bar{e}_\varphi ; \tag{92}$$

$$\overline{H}_{i\xi} = \frac{j}{\gamma_0 \mu_i \omega f} \sum_{n=0} A_{in} R^{(1)}_{1,n}(c,\xi) \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\sqrt{1-\eta^2}\, \frac{\partial S^{(1)}_{1,n}(c,\eta)}{\partial \eta} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} S^{(1)}_{1,n}(c,\eta) \right] \bar{e}_\xi ; \tag{93}$$

$$\overline{H}_{i\eta} = - \frac{j}{\gamma_0 \mu_i \omega f} \sum_{n=0} A_{in} \frac{1}{\sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \left(\frac{\partial R^{(1)}_{1,n}(c,\xi)}{\partial \xi} + \right.$$

$$\left. + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} R^{(1)}_{1,n}(c,\xi) \right) S^{(1)}_{1,n}(c,\eta)\, \bar{e}_\eta ; \tag{94}$$

$$\overline{J}_{i\varphi} = \sigma_i \overline{E}_{i\varphi} . \tag{95}$$

Termenii însumărilor din expresiile (88)—(95) sînt funcțiuni proprii corespunzînd valorilor proprii $A_{.m}$ și numite armonice elipsoidale.

c. Calculul unor coeficienți ai dezvoltărilor. În soluția problemei interioare, intervin funcțiunile radială $R_i(c,\xi)$ și unghiulară $S_i(c,\eta)$ în expresiile cărora (59), (83) intervin constantele d_n^m, care verifică relația de recurență (60) (la m fix).

$$A_{n+2}\, d_{n+2} + B_n\, d_n + C_{n-2}\, d_{n-2}, \tag{a}$$

în care

$$A_n = \frac{(n+2)(n+1)}{(2n+3)(2n+1)}, \quad B_n = \frac{2n^2 + 6n + 1}{(2n+5)(2n+1)} + \frac{n(n+3) - b}{c^2},$$

$$C_n = \frac{(n+2)(n+1)}{(2n+5)(2n+3)}, \quad b = -K - 2, \tag{b}$$

K fiind constanta de separare din ecuațiile (55), (56).

În soluționarea ecuațiilor de tip Helmholtz în care c^2 este real și mic (de exemplu în ecuația undelor) se procedează la dezvoltarea în serie a constantelor $d_n^m(c)$ în funcție de c^2 și se neglijează puterile mari ale lui c^2.

În problemele cu disipație, în care c^2 este complex, încercăm o soluție prin dezvoltare în fracție continuă a relației de recurență (a), ținînd seama că $d_n^m(c) = 0$ pentru $n < 0$.

Luînd în (a) valori pare pentru n, dezvoltarea la stînga a relației de recurență (a) dă

$$\frac{d_2}{d_0} = -\frac{B_0}{A_2}, \tag{c}$$

iar dezvoltarea la dreapta dă

$$\frac{d_2}{d_0} = -\frac{C_0}{B_2 + A_4\Big(-\frac{C_2}{B_4 + A_6\Big(-\frac{C_4}{B_6 + A_8\Big(-\frac{C_6}{B_8 + \dots}} \tag{d}$$

Identificînd cele două dezvoltări (3) și (4), se obține

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{C_0}{B_2 + A_4\Big(-\frac{C_2}{B_4 + A_6\Big(-\frac{C_4}{B_6 + A_8\Big(-\frac{C_6}{B_8 + \dots}} \tag{e}$$

În expresia (e), coeficienții A_n, C_n sînt constanți și au valorile (b)

$$A_0 = \frac{2}{3};\ A_2 = \frac{12}{35};\ A_4 = \frac{10}{33};\ A_6 = \frac{56}{195}\dots;$$
$$C_0 = \frac{1}{15};\ C_2 = \frac{4}{21};\ C_4 = \frac{30}{143};\ C_6 = \frac{56}{255}\dots, \tag{f}$$

iar B_n sînt funcții de b și c, adică de constanta de separare K

$$B_0 = \frac{1}{5} - \frac{b}{c^2};\ B_2 = \frac{7}{15} + \frac{10}{c^2} - \frac{b}{c^2},\ B_4 = \frac{19}{39} + \frac{28}{c^2} - \frac{b}{c^2},$$
$$B_6 = \frac{109}{221} + \frac{54}{c^2} - \frac{b}{c^2}. \tag{g}$$

Expresia (e) este o ecuație transcendentă în K — și rădăcinile ei dau valorile proprii ale constantei de separare K pentru sistemul par al funcțiunilor proprii corespunzătoare.

Analog, luînd în (a) valori impare pentru n și identificînd dezvoltările la stînga și la dreapta ale relației de recurență (a), se obține

$$\frac{B_1}{A_3} = \frac{C_1}{B_3 + A_5\Big(-\frac{C_3}{B_5 + A_7\Big(-\frac{C_5}{B_7 + A_9\Big(-\frac{C_7}{B_9 + \dots}}. \tag{h}$$

În expresia (h), coeficienții A_n, C_n sînt constanți și au valorile (b)

$$A_1 = \frac{2}{5},\ A_3 = \frac{20}{63};\ A_5 = \frac{32}{143};\ A_7 = \frac{24}{85}\dots$$

$$C_1 = \frac{6}{35}\ ;\ C_3 = \frac{20}{99}\ ;\ C_5 = \frac{42}{195}\ ;\ C_7 = \frac{72}{323}\ \ldots$$

$$B_1 = \frac{3}{7} + \frac{4}{c^2} - \frac{b}{c^2}\ ;\ B_3 = \frac{37}{77} + \frac{18}{c^2} - \frac{b}{c^2}\ ;\ B_5 = \frac{81}{165} + \frac{40}{c^2} - \frac{b}{c^2}\ ;$$

$$B_7 = \frac{141}{285} + \frac{70}{c^2} - \frac{b}{c^2}\ .$$

Expresia (h) este de asemenea o ecuație transcendentă în K — și rădăcinile ei dau valorile proprii ale constantei de separare K pentru sistemul impar al funcțiilor proprii corespunzătoare.

Deoarece în fiecare sistem de funcții relația de recurență (a) lasă nedeterminate constantele d_0 și d_1, pentru fiecare sistem, aceste constante se pot determina normînd la unitate funcțiunile radiale $R_i(c, \xi)$ și unghiulare $(S_i(c, \eta)$. Operația normării nu este însă necesară ; în soluțiile problemei interioare intervine produsul acestora prin constantele de integrare A_{in}, acestea din urmă fiind considerate că includ pe d_0 și d_1.

Soluția este cu atît mai exactă, cu cît în dezvoltările în fracție continuă (e) și (h) se operează cu un număr mai mare de termeni, ceea ce conduce la ecuații în K de grad superior. După determinarea spectrului de valori proprii trebuie tabelate valorile coeficienților d_n.

După tabelarea coeficienților d_n, trebuie alcătuite sistemele liniare (86), (87), ecuații matriciale care implică operații algebrice cu matrici. Aceste operații trebuie efectuate la un calculator cifric. Mai jos se prezintă numai rezultatele fără aceste valori numerice.

5. PUTEREA DEZVOLTATĂ ÎN ȘARJA ELIPSOIDALĂ

Din (88)—(95) urmează că vectorii $\overline{E}$ și $\overline{H}$ sînt

$$\overline{E} = E\,\overline{e}_\varphi\ ;\ \overline{H} = H_\xi\,\overline{e}_\xi + H_\eta\,\overline{e}_\eta\ , \tag{96}$$

iar puterea aparentă — P_a dezvoltată în conductor este

$$P_a = -\int \overline{S}\,d\overline{A} = \frac{1}{\varkappa\gamma_0}\int (\overline{E}\times\overline{H})d\overline{A} = -\frac{1}{\varkappa\gamma_0}\int (E_\varphi H_\xi\,\overline{e}_\eta -$$

$$- E_\varphi H_\eta\,\overline{e}_\xi)\,(dA_\xi\,\overline{u}_\xi + dA_\eta\,\overline{e}_\eta + dA_\varphi\,\overline{e}_\varphi) = -\frac{1}{\varkappa\gamma_0}\int E_\varphi H_\xi\,dA_\eta +$$

$$+ \frac{1}{\varkappa\gamma_0} E_\varphi H_\eta\,dA_\xi + = P + jQ\ , \tag{97}$$

în care P și Q sînt puterile mijlocii activă și reactivă.

Din (97) se determină inductivitatea interioară echivalentă L_i și rezistența echivalentă R_a în curent alternativ a conductorului elipsoidal de rotație

$$L_i = -\frac{1}{\omega I^2} \mathcal{I}m \int \bar{S}\, d\bar{A}\,; \tag{98}$$

$$R_a = -\frac{1}{I^2} \mathcal{R}e \int \bar{S}\, d\bar{A} \tag{99}$$

Elementele de arie dA_ξ și dA_η au expresiile

$$dA_\xi = ds_\eta\, ds_\varphi = h_\eta \cdot h_\varphi\, d\eta\, d\varphi = f^2 \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)}\, d\eta\, d\varphi, \tag{100}$$

$$dA_\eta = ds_\varphi\, ds_\xi = h_\varphi\, h_\xi\, d\varphi\, d\xi = f^2 \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(1 - \eta^2)}\, d\varphi\, d\xi, \tag{101}$$

unde f este semidistanța focală.

Deoarece pe suprafața conductorului sferoidal $\xi = \xi_0 = \text{const.}$ și variază numai coordonatele η și φ, rezultă $d\xi = 0$, $dA_\eta = 0$, iar (97) se reduce la forma

$$P_a = \frac{1}{\varkappa \gamma_0} \int E_\varphi H_\eta\, dA_\xi = \frac{f^2}{\varkappa \gamma_0} \int E_\varphi H_\eta \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)}\, d\eta\, d\xi = \tag{102}$$

$$= \frac{2\pi \sqrt{\xi_0^2 - 1}}{\varkappa \gamma_0} \int_{\eta_1 = -1}^{\eta_2 = +1} E_\varphi H_\eta \sqrt{\xi^2 - \eta^2}\,\Big|_{\xi_0} d\eta.$$

Introducînd în (102) expresiile lui $\bar{E}_{e\varphi}$ și $\bar{H}_{e\eta}$, avem după simplificare cu $1/\sqrt{\xi_0^2 - \eta^2}$

$$P_a = -2\, \frac{2\pi j \sqrt{\xi_0^2 - 1}}{\varkappa \gamma_0^2 \mu_e\, \omega f} \int_0^{2\pi} \Bigg[2A_{e1}^2\, \xi_0\, (P_1^1(\eta))^2 + A_{e1} \sqrt{\xi_0^2 - 1} \times$$

$$\times \sum_{n=1} B_{en} \left(\frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}}\, Q_n^1(\xi_0) + \sqrt{\xi_0^2 - 1}\, \frac{\partial Q_n^1(\xi_0)}{\partial \xi}\,\Big|_{\xi_0} \right) P_n^1(\eta)\, P_1^1(\eta) +$$

$$+ 2A_{e1}\, \xi_0 \sum_{n=1} B_{en}\, Q_n^1(\xi_0)\, P_n^1(\eta)\, P_1^1(\eta) \Bigg] d\eta + \tag{103}$$

$$+ \int_0^{2\pi} \Big(\sum_{n=1} B_{en}\, Q_n^1(\xi_0)\, P_n^1(\eta) \Big) \Bigg[\sum_{n=1} B_{en} \left(\frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}}\, Q_n^1(\xi_0) + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\xi_0^2 - 1}\, \frac{\partial Q_n^1(\xi)}{\partial \xi \cdot}\,\Big|_{\xi_0} \right) P_n^1(\eta) \Bigg] d\eta$$

În expresia puterii aparente intervin forme particulare ale integralei de tipul

$$\int P_p^1(\eta)\, P_q^1(\eta)\, d\eta, \text{ pentru } \begin{cases} p = q \\ p \neq q \end{cases} \tag{104}$$

Se demonstrează [20] că funcțiunile asociate, de prima speță și ordinul m, ale lui Legendre $P_n^m(\eta)$, sînt ortogonale

$$\int_{\eta_1=-1}^{\eta_2=+1} P_n^m(\eta)\, P_{n'}^m(\eta)\, d\eta = \begin{cases} 0 \;, & n \neq n'; \\ \dfrac{2}{2n+1}\,\dfrac{(n+m)!}{(n-m)!}, & n = n' \end{cases} \tag{105}$$

În cazul considerat mai sus ($m = 1$), se demonstrează că pentru funcțiile asociate ale lui Legendre de speța întîi și ordinul unu :

$$\int_{\eta_1=-1}^{\eta_2=+1} P_p^1(\eta)\, P_q^{(1)}(\eta)\, d\eta = \begin{cases} 0 \;, & p \neq q \\ \dfrac{2}{2n+1}\,\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}, & p = q = n \end{cases} \tag{106}$$

Dacă se exprimă direct soluțiile problemei exterioare în funcțiuni asociate normate $\overline{P}_n^m(\eta)$, aceasta implică utilizarea funcțiunilor $\overline{S}_{m,1}^{(1)}(c, \xi)$ și $\overline{R}_{m,1}^{(1)}(c, \xi)$, de asemenea normate.

Ținînd cont de ortogonalitatea funcțiunilor $P_n^1(\eta)$, expresia puterii aparente dezvoltate în șarja elipsoidală devine :

$$P_{aL} = -\frac{2\pi j\sqrt{\xi^2-1}}{\varkappa\gamma_0^2\mu_e\omega f}\Big[2A_{e1}^2\,\xi_0\,\frac{2}{2+1}\,\frac{2!}{1} + B_{e1}q_1^1(\xi_0)\,\frac{2}{2+1}\,\frac{2!}{1}\times$$

$$\times A_{e1} + 2A_{e1}B_{e1}Q_1^1(\xi_0)\,\frac{2}{2+1}\,\frac{2!}{1} + \sum_{n=1}\frac{2}{2n+1}\,\frac{(n+1)!}{(n-1)!}\,B_{en}^2 Q_n^1(\xi_0)\,q_n^1(\xi_0)$$

$$P_{ap} = -\frac{2\pi j\sqrt{\xi_0^2-1}}{\varkappa\gamma_0^2\mu_e\omega f}\Big[\frac{8}{3}A_{e1}^2\,\xi_0 + \frac{4}{3}A_{e1}B_{e1}\sqrt{\xi_0^2-1} + \tag{107}$$

$$+\frac{8}{3}A_{e1}B_{e1}\,0\,Q_1^1(\xi_0) + \sum_{n=1}\frac{2}{2n+1}\,\frac{(n+1)!}{(n-1)!}\,B_{en}^2 Q_n^1(\xi_0)\,q_n^1(\xi_0)$$

Aici părțile reală, respectiv imaginară, reprezintă puterile electrice activă P, respectiv reactivă Q, absorbite de șarjă, iar cîturile acestora prin patratul intensității efective a curentului de excitație din bobina inductoare a cuptorului reprezintă rezistența, respectiv reactanța echivalentă a șarjei, reduse la primarul pe care-l constituie această bobină.

6. CAZURI PARTICULARE

Cînd pulsația cîmpului magnetic de excitație tinde către zero, ($\omega = 0$), se regăsesc în soluțiile noastre soluțiile cunoscute pentru cîmpurile electric (nul) și magnetic din cazul elipsoidului de rotație conductor situat

într-un cîmp magnetic de excitație uniform și invariabil în timp. În adevăr, dacă în (57) și (58) constanta c este nulă, de exemplu cînd pulsația tinde către zero, acele ecuații iau formele corespunzătoare problemei exterioare (105), respectiv (20) — și soluțiile corespunzătoare privesc cazul cîmpului magnetic staționar.

Cînd distanța dintre focare tinde către zero, elipsoidul de rotație degenerează într-o sferă și se regăsesc din soluțiile de mai sus, soluțiile cunoscute pentru sfera conductoare în cîmpul magnetic de excitație uniform și alternativ.

Cînd distanța dintre focare tinde către infinit, se obțin din soluțiile noastre soluțiile cunoscute pentru cilindrul conductor infinit lung, situat într-un cîmp magnetic de excitație uniform și alternativ.

CONTRIBUTIONS TO THE THEORY OF IRONLESS INDUCTION FURNACES

ABSTRACT

The problem of the active and reactive power absorbed by the charge of the ironless induction furnace is solved in the literature by considering the charge as a fragment out of a homogeneous, cylindrical, infinitely long conductor — taking into account the boundary effect at the extremities of the charge by various connection formulas.

In the present work, the problem of heating in ironless induction furnaces for any frequency is solved by considering the charge as being a homogeneous and isotrope conductor having the shape of a prolate rotational ellipsoid situated in a uniform magnetic field sinusoidal in time.

An ellipsoidal system of co-ordinates is chosen; the Maxwell equations are integrated both for the fields outside (88—91) and inside (92—95) the charge.

Under these conditions, the density $\bar{J}_i$ of the turbulent electrical currents and the apparent absorbed power (107) are determined.

BIBLIOGRAFIE

1. H. LAMB, Proc. Lond. Math. Soc., **15** (1884), 138.
2. J. J. THOMSON, Recent Researches, London, 1894, 324.
3. G. PICCIATI, Nuovo Cimento, *5* (1904).
4. A. SOMMERFELD, Ann. d. Physik, **17** (1904), 673.
5. — Ann. d. Physik, **24** (1907), 609.
6. COFFIN, Proc. Ann. Acad., **41** (1906), 794.
7. ESAU, Ann. d. Physik, **34** (1911), 76.
8. G. RIBAUD, J. de physique et le radium, **4** (1923), 185, 254.
9. — Technique moderne, **15** (1923), 225.
10. F. WEVER, W. FISCHER, Mitteilg. a. d. Kaiser-Wilhelm-Inst. f. Eisenforschg., **8** (1926), 149.

11. M. I. O. STRUTT, Ann. d. Phys., **82** (1927), 605.
12. — Arch. f. Elektrotechnik, **19** (1928), 424.
13. NAGAOKA, Coll. Sci. Tokyo, **27** (1909).
14 S. BUTTERWORTH, Phil. Trans. **222**, Ser. A (1922), 57.
15. — Proc. Roy. Soc., **107**, Ser. A (1925). 693.
16. C. R. BURCH, N. R. DAVIS, Phil. Mag. (1926), 768.
17. — Arch. f. Elektrotechnik, **20** (1928), 211.
18. R. RĂDULEȚ, *Zur Theorie der eisenlosen Induktionsöfen*, 1931.
19. — Bull. sci. de l'Ecole Polytechn. Timișoara, **7** *3—4* (1937) .
20. J. A. STRATTON, *Electromagnetic Theory*, London, 1941.

STUDIUL PE MODELE PROBABILISTICE AL FLUCTUAȚIILOR SARCINILOR ÎN SISTEME ELECTROENERGETICE*)

DE

ECATERINA ARIE

1. STADIUL PROBLEMEI

Problema reglajului frecvenței și puterilor de schimb pe linii de interconexiune este, pe de o parte, una din problemele cele mai actuale ale electroenergeticii. Pe de altă parte, reglajul tensiunii în rețele își păstrează de mulți ani actualitatea, fiind unul din factorii determinanți ai calității serviciului de livrare a energiei către consumatori.

În exploatarea și proiectarea sistemelor electroenergetice, examinarea oportunității modificării sistemului de reglaj în funcțiune și proiectarea unui nou sistem de reglaj, conduc în cele din urmă la necesitatea comparării mai multor variante. La compararea variantelor unul din criteriile esențiale îl constituie efectul reglajului asupra comportării sistemului electroenergetic atît în regim de avarie cît și în regim normal. În regim de avarie, reglajul trebuie să asigure într-ajutorarea sistemelor interconectate simultan cu menținerea frecvenței și a puterilor de schimb pe liniile de interconexiune în anumite limite nepericuloase pentru continuitatea funcționării.

În regim normal, reglajul trebuie să asigure respectarea cît mai riguroasă a valorilor de consemn stabilite pentru frecvență și putere de schimb, în condițiile reale de variație permanentă a sarcinii. O avarie tipică poate fi descrisă printr-o lege dinamică; o asemenea lege dinamică este, de exemplu, legea variației în funcție de timp a puterii injectate într-un punct al sistemului, sau a impedanței unei ramuri a rețelei. Exprimarea

*) Lucrare prezentată în ședința Secției de electroenergetică a Institutului de energetică al Academiei R.P.R. din 18 mai 1962.

matematică sau modelizarea legii dinamice a avariei permite determinarea variației în timp a tensiunilor, frecvenței și puterilor de schimb, dacă se cunosc caracteristicile dinamice ale sistemului. Spre deosebire de avarii, fluctuațiile sarcinii în regim normal sînt cauzate de un număr mare de factori și de aceea, au un caracter întîmplător, astfel încît nu este posibilă descrierea perturbației în funcție de timp, cu ajutorul unor legi dinamice : mărimile care descriu perturbația variază după funcții statistice.

Conform reprezentărilor folosite în teoria reglajului automat, ansamblul format din sistemul electroenergetic, inclusiv totalitatea regulatoarelor sale, formează un sistem de reglaj. Ca mărimi de intrare ale acestui sistem de reglaj pot fi considerate de exemplu, puterile active și reactive cerute de consumatori (la parametrii constanți, în punctul de alimentare), iar ca mărimi de ieșire : tensiunile, frecvența și puterile de schimb. Metodele analizei statistice a circuitelor de reglaj, permit determinarea funcțiilor de autocorelație (sau densitățile spectrale) ale mărimilor de ieșire, dacă se cunosc funcțiile de autocorelație (sau densitățile spectrale), ale mărimilor de intrare și caracteristicile dinamice ale sistemului. Se obțin astfel valorile abaterilor medii pătratice ale mărimilor reglate, care în mod analog ca și în tehnica reglajului automat, sînt folosite din ce în ce mai mult drept criterii ale calității reglajului în sisteme electroenergetice [1], [2], [3]. Aplicarea acestor criterii este justificată întrucît efectele economice ale abaterilor de la valoarea de consemn a acestor mărimi de reglaj cresc cu durata de aplicare a abaterii, reprezintă daune pentru ambele semne ale abaterii și cresc în general mai repede decît proporțional cu valoarea absolută a acestei abateri. Compararea variantelor pe baza abaterilor medii pătratice ale mărimilor reglate, calculate cu ajutorul funcțiilor caracteristice ale perturbației, este deci un mijloc de a adapta sistemul de reglaj la condițiile de funcționare ale sistemului electroenergetic.

În literatura de specialitate au apărut unele deduceri teoretice ale funcțiilor caracteristice ale sarcinii unui sistem electroenergetic, bazate pe adoptarea unui model probabilistic simplificat [4], [5]. Au apărut, de asemenea, unele determinări experimentale ale unor astfel de funcții caracteristice ale sarcinii [6], [7] precum și ale frecvenței [8], [9], [10] și ale puterii debitate de o centrală spre sistem [8], [9]. Prin interpretarea înregistrărilor efectuate, au fost verificate relațiile între funcțiile statistice ale frecvenței și puterii, rezultate din teoria analizei statistice [6], [7],[8] și s-au dedus unele indicații referitoare la optimizarea reglajului [9], [11]; pentru caracterizarea funcțiilor statistice, au fost folosite curbele densităților spectrale.

În lucrarea de față, pe baza datelor din literatură completate cu înregistrări efectuate în R.P.R. și pe baza analizei teoretice se propune un nou model probabilistic al consumatorilor complecși. Pornind de la acest model, se deduc unele concluzii asupra formei funcțiilor de autocorelație ale sarcinii în sisteme electroenergetice și se fac recomandări pentru interpretarea corectă a rezultatelor înregistrărilor. Se arată că, în general, funcțiile de autocorelație ale acestor mărimi pot fi aproximate printr-o sumă de funcții exponențiale și cvasiarmonice.

2. STUDIUL TEORETIC PE MODEL AL FLUCTUAȚIILOR SARCINII

Valoarea totală a puterii active și reactive absorbite la un moment dat de un consumator complex format din numeroși consumatori elementari depinde de un mare număr de factori de importanță comparabilă : anotimpul, ziua din săptămînă și ora la care se face determinarea ; condițiile meteorologice ; ritmicitatea proceselor de producție ; îndeletnicirile consumatorilor casnici etc. De aceea, nu este posibilă descrierea variației sarcinii în funcție de timp cu ajutorul unei legi dinamice. În schimb, dacă numărul consumatorilor individuali este suficient de mare, este posibilă descrierea variației sarcinii cu ajutorul unor legi statistice. Deducerea teoretică a acestor legi statistice necesită adoptarea unor modele probabilistice. Un model probabilistic simplu, se obține dacă se consideră consumatorul complex format din N consumatori individuali identici ; conectările acestor consumatori apar succesiv în momente t_j, repartizate la întîmplare după un proces de tip Poisson și fiecare din acești consumatori absoarbe la momentul t_k, o putere activă (sau reactivă) $S(t_k, t_j)$ (funcția $S(t_k, t_j)$ poate fi analitică sau statistică) [4], [5]. În acest caz, puterea absorbită de consumatorul complex variază după o funcție statistică *derivată dintr-un proces de tip Poisson*. Fie intervalul $\{0, t\}$ și N numărul conectărilor din acest interval. N este o variabilă statistică ; probabilitatea ca N să ia o valoare oarecare k, este

$$P_r(N = k) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}, \tag{1}$$

adică N urmează legea de probabilitate a lui Poisson ; m este speranța matematică a variabilei N.

Puterea absorbită în momentul t_k, de consumatorul complex va fi :

$$\mathbf{S}(t_k) = \sum_{j=1}^{N} S(t_k, t_j). \tag{2}$$

Pentru un moment t_k dat, $\mathbf{S}(t_k)$ este de asemenea o variabilă statistică. Dacă densitatea

$$n(t_j) = \frac{d}{dt_j} \overline{N}(t_j), \tag{3}$$

a procesului Poisson din care derivă variabila $\mathbf{S}(t_k)$ este mare, variabila $\mathbf{S}(t_k)$ urmează o lege de probabilitate aproximativ normală. În acest caz este suficient studiul de ordinul doi al funcției statistice $\mathbf{S}(t_k)$. Studiul de ordinul doi al acestei funcții implică determinarea mediei și a funcției de autocorelație a acestei funcții statistice. Din funcția de autocorelație se pot deduce apoi densitățile spectrale. G. Lehmann [4] deduce densitatea spectrală a acestei funcții în următoarele ipoteze :

— procesul este staționar adică numărul mediu de conectări în unitatea de timp $n(t_j)$ este independent de timp

$$n(t_j) = n, \tag{4}$$

— puterea*) absorbită este constantă pe toată durata conectării:

$$S(t_k, t_j) = s, \quad \text{pentru} \quad t_j < t_k < t_j + v,$$
$$S(t_k, t_j) = 0, \quad \text{,,} \quad t_k < t_j, \quad t_k < t_j + v;$$

— durata conectării v este o variabilă statistică continuă, care urmează legea de probabilitate disimetrică

$$P_r(v_x > v) = e^{-v/T}, \tag{5}$$

unde T este durata medie de conectare a unui consumator (lege analoagă cu cea admisă pentru durata convorbirilor telefonice).

În aceste ipoteze, valoarea medie a puterii absorbite de consumatorul complex, este:

$$M\{\mathbf{S}(t_k)\} = n\, s\, T = \mathbf{S}_0, \tag{6}$$

$\mathbf{S}_0$ — constantă independentă de t_k. Funcția de autocorelație a funcției statistice $\mathbf{S}(t_k)$, este

$$\mu_S(t_{k1}, t_{k2}) = \mu_S(\tau) = \mu_{S0}\, e^{-\tau/t}. \qquad \tau = |t_{k1} - t_{k2}|. \tag{7}$$

Abaterea medie pătratică a puterii, $\sigma_S(t_k)$ este

$$\sigma_S = \sqrt{\mu_S(0)} = \sqrt{n\, s^2\, T} = \sqrt{s\, \mathbf{S}_0}. \tag{8}$$

Se observă că relația obținută pentru abaterea medie pătratică este aceeași cu cea dedusă de alți autori [12] în cazul analizei variabilei statistice $\mathbf{S}$ (nu a funcției statistice $\mathbf{S}(t_k)$).

Abaterea medie pătratică nu depinde de t_k iar funcția de autocorelație nu depinde de t_{k1}, t_{k2} ci numai de valoarea absolută a diferenței acestor mărimi, ceea ce corespunde ipotezei admise, că procesul este staționar.

Aplicînd transformata Fourier, rezultă densitatea spectrală, pentru frecvența ν a funcției statistice $\mathbf{S}(t_k)$

$$f_{\mathbf{S}}(\nu) = \frac{\mu_0\, T}{\pi} \frac{1}{1 + T^2 \nu^2}. \tag{9}$$

R. Fortet [5] studiază fluctuațiile sarcinii, pe un model probabilistic ceva mai general.

El admite, de asemenea consumatori individuali identici, cu puterea absorbită s constantă pe toată durata conectării v, însă s_x și v_x sînt variabile statistice nenegative, avînd funcția de repartiție $\Phi(s, v)$, independentă de momentul t_j al conectării consumatorului individual. Astfel, obține

$$\mu_S(\tau) = n \int_0^\infty \int_\tau^\infty s_x^2 (v_x - \tau)\, d_{s,v}\Phi, \tag{10}$$

*) În [4] variabila studiată este curentul.

și

$$\mu_{s0} = \mu_s(0) = n\, M\{s_x^2 v_x\}. \tag{11}$$

În cazul particular, în care $s = s_k$ cu probabilitatea ω_k iar probabilitatea ca durata de conectare v_x să fie mai mare decît v, este

$$P_r(v_x > v) = e^{-\frac{v}{T_k}} \tag{12}$$

(cu T_k diferit pentru fiecare s_k),

$$M\{S(t_k)\} = n \sum_k \omega_k s_k T_k, \tag{13}$$

$$\mu_S(\tau) = n \sum_k \omega_k s_x^2 T_k e^{-\frac{\tau}{T_k}}, \tag{14}$$

$$\sigma_k = \sqrt{n \sum \omega_k s_k^2 T_k}, \tag{15}$$

$$f_p(\nu) = \frac{n}{\pi} \sum \omega_k \frac{s_k^2 T_k}{1 + T_k^2 \nu^2}. \tag{16}$$

În cele ce urmează, modelul descris mai sus, va fi denumit model de tipul I.

În aceeași lucrare, se dau și relațiile pentru deducerea funcției de autocorelație și a densității spectrale, în cazul general al sarcinii considerate ca funcție statistică staționară sau nestaționară derivată dintr-un proces de tip Poisson.

Din punct de vedere formal, pentru studiul reglajului frecvenței, al fluctuațiilor pe linii și al reglajului tensiunii, este mai util să se considere ca mărimi de intrare, puterile activă și reactivă ale consumatorului complex, decît intensitatea curentului, mărime analizată în lucrările amintite. Considerarea acestor mărimi, nu modifică însă expresiile matematice; în relațiile anterioare $S(t_k)$ și s pot fi puteri active sau reactive. Precizăm că pentru a fi independente de parametrii sistemului, trebuie considerate puterile cerute de consumatori — la tensiune și frecvență nominală, în punctul de racordare al consumatorului.

Rezultatele obținute pe baza modelului probabilistic descris mai sus, au fost verificate prin măsurători efectuate asupra puterii electrice consumate de orașul Lausanne [6], [7]. Verificări indirecte, efectuate prin înregistrarea variației frecvenței [8], [9], [10] au condus însă la curbe spectrale care nu satisfac relațiile (9) și (16).

Din înregistrări ale variațiilor frecvenței în sistemul electroenergetic național, au fost deduse și pentru acest sistem funcții de autocorelație ale frecvenței, reproduse în figura 1 și discutate în paragraful 4 al acestui articol. Alura acestor curbe, ca și a celor din lucrările citate diferă de cea care ar corespunde unor funcții de tipul celor descrise de relațiile (7) și (14), deduse din modele probabilistice de tip Poisson; diferența constă în suprapunerea peste termenii aperiodici, a unor termeni periodici amortizați.

O primă explicație posibilă a acestui aspect, este aceea că datorită caracteristicii tranzitorii a sistemului electroenergetic, funcția de autocorelație a răspunsului (frecvență) diferă de funcția de autocorelație a perturbației (variația statistică a sarcinii). Această explicație nu este însă satisfăcătoare, deoarece la înregistrarea variațiilor de frecvență datorite unei variații brusce a puterii (deconectarea unui generator sau consumator important), nu s-au observat autooscilații cu o pondere comparabilă cu cea observată la funcțiile de autocorelație ale frecvenței. Este deci probabil că și funcția de autocorelație a variațiilor sarcinii conține termeni periodici amortizați.

O altă explicație la care s-a recurs pentru explicarea diferențelor dintre funcțiile de autocorelație ale variațiilor sarcinei deduse teoretic și funcțiile de autocorelație ale frecvenței, a fost aceea că ele s-ar datora variațiilor aproximativ periodice ale unor consumatori importanți, cum sînt de exemplu laminoarele. Într-adevăr, în cazul unor consumatori de acest tip, în componența funcției de autocorelație empirice a sarcinii rezultante vor apare termeni periodici, însă neamortizați (vezi paragraful 3).

Funcții de autocorelație și curbe de densitate spectrală asemănătoare celor deduse din înregistrarea frecvenței pot fi însă obținute și dacă se consideră consumatorul complex format din două grupe de consumatori : unul modelat printr-un proces de tip Poisson, iar al doilea printr-un model diferit, pentru care se face o propunere în cele ce urmează. Prima grupă de consumatori ar corespunde receptorilor de tipul iluminatului electric, aparate termoelectrice etc. avînd sarcină aproximativ constantă și durată mică de conectare.

Al doilea grup ar corespunde receptoarelor cu durată mare de conectare, însă cu sarcină variind aproximativ periodic, ca de exemplu, motoarele mașinilor-unelte. Pentru modelul acestui grup de consumatori, se admit următoarele ipoteze :

1. durata conectării este nelimitată ;

2. fiecare consumator elementar absoarbe o putere variabilă, descrisă prin funcția statistică

$$s_k(t) = a_{kt} \cos \alpha_{kt}, \tag{17}$$

unde atît a_{kt} cît și α_{kt} sînt funcții statistice.

$a_k(t) = a_{kt}$ are valoarea medie

$$M\{a_k(t)\} = \bar{a}_k$$

și dispersia

$$M\{a_k^2(t)\} = \sigma_{ak}^2,$$

ambele independente de t. Nu se face nici o restricție privind viteza de variație a acestei variabile.

$\alpha_{kj} = \alpha_k(t)$ poate lua orice valoare între 0 și 2π, cu densitatea de probabilitate constantă. Viteza de variație a acestei variabile este ω

$$\alpha_k(t + \tau) - \alpha_k(t) = \int_t^{t+\tau} \omega dt, \tag{18}$$

ω poate varia numai la intervale de timp constante τ

$$\Delta\,\omega_k = \omega - \omega_0 \quad \text{unde} \quad \omega_0 = M\{\omega\},$$

$\Delta\omega_k$ este o funcție statistică centrată care păstrează o valoare constantă în intervalul

$$t_i < t < t_i + \tau\,.$$

Se presupune că variabila statistică $\Delta\omega_k(t_i)$, $\Delta\omega_k(t_i+\tau)$ ... $\Delta\omega_k(t_i+n\tau)$ admite o funcție de repartiție normală cu abaterea medie patratică σ_ω.

3. Receptorii elementari pot fi grupați în cîteva categorii, iar constantele $\overline{a}_k$, σ_a, ω_0 și σ_ω au aceleași valori pentru toți receptorii elementari aparținînd aceleași categorii.

Dacă numărul receptorilor elementari din fiecare categorie este foarte mare, funcția de repartiție a variabilei aleatorii

$$\{S(t_1), S(t_2) \ldots S(t_n)\} \tag{19}$$

este aproximativ normală, astfel încît funcția statistică $S(t)$ este integral determinată de media de ordinul doi

$$M\{S(t_1)\,S(t_2)\}.$$

Cu ipotezele de mai sus, rezultă funcția de autocorelație a funcției $S(t)$: (vezi anexa 1)

$$\mu_s(t_1 t_2) = \Sigma A_k e^{-c_k\tau} \cos\omega_{0k}\tau, \tag{20}$$

$$\tau = |t_2 - t_1|,$$

unde

$$A_k = \frac{N_k\,\overline{a}_k^2}{2},$$

$$c_k = \frac{\sigma_\omega^2\,\tau\,\tau}{2},$$

N_k — este numărul receptorilor elementari aparținînd categoriei k, pentru care funcția statistică este caracterizată de constantele

$$a_k, \sigma_a, \omega_0, \tau\,.$$

Fizic, ipoteza unei funcții aproximativ periodice este justificată de ritmicitatea proceselor de producție care determină consumul de energie electrică.

Mișcările alternative a numeroase mașini-unelte determină variații ritmice ale puterii absorbite de acestea. Amplitudinea și perioada acestor variații, se grupează pentru aceeași categorie de consumatori în jurul unei valori medii, fără a fi riguros constantă nici pentru toți consumatorii, nici în timp, pentru același consumator elementar. Aceasta justifică ipoteza că a_{kt} și ω sînt mărimi statistice.

Ipoteza unei variații discontinue la intervale regulate τ a variabilei $\Delta\omega_k$ se justifică prin faptul că și viteza de desfășurare a proceselor de producție nu variază continuu ci numai în urma intervenției muncitorului ce conduce procesul de producție sau sub influența unor factori exteriori, avînd de asemenea variații discontinue.

În general, variațiile ritmice ale sarcinilor, prezintă pe lîngă componenta fundamentală, și armonici. Aceste armonici vor diferi de la un consumator la altul, cît și în funcție de intervalul pentru care se face analiza. Rezultatul obținut prin suprapunerea acestor termeni, va consta practic, dintr-un ansamblu de variații statistice necorelate, conducînd la funcția *zgomot*.

Funcția de autocorelație corespunzătoare, este

$$\mu(\tau) = A\,\delta(t).$$

Deoarece însă funcția impuls $\delta(t)$ este o abstracție matematică, practic funcția de autocorelație a acestor componente va putea fi aproximată printr-o funcție exponențială cu constanta de timp foarte mică, încadrîndu-se astfel în expresia matematică a funcției de autocorelație a modelului de tipul I.

Funcțiile statistice ale sarcinilor variabile corespunzătoare modelelor de tipul I și II sînt (statistic) independente între ele, astfel încît funcția de autocorelație a sarcinii rezultante este egală cu o sumă de funcții de autocorelație de tipul I și II.

$$\mu(\tau) = \sum A_{1k}\, e^{-\tau/T_k} + \sum A_{2k}\, e^{-c_k\tau} \cos \omega_k\, \tau.$$

Pe lîngă sarcinile rezultante ale unor grupe de consumatori ce pot fi descrise de funcții statistice, intervin în sisteme electroenergetice și mari consumatori a căror putere consumată variază după o funcție analitică. Modelele propuse nu sînt valabile pentru aceste tipuri de consumatori.

În cele ce precede, s-a presupus că legile de probabilitate ce determină variația consumului de energie electrică sînt invariabile. Rezultatele obținute sînt deci valabile numai pentru zone ale curbei de sarcină: zonele vîrfului de dimineață și seară de iluminat, a vîrfului industrial, a pauzelor de prînz și de noapte. Constantele ce caracterizează funcțiile statistice ale puterilor cerute de consumatori vor fi diferite pentru fiecare zonă, variind eventual și după anotimp. Între aceste zone, variațiile consumatorilor vor fi descrise de funcții nestaționare.

3. DETERMINAREA EMPIRICĂ A FUNCȚIEI DE AUTOCORELAȚIE A SARCINII

Presupunînd că funcția statistică $\mathbf{S}(t)$ este staționară și ergodică, pentru evaluarea funcției de autocorelație, pe baza datelor experimentale, poate fi folosită media temporală

$$(I)T = \frac{1}{T}\int_0^T [\mathbf{S}(t) - \bar{\mathbf{S}}(t)]\,[\mathbf{S}(t+\tau) - \bar{\mathbf{S}}]\,dt, \qquad (21)$$

$I(T)$ este de asemenea o funcție statistică a cărei medie (statistică) este egală cu media statistică de ordinul doi a funcției $S(t)$

$$M\{I(T)\} = \frac{1}{T}\int_0^T M\{[S(t) - \bar{S}][S(t+\tau) - \bar{S}]\}\,dt = \mu_s(\tau). \qquad (22)$$

Pentru a putea aprecia precizia acestei evaluări, este necesară cunoașterea dispersiei funcției statistice $I(T)$. Se poate demonstra [13] că dacă $S(t)$ este o realizare posibilă a unei funcții statistice de ordinul doi,

$$M\{I^2[T]\} = \sigma_I^2 \leqslant \frac{4}{T}\int_0^\infty \mu_s(\tau)\,d\tau. \qquad (23)$$

În cazul modelelor studiate mai sus

$$\sigma_I^2 \leqslant \frac{2}{T}[\sum A_{1k}\,T_k + A_{2k}/C_k]. \qquad (24)$$

Din relația (24) se poate deduce deci valoarea duratei de înregistrare T, necesară pentru a determina funcția de autocorelație cu precizia dorită.

Dacă valorile constantelor de timp T_k și $\frac{1}{C_k}$ ale fenomenului studiat diferă mult între ele, va fi uneori necesar ca studiul diferitelor componente ale funcției de autocorelație să fie efectuat utlizînd înregistratoare distincte; de exemplu: — oscilograful pentru fenomene avînd constante de timp 0... 10 s; înregistratoare cu viteză mare de înregistrare, pentru componente cu constante de timp de ordinul secundelor sau zecilor de secunde; înregistratoare obișnuite pentru celelalte componente.

Se pune în acest caz, problema erorilor de măsură ce survin la studiul fiecărei componente, datorită celorlalte componente ale funcției de autocorelație.

În cazul componentelor cu constantă de timp mare, este evident că rezultatele obținute pentru funcția de autocorelație sînt valabile numai pentru valori τ, suficient de mari pentru ca să se fi amortizat acele componente ale funcției de autocorelație cu constante de timp inferioare, corespunzînd unor fenomene înregistrate eronat de aparatul respectiv.

La studiul componentelor cu constantă mică de timp, în general nu este posibil ca durata înregistrării să fie suficientă pentru a se obține o precizie satisfăcătoare pentru componentele funcției de autocorelație, avînd constante de timp mai mari. Se pune în acest caz problema în ce măsură erorile asupra componentelor cu constantă de timp mare, afectează rezultatele privitoare la componentele cu constantă mică de timp. După cum se arată în anexa 2, derivata în origine a componentelor ce se amortizează lent tinde către zero, iar dispersia derivatei poate fi redusă suficient pentru a se obține precizia necesară.

Pe lîngă componente statistice, în compunerea sarcinii rezultante vor interveni și componente analitice, corespunzătoare variației perio-

dice a puterii cerute de anumiți consumatori importanți. Determinarea empirică a funcției de autocorelație a sarcinii rezultante, va conduce astfel la o funcție $V(\tau)$ rezultînd din însumarea funcției de autocorelație empirică a componentelor statistice, cu media temporală

$$R(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T [\sum B_k \cos(k\,\omega\, t + \varphi_k)]\,[\sum B_k \cos(k\,\omega\,(t+\tau) + \varphi_k)]\,dt, \quad (25)$$

unde B_k sînt amplitudinile armonicilor de pulsație $k\omega$ ale acestor variații periodice ale puterii. Valoarea limită a acestei medii temporale, este o funcție periodică

$$\lim_{T\to\infty} R(\tau) = \frac{B_0^2}{4} + \frac{1}{2}\sum B_k^2 \cos k\,\omega\tau, \quad (26)$$

Se observă că pe această cale, este posibilă determinarea amplitudinilor și pulsațiilor armonicilor, variațiilor periodice ale sarcinii consumatorilor ce intervin cu o pondere mare în sarcina rezultantă.

Dacă durata de determinare T este finită, intervin și în acest caz erori; valoarea erorii pentru componenta fundamentală satisface inegalitatea

$$\varepsilon_{R\omega} \leqslant \frac{B_1^2}{4\,\omega\, T}, \quad (27)$$

astfel încît este posibilă determinarea ei cu o precizie satisfăcătoare, prin alegerea unei valori suficient de mari pentru ωT. Reducerea erorii este, de asemenea, posibilă prin alegerea pentru T a unei valori egală cu un multiplu al semiperioadei componentei fundamentale. Derivata în origine este și în acest caz nulă, iar eroarea de determinare a acesteia este nulă, independent de valoarea duratei T; astfel, nici aceste componente, dacă sînt lente, nu influențează asupra preciziei de determinare a componentelor cu constantă mică de timp.

4. REZULTATE EXPERIMENTALE

S-au înregistrat variațiile frecvenței în sistemul energetic național, la diferite ore cu ajutorul unui frecvențmetru de abateri, sensibil la valori mici ale acestor abateri [14]. Cu datele acestor înregistrări, s-au calculat conform relației (28):

$$\mu_f(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T [f(t) - \bar{f}]\,[f(t) - \bar{f}]\,dt, \quad (28)$$

funcțiile de autocorelație ale frecvenței, folosind calculatorul electronic cifric CIFA-3. Cîteva din rezultatele obținute sînt arătate în figura 1.

Se observă prezența unor componente armonice amortizate importante, în aceste funcții de autocorelație. Este probabil ca aceste componente să se datorească unor componente asemănătoare prezente în funcția de autocorelație a sarcinii rezultante. Totuși nu este exclusă nici posibilitatea prezenței unor fenomene de autooscilație ale sistemului de reglaj

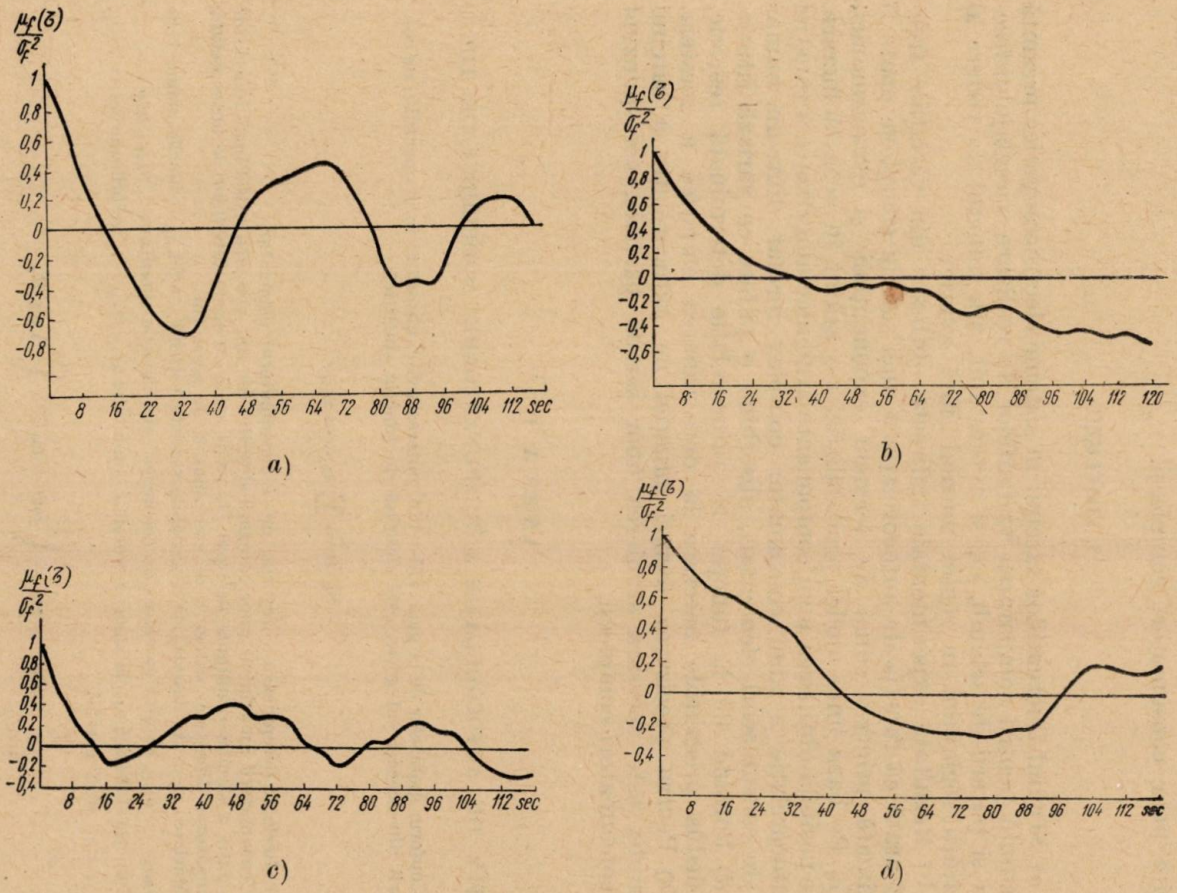


Fig. 1. – Funcția de autocorelație a variației frecvenței.
a) la ora 8,35′; *b*) la ora 11.20′ *c*) la ora 14.45′; *d*) la ora 19.45′.

format din ansamblul agregatelor conectate la rețeaua electrică, inclusiv regulatoarele respective. O precizare a naturii fenomenului observat, va putea fi obținută deci numai prin studiul direct al unor sarcini parțiale datorite unor consumatori complecși.

5. CONCLUZII

a) Studiul fluctuațiilor sarcinii în sisteme electroenergetice prezintă importanță pentru compararea variantelor de realizare a reglajului frecvenței și puterii de schimb, cît și a tensiunii, din punctul de vedere al eficacității reglajului în regim normal (fără avarie).

b) Rezultate experimentale indirecte obținute din variațiile frecvenței arată că funcția de autocorelație a unei sarcini complexe poate fi aproximată printr-o sumă de termeni exponențiali și cvasiarmonici.

c) Pe baza unui model probabilistic, s-a arătat în această lucrare, că este posibilă obținerea unor componente armonice amortizate a funcției de autocorelație a unui consumator complex format dintr-un număr mare de consumatori elementari, absorbind o putere ce variază ritmic.

d) Pornind de la funcția de autocorelație determinată teoretic, s-au dedus precauțiile necesare la dete minarea empirică a acesteia.

e) Pentru precizarea formei funcției de autocorelație a sarcinii rezultante, este necesară studierea unor sarcini parțiale, corespunzînd unor consumatori complecși.

ANEXA 1

FUNCȚIA DE AUTOCORELAȚIE CORESPUNZĂTOARE MODELULUI DE TIP II

Conform ipotezelor de la pag. 475—476, puterea totală absorbită în momentul t, de consumatorii din aceeași categorie, este descrisă de funcția statistică:

$$S_k(t) = \sum_i a_{kit} \cos \alpha_{kit},$$

Indicele k desemnează categoria, iar i consumatorul elementar.

Consumatorii aparținînd unor categorii diferite, nu sînt corelați, astfel încît funcția de autocorelație a sarcinii rezultante de tipul II, va fi egală cu suma funcțiilor de autocorelație corespunzătoare diferitelor categorii de consumatori de acest tip.

Mărimea a_{kit} este descrisă de o variabilă statistică avînd media $\bar{a}_k$; valorile momentane a_{kit_1}, a_{kit_2} ... a_{kit_n} nu sînt corelate; de asemenea, nici valorile simultane: a_{k1t}, a_{k2t} ...

Funcția statistică α_{kit} ia valori necorelate simultane α_{k1t}, α_{k2t}, ... valorile succesive α_{kit_1}, α_{kit_2} ... sînt însă corelate:

$$\alpha_{kit_2} - \alpha_{kit_1} = \int_{t_1}^{t_2} \omega dt = \omega_0 \overline{\tau} + \int_{t_1}^{t_2} \Delta \omega_k \, dt,$$

unde $\Delta\omega_{kit}$ este o variabilă statistică centrată. Astfel, variabila

$$x = \int_{t_1}^{t_2} \Delta \omega_{kit} \, dt$$

va fi de asemenea centrată. Dispersia variabilei x, rezultă din relația:

$$\sigma^2_{xit_2t_1} = M\left\{\int_{t_1}^{t_2} \Delta\,\omega_{kit}\,dt \int_{t_1}^{t_2} \Delta\,\omega_{kit}\,dt\right\}.$$

Conform ipotezei $\Delta\omega_k$ este o funcție statistică centrată, care ia valori constante în intervale de lungime medie τ și valori necorelate în intervale distincte. Rezultă astfel

$$\sigma^2_{xit_2t_1} = \mathfrak{T}\,\tau\,\sigma^2_{\omega k},$$

unde

$$\mathfrak{T} = t_2 - t_1,$$

$\sigma\omega k$ este abaterea medie pătratică a variabilei $\Delta\omega k$.

Dacă $\Delta\omega_k$ are o repartiție normală, x va avea o repartiție normală. De asemenea, chiar dacă $\Delta\omega k$ nu are o repartiție normală, x tinde către o repartiție normală dacă $\mathfrak{T}$ este mare față de τ.

Funcțiile statistice a_{kit} și α_{kit} au fost presupuse necorelate.

Funcția de autocorelație $\mu_s(\mathfrak{T})$ a funcției statistice S_k rezultă din relația

$$\mu_s(\mathfrak{T}) = M\{S_k(t_1)\,S_k(t_2)\} =$$

$$= M\left\{\left(\sum_i a_{kit_1}\cos\alpha_{kit_1}\right)\left(\sum_j a_{kjt_2}\cos\alpha_{kjt_2}\right)\right\} =$$

$$= \sum_i M\{a_{kit_1}\,a_{kit_2}\cos\alpha_{kit_1}\cos\alpha_{kit_2}\} =$$

$$= N\bar{a}_k^2 - M\{\cos\alpha_{kit_1}\cos\alpha_{kit_2}\} = \frac{1}{2}N\bar{a}_k^2 - M\{\cos(\alpha_{kit_1} + \alpha_{kit_2})\} +$$

$$+ M\{\cos(\alpha_{kit_1} - \alpha_{kit_2})\} = \frac{N\bar{a}_k^2}{2\sqrt{2\pi}\,\sigma_x}\int_{-\infty}^{\infty}\cos(\omega_0\,\mathfrak{T} + x)\,e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}\,dx =$$

$$\frac{Na_k^2}{2}\,e^{-\frac{\sigma_x^2}{2}}\cos\omega_0\,\mathfrak{T} = \frac{Na_k^2}{2}\,e^{-C_k\mathfrak{T}}\cos\omega_0\,\mathfrak{T}$$

unde

$$C_k = \frac{\tau\sigma_\omega^2}{2}.$$

ANEXA 2

PRECIZIA DE DETERMINARE EMPIRICĂ A FUNCȚIEI DE AUTOCORELAȚIE CORESPUNZĂTOARE MODELULUI DE TIPUL II

Fie $V(\mathfrak{T})$ media temporală determinată în intervalul T, ca estimație a funcției de autocorelație $\mu_{sk}(\mathfrak{T})$:

$$V(\mathfrak{T}) = \frac{1}{T}\int_0^T S_k(t)\,S_k(t+\mathfrak{T})\,dt,$$

unde $S_k(t)$ este o funcție statistică centrată, definită ca în anexa 1, avînd funcția de autocorelație

$$\mu_{sk}(\tau) = \mu_{0k} e^{-C_k \tau} \cos \omega_0 \tau \leqslant \mu_0 e^{-C_k \tau}.$$

Rezultă astfel [13]:

$$\sigma^2_{v,\tau} = M\{V^2(\tau)\} < \frac{2\mu_{0k}}{C_k T}.$$

Eroarea poate fi astfel redusă oricît de mult, dacă $C_k T$ este mare.

În cazul particular în care $C_k T \to 0$ (se studiază componenta cu constanta de timp mai mică decît $\frac{1}{C_k}$).

$$\sigma^2_v(\tau) = \frac{2}{T}\int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right)[\mu^2(t) + \mu(t+\tau)\mu(-t+\tau)]\,dt \simeq \frac{N^2 a^4}{2T}\int_0^T [\cos^2 \omega_0 t + \cos \omega_0 (t+\tau) \cos \omega_0 (-t+\tau)]\,dt.$$

Se observă că în acest caz, valoarea maximă a dispersiei se obține pentru $\tau = 0$.

$$\sigma^2_v(\tau) < \frac{N^2 a^4}{4}\left(1 + \frac{\sin 2\omega_0 T}{2\omega_0 T}\right) = \mu^2_{0k}\left(1 + \frac{\sin 2\omega_0 T}{2\omega_0 T}\right).$$

Astfel dacă $\omega_0 T \gg 1$, eroarea probabilă asupra ordonatei în origine a componentei k a funcției de autocorelație este mai mică de 50%.

Pentru $\tau = \frac{\pi}{2\omega_0}$, $\sigma^2_v(\tau)$ tinde către zero; astfel, chiar dacă amplitudinea componentei k se determină eronat, perioada se determină corect.

Derivata în origine a funcției $V(\tau)$ este:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} V(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T S_k(t) \frac{\partial}{\partial \tau} S'_k(t+\tau)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T S_k(t) S'_k(t)\,dt,$$

$$S'_k(t) = \Sigma \omega a_k \sin \omega_k t = \Sigma \omega a_k \cos\left(\omega_k t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Dacă $C_k T$ tinde către zero

$$\sigma^2_{v'(0)} = \omega_0^2 \sigma^2_v\left(\frac{\pi}{2\omega_0}\right) \approx 0.$$

Astfel, componenta de ordinul k, nu introduce erori apreciabile la determinarea componentelor cu constante de timp mici, ale funcției de autocorelație.

ANEXA 3

EXPLICAREA TERMENILOR ȘI A SIMBOLURILOR FOLOSITE

Pentru cititorii mai puțin familiarizați cu terminologia statisticii matematice, s-au dat în această anexă, cîteva explicații sumare, fără pretenții de rigurozitate matematică.

Există numeroase lucrări cu privire la bazele teoretice ale aplicațiilor tehnice ale funcțiilor statistice [13], [15], [16], [17], [18].

Pentru simboluri s-au folosit în general indicațiile cuprinse în standarde [19], [20].

Simbol	Termen	Explicaţie
	Fenomen statistic	Fenomen determinat de un număr atît de mare de cauze încît un este posibilă descrierea sa printr-o lege dinamică (lege ce permite prevederea desfăşurării în timp a unui fenomen cunoscînd condiţiile iniţiale şi la limită). De exemplu cunoscînd consumatorii conectaţi la reţea în momentul t_0, nu se poate prevedea cu precizie ce consumatori vor fi conectaţi în momentele următoare t_1, t_2 ... t_k.
X	Variabilă statistică	Număr care caracterizează un fenomen statistic. De exemplu : numărul consumatorilor ce se conectează la reţea în intervalul $\{t, t + \Delta t\}$, valoarea puterii totale cerută din reţea în momentul t. Şirul de valori $\{x(t_1), x(t_2) \ldots \ldots x('t_n)\}$ pe care variabila X le ia în cursul aceleiaşi experienţe, reprezintă de asemenea o variabilă statistică.
	Lege de probabilitate	Relaţie de dependenţă a probabilităţii unui fenomen statistic de variabila statistică.
$P(x)$	Funcţia de repartiţie	Funcţia $P(x) = P_r(X < x)$ unde X este variabila statistică iar x o valoare oarecare a acestei variabile.
$p(x)$	Densitatea de probabilitate	Funcţia $p(x)$ din relaţia $$P(X) = \int_{-\infty}^{X} p(x)\,dx.$$
	Repartiţie normală	Repartiţie corspunzătoare densităţii de probabilitate : $$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-m)^2/2\sigma^2}$$
	Repartiţie de tip Poisson	Repartiţie corespunzătoare probabilităţii $$P_r(N = k) = e^{-m}\frac{m^k}{k!}$$ (unde N este o variabilă statistică discretă, iar k ia valori întregi ; m este valoarea medie).
$m_x = M\{X\}$	Valoarea medie	Pentru o variabilă statistică : $$M\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)\,dx.$$
$m_g = M\{g(X)\}$		Pentru o funcţie $g(X)$ $$M\{g(X)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\,p(x)dx$$ unde $p(x)$ este densitatea de probabilitate a variabilei X
m_n	Moment de ordinul n al lui X	$$m_n = M\{X^n\}.$$

Simbol	Termen	Explicație
σ_x^2	Dispersia variabilei X	Momentul central de ordinul doi $\sigma_x^2 = M\{(X-m)^2\}$.
σ_x	Abaterea medie pătratică (centrală)	Rădăcina patrată a dispersiei $\sigma_x = \sqrt{M\{(X-m^2)\}}$.
$X(t)$	Funcție statistică	O funcție de un parametru t care caracterizează un fenomen statistic $X_k(t)$ este una din realizările posibile ale acestei funcții, căreia îi corespunde probabilitatea $P(k)$.
	Proces statistic	Funcție statistică pentru care parametrul este timpul.
	Funcție statistică staționară	Funcție statistică ale cărei proprietăți statistice sînt invariante pentru orice deplasare a originii parametrului t.
	Ergodicitate	Proprietatea unor funcții statistice staționare permițînd înlocuirea mediilor statistice, de ordinul unu și doi, prin mediile temporale $m = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T X(t)\,dt$ $\mu(\tau) = \lim \frac{1}{T}\int_0^T [X(t)\,X(t-\tau) - m^2]dt.$
$\mu_x(\tau)$	Funcția de autocorelație	Media centrală de ordinul doi a unei funcții statistice staționare $\mu(\tau) = M[X(t)\,X(t-\tau) - \overline{X}^2]$. Pentru $\tau = 0$ $\mu(\tau) = \sigma_x^2$; ordonata în origine a funcției de autocorelație este egală cu dispersia variabilei statistice X.
$f(\nu)$	Densitate spectrală	Transformata Fourier a funcției de autocorelație $f(\nu) = 4\int_0^\infty \mu(\tau)\cos 2\pi\nu\tau\,d\tau$; $\mu(\tau) = \int_0^\infty f(\nu)\cos 2\pi\nu(\tau)\,d\nu.$ Dacă produsul $X(t_1)\,X(t_2)$ este interpretat ca o putere, $f(\nu)$ este energia elementară medie corespunzătoare benzii de frecvență $[\nu, \nu + d\nu]$.
	Studiu de ordinul doi	Studiu care se mărginește la determinarea mediilor de ordinul unu și doi.
	Variabile statistice independente	Variabile statistice avînd proprietatea că legea de probabilitate a uneia nu depinde de valorile pe care le ia cealaltă.
	Model probabilistic	Ipoteză asupra variabilelor ce caracterizează un fenomen statistic, permițînd deducerea prin calculul probabilităților a unor proprietăți statistice corespunzătoare celor observate experimental.

ÉTUDE SUR MODÈLES PROBABILISTIQUES DES FLUCTUATIONS DES CHARGES DANS LES SYSTÈMES ÉLECTRO-ÉNERGÉTIQUES

RÉSUMÉ

L'auteur fait ressortir l'importance que présente l'étude des fluctuations de la charge résultante, dans un système électro-énergétique, lorsqu'il s'agit de comparer l'efficacité des diverses variantes de réalisation du réglage de la fréquence, des puissances d'échange et des tensions. Outre un modèle probabilistique connu dans la littérature, dans lequel la variation de la charge est considérée comme une fonction statistique dérivée d'un processus du type Poisson, on propose un nouveau modèle où la fonction statistique résultante s'obtient par la sommation de quelques fonctions statistiques élémentaires quasi harmoniques ; la fonction d'auto-corrélation revêt, dans ce cas, la forme

$$\mu(\tau) = \sum A_{1k}\, e^{-\frac{\tau}{T_k}} + \sum A_{2k}\, e^{-c_n \tau} \cos \omega_k \tau.$$

L'auteur indique les précautions nécessaires pour déterminer empiriquement une fonction d'auto-corrélation de ce type.

On présente les résultats obtenus par l'étude indirecte de la charge résultante, par l'intermédiaire de la fonction d'auto-corrélation de la fréquence dans le système électro-énergétique national et on insiste sur la nécessité d'étudier directement les fluctuations de certaines charges locales, dues à des consommateurs complexes.

BIBLIOGRAFIE

1. P. AILLERET, *L'introduction de la mesure dans la notion de la qualité du service d'une distribution d'électricité et son intérêt au point de vue de la conception des réseaux.* Bul. SFE, 7e Série, **7**, *61*, Janvier (1956), 7—13.
2. F. CAHEN, *Les aspects modernes de la distribution de l'électricité : la notion de la qualité du service.* Bul. AIM-, **69**, *12* (1956), 779—806.
3. В. А. ВЕНИКОВ, Л. А. СОЛДАТКИН, *К вопросу о критериях качества электроэнергии и качества автоматического регулирования режима электросистем.* Электричество, *12* (1959).
4. G. LEHMANN, *Calcul du spectre des fluctuations du courant absorbé par un réseau de distribution électrique.* Bul. SFE, 7e -III, *34*, Oct. (1953), 593—596.
5. R. FORTET, *Spectre des fluctuations du courant absorbé par un réseau de distribution électrique.* Bul. SFE, 7e, **IV** *47*, (1954), 712—717.
6. D. GADEN, *Essai d'un procédé pour caractériser la clientèle d'un réseau selon la variabilité de sa consommation. Son application à l'établissement des précisions sur la tenue de la fréquence.* Bul. ASE, **46**, *2* (1955), 45—56.
7. — *Rapport existant entre les variations de la charge consommée par la clientèle d'un réseau et les variations de fréquence qui en résultent.* Bul. ASE, **49**, *10* (1958), 439—448.
8. M. MESAROVIĆ, I. OBRADOVIĆ, D. KALIĆ, S. SPIRIDONOVIĆ, *Measurement of the transfer functions in the electric power systems using spontaneous power variations.* Power Apparatus and Systems, *46*, febr. (1960).

9. MESAROVIĆ, I. OBRADOVIĆ, D. KALIĆ, S. SPIRIDONOVIĆ, *Aspect statistique de la dynamique des réseaux électriques*. CIGRE, 1960, Rap. *326*.
10. J. PREMINGER. *Recherche de la tenue moyenne de la fréquence dans les réseaux électriques à l'aide des fonctions d'autocorrélation et de densité spectrale*. CIGRE, 1960, rap. *310*.
11. B. FAVEZ, *Aperçus sur une étude théorique générale du réglage de la fréquence et de la puissance d'échange des réseaux d'énergie électrique*. Bul. Techn. Suisse Romande, **84**, *13*, 21.6 (1958), 221–229.
12. E. JUILLARD, *Sur l'écart quadratique moyen des fluctuations de puissance d'un réseau*. Bul. ASE-t. **51**, *22*, 5.XI (1960), 1149.
13. Х. ЛАНИНГ, Р. БАТТИН, *Случайные процессы в задачах автоматического управления ИИЛ*, Москва, 1958.
14. S. IONESCU, P. NICOLAE, M. POMÎRLEANU, *Aparat pentru înregistrarea frecvenței în regim dinamic*. St. şi cerc. energ., **X**, *1* (1960), 192.
15. Б. Л. ЛЕБЕДЕВ, *Случайные процессы в электрических и механических системах*, Москва, 1958.
16. A. ANGOT, *Compléments de mathématiques*. Ed. Revue d'optique, Paris, 1949.
17. H. SCHLITT, *Systemtheorie für regellose Vorgänge*. Springer, Berlin, 1960.
18. В. С. ПУГАЧЕВ, *Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления*. Физматгиз, Москва, 1960.
19. . * . *Calculul probabilităților. Terminologie*. STAS 1839-50.
20. . * . *Statistica matematică în tehnică*. STAS 2631-58.

STUDIUL UNOR REGIMURI SPECIALE DE FUNCŢIONARE ALE MOTOARELOR SINCRONE DE MARE PUTERE *)

DE

C. BĂLĂ, M. BÎRGĂUANU şi D. CREŢU

1. INTRODUCERE

Unele motoare sincrone destinate acţionării turbocompresoarelor sînt pornite cu compresorul în gol. În acest scop, se utilizează una din metodele cunoscute de pornire în asincron a motoarelor sincrone, de exemplu cuplarea motorului la reţea prin intermediul unui autotransformator AT (fig. 1). În acest caz, tensiunea care se aplică la bornele maşinii este de aproximativ jumătate din cea nominală. După ce motorul a ajuns aproape de viteza nominală, nodul de conectare în stea a autotransformatorului se desface prin întrerupătorul K_1, iar porţiunea necomună a înfăşurării autotransformatorului rămîne în circuit ca bobină de reactanţă. Ulterior, bobinele de reactanţă se scurtcircuitează şi se aplică tensiunea continuă la bornele circuitului de excitaţie. După sincronizare, agregatul poate funcţiona în sarcină. La scăderea tensiunii sub 0,6 U_n, la apariţia unei componente alternative de curent în circuitul rotorului etc., maşina sincronă este deconectată automat de la reţea.

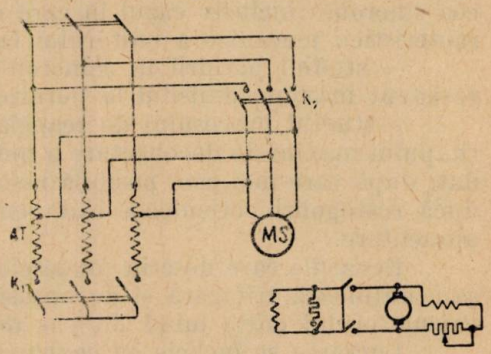


Fig. 1. — Schema instalaţiei de pornire a motorului sincron;
M.S. — motor sincron; AT — autotransformator; K_1 — întrerupător de conexiune stea al autotransformatorului; K_2 — întrerupător de scurtcircuitare.

În urma unor avarii pot surveni în sistemul electroenergetic situaţii critice urmate de întreruperea alimentării — de exemplu pentru cîteva

*) Lucrare prezentată în Secţia de electroenergetică la data de 18 mai 1962.

fracţiuni de secundă. În asemenea situaţii, în mod normal, motorul sincron se opreşte şi nu mai poate fi pornit (decît după ce au fost acţionate vanele compresorului pentru a funcţiona în gol) din cauza fie a cuplului sincron redus, fie a încălzirilor care se pot produce la funcţionarea în asincron, fie a capacităţii sale reduse de a se autosincroniza.

În cazul în care procesul tehnologic permite acest lucru, pentru a se evita o întrerupere de lungă durată cerută de manevrarea vanelor pentru pornirea în gol a compresorului, apare necesitatea repornirii în asincron a motorului sincron, cu compresorul în sarcină, urmată de procesul de autosincronizare.

Dacă durata întreruperii tensiunii este de ordinul a cîteva zecimi de secundă se pune problema de a reanclanşa motorul la reţea şi de a-l sincroniza fără a mai trece prin procesul de pornire în asincron.

Apare astfel, problema pornirii în sarcină a *MS* care acţionează turbocompresoare şi a comportării lui la funcţionarea în sarcină în condiţii speciale cînd se produc fie întreruperi de scurtă durată a alimentării cu reanclanşare automată pe acelaşi sistem de bare sau pe alt sistem de bare, fie defecţiuni de scurtă durată şi remediabile în mers în sistemul de excitaţie; trebuie stabilită prin urmare limita funcţionării în asincron şi nivelul minim al tensiunii de alimentare.

Lucrarea de faţă se referă la cazul concret al unui motor sincron avînd următoarele date nominale: $P = 2\,100$ kW; $n = 1\,500$ rot/min, $\cos \varphi_n = 1$; şi cuprinde:

— determinarea parametrilor electrici şi mecanici ai maşinii sincrone prin încercarea motorului în condiţii de exploatare la viteze diferite de cea sincronă (inclusiv cazul în care rotorul este în repaus) şi calculul caracteristicii mecanice a motorului la funcţionarea în asincron;

— studiul pornirii în asincron în sarcina şi determinarea cuplului rezistent maxim admisibil la pornirea în asincron;

—studiul procesului de reanclanşare automată trifazată şi stabilirea timpului maxim de deconectare a motorului de la reţea la cuplul rezistent dat, după care mai este posibilă resincronizarea motorului fără să se producă rostogoliri periculoase atît pentru maşină cît şi pentru reţeaua de alimentare.

Ecuaţiile care descriu procesele de pornire în asincron, de reanclanşare automată trifazată şi de autosincronizare s-au rezolvat cu ajutorul calculatorului cifric luînd un pas de calcul de 0,02 s.

Lucrarea se încheie cu concluzii referitoare la posibilitatea de funcţionare în asincron şi de sincronizare în sarcină a motorului analizat.

2. DETERMINAREA PARAMETRILOR MOTORULUI SINCRON

a. *Metode statice* [*1*], [*2*]. Pentru determinarea parametrilor s-au aplicat următoarele metode statice:

— metoda alimentării monofazate la tensiune redusă $U = 384$ V, rotorul maşinii fiind în repaus, iar înfăşurarea de excitaţie fiind conectată la rezistenţa de stingere. Măsurile au fost efectuate în două poziţii privile-

giate ale rotorului, determinate de valoarea maximă, respectiv nulă a tensiunii induse în înfășurarea de excitație [2]:

— metoda alimentării trifazate a înfășurării indusului, rotorul fiind în repaus și înfășurarea de excitație fiind conectată pe rezistența de stingere, la tensiunea de $U = 384$ V.

În ambele cazuri s-au măsurat: curenții I pe fază, tensiunile U de alimentare, puterea activă P și puterea reactivă Q.

S-au determinat prin aceste încercări, impedanțele reactanțele și rezistențele supratranzitorii longitudinale și transversale. Rezultatele obținute prin prima metodă sînt

$$z''_d = 2{,}89\ \Omega, \quad r''_d = 0{,}612\ \Omega,$$

$$z_q = 3{,}27\ \Omega, \quad r''_q = 1{,}195\ \Omega,$$

$$1° \qquad\qquad 2°$$

$$x''_d = 2{,}82\ \Omega, \quad x''_d = 2{,}80\ \Omega,$$

$$n''_q = 3{,}04\ \Omega, \quad x''_q = 3{,}01\ \Omega.$$

Observație: x''_d și x''_q s-au calculat în 1° din I, U și P iar în 2° din Q și I.

Prin a doua metodă s-a determinat impedanța inversă (impedanța de scurtcircuit a motorului sincron, în regim de motor asincron)

$$z''_d = 2{,}95\ \Omega, \quad z_{med} = z_2 = 3{,}15,$$

$$z''_q = 3{,}35\ \Omega.$$

În unități relative (impedanța nominală fiind $z_n = 16{,}05\ \Omega$), parametrii circuitelor mașinii sînt

$$a\begin{cases} z''_d = 0{,}18 & r''_d = 0{,}0381, \\ z''_q = 0{,}202 & r''_q = 0{,}0745, \\ \qquad 1° & \qquad 2° \\ x''_d = 0{,}175 & x''_d = 0{,}174, \\ x''_q = 0{,}189 & x''_q = 0{,}187, \end{cases}$$

$$b\begin{cases} z''_d = 0{,}178 & \\ z''_q = 0{,}208 & z_i = 0{,}196. \end{cases}$$

b. *Determinarea parametrilor motorului sincron prin metode dinamice.* Reactanțele longitudinale sincrone x_d, tranzitorie x'_d supratranzitorie x''_d și constantele de timp T_{d0} tranzitorie, T'_d supratranzitorie T''_d, s-au

obținut din oscilograma scurtcircuitului trifazat brusc din care, în figura 2, reproducem regimul tranzitoriu și staționar al curenților din două faze, valoarea tensiunii inițiale raportată la frecvența nominală (50 Hz) și scara timpului [3].

Specificăm că în momentul scurtcircuitării frecvența era de 42,3 Hz iar tensiunea la borne $V_0' = 313$ V.

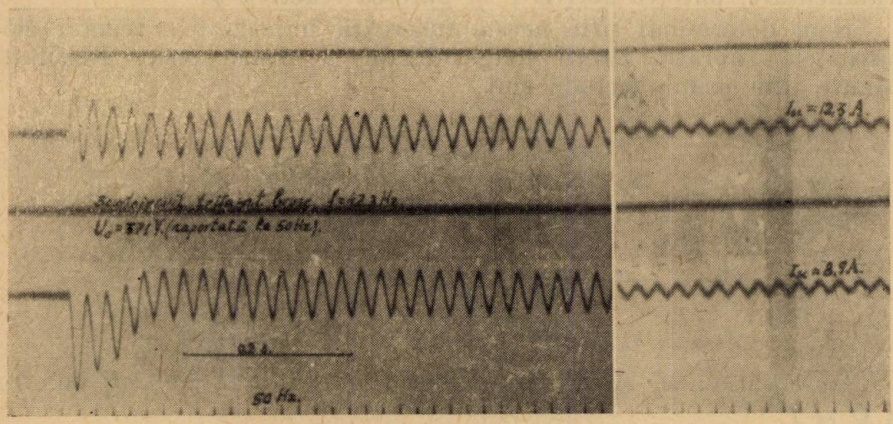


Fig. 2. — Oscilograma curenților la scurtcircuit trifazat brusc.

Din prelucrarea oscilogramei reprodusă în figura 3, s-au obținut următoarele valori:

— pentru curenți,

$$\Delta I' = 27{,}9 \text{ A}\,;\ \Delta I'' = 30{,}6 \text{ A}\,;\ I_{sc\infty} = 10{,}6 \text{ A}$$

(media curenților), $I_{sc}' = 38{,}5$ A și $I_{sc}'' = 69{,}1$ A;

— pentru tensiuni $u_{0fn} = u_{0f}\dfrac{f_n}{f} = 313\dfrac{50}{42{,}3} = 371$ V;

— pentru reactanțe (la 50 Hz)

$$x_d = \frac{U_0}{\sqrt{3}\, I_{sc\infty}} = \frac{371}{\sqrt{3}\, 10{,}6} = 20{,}4\ \Omega\,;\ x_d = 1{,}276 \text{ u.r.}\,;$$

$$x_d' = \frac{371}{\sqrt{3}\, 38{,}5} = 5{,}61\ \Omega\,;\ x_d' = 0{,}351 \text{ u.r.}\,;$$

$$x_d'' = \frac{371}{\sqrt{3}\, 69{,}1} = 3{,}12\ \Omega\,;\ x_d'' = 0{,}195 \text{ u.r.}\,;$$

— pentru constantele de timp

$$T_d' = 1{,}207 \text{ s}\,;\ T_d'' = 3{,}02\ \ 10^{-2} \text{s}\,;\ T_d' = 4{,}4 \text{ s}.$$

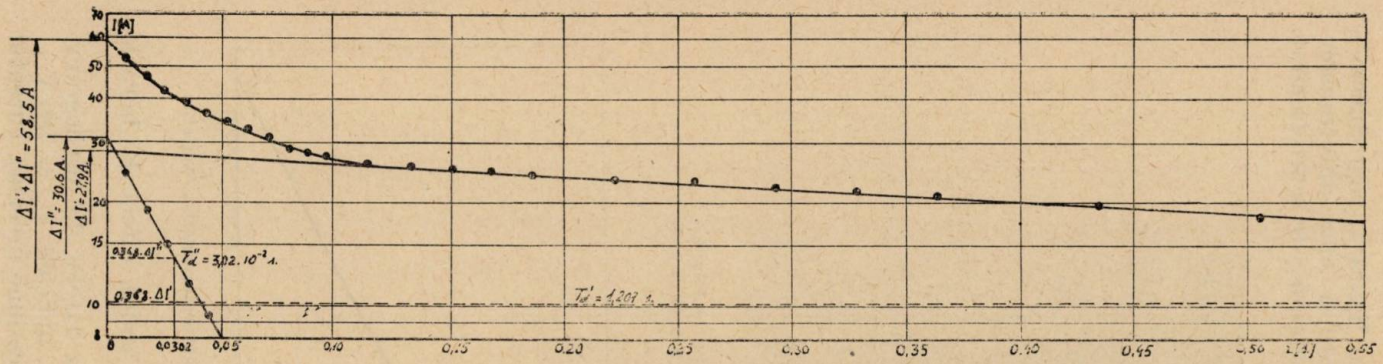


Fig. 3. — Componentele tranzitorii şi supratranzitorii ale curentului de scurt-circuit reprezentate în planul semilogaritmic.

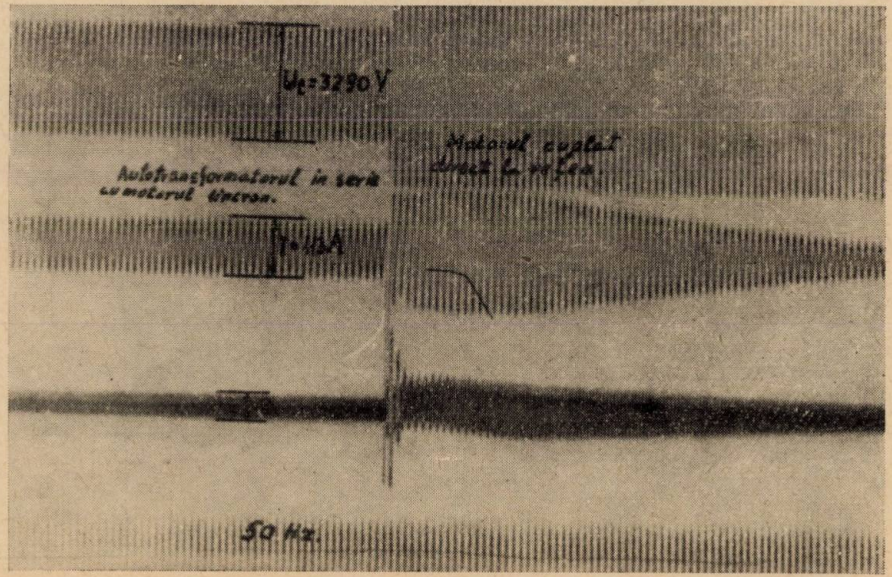


Fig. 4. — Oscilograma tensiunii şi curentului din indus în decursul procesului de sincronizare.

S-a oscilografiat și procesul de pornire; în figura 4, reproducem o parte din oscilogramă corespunzătoare momentului cînd autotransformatorul de pornire cuplat în serie ca o simplă reactanță este scurtcircuitat,

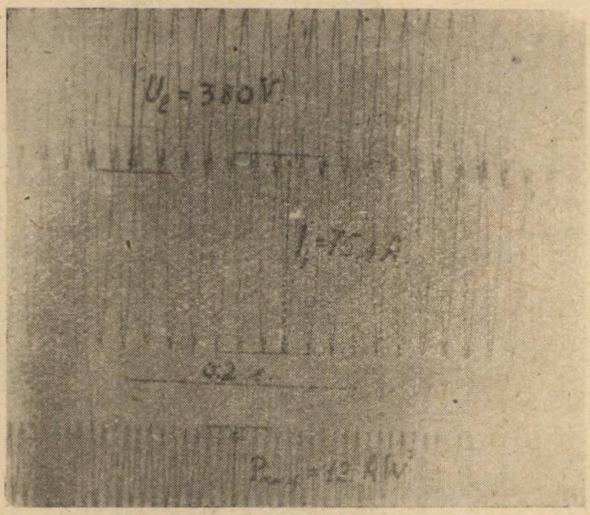


Fig. 5. — Oscilograma tensiunii și curentului la funcționarea în asincron, mașina fiind alimentată de la o sursă trifazată.

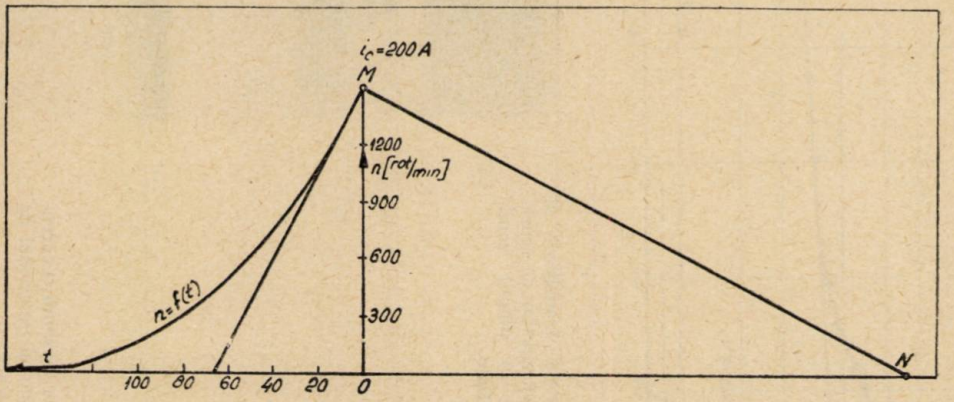


Fig. 6. — Caracteristica de oprire în gol — n (t) — a motorului sincron excitat.

iar tensiunea nominală de 6 kV a rețelei se aplică direct la bornele motorului.

Reactanța inversă a fost calculată pe baza datelor din oscilograma din figura 5 — unde sînt prezentate tensiunea aplicată $U_L = 380$ V — (sistemul trifazat de tensiuni aplicat este de succesiune inversă), curentul

absorbit — $I = 75{,}4$ A, — puterea absorbită și baza de timp — 50 Hz; în timpul încercării respective înfășurarea de excitație a fost scurtcircuitată de rezistența de stingere

$$x_2 = \frac{U}{\sqrt{3}\, I} = \frac{380}{\sqrt{3}.75{,}4} = 2{,}91\ \Omega\,;\quad x_2 = 0{,}185\ \text{u.r.}$$

c. *Determinarea caracteristicii mecanice la funcționarea în asincron. Determinarea momentului de inerție* J s-a făcut pe baza caracteristicii $n\,(t)$ ridicată la oprirea motorului și pe baza curbei în „V", la mersul în gol [4].

Figura 6, reprezintă caracteristica de oprire, mașina sincronă fiind excitată ($i_e = 200$A) cu scările timpului $a_t = 20$ s/cm și vitezei $a_n = 240$ rot/min,cm, determinată pentru $t = 0$

$$n\frac{dn}{dt} = \overline{ON}\frac{a_n^2}{a_t} = 33\,100\ [\text{rot}^2/\text{min}^2 \cdot \text{s}]. \tag{1}$$

Din curba în „V" la mers în gol s-au determinat pierderile mecanice și în fier pentru turația 1 500 rot/min și curentul de excitație $i_e = 200$ A și anume

$$P_0 = 120\,000\ \text{W}.$$

Din aceste pierderi și din caracteristica de oprire s-a determinat momentul de inerție.

Aceleași rezultate s-au obținut și pentru opriri efectuate în sarcini parțiale de 280 și 350 kW.

Determinarea caracteristicii mecanice s-a făcut prin derivarea curbei $n = f_1(t)$ oscilografiată la pornire (fig. 7*a* și 7*b*) obținîndu-se curba $\frac{dn}{dt} = f_2(t)$. Din aceasta din urmă și curba $n = f_1(t)$ s-a obținut curba $\frac{dn}{dt} = f_3(n)$ din care în cele din urmă se obține curba $M(n) = J\frac{d\Omega}{dt}$ în care M reprezintă cuplul de accelerare de mers în gol, iar Ω viteza unghiulară a rotorului.

În figura 8, această caracteristică a fost reprezentată cu linie plină. Pentru precizare s-a determinat curba de accelerație funcție de timp și apoi curba cuplului funcție de viteză pe baza oscilogramei curentului din rotor I_r (fig. 7), din care s-a calculat alunecarea funcție de timp și apoi derivata alunecării funcție de alunecare. Curba cuplului determinată pe această cale (fig. 8 linie întreruptă) coincide destul de bine cu cea de mai sus.

Pe baza acestor caracteristici s-au determinat mărimile importante în unități relative trecute în tabela 1.

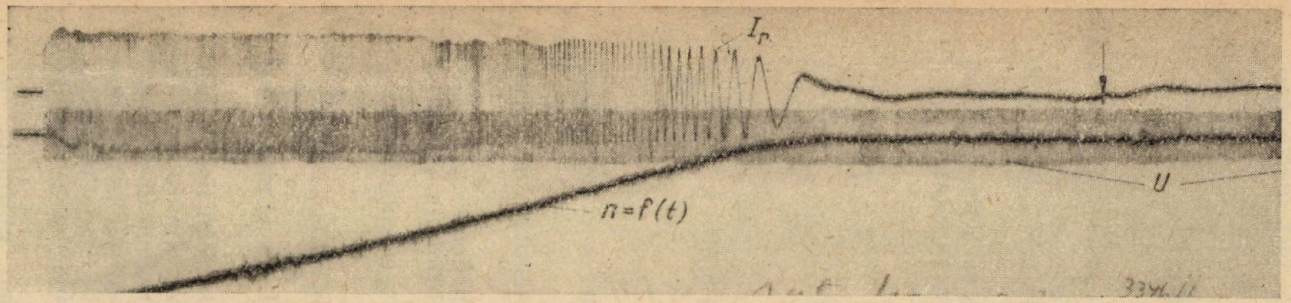


Fig. 7 *a*. — Oscilograma procesului de pornire a motorului sincron cu ajutorul autotransformatorului;
I_r — curentul din rotor; n — turația motorului; U — tensiunea aplicată la bornele motorului; ↓ (săgeata) indică momentul desfacerii conexiunii în stea a autotransformatorului.

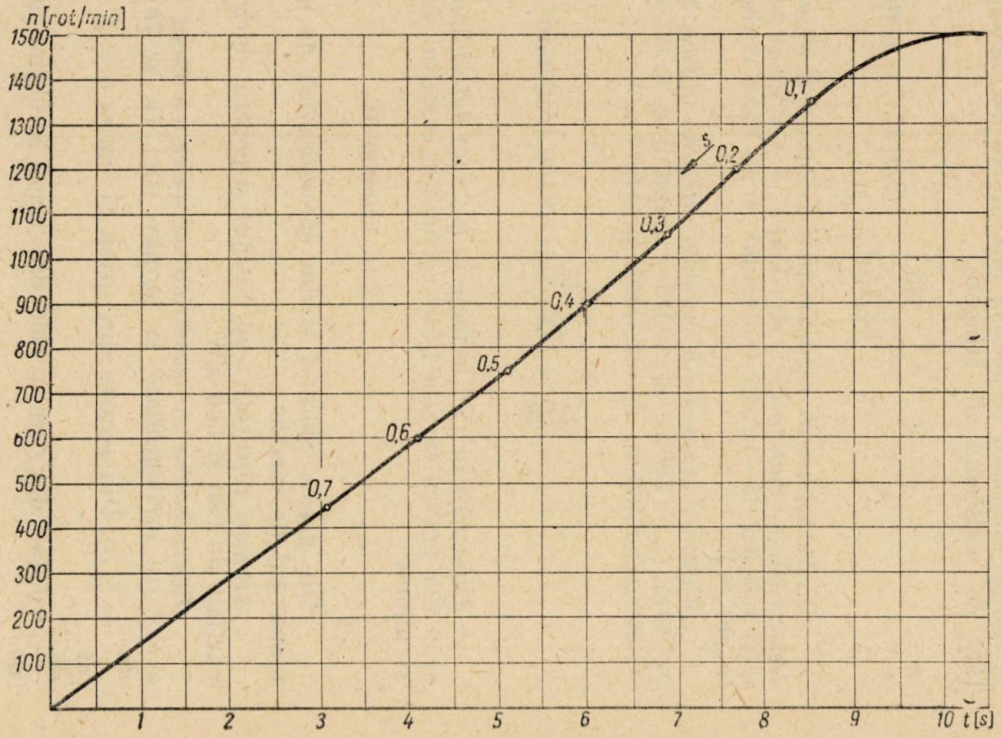


Fig. 7 *b*. — Curba turației funcție de timp la pornire în gol și la tensiune $u = 3\,300$ V, cu indicația alunecărilor.

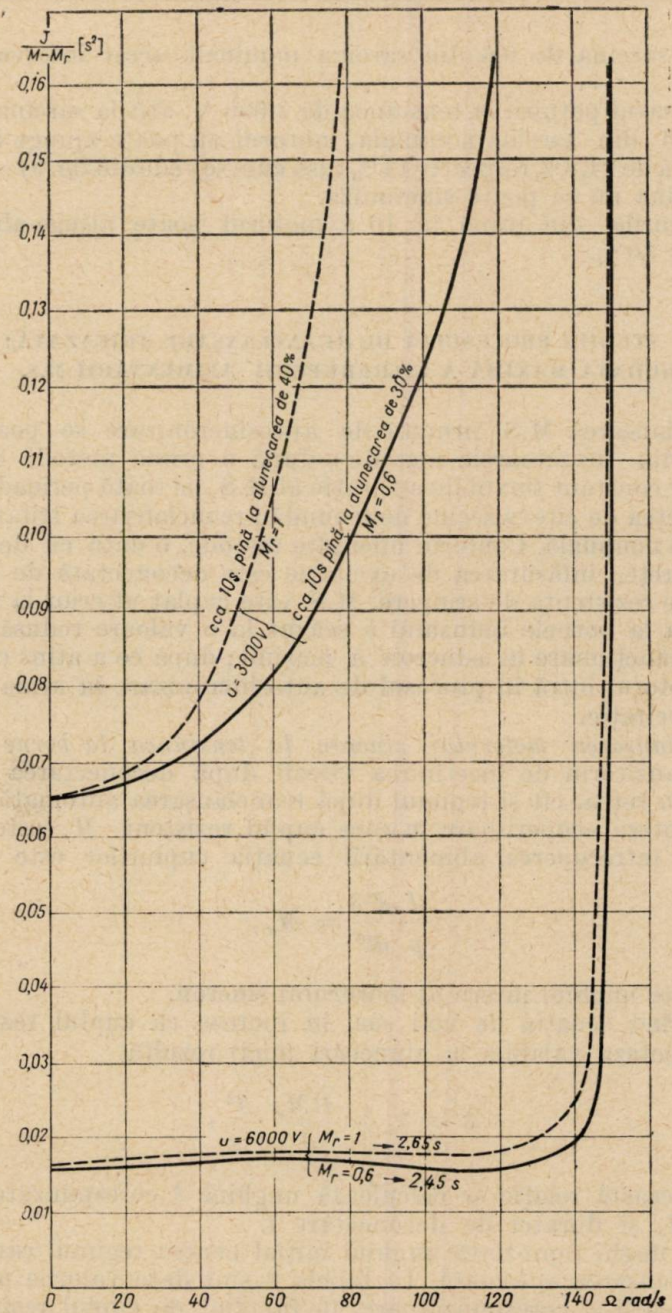


Fig. 10. — Curbele $\frac{J}{M-M_r} = f(\Omega)$ pentru tensiunile de alimentare $U = 6\,000$ V și $U = 3\,000$ V pentru cuplul rezistent $M_r = M_u$ (linie întreruptă) și pentru $M_r = 0{,}6\ M_u$ (linie continuă). Aria delimitată de curbe reprezintă — la scara timpului — durata procesului de pornire.

— La sarcina de 0,6 din sarcina nominală acest interval scade la 2,45 s;

— În cazul pornirii la tensiunea de 3 000 V, atît la sarcina nominală cît și la 0,6 din sarcina nominală, motorul nu poate ajunge la o alunecare mai mică de 24,8% respectiv 14% (așa cum se vede din fig. 9) — alunecări la care mașina nu se poate sincroniza.

În cazurile din urmă în 10 s motorul poate atinge-alunecări de 40 respectiv 30%.

3. STUDIUL PROCESULUI DE REANCLANȘARE TRIFAZATĂ; DURATA MAXIMĂ A ÎNTRERUPERII ALIMENTĂRII M.S.

Reanclanșarea M.S. urmată de autosincronizare se poate efectua după una din următoarele metode: după o primă metodă se menține aproximativ constant fluxul de excitație al M.S. pe toată perioada deconectării de la rețea de cîteva zecimi de secundă; reanclanșarea trifazată are loc la tensiunea nominală. Conform unei alte metode, o dată cu deconectarea M.S. de la rețea înfășurarea de excitație este deconectată de la sursă și conectată pe rezistența de stingere. M.S. este cuplat ulterior la rețea după ce tensiunea la bornele indusului a scăzut la o valoare redusă și are loc mai întîi o funcționare în asincron a mașinii; după ce a atins o alunecare minimă, motorul intră în procesul de autosincronizare în urma conectării sursei de excitație.

Reanclanșarea motorului sincron la tensiunea la borne nominală. Regimul tranzitoriu de încetinirea vitezii după deconectarea motorului sincron de la rețea, cît și regimul după reanclanșarea automată se examinează în ipoteza acoperitoare în care cuplul rezistent M_r este constant.

După întreruperea alimentării ecuația cuplurilor este

$$\frac{J}{p}\frac{d^2\delta}{dt^2} = M_r, \tag{3}$$

în care δ este unghiul intern al motorului sincron.

Integrînd ecuația de mai sus, în ipoteza că cuplul rezistent este constant (ipoteza valabilă la alunecări mici) rezultă

$$\delta = \delta_0 + \frac{PM_r}{J}\cdot\frac{t^2}{2}, \tag{4}$$

Din această relație se calculează unghiul δ corespunzător cuplului rezistent M_r și duratei de deconectare t.

Acest unghi reprezintă unghiul inițial pentru regimul care urmează după reanclanșarea automată. În tabela 2 sînt date valorile unghiului δ și ale alunecării s corespunzătoare, în funcție de cuplul rezistent și de durata t a întreruperii.

La reanclanșarea automată a motorului sincron la rețea, rotorul motorului sincron este surprins la un unghi relativ mare.

Tabela 2

M_r \ t [s]	0,2	0,25	0,3	0,4	0,65
0.6 M_n	$\delta = 87°$	120°	160°	261°	619°
	$s = 0,0325$	0,0405	0,0485	0,0650	0,100
M_n	$\delta = 149°$	204°	269°	442°	1022°
	$s = 0,0540$	0,0675	0,0810	0,01040	0,167

În continuare, trebuie examinate următoarele probleme :

— posibilitatea de sincronizare a motorului după reanclanșarea automată ;

— pericolul pe care îl reprezintă curenții de scurtcircuit produși datorită tensiunii rezultante care se produce, apare în momentul în care rotorul motorului sincron este surprins la reanclanșarea la un anumit unghi δ. Din tabelă rezultă că pentru limitarea curenților la cuplarea la rețea este potrivită reanclanșarea fie înainte de 0,2 s fie la o durată de aproximativ 0,4 s, dacă cuplul rezistent este de 0,6 Mn. Urmează însă să fie examinată problema sincronizării și eventuala situație de rostogolire a rotorului după reanclanșare.

Pentru determinarea mișcării rotorului după reanclanșare trebuie rezolvată ecuația :

$$J\frac{d\Omega}{dt} + M_r = M_s + M_{as}, \tag{5}$$

în care Ω este viteza unghiulară ($\Omega_1 - \Omega = \frac{d\delta}{dt}$, Ω_1 fiind viteza unghiulară a cîmpului învîrtitor iar δ unghiul intern dintre cîmpul învîrtitor și rotor ;

M_r — cuplul rezistent presupus constant ;

M_s — cuplul sincron (în cazul de față tensiunea de excitație și tensiunea la borne sînt constante) ;

M_{as} — cuplul asincron care variază liniar cu alunecarea pe porțiunea caracteristicii mecanice din apropierea turației sincrone.

După înlocuirea expresiilor cuplurilor și după transformări simple rezultă următoarea ecuație diferențială cu coeficienți constanți :

$$165\frac{d^2\delta}{dt^2} + 1062\frac{d\delta}{dt} + 17\,000 \sin \delta - M_r = 0. \tag{6}$$

Ecuația diferențială neliniară de mai sus a fost rezolvată cu ajutorul calculatorului cifric pentru două valori ale cuplului rezistent și anume pentru $M_r = M_n$ și $M_r = 0,6\ M_n$ și pentru diferite condiții inițiale determinate atît de durata t a deconectării mașinii de la sursa de tensiune

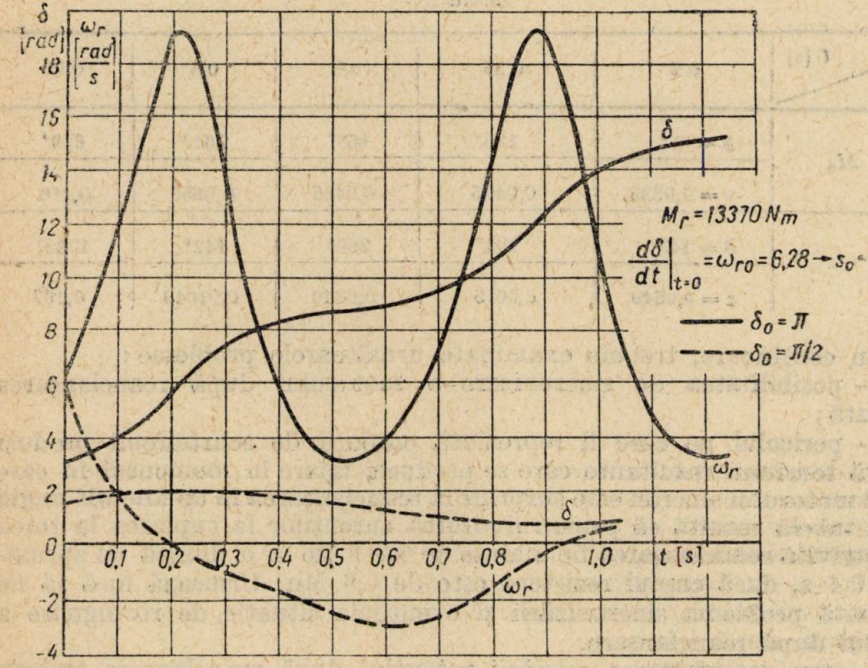


Fig. 11. — δ şi ω_r — funcţie de timp pentru valorile iniţiale : $\delta_o = \pi$ şi $\omega_{ro} = 6{,}28$ rad/s (linie continuă) şi $\delta_0 = \pi/2$ şi $\omega_{ro} = 6{,}28$ rad/s la cuplu rezistent $M_r = M_n$ şi $E'_{d0} = E_d = \text{const.}$; $\omega_r > 0$ corespunde lui $\Omega < \Omega_s$.

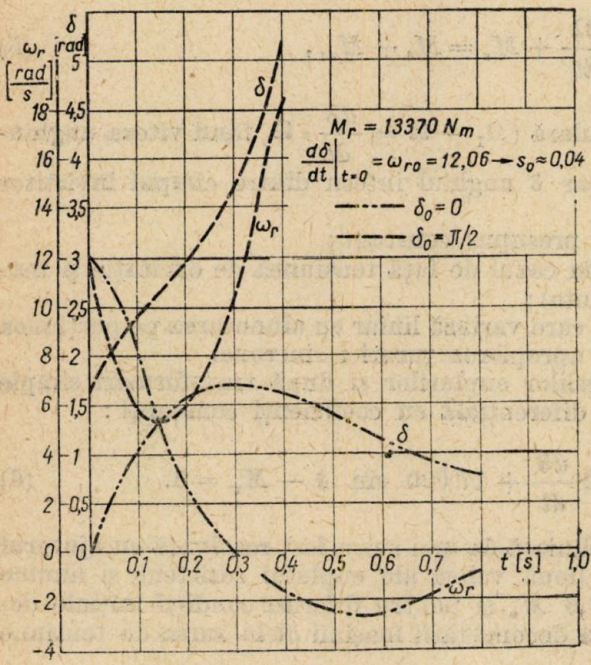


Fig. 12. — δ şi ω_r funcţie de timp pentru valorile iniţiale : $\delta_0 = 0$ şi $\omega_{r0} = 12{,}06$ rad/s linie cu două puncte) şi $\delta_0 = \pi/2$ şi $\omega_{r0} = 12{,}06$ [rad/s] (linie întreruptă) la cuplu rezistent $M_r = M_n$ şi $E_{d0} = E_{dn} = \text{const.}$; în cazul al doilea ($\delta_0 = \pi/2$) maşina nu se sincronizează.

cît şi de unghiul iniţial dintre rotor şi cîmpul învîrtitor în momentul întreruperii alimentării; întrucît nu se pot calcula exact condiţiile iniţiale, pentru a examina influenţa acestora asupra procesului de sincronizare, s-au

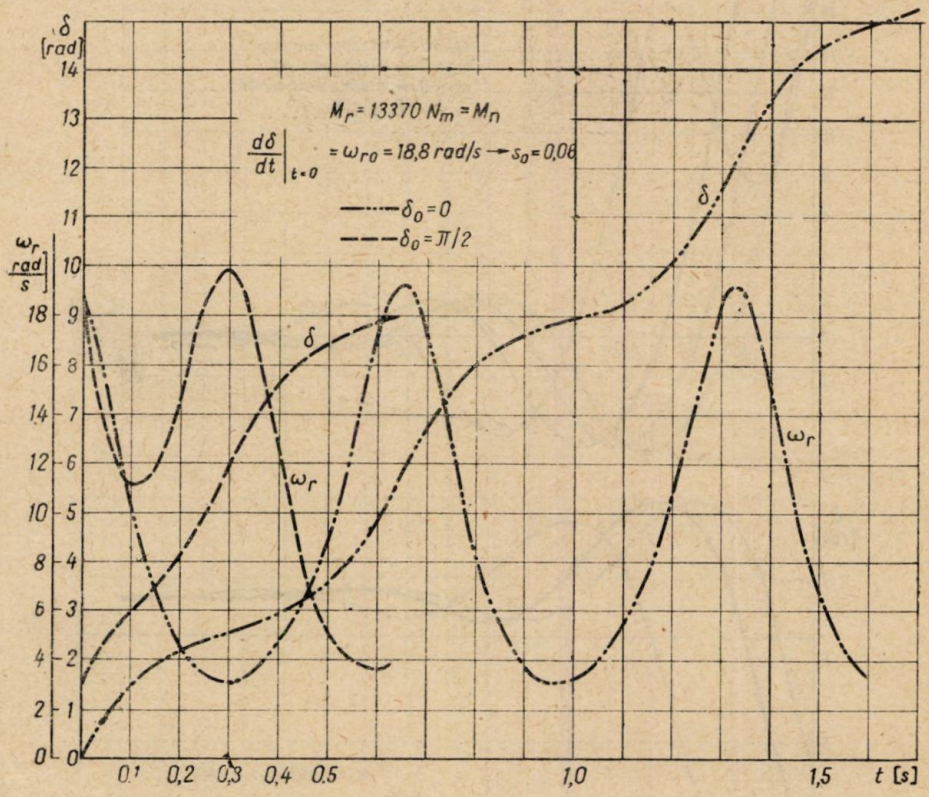


Fig. 13. — δ şi ω_r funcţie de timp în decursul procesului de sincronizare pentru valorile iniţiale: $\delta_0 = 0$ şi $\omega_{r0} = 18{,}8$ [rad/s] (linie cu două puncte) şi $\delta_0 = \pi/2$ şi $\omega_{r0} = 18{,}8$ rad/s (linie întreruptă) la cuplu rezistent $M_r = M_n$ şi $E_{d_0} = E_{d_u} = \text{const.}$; în ambele cazuri maşina nu se sincronizează (δ creşte necontenit, iar ω_r nu intersectează abscisa).

considerat următoarele condiţii iniţiale $\delta_0 = 0\,;\ \frac{\pi}{2}\,;\ \pi\,;\ \frac{3\pi}{2}$ şi $\left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=0} =$ $= 12{,}06\,;\ 18{,}80$ şi $31,\ 40$ [rad/s] rezultatele principale sînt prezentate în figurile 11—15. Din figurile 11—13, rezultă că pentru cuplul rezistent egal cu cuplul nominal şi alunecările $s = 0{,}04$ şi $s = 0{,}06$, M.S. nu se sincronizează (unghiul δ creşte continuu, iar viteza unghiulară Ω a rotorului nu poate atinge viteza sincronă Ω_1). Pentru alunecări mai mici cînd $\delta_0 = 0$, M.S. se sincronizează însă pentru unghiuri $\delta_0 > \pi/2$, M.S. nu se sincronizează. Rezultă deci că resincronizarea la cuplul rezistent nominal nu este posibilă la alunecări de ordinul alunecării nominale şi este nesigură la alunecări mici.

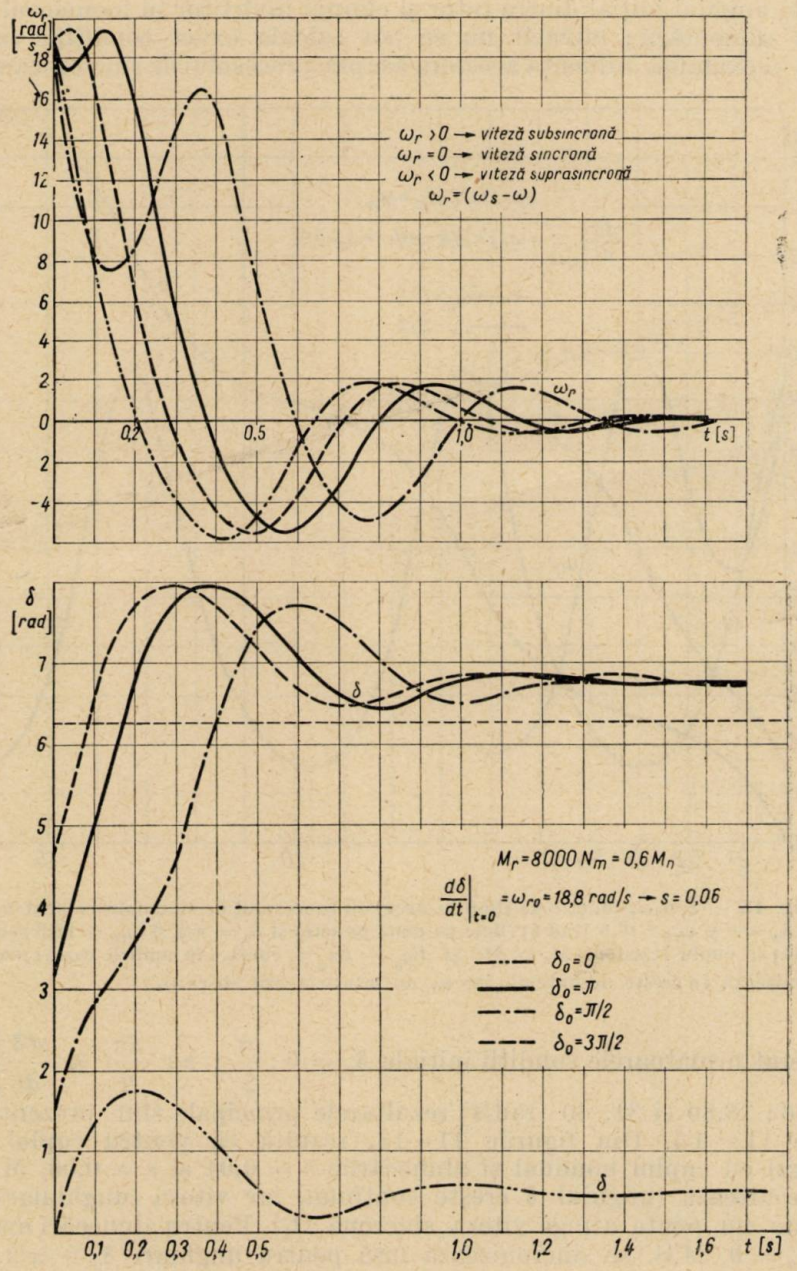


Fig. 14. — δ și ω_r — în funcție de timp pentru valorile inițiale : $\delta_0 = 0$; $\pi/2$; π și $3\pi/2$ și $\omega_{r0} = 18{,}8$ rad/s la cuplul rezistent $M_r = 0{,}6\ M_n$ și $E_{d_0} = E_{d_{0,6}} =$ = const. (în toate cazurile, mașina se sincronizează).

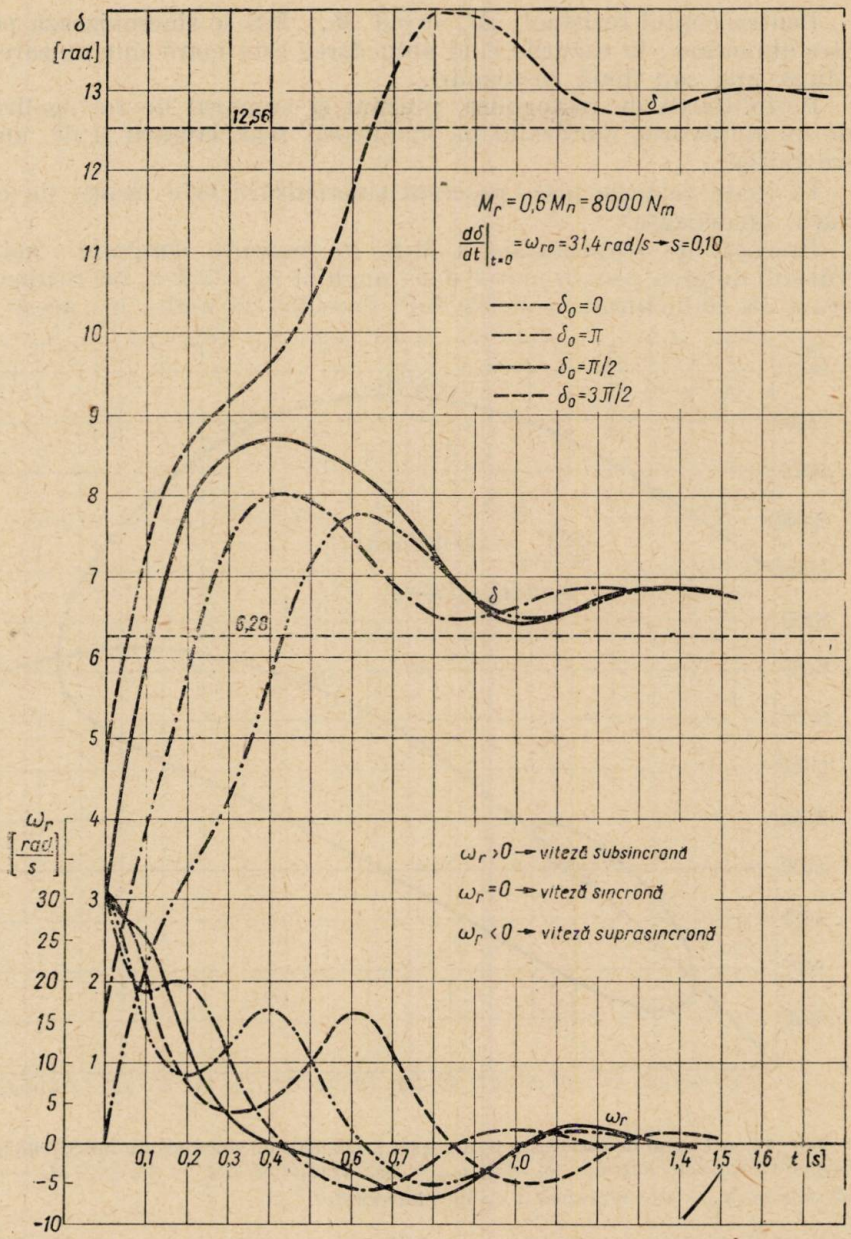


Fig. 15. — δ și ω_r — în funcție de timp în procesul de sincronizare pentru valorile inițiale : $\delta_0 = 0$; $\pi/2$; π și $3\pi/2$ și $\omega_{r0} = 31{,}4$ [rad/s] la cuplu rezistent $M_r = 0{,}6\,M_n$ și $E_d = E_{d0,6} = \text{const.}$ (în toate cazurile mașina se sincronizează).

Pentru cuplul rezistent $M_r = 0{,}6\ M_n$, MS se sincronizează pentru oricare alunecare; în cazurile cînd alunecarea este mare sincronizarea are loc după una sau două rostogoliri.

Posibilitatea de rostogolire, precum şi numărul de rostogoliri, depinde de alunecarea motorului în momentul reanclanşării şi de unghiul intern iniţial.

În toate cazurile însă, procesul sincronizării este însoţit de cîteva oscilaţii amortizate.

Procesul de reanclanşare a M.S. în prezenţa cîmpului inductor este destul de greu pentru motor dacă unghiul $\delta_0 \neq 2\ k\ \pi$, iar rostogolirile repetate ale inductorului solicită M.S. deosebit de mult; în acest sens

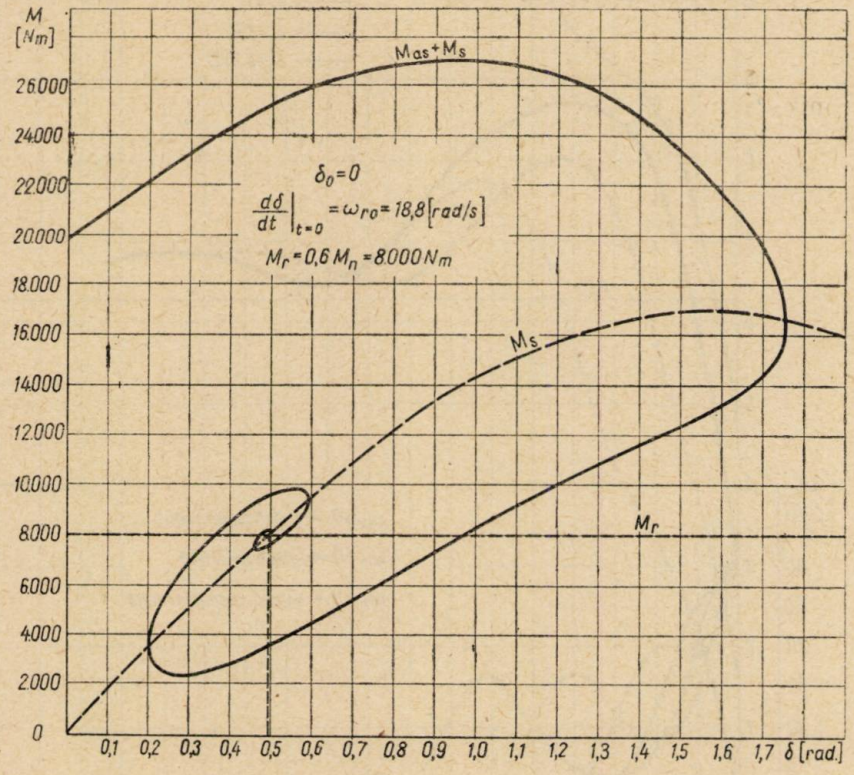


Fig. 16. — Cuplul de accelerare în decursul procesului de sincronizare funcţie de unghiul intern pentru valorile iniţiale: $\delta_0 = 0$, $\omega_{r0} = 18{,}8$ [rad/s] şi $M_{r_0} = M_r = 0{,}6\ M_n = \text{const.}$; cuplul sincron M_r — este reprezentat cu linii întrerupte.

trebuie să limităm durata întreruperii alimentării cu energie electrică la timpul care să înlăture posibilitatea unor rostogoliri înainte de sincronizare, precum şi apariţia unor curenţi de scurtcircuit inadmisibili. Pentru cuplul rezistent $M_r = 0{,}6\ M_n$ alunecarea indicată este de $s = 0{,}065$ iar sistemul de reanclanşare automată trebuie reglat pentru o durată de

aproximativ 0,4 s, la care corespunde conform tabelei de mai sus un unghi inițial în momentul reanclanșării de 99°.

Timpul de sincronizare nu depășește 0,6 s.

În figura 16 este reprezentat cuplul electromagnetic în funcție de unghiul intern în decursul procesului de sincronizare.

Conform acestei metode, M.S. se decuplează de la rețea și în același timp înfășurarea de excitație se deconectează de la excitatoare și se conectează în serie cu rezistența de stingere; turația M.S. scade iar curentul de excitație descrește după o exponențială; cînd curentul de excitație a ajuns să aibă o valoare — suficient de mică — M.S. se conectează la rețeaua de alimentare la tensiune nominală și funcționează în asincron o perioadă de maximum 20—30 s; dacă turația M.S. a atins o valoare corespunzătoare unei anumite alunecări, înfășurarea de excitație este deconectată din circuitul rezistenței de stingere și conectată la sursa de curent continuu; M.S. intră în procesul de autosincronizare. Dacă autosincronizarea nu are loc, în timp util, motorul este deconectat automat de la rețea.

Deoarece în cazul stingerii cîmpului inductor M.S. rămîne timp mai îndelungat deconectată de la rețea, este necesar să calculăm exact curba alunecării rotorului în timp pentru a putea calcula în mod corespunzător tensiunea indusă în M.S., curentul maxim care apare la conectarea M.S. la rețea și condițiile de autosincronizare.

Din ecuația de mișcare a rotorului.

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M_r(\Omega) \tag{7}$$

în care s-a introdus cuplul rezistent funcție de pătratul vitezei de rotație $M_r(\Omega) = M_r\left(\frac{\Omega}{\Omega_s}\right)^2$, prin integrare și transformări simple s-a obținut alunecarea

$$s = \frac{t}{J\frac{\Omega_1}{M_r} + t}, \tag{8}$$

reprezentată pentru $M_r = 0{,}6\ M_n$ (linie întreruptă) și $M_r = M_n$ (linie continuă) în figura 17. Tot în această figură sînt reprezentate curbele E_d pentru mașina ideală (linie continuă), pentru mașina saturată (linie-punct) și pentru ultimul caz cu considerarea alunecării (linie întreruptă) la $M_r = M_n$ și numai pentru ultimul caz (linie întreruptă) și la $M_r = 0{,}6\ M_n$. Constanta de timp a stingerii cîmpului pentru M.S. analizat este $T = 0{,}62$ s obținută din oscilograma din figura 18 unde este reprezentată variația tensiunii la borne cu înfășurarea de excitație conectată în serie cu rezistența de stingere.

Cu ajutorul curbelor din figura 18 și a celei de la figura 19 în care s-a reprezentat curentul absorbit din rețea de M.S. în funcție de alunecarea la funcționarea în asincron, se poate determina curentul maxim care apare la conectarea M.S.

S-a ajuns astfel la concluzia că timpul pînă la reanclanşare, trebuie să fie circa 1,5 s pentru a nu rezulta pentru curent o valoare mai mare

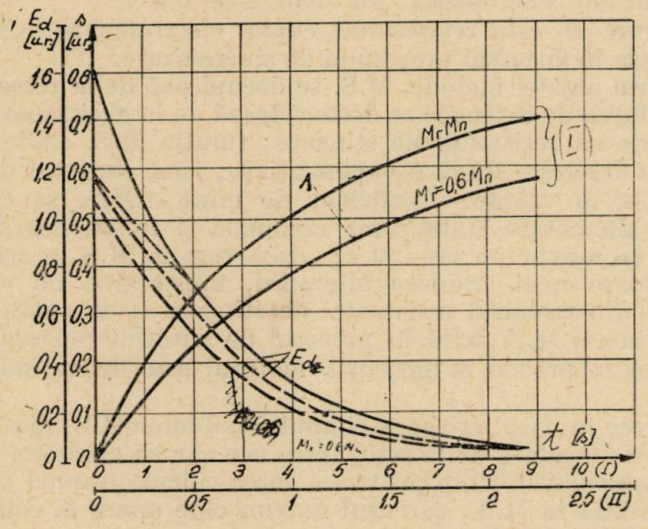


Fig. 17. — Curbele alunecării şi t.e.m. E_d funcţie de timp la deconectarea motorului sincron de la reţea pentru $M_r = M_n$ şi $M_r = 0{,}6\ M_n$ şi t.e.m. indusă cînd înfăşurarea de excitaţie e închisă prin rezistenţa de stingere.

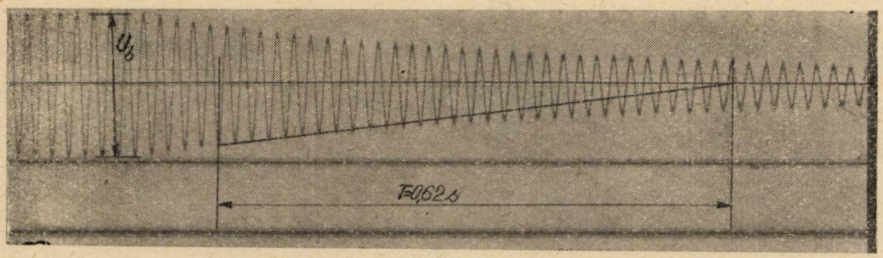


Fig. 18. — Curba tensiunii la bornele motorului sincron; înfăşurarea de excitaţie e închisă pe rezistenţa de stingere; constanta de timp determinată corespunde unei stări nesaturate a M.S.

decît curentul de scurtcircuit. Reanclanşarea se va face la tensiunea nominală.

Ecuaţia care descrie procesul de sincronizare după conectarea sursei de excitaţie este:

$$165\frac{d^2\delta}{dt^2} + 1\,062\frac{d\delta}{dt} + 17\,000\ (1 - e^{-t/1{,}15})\ \sin\ \delta - M_r = 0\,; \qquad (9)$$

ecuaţia de mai sus se deosebeşte de ecuaţia (6) prin faptul că se ţine seama şi de variaţia în timp a excitaţiei. În figura 20 sînt reprezentate

curbele $\delta(t)$ pentru diferite valori inițiale ale unghiului intern și anume pentru $\delta_0 = 0$; $\pi/2$; π și $3\pi/2$ obținute pentru $M_r = 0{,}6\ M_n$ și $\frac{d\delta}{dt} = 9{,}4$ [rad/s] (adică $s \approx 3\%$); vitezele relative nu au mai fost reprezentate.

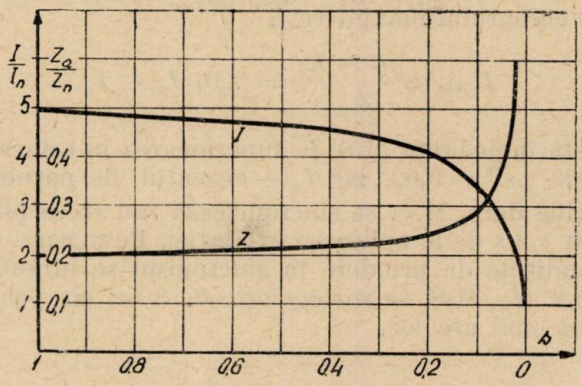


Fig. 19. — Curentul din indus în decursul pornirii în asincron la tensiunea nominală și impedanța asincronă I/I_n, $Z_a/Z_n = f(s)$ funcție de alunecare pentru motorul sincron.

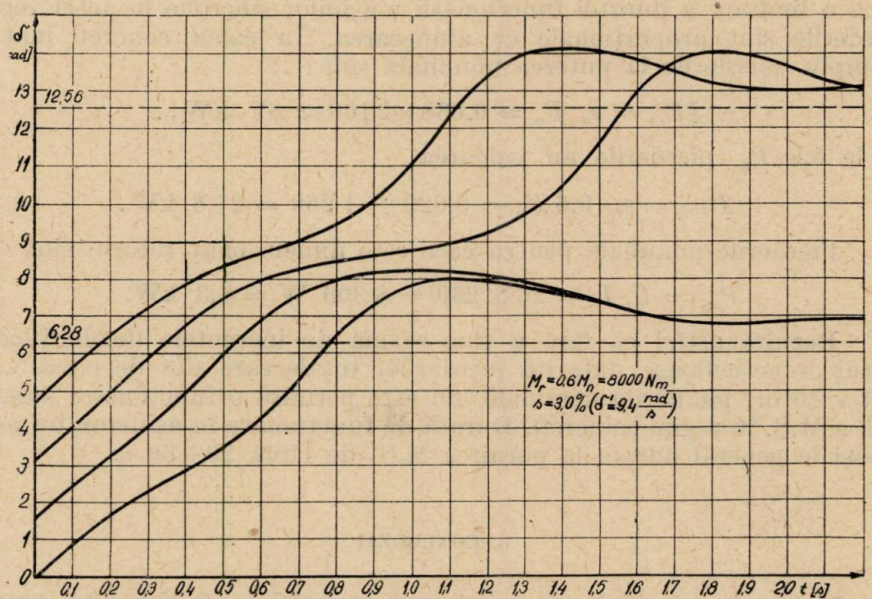


Fig. 20. — Unghiul intern funcție de timp în decursul procesului de autosincronizare pentru valorile inițiale: $\delta = 0$; $\pi/2$; π și $3\pi/2\ \pi$ și $\delta' = 9{,}4$ rad/s la cuplu rezistent $M_r = 0{,}6\ M_n$ = const. și $E_{d0} = 0$ ($E_{d\infty} = E_{d0,6}$) (după una sau două rostogoliri motorul se sincronizează).

Din aceste curbe rezultă că rotorul se rostogoleşte; toate cazurile în intervalul de timp cuprins între 0,3 şi 0,5 s pentru $\delta_0 = 0$ şi $\pi/2$ şi între 0,6 şi 0,9 s pentru $\delta_0 = \pi$ şi $3\pi/2$. Curentul absorbit de la reţea ia o valoare maximă în momentul $t = 0{,}9$ s, cînd tensiunea indusă de curentul de excitaţie încă variabil în timp atinge 0,58 din valoarea finală ($E_d \approx 0{,}58\ E_{d\infty}$). Valoarea curentului maxim va fi

$$I_{s\,max} \approx \frac{U + E_d}{Z_{(0,02)}} = 3{,}16\ I_n < I_p \qquad (10)$$

în care $Z_{(0,02)}$ este impedanţa M.S. la funcţionarea în asincron corespunzătoare alunecării „s" = 0,02 iar I_p — curentul de pornire.

În condiţiile date, M.S. se sincronizează sau trece prin regimul sincron în cel mult 1,2 s de la aplicarea excitaţiei. Pe măsură ce cuplul rezistent creşte, condiţiile de prindere în sincronism se înrăutăţesc astfel că pentru $M_r = 0{,}8\ M_n$, M.S. se rostogoleşte de 3 ori iar pentru $M_r = M_n$, sincronizarea nu mai are loc.

4. FUNCŢIONAREA ÎN ASINCRON

Pierderile produse în rotor la funcţionarea în asincron pot determina o limitare a duratei funcţionării maşinilor sincrone în acest regim; pierderile sînt proporţionale cu alunecarea. În cazul concret luat ca exemplu, pierderile la puterea nominală sînt:

$$P_{rs} = s_n\ P_n = 0{,}038 \times 2100 \approx 81\ \text{kW},$$

iar la 0,6 P_n pierderile au valoarea

$$P_{r\,0.6} = s_{0.6}\ 0{,}6\ P_n = 0{,}022 \times 1\,260 = 27{,}8\ \text{kW}.$$

Pierderile nominale pentru care este dimensionat rotorul sînt

$$P_{rn} = U_e\ I_e = 26 \times 230 = 8\,300\ \text{W} = 8{,}3\ \text{kW}.$$

Rezultă astfel că fără a ţine seama de inerentele încălziri locale, destul de periculoase, datorită pierderilor totale care sînt de circa 3 respectiv 10 ori pierderile nominale, nu este permisă o funcţionare îndelungată a M.S. în regim asincron. Durata de funcţionare în asincron nu poate depăşi în general durata la pornirea M.S. de circa 20—30 s.

5. CONCLUZII

1. Datele nominale şi parametrii motorului studiat sînt grupate în tabela 3.

2. Din experimentările efectuate şi în urma examinării datelor de exploatare, a rezultat că motorul nu funcţionează la sarcină nominală, ci numai la aproximativ 60% din puterea nominală.

Tabela 3

Nr. crt.	Denumirea parametrului	Simbol	Unit. măs.	Valoarea	Observații
1	Puterea nominală	P_n	kW	2 100	
2	Tensiunea nominală	U_n	V	6 000	
3	Curentul nominal	I_n	A	216	
4	Factorul de putere nominal	$\cos\varphi_n$		1	
5	Turația nominală	n_n	rot/min	1 500	
6	Reactanța sincronă long.	X_d	Ω/u.r.	20,4/1,27	
7	React. tranz. long.	X'_d	Ω/u.r.	5,46/0,34	Val. medie
8	React. supratens. long.	X''_d	—„—	2,89/0,18	„ „
9	React. supratranz. transv.	X''_q	—„—	3,13/0,195	„ „
10	React. inversă	X_2	—„—	0,19	„ „
11	Rezist. inf. statorului—20°C	R_s	—„—	0,07/0,004	măs. cu
12	Rezist. supratranzit. long.	r''_d	—„—	0,61/0,038	puntea
13	Rezist. supratranzit. trans.	r''_q	—„—	1,19/0,074	
14	Impedanța supratranzit. long.	Z''_d	—„—	2,95/0,183	val. medie
15	Impedanța supratranz. transv.	Z''_q	—„—	3,34/0,208	„ „
16	Constant. de timp a inf. de excit.	T_{d_0}	s	4,30	„ „
17	Constant. de timp tranzit.	T'_d	s	1,15	„ „
18	„ „ supratranzit.	T''_d	s	$2{,}46 \cdot 10^{-2}$	„ „
19	Momentul de inerție	J	Nm/s^2	330	din oscilograma vitezei
20	Cuplul de pornire la 3 000 V	$M_{p.3kV}$	u.r.	0,375	
21	Cuplul de pornire la 6 000 V	$M_{p.6kV}$	u.r.	1,5	
22	Cuplul nominal (sincron)	M_n	Nm/u.r.	13 370/1,00	„
23	Cuplul maxim (asincron)	$M_{max.\ as.}$	u.r.	2	„
24	Alunecarea critică	s_{cr}	u.r.	0,145	„
25	Alunecarea nominală	s_n	u.r.	0,038	

Motorul sincron examinat poate fi prevăzut cu RAR (reanclanșare automată rapidă), dacă cuplul rezistent este $M_r \leqslant 0{,}6\ M_n$; durata maximă a întreruperii alimentării cu energie electrică trebuie să fie $\Delta t = 0{,}40$ s. R.A.R. trebuie realizată de la o sursă de tensiune egală cu tensiunea la borne și la excitația nominală.

3. Funcționarea în asincron timp îndelungat a M.S. studiat nu este posibilă din cauza pierderilor foarte mari din rotor în raport cu pierderile nominale; timpul de funcționare în asincron este limitat la aproximativ 20—30 s pentru $M_r = 0{,}6\ M_n$.

4. Este posibilă o repornire în sarcină la $M_r = 0{,}6\ M_n$ chiar de la viteza nulă în următoarele condiții:

a) motorul trebuie să fie pornit direct la tensiunea nominală de 6 000 V în care caz vor apare șocuri de curent de ordinul a 5...5,5 ori curentul nominal; protecția trebuie reglată corespunzător și consolidarea capetelor de bobină trebuie să fie revizuită.

b) Motorul poate fi pornit, pentru evitarea şocurilor de curent şi la tensiunea 3 000 V (pe autotransformator) care însă trebuie scurtcircuitat la atingerea alunecării de 50%.

ÉTUDE DE QUELQUES RÉGIMES SPÉCIAUX DE MARCHE DES MOTEURS SYNCHRONES DE GRANDE PUISSANCE

RÉSUMÉ

Les auteurs présentent les méthodes appliquées, dans des conditions d'exploitation, afin de déterminer les paramètres et les caractéristiques de fonctionnement des moteurs synchrones de grande puissance à démarrage en asynchrone, à vide, et couplés à des compresseurs.

Ils examinent, ensuite, les régimes suivants, pouvant intervenir dans l'exploitation des moteurs synchrones de ce type :

— le régime de démarrage en asynchrone, en charge et le processus d'auto-synchronisation ;

— le régime de réenclenchement triphasé, lors de l'apparition d'une brève interruption de la source d'alimentation ; ce régime est examiné en fonction de la valeur du couple de charge initial (respectivement de la valeur de l'angle interne) au moment de l'interruption, ainsi qu'en fonction de la durée de l'interruption.

L'étude a eu pour objet le cas concret d'un moteur synchrone de 2 100 kW ; les calculs ont été effectués au moyen d'une calculatrice digitale construite par l'Institut de Physique Atomique de l'Académie de la République Populaire Roumaine.

BIBLIOGRAFIE

1. C. APETREI, C. BĂLĂ, M. BÎRGĂUANU, D. CRETU, *Parametrii maşinii sincrone*. Ed. Acad. R.P.R., Bucureşti (sub tipar).
2. М. П. КОСТЕНКО, *Электрические машины, спец. часть*. ГЭИ, Москва-Ленинград, 1948.
3. JERVE, *Încercări industriale ale maşinilor electrice*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1962.
4. R. RICHTER, *Maşini electrice* — vol. IV. Ed. tehnică, Bucureşti, 1960.
5. L. HANNAKAM, C. CONCORDIA, *Stability Limits of Synchronous Motors During Power System Disturbance*. Power Apparatus and Systems, February, *58*, 1136 (1962).

UN NOU CRITERIU PRIVITOR LA STABILITATEA SISTEMELOR CONȚINÎND REACTOARE NUCLEARE*)

DE

V. M. POPOV

1. Scopul prezentei lucrări este de a stabili un criteriu care să asigure stabilitatea asimptotică a stării de echilibru pentru sisteme complexe conținînd în structura lor un reactor nuclear termic, omogen.

În literatură s-au publicat asemenea criterii valabile în două cazuri limită : recurgînd la liniarizarea ecuațiilor, s-au stabilit criterii valabile pentru abateri foarte mici de la starea de echilibru [1]. S-au stabilit, de asemenea, criterii care asigură stabilitatea asimptotică a stării de echilibru oricare ar fi starea inițială a sistemului [2], [3]. Întrucît se referă la cazuri limită aceste criterii sînt fie prea largi (în primul caz limită) fie prea restrictive (în cel de-al doilea caz limită). În prezenta lucrare se stabilește un criteriu care este valabil pentru abateri mărginite ale stărilor inițiale față de starea de echilibru. Criteriul obținut depinde de abaterea maximă a stării inițiale față de starea de echilibru, această abatere maximă fiind considerată ca o dată impusă la proiectare. Cînd abaterea maximă admisă tinde către zero, criteriul din prezenta lucrare tinde către criteriul de primă paroximație, obținut prin liniarizare. În celălalt caz limită, cînd sînt admise orice abateri inițiale, criteriul de mai jos nu numai că permite regăsirea criteriilor cunoscute [2], [3], dar conduce la o generalizare a acestor din urmă criterii. Se obține totodată o evaluare a abaterii maxime a stării sistemului față de starea de echilibru, în decursul funcționării sale.

Aceste rezultate se obțin cu ajutorul unei metode elaborată anterior de către autor și aplicată la studiul stabilității sistemelor automate neliniare [4], [5], [6]. Metoda, extinsă în vederea tratării problemei din prezenta lucrare, este expusă, pentru mai multă claritate, în formă generală, în prima parte a lucrării, cazul concret al reactoarelor nucleare fiind tratat în partea a doua a lucrării.

*) Lucrare prezentată la Sesiunea de comunicări a Institutului de energetică al Academiei R.P.R., din februarie 1960.

I. REZULTATE GENERALE PRELIMINARE

2. Se consideră sistemul de ecuații diferențiale ordinare

$$\frac{dx}{dt} = f(x)\ ^{*}), \tag{2.1}$$

în care x este un vector cu n componente, $x_1, x_2, \ldots x_n$, iar $f(x)$ este o funcție — vector cu n componente, continuă, verificînd condiții care asigură existența și unicitatea soluțiilor sistemului (2.1) și satisfăcînd egalitatea

$$f(0) = 0. \tag{2.2}$$

Sistemul (2.1) admite soluția banală

$$x = 0. \tag{2.3}$$

Se studiază stabilitatea acestei soluții.

3. *Definirea unor clase de funcții*

3.1. *Funcții de clasă* K_D. Se va spune că funcția scalară $\alpha(x)$ de vectorul x este o funcție de clasă K_D (în care D reprezintă un domeniu din spațiul vectorului x cuprinzînd originea) dacă funcția este definită și continuă pentru orice vector x din D, satisface egalitatea

$$\alpha(0) = 0 \tag{3.1}$$

și inegalitatea

$$\alpha(x) > 0, \tag{3.2}$$

pentru orice vector x diferit de zero, aparținînd domeniului D.

3.2. Pentru fiecare funcție de clasă K_D se poate defini, în modul care urmează, o familie de domenii în spațiul vectorului x. Fie μ un număr pozitiv arbitrar. Se va nota cu $\Delta(\mu)$ acel domeniu (dacă există) din spațiul vectorului x, care este cuprins în D, conține punctul $x = 0$ și are proprietatea că pentru orice vector x aparținînd domeniului $\Delta(\mu)$ este îndeplinită inegalitatea

$$\alpha(x) < \mu, \tag{3.3}$$

avînd totodată loc, pentru orice x aparținînd frontierei domeniului $\Delta(\mu)$, egalitatea

$$\alpha(x) = \mu. \tag{3.4}$$

3.3. Din faptul că funcția $\alpha(x)$ aparține clasei K_D rezultă imediat că domeniile $\Delta(\mu)$, definite mai sus, există măcar pentru numere μ suficient de mici. Pentru numere μ mari s-ar putea să nu poată fi îndeplinită condiția (3.4) și deci să nu existe un domeniu $\Delta(\mu)$ cu aceste proprietăți.

*) Mulțime deschisă și conexă de puncte.

Fie atunci μ_{max} cel mai mare număr pentru care domeniul $\Delta(\mu)$ există. Evident, pentru oricare două numere μ_1 și μ_2 verificînd inegalitățile

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_{max}, \tag{3.5}$$

au loc relațiile

$$\Delta(\mu_1) \subset \Delta(\mu_2) \subset \Delta(\mu_{max}) \subset D. \tag{3.6}$$

3.4. *Funcții de clasă* K_{DM}. Se va spune că funcția scalară $\beta(x)$ de vectorul x este o funcție de clasă K_{DM} (în care D reprezintă un domeniu iar M, o mulțime cuprinsă în D și conținînd punctul $x = 0$), dacă funcția este definită și continuă pentru orice vector x din D, satisface în orice punct din M egalitatea

$$\beta(x) = 0 \tag{3.7}$$

și în orice punct din D care nu aparține lui M, inegalitatea :

$$\beta(x) > 0. \tag{3.8}$$

4. Leme auxiliare

4.1. *Lema 1.* Dacă, fiind dat sistemul (2.1), există o funcție $\alpha(x)$ de clasă K_D, o funcție $\beta(x)$ de clasă K_{DM} și o funcție scalară $\gamma(x)$, continuă, nulă pentru $x = 0$, astfel încît toate soluțiile $x(t)$ ale sistemului studiat (2.1) să verifice, oricare ar fi numărul pozitiv T, inegalitatea

$$\alpha(x(T)) + \int_0^T \beta(x(t))\,dt \leqslant \gamma(x(0)) \tag{4.1}$$

și dacă mulțimea M, corespunzătoare funcției $\beta(x)$ (v. punctul *3.4.*) nu cuprinde nici o altă semitraiectorie pozitivă întreagă a sistemului studiat în afară de $x = 0$, atunci toate soluțiile sistemului care verifică, la $t = 0$, condițiile

$$\gamma(x(0)) < \mu < \mu_{max} \tag{4.2}$$

$$x(0) \in \Delta(\mu) \tag{4.3}$$

(în care μ_{max} și $\Delta(\mu)$ au semnificațiile de la punctele (3.2) și (3.3)), verifică, pentru orice $t > 0$ relația

$$x(t) \in \Delta(\mu) \tag{4.4}$$

și satisfac condiția :

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 0. \tag{4.5}$$

4.2. *Demonstrația lemei 1.* Dacă nu ar avea loc condiția (4.4), atunci, întrucît are loc condiția (4.3) iar funcția $x(t)$ este continuă, ar exista un număr pozitiv t_1 astfel încît

$$x(t_1) \in \text{Fr.}\,\Delta(\mu) \tag{4.6}$$

și totodată

$$x(t) \in \Delta(\mu) \text{ pentru } t \text{ verificînd } 0 \leqslant t < t_1. \tag{4.7}$$

Din (4.6) rezultă (v. punctul 3.2) :

$$\alpha(x(t_1)) = \mu \tag{4.8}$$

Întrucît domeniul $\Delta(\mu)$ este cuprins în D, rezultă din (4.7) (v. punctul **3.4**) :

$$\beta(x(t)) \geqslant 0 \quad \text{pentru} \quad 0 \leqslant t < t_1 \tag{4.9}$$

și deci

$$\int_0^{t_1} \beta(x(t))\ dt \geqslant 0. \tag{4.10}$$

Pe de altă parte, din (4.2) și (4.8) obținem

$$\alpha(x(t_1)) > \gamma(x(0)). \tag{4.11}$$

Adunînd relațiile (4.10) și (4.11) se obține o inegalitate care contrazice inegalitatea (4.1) (ptr. $T = t_1$) și demonstrează deci relația (4.4).

Trecem acum la demonstrarea relației (4.5). Întrucît are loc (4.4), $x(t)$ nu părăsește domeniul D și deci $\alpha(x(t))$ nu este negativ (v. punctul 3.1). Ca urmare, se obține din (4.1) inegalitatea

$$\int_0^{T} \beta(x(t))\ dt \leqslant \gamma(x(0)). \tag{4.12}$$

Totodată, din (4.4) și (2.1) rezultă că soluțiile $x(t)$ sînt uniform continue. Funcțiile $\beta(x(t))$ sînt de asemenea uniform continue (v. punctul 3.4). Ținînd seama de acest fapt se deduce din (4.12) (v. lema 1 din lucrarea [7]) că are loc relația

$$\lim_{t \to \infty} \beta(x(t)) = 0. \tag{4.13}$$

Deci, în termenii teoriei generale a sistemelor dinamice [8], traiectoria studiată posedă o mulțime Ω — limită cuprinsă atît în mulțimea M cît și în domeniul $\Delta(\mu)$. Această mulțime Ω — limită este invariantă în raport cu sistemul studiat (v. [8], cap. V, teorema 10). Însă, în virtutea condițiilor din lema 1, singura mulțime invariantă cuprinsă în mulțimea M este punctul $x = 0$, deci mulțimea Ω — limită se reduce la acest punct. Se stabilește astfel valabilitatea condiției (4.5), ceea ce termină demonstrația lemei 1.

Observație. Din concluziile lemei 1 rezultă nu numai faptul că soluția banală a sistemului studiat este asimptotic stabilă, ci se obține și o evaluare a soluțiilor și a domeniului de stabilitate în spațiul fazelor.

4.3. La stabilirea faptului că soluțiile unui sistem de tipul (2.1) verifică o inegalitate de forma (4.1) este utilă următoarea lemă :

Lema 2. Se consideră patru funcții : $f_1(t), f_2(t), f_3(t), f_4(t)$, nule pentru $t < 0$, făcînd parte din L_1 și din L_2, precum și transformatele lor Fourier *) : $F_1(\omega)$, $F_2(\omega)$, $F_3(\omega)$, $F_4(\omega)$. Se presupune că există șase funcții $U_1(\omega)$, $U_2(\omega)$, $U_3(\omega)$, $V_1(\omega)$, $V_2(\omega)$, $V_3(\omega)$, astfel încît să aibă loc relațiile

$$F_1(\omega) = U_1(\omega) F_4(\omega) + V_1(\omega), \tag{4.14}$$

$$F_2(\omega) = U_2(\omega) F_4(\omega) + V_2(\omega), \tag{4.15}$$

$$F_3(\omega) = U_3(\omega) F_4(\omega) + V_3(\omega). \tag{4.16}$$

Dacă, oricare ar fi ω real are loc inegalitatea

$$\mathcal{R}e\, H(\omega) > 0, \tag{4.17}$$

în care $\mathcal{R}e\, H(\omega)$ simbolizează partea reală a expresiei

$$H(\omega) = -U_1(\omega)\, U_2(-\omega) - U_3(\omega) \tag{4.18}$$

și dacă converge integrala:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{W(\omega)\, W(-\omega)}{\mathcal{R}e\, H(\omega)}\, d\omega, \tag{4.19}$$

în care

$$W(\omega) = V_1(\omega)\, U_2(-\omega) + U_1(-\omega)\, V_2(\omega) + V_3(\omega), \tag{4.20}$$

atunci are loc inegalitatea:

$$\int_0^{\infty} f_1(t) f_2(t)\, dt + \int_0^{\infty} f_3(t) f_4(t)\, dt \leqslant \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W(\omega)\, W(-\omega)}{\mathcal{R}e\, H(\omega)}\, d\omega +$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (V_1(\omega) V_2(-\omega) + V_1(-\omega)\, V_2(\omega))\, d\omega. \tag{4.21}$$

4.4. Demonstrația lemei 2 decurge analog ca în lucrările [4], [5], [6]. Aplicînd formula lui Parseval fiecărui termen din membrul stîng al inegalității (4.21) se obține, după transformări simple, egalitatea

$$\int_0^{\infty} f_1(t) f_2(t)\, dt + \int_0^{\infty} f_3(t) f_4(t)\, dt =$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \sqrt{\mathcal{R}e\, H(\omega)} \cdot F_4(\omega) - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{R}e\, H(\omega)}}\, W(\omega) \right|^2 d\omega +$$

$$+ \text{membrul drept al inegalității (4.21).} \tag{4.22}$$

Inegalitatea (4.21) rezultă din (4.22) observînd că primul termen din membrul drept este negativ sau cel mult nul.

II. STABILITATEA REACTOARELOR NUCLEARE TERMICE OMOGENE, INCLUSE ÎN SISTEME FIZICE COMPLEXE

5. *Sistemul studiat*

5.1. Se consideră un reactor nuclear omogen, termic, a cărui funcționare este descrisă prin următorul sistem de ecuații diferențiale

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\delta k}{l^*}\, n - \frac{\beta}{l^*}\, n + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i \tag{5.1}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l^*}\, n - \lambda_i C_i, \quad i = 1, 2, \ldots 6, \tag{5.2}$$

în care:

n este numărul de neutroni termici din unitatea de volum
δk — reactivitatea reactorului,
l^* — viața medie a neutronilor instantanei în reactorul cu dimensiuni finite,
λ_i — constanta radioactivă a predecesorilor de neutroni întîrziați din grupul i,
C_i — numărul de neutroni termici întîrziați — proveniți din predecesorii din grupul i — din unitatea de volum,
β_i — fracțiunea de neutroni întîrziați termici din grupul i,
$\beta = \sum_{i=1}^{6} \beta_i$.

5.2. Se presupune că atît efectul elementelor exterioare reactorului (sistemul de reglare automată, sarcina reactorului etc.) cît și unele efecte interioare ale reactorului (de ex.: efectul de temperatură și, în primă aproximație, efectul de otrăvire) pot fi descrise cu ajutorul următorului sistem de ecuații

$$\frac{du}{dt} = Au + bn, \tag{5.3}$$

$$\delta k = (c, u) + k_0, \tag{5.4}$$

în care

u este un vector cu m componente, $u_1, u_2, \ldots u_m$,
A — o matrice patrată, reală, toate valorile sale caracteristice avînd părțile reale negative*),
b — un vector cu m componente $b_1, b_2, \ldots b_m$,
c — un vector cu m componente $c_1, c_2, \ldots c_m$,
k_0 — o constantă.

Paranteza (c, u) reprezintă produsul scalar al vectorilor c și u

$$(c, u) = \sum_{i=1}^{m} c_i u_i. \tag{5.5}$$

În studiul de față se consideră deci că singura neliniaritate prezentă în sistem este aceea inclusă în ecuații (5.1). Trebuie totodată să menționăm că metoda descrisă mai sus dă posibilitatea să se trateze și cazul mai multor neliniarități (v., de ex., [5], [6]).

5.3. Se presupune că sistemul (5.1)—(5.4) admite o soluție staționară de forma

$$n = n_0, \tag{5.6}$$

$$C_i = C_{i0}, \tag{5.7}$$

$$u = u_0, \tag{5.8}$$

*) Această ipoteză corespunde condiției fizice ca sistemul considerat să posede o stare staționară asimptotic stabilă cînd reactorul nu funcționează.

în care n_0, C_{i0} și u_0 sînt constante. Scriind că soluția (5.6)—(5.8) verifică sistemul (5.1)—(5.4) se obțin condițiile

$$C_{i0} = \frac{\beta_i}{l^* \lambda_i} n_0 \; i = 1, 2, \ldots 6, \tag{5.9}$$

$$A\, u_0 + b\, n_0 = 0, \tag{5.10}$$

$$(c,\, u_0) + k_0 = 0. \tag{5.11}$$

Sistemul (5.9) — (5.11) admite o soluție unică dacă matricea A este nesingulară (ceea ce rezultă din ipotezele de mai sus referitoare la A) și dacă, așa după cum vom presupune, este verificată condiția:

$$(c,\, A^{-1} b) \neq 0. \tag{5.12}$$

În scopul aducerii sistemului (5.1) — (5.4) la forma (2.1) se introduc vectorii: y, de componente

$$y_1 = \frac{n}{n_0} - 1, \tag{5.13}$$

$$y_{i+1} = \frac{C_i}{C_{i0}} - 1, \; i = 1, 2, \ldots 6, \tag{5.14}$$

și z, definit prin relația:

$$z = u - u_0. \tag{5.15}$$

Din relațiile (5.4), (5.11) și (5.15) se obține

$$\delta k = (c,\, z). \tag{5.16}$$

Efectuînd în sistemul (5.1) — (5.4) schimbarea de variabilă (5.13) — — (5.15) și ținînd seama de relațiile (5.9) — (5.11) și (5.16) se obține sistemul

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{(c,\, z)}{l^*}(1 + y_1) - \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i}{l^*}(y_1 - y_{i+1}), \tag{5.17}$$

$$\frac{dy_{i+1}}{dt} = \lambda_i (y_1 - y_{i+1}), \; i = 1, 2, \ldots 6, \tag{5.18}$$

$$\frac{dz}{dt} = Az + n_0 y_1 b, \tag{5.19}$$

care este de forma (2.1) și admite soluția banală $y = 0$, $z = 0$.

5.4. Referitor la matricea A se mai face ipoteza că hiperplanul definit prin condiția

$$(c,\, z) = 0, \tag{5.20}$$

nu conține nici un subspațiu invariant propriu-zis în raport cu matricea A.

Se observă că, dacă această condiție n-ar fi îndeplinită, ar exista soluții ale sistemului

$$\frac{dz}{dt} = A\, z, \tag{5.21}$$

astfel încît pentru orice t să aibă loc relația

$$(c,\ z\ (t)) = 0\,, \tag{5.19'}$$

și totodată,

$$z(t) \neq 0. \tag{5.20'}$$

Se poate arăta că dacă această condiție nu este îndeplinită, problema se poate reduce totdeauna la o problemă mai simplă pentru care condiția este verificată.

5.5. În cele ce urmează va interveni în mod esențial următoarea proprietate a sistemului (5.1) — (5.4) : Orice soluție $n(t)$, $C_i(t)$, $x(t)$ a acestui sistem corespunzătoare unor valori inițiale satisfăcînd condițiile

$$\left.\begin{aligned} n(0) &> 0\,,\\ C_i(0) &> 0\,, \end{aligned}\right\} \tag{5.21'}$$

verifică, pentru orice $t > 0$, condițiile :

$$\left.\begin{aligned} n(t) &> 0\,,\\ C_i(t) &> 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{5.22}$$

Această proprietate, care de altfel este evidentă din considerente de ordin fizic, se demonstrează ușor prin reducere la absurd.

Trecînd la variabilele y_i, z_i, se obține următorul enunț :

Proprietate : Orice soluție $y\ (t)$, $z\ (t)$ a sistemului (5.17) — (5.19) care, la $t = 0$, verifică inegalitățile

$$\left.\begin{aligned} y_1(0) &> -1\,,\\ y_{i+1}(0) &> -1\,, \end{aligned}\right\} \tag{5.23}$$

satisface, pentru orice $t > 0$, inegalitățile

$$\left.\begin{aligned} y_1(t) &> -1\,,\\ y_{i+1}(t) &> -1\,. \end{aligned}\right\} \tag{5.24}$$

6. Alături de sistemul (5.17) — (5.19) se consideră următorul sistem liniar, cu coeficienți constanți :

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{h}{l^*}(c, z) - \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i}{l^*}(y_1 - y_{i+1})\,, \tag{6.1}$$

$$\frac{dy_{i+1}}{dt} = \lambda_i (y_1 - y_{i+1})\,,\ i = 1, 2, \ldots 6\,, \tag{6.2}$$

$$\frac{dz}{dt} = A\, z + n_0\, y_1\, b\,, \tag{6.3}$$

în care h este un număr pozitiv.

Se presupune că soluția banală a sistemului (6.1)—(6.3) este asimptotic stabilă pentru două valori particulare ale lui h: $h = h_1$ și $h = h_2$, h_1 fiind subunitar iar h_2 supraunitar.

Se consideră acum o soluție $y_i(t)$, $z_i(t)$ a sistemului (5.17)—(5.19), corespunzătoare unor condiții inițiale care verifică inegalitățile (5.23). Alături de această soluție se consideră funcțiile: $\tilde{y}_i(t)$ și $\tilde{z}_i(t)$, definite prin relațiile

$$\tilde{y}_i(t) = \begin{cases} y_i(t) \text{ pentru } 0 \leqslant t \leqslant T, \\ \bar{y}_i(t) \text{ pentru } t > T, \end{cases} \tag{6.4}$$

$$\tilde{z}_i(t) = \begin{cases} z_i(t) \text{ pentru } 0 \leqslant t \leqslant T, \\ \bar{z}_i(t) \text{ pentru } t > T, \end{cases} \tag{6.5}$$

în care T este un număr pozitiv arbitrar, $y_i(t)$ și $z_i(t)$ reprezintă soluția considerată mai sus a sistemului (5.17) — (5.19), iar $\bar{y}_i(t)$ și $\bar{z}_i(t)$ reprezintă soluția sistemului (6.1) — (6.3), pentru $h = h_2$, care satisface condițiile:

$$\bar{y}_i(T) = y_i(T), \tag{6.6}$$

$$\bar{z}_i(T) = z_i(T). \tag{6.7}$$

Întrucît, prin ipoteză, soluția banală a sistemului (6.1)—(6.3), pentru $h = h_2$, este asimptotic stabilă, funcțiile $\tilde{y}_i(t)$ și $\tilde{z}_i(t)$ tind exponențial către zero cînd timpul tinde la infinit și, ca urmare, fac parte atît din L_1 cît și din L_2. Se observă că aceste funcții verifică sistemul de ecuații

$$\frac{dy_1}{dt} = f_T(t) - \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i}{l^*}(y_1 - y_{i+1}) + \frac{h_1}{l^*}(c, z), \tag{6.8}$$

$$\frac{dy_{i+1}}{dt} = \lambda_i(y_1 - y_{i+1}), \; i = 1, 2, \ldots 6, \tag{6.9}$$

$$\frac{dz}{dt} = Az + n_0 y_1 b, \tag{6.10}$$

în care

$$f_T(t) = \begin{cases} \dfrac{(c, \tilde{z}(t))}{l^*}(1 + \tilde{y}_1(t) - h_1) \text{ pentru } 0 \leqslant t \leqslant T & (6.11) \\ \dfrac{h_2 - h_1}{l^*}(c, \tilde{z}(t)) \text{ pentru } t > T, & (6.12) \end{cases}$$

(v. și (6.4) — (6.5)). Într-adevăr, dat fiind modul în care este definită funcția $f_T(t)$, sistemul (6.8) — (6.12) coincide cu sistemul (5.17) — (5.19) pentru $0 \leqslant t \leqslant T$ și cu sistemul (6.1) — (6.3) ,în care $h = h_2$, pentru $t > T$.

7. Se consideră expresia

$$\xi_1(T) = \int_0^\infty \bar{y}_1(t)(c, \tilde{z}(t))dt. \tag{7.1}$$

Evident (v. (6.4)—(6.5))

$$\xi_1(T) = \int_0^T y_1(t)\,(c, z(t))\,dt + \int_T^\infty \bar{y}_1(t)\,(c, \bar{z}(t))\,dt. \tag{7.2}$$

Înlocuind în prima integrală din (7.2) funcția $(c, z(t))$ cu expresia ei dedusă din ecuațiile (6.8) și (6.11) (sau, ceea ce este același lucru, din (5.17)) se obține

$$\int_0^T y_1(t)\,(c, z(t))\,dt = l^* \int_0^T \frac{y_1(t)}{1+y_1(t)} \frac{dy_1(t)}{dt}\,dt + \\ + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \int_0^T \frac{y_1(t)}{1+y_1(t)} (y_1(t) - y_{i+1}(t))\,dt. \tag{7.3}$$

Folosind ecuațiile (6.9) se obțin identitățile

$$0 = \frac{\beta_i}{\lambda_i} \int_0^T \frac{y_{i+1}(t)}{1+y_{i+1}(t)} \frac{dy_{i+1}(t)}{dt}\,dt - \\ - \beta_i \int_0^T \frac{y_{i+1}(t)}{1+y_{i+1}(t)} (y_1(t) - y_{i+1}(t))\,dt, \quad i = 1, 2, \ldots 6. \tag{7.4}$$

Adunînd ecuațiile (7.3) și (7.4) se obține

$$\int_0^T y_1(t)\,(c, z(t))\,dt = l^* \int_0^T \frac{y_1(t)}{1+y_1(t)} \frac{dy_1(t)}{dt}\,dt + \\ + \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i}{\lambda_i} \int_0^T \frac{y_{i+1}(t)}{1+y_{i+1}(t)} \frac{dy_{i+1}(t)}{dt}\,dt + \\ + \sum_{i=1}^{6} \beta_i \int_0^T \frac{1}{(1+y_1(t))\,(1+y_{i+1}(t))} (y_1(t) - y_{i+1}(t))^2\,dt. \tag{7.5}$$

Analog, rezultă din ecuațiile (6.8) și (6.12) relația

$$\int_T^\infty \bar{y}_1(t)\,(c, \bar{z}(t))\,dt = \frac{l^*}{h_2} \int_T^\infty \bar{y}_1(t) \frac{d\bar{y}_1(t)}{dt}\,dt + \\ + \frac{1}{h_2} \sum_{i=1}^{6} \beta_i \int_T^\infty \bar{y}_1(t)\,(\bar{y}_1(t) - y_{i+1}(t))\,dt, \tag{7.6}$$

iar din ecuațiile (6.9) se obține

$$0 = \frac{\beta_i}{\lambda_i} \int_T^\infty \bar{y}_{i+1}(t) \frac{d\bar{y}_{i+1}(t)}{dt}\,dt - \\ - \beta_i \int_T^\infty \bar{y}_{i+1}(t)\,(\bar{y}_1(t) - \bar{y}_{i+1}(t))\,dt, \quad i = 1, 2, \ldots 6. \tag{7.7}$$

Adunînd ecuațiile (7.6) și (7.7) și ținînd seama de faptul că (v. punctul 6):

$$\lim_{t\to\infty} \bar{y}_i(t) = 0,\ 1 = 1, 2, \ldots 7, \tag{7.8}$$

se obține

$$\int_T^\infty \bar{y}_1(t)\,(c, \bar{z}(t))\,dt = -\frac{l^*}{2h_2}(\bar{y}_1(T))^2 -$$

$$-\frac{1}{2h_2}\sum_{i=1}^{6}\frac{\beta_i}{\lambda_i}(\bar{y}_{i+1}(T))^2 + \frac{1}{h_2}\sum_{i=1}^{6}\beta_i\int_T^\infty (\bar{y}_1(t) - \bar{y}_{i+1}(t))^2\,dt. \tag{7.9}$$

Se consideră acum expresia

$$\xi_2(T) = \int_0^\infty \left(c, \tilde{z}(t) - \frac{l^*}{h_2 - h_1} f_T(t)\right) f_T(t)\,dt, \tag{7.10}$$

în care funcția $f_T(t)$ este dată de relațiile (6.11) și (6.12).

În virtutea acestor relații, se obține

$$\xi_2(T) = \int_0^T \frac{(1 + y_1(t) - h_1)\,(h_2 - 1 - y_1(t))}{(l^*)^2(h_2 - h_1)}(c, z(t))^2\,dt. \tag{7.11}$$

8. În funcție de mărimile $\xi_1(T)$ și $\xi_2(T)$, introduse mai sus, se definește funcția

$$\xi(T) = \xi_1(T) + \delta\xi_2(T), \tag{8.1}$$

unde δ este un număr pozitiv arbitrar. Notînd

$$f_1(t) = \tilde{y}_1(t), \tag{8.2}$$

$$f_2(t) = (c, \tilde{z}(t)), \tag{8.3}$$

$$f_3(t) = \delta\left((c, \tilde{z}(t)) - \frac{l^*}{h_2 - h_1} f_T(t)\right), \tag{8.4}$$

$$f_4(t) = f_T(t), \tag{8.5}$$

expresia lui $\xi(T)$, (8.1), coincide cu membrul stîng al inegalității (4.21) care intervine în lema 2 (v. punctul 4.3). În virtutea construcției efectuate la punctul 6, funcțiile $f_1(t) - f_4(t)$ fac parte din L_1 și din L_2.

Ținînd seama de definițiile (8.2) — (8.5) și de sistemul (6.8) — (6.10), se găsește că transformatele Fourier $F_1(\omega) - F_4(\omega)$ ale funcțiilor $f_1(t) - f_4(t)$ verifică relațiile

$$i\omega F_1(\omega) - y_1(0) = F_4(\omega) - \sum_{j=1}^{6}\frac{\beta_j}{l^*}(F_1(\omega) - Y_{j+1}(\omega)) +$$

$$+\frac{h_1}{l^*}F_2(\omega), \tag{8.6}$$

$$i\omega Y_{j+1}(\omega) - y_{j+1}(0) = \lambda_j(F_1(\omega) - Y_{j+1}(\omega))\ j = 1, 2, \ldots 6, \tag{8.7}$$

$$i\omega Z(\omega) - z(0) = A\,(Z\omega) + n_0\,b\,F_1(\omega), \tag{8.8}$$

în care s-au notat cu $Y_{i+1}(\omega)$ transformatele Fourier ale funcțiilor $\widetilde{y}_{i+1}(t)$ și cu $Z(\omega)$ transformata Fourier (care, evident, este un vector) a vectorului $\widetilde{z}(t)$. Din relația (8.7) se obține

$$Y_{j+1}(\omega) = \frac{1}{i\omega + \lambda_j} y_{j+1}(0) + \frac{\lambda_j}{i\omega + \lambda_j} F_1(\omega), j = 1, 2, \ldots 6, \tag{8.9}$$

iar din relația (8.8), întrucît, prin ipoteză, părțile reale ale tuturor valorilor caracteristice ale matricei A sînt negative, rezultă relația :

$$Z(\omega) = L(\omega)\, z(0) + n_0 F_1(\omega)\; L(\omega)\, b, \tag{8.10}$$

în care s-a notat

$$L(\omega) = (i\omega\, E - A)^{-1}, \tag{8.11}$$

unde E simbolizează matricea unitate cu m linii și coloane.

Din relațiile (8.3) și (8.10) rezultă

$$F_2(\omega) = (c,\; L(\omega)\; z(0)) - G_{ext}(i\omega)\, F_1(\omega) \tag{8.12}$$

unde

$$G_{ext}(i\omega) = -\, n_0\, (c,\; L(\omega)\, b). \tag{8.13}$$

Din considerente fizice evidente, funcția $G_{ext}(i\omega)$ se va numi *funcția de transfer a sistemului din exteriorul reactorului.*

Introducînd (8.9) și (8.12) în (8.6) se obține relația

$$\left(\frac{1}{G_R(i\omega)} + \frac{h_1}{l^*} G_{ext}(i\omega)\right) F_1(\omega) = F_4(\omega) + K(\omega), \tag{8.14}$$

unde

$$G_R(i\omega) = \frac{1}{i\omega\left(1 + \dfrac{1}{l^*}\displaystyle\sum_{j=1}^{6} \frac{\beta_j}{i\omega + \lambda_j}\right)}, \tag{8.15}$$

$$K(\omega) = y_1(0) + \frac{1}{l^*}\sum_{j=1}^{6} \frac{\beta_j}{i\omega + \lambda_j} \cdot y_{i+1}(0) + \\ + \frac{h_1}{l^*}(c,\, L(\omega)\, z(0)). \tag{8.16}$$

Funcția $G_R(i\omega)$, (8.15), este *funcția de transfer a reactorului.*

Se observă că nu există nici un număr real ω_0 astfel încît să aibă loc egalitatea

$$\frac{1}{G_R(i\omega_0)} + \frac{h_1}{l^*} G_{ext}(i\omega_0) = 0, \tag{8.17}$$

Într-adevăr, se verifică ușor că, dacă ar exista un asemenea număr ω_0, sistemul (6.1) — (6.3) ar admite, pentru $h = h_1$, soluții periodice, ceea ce contrazice ipotezele de la punctul *6.* În consecință, se poate împărți ecuația

(8.14) cu coeficientul funcției $F_1(\omega)$ obținînd astfel o relație de forma (4.14), în care

$$U_1(\omega) = \frac{G_R(i\omega)}{1 + \frac{h_1}{l^*} G_R(i\omega) G_{ext}(i\omega)}, \tag{8.18}$$

$$V_1(\omega) = K(\omega)\, U_1(\omega). \tag{8.19}$$

Introducînd (4.14), cu valorile (8.18) și (8.19) în (8.12), se obține o relație de forma (4.15) în care

$$U_2(\omega) = -\frac{G_R(i\omega)\, G_{ext}(i\omega)}{1 + \frac{h_1}{l^*} G_R(i\omega) G_{ext}(i\omega),}, \tag{8.20}$$

$$V_2(\omega) = (c,\ L(\omega)\ z(0)) - G_{ext}(i\omega)\, V_1(\omega). \tag{8.21}$$

În sfîrșit, din (8.4) se obține

$$F_3(\omega) = \delta F_2(\omega) - \delta \frac{l^*}{h_2 - h_1} F_4(\omega) \tag{8.22}$$

și deci — utilizînd (4.15) cu valorile (8.20) și (8.21) — se obține o relație de forma (4.16) în care

$$U_3(\omega) = \delta\left(U_2(\omega) - \frac{l^*}{h_2 - h_1}\right), \tag{8.23}$$

$$V_3(\omega) = \delta V_2(\omega). \tag{8.24}$$

Funcțiile $U_j(\omega)$ și $V_j(\omega)$, calculate mai sus (v. formulele (8.18) — —(8.24)) permit calcularea funcțiilor $H(\omega)$ și $W(\omega)$ cu ajutorul formulelor (4.18) și (4.20). Studiind comportarea la infinit a funcțiilor $U_j(\omega)$ și $V_j(\omega)$ și folosind în acest scop relațiile (8.11) (8.13) și (8.15), se deduce că există o constantă pozitivă K astfel încît să avem

$$|U_j(\omega)| < \frac{K}{\omega}, j = 1, 2, 3. \tag{8.25}$$

$$|V_j(\omega)| < \frac{K}{\omega}, j = 1, 2, 3. \tag{8.26}$$

Să presupunem că în afară de inegalitatea (4.17), care reprezintă condiția principală din lema 2, are loc și inegalitatea

$$\lim_{\omega \to \infty} \mathcal{R}e\ H(\omega) > 0. \tag{8.27}$$

În acest caz, folosind inegalitățile (8.25) și (8.26) și egalitățile (4.18) și (4.20), se deduce că integrala (4.19) converge. În aceste condiții se poate scrie, prin urmare, inegalitatea (4.21), în care simbolurile au semnificațiile date de relațiile (4.18), (4.20), (8.18), (8.24). Membrul drept al inega-

lității (4.21) este o formă patratică de condițiile inițiale, notată în cele ce urmează cu $B(y(0), z(0))$. Ca urmare, inegalitatea (4.21) se poate scrie sub forma

$$\xi(T) \leqslant B(y(0), z(0)), \tag{8.28}$$

9. Introducînd mărimile

$$S_j = \int_0^T \frac{y_j(t)}{1+y_j(t)} \frac{dy_j(t)}{dt}\, dt - \frac{1}{2h_2}(y_j(T))^2 =$$

$$= y_j(T) - \ln(1+y_j(T)) - y_j(0) + \ln(1+y_j(0)) -$$

$$- \frac{1}{2h_2}(y_j(T))^2, \; j = 1, 2, \ldots 7, \tag{9.1}$$

se poate scrie expresia lui ξ (v. (8.1), (7.1), (7.10)) sub forma (v. și (7.2), (7.5), (7.9))

$$\xi(T) = l^* S_1 + \sum_{j=1}^{6} \frac{\beta_j}{\lambda_j} S_{j+1} +$$

$$+ \frac{1}{h_2} \sum_{j=1}^{6} \beta_j \int_T^\infty (\bar{y}_1(t) - y_{j+1}(t))^2\, dt + \int_0^T \beta(x(t))\, dt, \tag{9.2}$$

unde

$$\beta(x) = \sum_{j=1}^{6} \frac{\beta_j}{(1+y_1)(1+y_{j+1})}(y_1 - y_{j+1})^2 +$$

$$+ \delta \frac{(1-h_1+y_1)(h_2-1-y_1)}{(l^*)^2(h_2-h_1)}(c, z)^2. \tag{9.3}$$

Vectorul x, introdus mai sus, este un vector cu $m+7$ dimensiuni, ale cărui componente x_j sînt definite prin relațiile:

$$x_j = y_j \quad \text{pentru } j = 1, 2, \ldots 7, \tag{9.4}$$

$$x_{j+7} = z_j \text{ pentru } j = 1, 2, \ldots m. \tag{9.5}$$

Ținînd seama de faptul că funcțiile $\bar{y}_j(t)$ sînt soluțiile sistemului (6.1) — (6.3) (pentru $h = h_2$) care verifică egalitățile (6.6) și (6.7), se poate scrie egalitatea

$$\frac{1}{h_2} \sum_{j=1}^{6} \beta_j \int_T^\infty (\bar{y}_1(t) - \bar{y}_{j+1}(t))^2\, dt = P(y(T), z(T)) \tag{9.6}$$

unde $P(y(T), z(T))$ este o formă patratică de mărimile $y(T)$ și $z(T)$, ai cărei coeficienți nu depind de T ci depind numai de sistemul (6.1) — (6.3).

Ținînd seama de relațiiile (9.2) și (9.6) se vede că inegalitatea (8.28) este de tipul (4.1), în care $\beta(x)$ are expresia (9.3), iar $\alpha(x)$ și $\gamma(x)$ au expresiile

$$\alpha(x) = l^* F(y_1) + \sum_{j=1}^{6} \frac{\beta_j}{\lambda_j} F(y_{j+1}) + P(y, z), \tag{9.7}$$

$$\gamma(x) = l^* (y_1 - \ln(1 + y_1)) + \\ + \sum_{j=1}^{6} \frac{\beta_j}{\lambda_j} (y_{j+1} - \ln(1 + y_{j+1})) + B(y, z), \tag{9.8}$$

unde

$$F(y_j) = y_j - \ln(1 + y_j) - \frac{1}{2h_2}(y_j)^2, \; j = 1, 2, \ldots 7. \tag{9.9}$$

Se vor stabili condițiuni în care funcțiile $\alpha(x)$, $\beta(x)$ și $\gamma(x)$ au proprietățile cerute în lema 1. Întrucît $B(y, z)$ desemnează o formă patratică, funcția $\gamma(x)$ (9.8) este continuă și nulă pentru $x = 0$ (v. și inegalitatea (5.24)).

Funcția $\beta(x)$ este continuă și pozitivă sau nulă în domeniul

$$h_1 - 1 < y_1 < h_2 - 1, \tag{9.10}$$

$$y_j > -1, \; j = 1, 2, \ldots 7. \tag{9.11}$$

care cuprinde originea întrucît, prin ipoteză, h_1 este subunitar iar h_2, supraunitar. Dacă $\delta = 0$, condiția (9.10) dispare și funcția $\beta(x)$ este pozitivă sau nulă în întreg domeniul definit prin inegalitățile (9.11), inegalități care sînt în mod inerent îndeplinite (v. (5.24)). Funcția $\beta(x)$ se anulează dacă

$$y_1 - y_{j+1} = 0, \; j = 1, 2, \ldots 6. \tag{9.12}$$

Cît privește funcția $\alpha(x)$, se va observa în prealabil că forma patratică $P(y, z)$ (9.6) este pozitiv definită. Într-adevăr, integrala din membrul stîng al relației (9.6) este pozitivă sau nulă, ultimul caz putînd avea loc numai dacă

$$\bar{y}_1(t) - \bar{y}_{j+1}(t) = 0 \text{ pentru orice } t \geqslant T. \tag{9.13}$$

Totodată funcțiile $\bar{y}_j(t)$ satisfac sistemul (6.1)—(6.3), pentru $h = h_2$. Din ecuațiile (9.13) și (6.2) se deduce

$$\bar{y}_j(t) = \text{const.}, \; j = 1, 2, \ldots 7, t \geqslant T. \tag{9.14}$$

Întrucît soluția banală a sistemului (6.1) — (6.3) este asimptotic stabilă dacă $h = h_2$, rezultă că constanta din (9.14) este egală cu zero. În particular, avem $\bar{y}_1(t) = 0$. Din această ecuație și din (6.1) se deduce

$$(c, \bar{z}(t)) = 0). \tag{9.15}$$

Întrucît, prin ipoteză (v. punctul 5.4), hiperplanul $(c, z) = 0$ nu conține

nici un subspațiu invariant (diferit de zero) în raport cu matricea A, rezultă din (9.15) din (6.3) și din $\bar{y}_1(t) = 0$ egalitatea

$$\bar{z}(t) = 0, t > T. \tag{9.16}$$

În definitiv, forma patratică $P(y, z)$ este nulă numai dacă $y = 0$ și $z = 0$, fiind pozitivă în celelalte cazuri; cu alte cuvinte, este pozitiv definită.

Funcțiile $F(y_j)$ (v. (9.9)), care intervin în expresia (9.7) a lui $\alpha(x)$, admit un maxim pozitiv pentru

$$y_j = h_2 - 1 \tag{9.17}$$

și sînt pozitive (dacă $y_j \neq 0$) cel puțin în domeniul

$$-1 < y_j < h_2 - 1, j = 1, 2, \ldots 7. \tag{9.18}$$

Din cele de mai sus, rezultă că funcția $\alpha(x)$ aparține clasei K_D (v. punctul 3.1), iar funcția $\beta(x)$ face parte din clasa K_{DM} (v. punctul 3.4), în care domeniul D verifică inegalitățile (9.10) și (9.18) iar mulțimea M verifică aceleași inegalități și, în plus, verifică relațiile (9.12).

Pentru aplicarea lemei 1, rămîne să se demonstreze că mulțimea M nu conține semitraiectorii pozitive întregi, diferite de zero, ale sistemului studiat (5.17)—(5.19). Într-adevăr, dacă ar exista asemenea traiectorii, ele ar verifica relațiile (care rezultă din (5.18) și (9.12))

$$y_1(t) = y_{j+1}(t) = \text{const.}, j = 1, 2, \ldots 7, \tag{9.19}$$

iar din (5.17), (5.24) și (9.19) ar rezulta

$$(c, z(t)) = 0. \tag{9.20}$$

Din (9.19) și (5.19), precum și din faptul că valorile caracteristice ale matricei A au părțile reale negative, se deduce relația

$$\lim_{t \to \infty} z(t) = \text{const. } n_0 A^{-1} b, \tag{9.21}$$

de unde

$$\lim_{t \to \infty} (c, z(t)) = \text{const. } n_0 (c, A^{-1} b). \tag{9.22}$$

Din condițiile (5.12), (9.20), (9.22) și (9.19) și din continuitatea funcției $z(t)$ rezultă (întrucît $n_0 > 0$)

$$\text{const.} = y_1(t) = y_{j+1}(t) = 0, \quad t > 0. \tag{9.23}$$

Cum funcția $z(t)$ trebuie să verifice și ecuația (5.19), se deduce din (9.23), (9.20) și din condiția specificată la punctul 5.4, că are loc egalitatea

$$z(t) = 0. \tag{9.24}$$

Prin urmare singura semitraiectorie pozitivă întreagă cuprinsă în mulțimea M este punctul $X = 0$.

În condițiile de mai sus sînt valabile, prin urmare, concluziile specificate în lema 1 (v. punctul 4.1).

10. În scopul ușurării interpretării rezultatelor stabilite mai sus, se va exprima condiția (4.17) ($H(\omega)$ fiind dat de (4.18) în care se folosesc relațiile (8.18), (8.20) și (8.23)) sub o formă puțin modificată. În acest scop, se introduc noile mărimi

$$G_1(i\omega) = \frac{G_R(i\omega)}{1 + \frac{h_1}{l^*} G_R(i\omega) G_{ext}(i\omega)}, \tag{10.1}$$

$$G_2(i\omega) = \frac{\frac{h_1}{l^*} G_R(i\omega) G_{ext}(i\omega)}{1 + \frac{h_1}{l^*} G_R(i\omega) G_{ext}(i\omega)}, \tag{10.2}$$

în care $G_R(i\omega)$ și $G_{ext}(i\omega)$ sînt date de expresiile (8.13) și (8.15). Cu aceste notații, condiția (4.17) se poate scrie explicit sub forma

$$\mathcal{R}e\, H(\omega) = |G_1(i\omega)|^2 \mathcal{R}e\, G_{ext}(i\omega) + \rho\left(\mathcal{R}e\, G_2(i\omega) + \frac{h_1}{h_2 - h_1}\right) > 0. \tag{10.3}$$

Analog se exprimă condiția (8.27). În (10.3), ρ este definit prin relația

$$\rho = \frac{l^*}{h_1}\,\delta. \tag{10.4}$$

Ca și δ, ρ este un număr arbitrar, pozitiv sau nul.

Rezultatele finale pot fi exprimate sub forma următoarei teoreme:

T e o r e m ă. *Se consideră sistemul de ecuații* (5.1) — (5.4), *adus prin schimbarea de variabilă* (5.13) — (5.15) *la forma* (5.17) — (5.19) *și descriind funcționarea unui reactor nuclear termic, omogen, inclus într-un sistem complex. Se presupune că*:

1 — *toate valorile caracteristice ale matricei* A (v. (5.4)) *au părțile reale negative*;

2 — *are loc inegalitatea* $(c, A^{-1}b) \neq 0$;

3 — *hiperplanul* $(c, z) = 0$ *nu conține nici un subspatiu invariant propriu-zis al matricei* A;

4 — *există două numere pozitive* h_1 *și* h_2 *astfel încît* $h_1 < 1$, $h_2 > 1$ *și soluția banală a sistemului* (6.1)—(6.3) *să fie asimptotic stabilă atît pentru* $h = h_1$, *cît și pentru* $h = h_2$;

5 — *există un număr* ρ, *pozitiv sau nul, astfel încît să aibă loc inegalitatea* (*10.3*) *și condiția* (*8. 27*).

În aceste condiții soluția banală a sistemului studiat este asimptotic stabilă iar domeniul stărilor inițiale admise poate fi evaluat, pe baza funcțiilor $\gamma(x)$ (*9. 8*) *și* $\alpha(x)$ (9.7) *în modul următor*: *Orice soluție a sistemului studiat care la* $t = 0$ *satisface condițiile*

$$\gamma(x(0)) < \mu < \mu_{max}, \tag{10.5}$$

$$x(0) \in \Delta(\mu), \tag{10.6}$$

satisface și condițiile

$$x(t) \in \Delta(\mu) \text{ pentru orice } t > 0, \tag{10.7}$$

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 0. \tag{10.8}$$

Numărul μ_{max} și domeniile $\Delta(\mu)$, care intervin mai sus, se definesc ca la punctul *3*.

11. *Observatii finale*

Teorema de la punctul **10** furnizează un procedeu care permite evaluarea domeniului de stabilitate în spațiul fazelor (domeniul condițiilor inițiale pentru care are loc proprietatea de stabilitate asimptotică). Deși precizarea acestor evaluări în cazuri concrete depășește cadrul prezentului articol, este interesant să se formuleze cîteva concluzii calitative în această privință.

Se observă că în criteriul prezentat intervin numerele h_1 și h_2 alese arbitrar. Analiza de la punctul **9** arată că alegerea numerelor h_1 și h_2 influențează în mod hotărîtor domeniul de stabilitate în spațiul fazelor.

Cînd numerele h_1 și h_2 tind către 1, criteriul de la punctul **10** tinde către criteriul de primă aproximație, obținut în ipoteza liniarizării. Într-adevăr, în acest caz, ultimul termen al expresiei (10.3), în cazul $\rho \neq 0$, tinde către $+\infty$, astfel încît condiția (10.3) este în mod automat îndeplinită. Totodată domeniul D, construit la punctul **9**, tinde către punctul staționar, ceea ce face să nu putem preciza, în acest caz, un domeniu de stabilitate finit în spațiul fazelor.

Considerăm acum un alt caz limită, obținut alegînd $h_1 = 0$, $h_2 \to \infty$. În acest caz, domeniul de stabilitate coincide cu întreg spațiul fazelor, cu restricția inerentă (5.24). În acest caz, condiția (10.3) se exprimă sub forma :

$$\mathcal{R}e\, H(\omega) = |G_1(i\omega)|^2\, \mathcal{R}e\, G_{ext}(i\omega) + \rho\, \mathcal{R}e\, G_2(i\omega) > 0, \tag{11.1}$$

în care ρ este un număr arbitrar, pozitiv sau nul. În cazul particular $\rho = 0$ condiția (11.1) devine

$$\mathcal{R}e\, G_{ext}(i\omega) > 0, \tag{11.2}$$

ceea ce reprezintă criteriul cunoscut al lui Welton și Smets [2], [3],

Teorema generală de la punctul **10** permite tratarea cazurilor intermediare între cazurile limită prezentate mai sus.

A NEW CRITERION REGARDING THE STABILITY OF SYSTEMS CONTAINING NUCLEAR REACTORS

ABSTRACT

A stability criterion for the stationary state of physical systems containing nuclear reactors is set forth. The criterion is valid for initial conditions within a given domain. If this domain tends towards the statio-

nary state of the system, the presented criterion tends towards the known criteria of first approximation, obtained by linearization. If the domain comprises all the initial conditions admitted, the criterion set forth in this paper leads to a generalization of the Welton Smets criterion. The results are obtained by extending a method previously established by the author and applied to the study of the stability of non-linear systems.

BIBLIOGRAFIE

1. M. A. SCHULTZ, *Control of nuclear reactors and power plants.* McGraw-Hill, New York, 1955.
2. T. A. WELTON, *Kinetics of Stationary Reactor Systems.* Proc. First Int. Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy, **5**, 377—88 (1955).
3. H. B. SMETS, *On Welton's Stability Criterion for Nuclear Reactors.* J. Appl. Phys, **30**, 1623 (1959).
4. V. M. POPOV, *Criterii de stabilitate pentru sistemele neliniare de reglare automată, bazate pe utilizarea transformatei Laplace.* St. cerc. energ., **IX**, *1* (1959).
5. V. M. POPOV, *Criterii suficiente de stabilitate asimptotică în mare pentru sistemele automate neliniare cu mai multe organe de execuție.* St. cerc. energ., **IX** *4*, (1959).
6. V. M. POPOV, *Nouveaux critériums de stabilité pour les systèmes automatiques non-linéaires.* Rev. d'Electrotechn. et d'énerg., **V**, *1* (1960).
7. I. BARBĂLAT, *Systèmes d'équations différentielles d'oscillations non-linéaires.* Rev. math. pures et appliquées, Acad. R.P.R., **4**, *2* (1959).
8. В. В. НЕМЫЦКИЙ, В. В. СТЕПАНОВ, *Качественная теория дифференциальных уравнений.* Гостехиздат, М. Л., 1949.

Pentru a vă asigura o colecție completă și primirea la timp a revistei, reînnoiți abonamentul dv. pentru anul 1963.

ABONAMENTELE SE FAC LA OFICIILE POȘTALE, AGENȚIILE POȘTALE, FACTORII POȘTALI ȘI DIFUZORII VOLUNTARI DIN ÎNTREPRINDERI ȘI INSTITUȚII

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

R F2701/A

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

SERIA A

ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

1963 MAI 19

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
St. cerc. energ. Vol. 12 Nr. 4-A p. 533—696 Bucureşti 1962

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

Seria A

ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

Tomul XII, nr. 4, 1962 **Apare de 4 ori pe an**

COMITETUL DE REDACŢIE

Acad. I. S. GHEORGHIU;
R. RĂDULEŢ, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil*;
A. AVRĂMESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
M. BERCOVICI, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
C. APETREI — *redactor responsabil adjunct*;
E. ARIE — *secretar ştiinţific*;
C. BĂLĂ;
CS. NAGY.

Redacţia: BUCUREŞTI, Şos. Vitan nr. 236

PROGNOZA NECESARULUI DE PUTERE ȘI ENERGIE ELECTRICĂ. II *)

DE

MIHAI PETCU, CSABA NAGY și SORA MANEA

1. PROGNOZA PUTERII DE VÎRF FURNIZATĂ DIN REȚEA PENTRU CONSUM INTERN

Sarcina maximă anuală apare, în regiunile temperate, într-una din zilele de iarnă de la sfîrșitul lunii decembrie.

Forma curbei de sarcină zilnică poate fi prezentată prin raportarea valorilor puterii momentane la puterea medie zilnică. Se obține astfel curba $X(t) = \frac{P(t)}{P_{med}}$ al cărei maxim X, corespunzător vîrfului de sarcină, este valoarea care interesează în studiul de față.

Dacă se examinează curbele de sarcină raportate, pentru diferite țări, se constată că valoarea maximă X se situează între 1,20—1,50 deși caracterul curbelor de sarcină este foarte variat. Astfel se constată că în țările cu resurse hidroenergetice reduse, care produc energia electrică în cea mai mare parte pe cale termică, sarcina are variații mari, scăzînd mult în timpul nopții și avînd două vîrfuri pronunțate, unul dimineața și altul seara. În țările unde energia electrică este mai ieftină, sarcina în cursul dimineții este mare și de obicei vîrful de dimineața întrece vîrful de seara. Aplicațiile industriale (și mai ales cele termice) ale energiei electrice contribuie la aplatisarea curbei de sarcină. Ele apar cu o pondere crescîndă pe măsură ce energia electrică devine mai ieftină în raport cu combustibilii.

Acest fenomen se întîlnește în țările care produc o mare parte din totalul energiei electrice pe cale hidraulică. În țările cu acest caracter, s-au dezvoltat larg utilizările termice ale electricității, atît în industrie cît și în sectorul casnic și gospodăresc. În special în țările cu nivel ridicat de consum pe cap de locuitor aceste utilizări sînt atît de dezvoltate încît ele ajung să determine vîrful zilnic de sarcină, în locul sarcinilor clasice. De exemplu, în Elveția vîrful de sarcină apare la ora 11 dimineața și este datorit mașinilor de gătit electrice. În țările cu nivel mediu al consumului, între sarci-

* Partea I a apărut în numărul precedent.

nile obișnuite și aplicațiile termice se produce o echilibrare și rezultă curbe de sarcină mai aplatisate. Astfel, Austria are valoarea X de ordinul 1,20 pe cînd Elveția are $X \simeq 1{,}30$. La nivel scăzut al consumului, aplicațiile termice nu sînt răspîndite, chiar în țările cu procent ridicat de energie hidroelectrică (Spania $X \simeq 1{,}35$, Italia $X \simeq 1{,}30$).

Valorile lui X sînt și mai mari pentru țările cu energie electrică scumpă, produsă pe cale termică (Olanda : $X \simeq 1{,}40$, Belgia $X \simeq 1{,}35$, Anglia $X \simeq 1{,}47$, Danemarca $X \simeq 1{,}55$).

Țările socialiste au în general curbe de sarcină mai aplatisate decît țările capitaliste, deoarece se iau măsuri organizatorice speciale în acest scop (măsuri a căror aplicare nu este posibilă în economia capitalistă anarhică).

Țara noastră face parte din țările cu proporție scăzută de energie hidroelectrică și cu nivel redus al consumului de energie electrică pe cap de locuitor. Ca și la celelalte țări care au același caracter, vîrfurile de sarcină apar distinct dimineața și seara, maxime fiind cele de seară. Datorită măsurilor luate curba de sarcină a țării noastre este însă mai aplatisată decît a țărilor capitaliste din aceeași categorie. Astfel valoarea X pentru perioada de la sfîrșitul lunii decembrie este în ultimii ani circa 1,37 [1].

Deoarece în studiile de prognoză interesează valoarea maximă care poate să apară în cursul anului, trebuie să se țină seama și de variabilitatea sarcinii de la o zi la alta, de natura sa aleatoare. Mărimea indicată, X reprezintă valoarea medie a vîrfului în perioada de la sfîrșitul lunii decembrie. Valorile reale însă, care se observă în fiecare din cele circa 20 zile ale intervalului în care apare de regulă sarcina maximă anuală, diferă de valoarea medie indicată, în plus sau în minus, prezentînd abateri ce pot fi caracterizate prin dispersia σ_x. Dispersia este variabilă în cursul zilei și are valoarea cea mai redusă în momentul vîrfului [2]. Pentru studiul prognozei interesează în special tocmai această valoare.

Calculată pentru condițiile din R.P.R. dispersia relativă $\frac{\sigma_x}{X}$ este circa 3% (la nivelul vîrfului de 1 milion kW).

Pentru a găsi mărimea puterii de vîrf furnizate din rețea pentru consum intern, factorul de formă multiplică puterea medie probabilă

$$P = X \frac{e}{24}, \tag{1}$$

unde e reprezintă consumul de energie în ziua de lucru, calculat pentru perioada de la sfîrșitul lunii decembrie.

Această mărime prezintă o variație complexă, provenind din creșterea generală continuă a consumului de energie electrică, din variația consumului determinată de succesiunea anotimpurilor și din abaterile caracteristice consumului de energie electrică ca variabilă aleatoare. Astfel se poate scrie relația

$$e = \bar{e}(1 + V_a y^*), \tag{2}$$

unde $\bar{e}$ este media mobilă cu ecart de 12 luni a energiei consumate în ziua de lucru, y^* este variația standard a sarcinii în timpul anului (o funcție cu

aspect de sinusoidă [1], iar V_a este amplitudinea variaţiei anuale. În cele de faţă interesînd numai perioada de la sfîrşitul lunii decembrie, în care se atinge vîrful maxim anual, funcţia nu intervine decît prin valoarea sa maximă care este 1. La ea se ataşează variabilitatea aleatoare a consumului, cu o repartiţie normală în jurul valorii medii indicate de y^* şi cu dispersia $\sigma_{y^*} = 0{,}3$; aşa cum a rezultat prin studiul unor sisteme energetice diferite ca structură („Bucureşti" între 1930—1943 şi „R.P.R." între 1951—1959). S-a constatat că acest parametru se menţine relativ independent de structură şi de timp. În schimb V_a s-a constatat că depinde de structura consumatorilor. Astfel, pentru sistemul „Bucureşti" $V_a = 0{,}15$ iar pentru „R.P.R." $V_a = 0{,}1$, valoarea mai mică din ultimul caz explicîndu-se prin ponderea mai mare a consumatorilor industriali cu regim mai puţin influenţat de schimbarea anotimpurilor.

Datele statistice arată, că atît pentru R.P.R. cît şi pe plan mondial, există tendinţa ca consumul total de energie electrică să crească mai rapid decît consumul de energie electrică din industrie. Aceasta înseamnă că ponderea consumului neindustrial creşte, ceea ce conduce la o tendinţă de creştere a coeficientului V_a. Pe de altă parte însă trebuie remarcat că structura consumului neindustrial se schimbă continuu pe măsura creşterii generale a nivelului de trai şi a consumului pe cap de locuitor, şi anume, creşte simţitor ponderea consumului aparatelor electrocasnice faţă de consumul pentru iluminat ; de asemenea creşte consumul aparatelor electrice pentru climatizare şi producerea frigului, consum a cărui variaţie în timpul anului este antagonistă variaţiei generale. Factorii citaţi exercită o influenţă de micşorare a coeficientului V_a.

În ceea ce priveşte media mobilă $\bar{e}$ aceasta este o mărime continuu crescătoare, aşa cum se demonstrează pe baza datelor statistice [2]. Ea variază pe un şir de ani, după o exponenţială sau o curbă apropiată de exponenţială, cum indică studiul creşterii consumului anual de energie electrică. Pentru a trece de la mărimea E_{c2}, determinată printr-un studiu de prognoză separat, la mărimea $\bar{e}$ trebuie făcute o serie de transformări. În primul rînd se determină numărul de zile de lucru echivalente din fiecare an N_a, ţinînd seama de succesiunea reală a sărbătorilor. Pentru aceasta, se folosesc coeficienţii de raportare

$$K_L = \frac{e_L}{e} \; ; \; K_D = \frac{e_D}{e} \; ; \; K_S = \frac{e_S}{e} \, ,$$

unde e_L, e_D, e_S reprezintă respectiv energia consumată în zilele de luni, duminică, sărbătoare.

S-a arătat [3] că coeficienţii de raportare nu se schimbă decît foarte lent în cursul anilor, ca urmare a unei modificări a ponderei instalaţiilor industriale cu funcţionare continuă, fără pauză de duminică. Calculînd cu coeficienţii determinaţi pentru R.P.R. $K_L = 0{,}94$ şi $K_D = 0{,}77$ s-au obţinut în perioada 1951—1959 valori N_a cuprinse între 341 şi 342 zile de lucru echivalente pe an, media fiind circa 341,7.

Media anuală a energiei consumate în ziua de lucru se determină imediat

$$e^* = \frac{E_{c2}}{N_a},$$

valorile e^* se succed ca termenii unei progresii geometrice cu raţia

$$q = \frac{\dot{e}_n}{\dot{e}_{n-1}},$$

n fiind anul respectiv. Cunoscînd e^* şi q_n se poate determina valoarea lui $\bar{e}$ în perioada de la sfîrşitul anului. Fie $\bar{e}_v$ această valoare. Mărimea $\bar{e}$ variază după o exponenţială

$$\bar{e} = ka^t,$$

astfel încît pentru $t = T = 1$ an, $\bar{e} = \bar{e}_v$ iar pentru $t = 0$, $\bar{e} = \frac{\bar{e}_v}{q_n}$.

Punînd condiţia ca valoarea medie să fie

$$\frac{1}{T}\int_0^T Ka^t \, dt = e^*,$$

se obţine

$$\bar{e}_v = \frac{q_n}{q_n - 1} e^* \ln q_n.$$

Aceasta este valoarea lui $\bar{e}$ corespunzătoare perioadei de la sfîrşitul anului şi cu ea revenim la expresia puterii (1) care devine

$$P_{c2} = X \frac{q_n}{q_{n-1}} e^* \ln q_n \frac{(1 + V_a y^*)}{24}. \tag{3}$$

Din cele de mai sus rezultă că unii factori din expresia de mai sus sînt constanţi. Astfel, pentru R.P.R., putem scrie

$$P = 1{,}35 \frac{q_n}{q_{n-1}} e^* \ln q_n \frac{(1 + 0{,}1 \cdot 1)}{24},$$

$$P = 0{,}1425 \frac{q_n \ln q_n}{q_n - 1} e^*. \tag{4}$$

Aceasta este valoarea medie a puterii de vîrf consumate în perioada de la sfîrşitul anului n de prognoză.

După cum am arătat, însă, puterea consumată, ca variabilă aleatoare trebuie caracterizată nu numai prin valoare medie ci şi prin dispersie. Variabilitatea puterii de vîrf poate fi considerată ca rezultatul concurenţei a 3 factori cu caracter aleator : consumul mediu anual de energie electrică pe ziua de lucru e^* (avînd dispersia σ_{e^*}), funcţia y^* de variaţie a consumului

în cursul anului (avînd dispersia σ_{y^*}) şi factorul X ce caracterizează forma curbei de sarcină (avînd dispersia σ_x).

Atunci se poate scrie pe baza relaţiei (3) expresia

$$\frac{\sigma_P^2}{P^2} = \frac{\sigma_x^2}{X^2} + \frac{\sigma_{e^*}^2}{e^{*2}} + \frac{V_a^2 \sigma_{y^*}^2}{(1 + V_a y^*)^2}, \tag{5}$$

care ţinînd seama de valorile specifice ţării noastre, devine

$$\frac{\sigma_P^2}{P^2} = (0{,}025 \div 0{,}02)^2 + (0{,}045)^2 + \frac{0{,}01 \cdot 0{,}09}{1{,}21} =$$

$$0{,}0005 + 0{,}00202 + 0{,}000743 = 0{,}003263$$

$$\frac{\sigma_P}{P} \simeq 5{,}7\%.$$

Trebuie subliniat că această dispersie relativă caracterizează variabilitatea intrinsecă a puterii maxime consumate, ca mărime aleatoare. Ea trebuie privită ca un obiectiv al prognozei ca şi puterea maximă consumată (valoarea prognosticată a puterii maxime consumate nu este altceva decît valoarea medie a acestei mărimi aleatoare).

★

Ca indice de precizie a prognozei puterii maxime consumate vom folosi abaterea probabilă (pe care o vom nota cu δ). Acest indice, care se defineşte independent de funcţia de repartiţie a variabilei aleatoare, capătă o semnificaţie mai puternică în cazul repartiţiei normale, în sensul că, împreună cu valoarea medie prognosticată determină complet funcţia de repartiţie. În acest caz se pot exprima cu uşurinţă, de fiecare dată preciziile diferitelor mărimi prognosticate trecînd la intervalele confidenţiale care conţin mărimea respectivă cu o anumită probabilitate. După cum se ştie abaterea probabilă indică un interval confidenţial particular şi anume acela care conţine mărimea aleatoare cu o probabilitate de 50%. Abaterea mărimii de la valoarea prognosticată este cu egală probabilitate mai mare sau mai mică decît δ. Dacă se admite valabilitatea repartiţiei normale a mărimii y în jurul valorii prognosticate $\bar{y}$ atunci

$\delta_y = 0{,}6745 \frac{\sigma_y}{\bar{y}}$ abaterea probabilă în procente,

$\Delta_y = 0{,}6745\ \sigma_y = \bar{y}\ \delta_y$ abaterea probabilă în valoare absolută.

Precizia cu care este indicată valoarea de prognoză pentru puterea de vîrf consumată se poate deduce pornind de la expresia acestei mărimi din relaţia (3) scrisă sub forma

$$P = f(X, e^*, q_n, V_a) = Xe^* \frac{q_n \ln q_n}{24(q_n - 1)}(1 + V_a y^*). \tag{6}$$

Dacă admitem independența celor patru variabile abaterea probabilă este [8]

$$\Delta_P^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)^2 \Delta_X^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial e^*}\right)^2 \Delta_{e^*}^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial q_n}\right)^2 \Delta_{q_n}^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial V_a}\right)^2 \Delta_{V_a}^2. \qquad (7)$$

Mărimea y^* variația standard a sarcinii în timpul anului, care are caracter de mărime aleatoare, este în cazul particular al calculului prognozei vîrfului de consum o constantă egală cu unitatea.

În ceea ce privește mărimile e^* și q_n care se determină amîndouă în cadrul prognozei energiei furnizate din rețea pentru consum intern, ele în fond nu sînt independente. Totuși, ținînd seama că prognoza energiei E_{c2} nu se face exclusiv pe baza seriei-timp, prin studiul ritmului de creștere, ci și prin alte metode, în dependență de alte mărimi, legătura între q_n și e^* poate fi privită într-un an izotat, ca fiind foarte slabă. De altfel, forma în care q_n intervine în expresia (6) indică o influență slabă a valorii sale (deci și a abaterilor acestei valori) asupra rezultatului.

În consecință, se poate considera aplicabilă relația (7) pentru calculul preciziei prognozei puterii de vîrf. Vom avea deci

$$\Delta_P^2 = \left(\frac{P}{X}\right)^2 \Delta_X^2 + \left(\frac{P}{e^*}\right)^2 \Delta_{e^*}^2 + \left(P\,\frac{q_n - 1 - \ln q_n}{(q_n - 1)\, q_n \ln q_n}\right)^2 \Delta_{q_n}^2 + \left(\frac{P}{1 + V_a}\right)^2 \Delta_{V_a}^2$$

și

$$\delta_P^2 = \delta_X^2 + \delta_{e^*}^2 + \left(\frac{q_n - 1 - \ln q_n}{(q_n - 1)\ln q_n}\right)^2 \delta_{q_n}^2 + \left(\frac{V_a}{1 + V_a}\right)^2 \delta_{V_a}^2.$$

Pentru condițiile din R.P.R. se pot lua în considerare următoarele cifre :

$\delta_X = 0{,}02$ — conform celor arătate nu depășește această valoare ;
$\delta_{e^*} = 0{,}1$ — este funcție crescătoare de timp dar nu depășește această valoare pentru prognoza pe termene medii ;
$q_n = 1{,}14$ — este aproximativ valoarea medie ;
$\delta_{q_n} = 0{,}03$ — rezultă din studiul variabilității ritmului ;
$V_a = 0{,}1$ — conform celor arătate ;
$\delta_{V_a} = 0{,}01$ — conform celor arătate ;

cu aceste valori rezultă :

$$\delta_P^2 = 0{,}0004 + 0{,}01 + 0{,}36 \cdot 0{,}0009 + 0{,}0081 \cdot 0{,}0001 =$$
$$= 10^{-4}(4 + 100 + 3{,}24 + 0{,}0081) = 107{,}2481 \cdot 10^{-4}$$
$$\delta_P = 10{,}35\,\%.$$

2. PROGNOZA PIERDERILOR ÎN REȚELE

Pierderile de putere activă în rețelele electrice ΔP sînt date de obicei ca o fracțiune ρ' din puterea transportată

$$\Delta P_{ret} = \rho' P.$$

Energia pierdută în timpul T (un an)

$$\Delta E_{ret} = \rho E_{c2},$$

reprezintă o fracţiune ρ din energia totală distribuită prin reţele, E_{c2}.

Coeficienţii pierderilor în reţele sînt

$$\begin{aligned} K_{c12} &= 1 + \rho \\ K'_{c12} &= 1 + \rho' \end{aligned} \quad \text{(valorile de la vîrful de sarcină)}$$

Între ρ şi ρ' există o anumită legătură care se poate determina imediat

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{P_{vîrf} \int_0^T P\,dt}{\int_0^T P^2\,dt}.$$

Ţinînd seama de existenţa acestei relaţii rămîne să se facă prognoza doar pentru unul din coeficienţi; fie acesta $\rho = \frac{\Delta E_{ret}}{E_{c2}}$. Analizînd pentru un număr mare de ţări dinamica acestui coeficient, se constată că ρ se comportă ca o variabilă aleatoare şi că, în general, nu se observă tendinţe categorice de creştere sau scădere în timp; se pot constata însă diferenţe mari de la o ţară la alta.

Aceste diferenţe mari se explică prin caracterul diferit al sistemelor electroenergetice. Valorile cele mai mari se întîlnesc în cazul sistemelor bazate pe producţia hidroelectrică, sau pe cea termoelectrică în centrale cu combustibili inferiori amplasate la gura minei. În aceste cazuri energia electrică se transportă la distanţe mari şi în cantităţi mari pînă la centrele de consum. În ţările mici cu populaţie densă, cu centre industriale mari şi apropiat teritorial, coeficienţii sînt mai mici, deoarece energia se transportă pe distanţe mici. Profilarea centralelor pe combustibili superiori contribuie la scăderea coeficienţilor de pierderi în reţele căci se amplasează centralele la consumator reducîndu-se deci distanţele de transport.

Dezvoltarea sistemelor energetice, extinderea lor şi interconectarea pe teritorii mari conduce la creşterea pierderilor în reţele căci energia electrică este distribuită nu numai local, ci începe să circule între sisteme potrivit cerinţelor repartiţiei sarcinilor pe centrale. În perioadele de creare a sistemelor unice se observă creşteri ale coeficienţilor de pierderi (R.P.R. între anii 1956—1959).

Creşterea consumului total absolut de energie electrică face ca reţelele electrice să transporte fluxuri din ce în ce mai puternice de energie electrică şi, în consecinţă, ponderea energiei transportate prin liniile de înaltă tensiune creşte. Ca urmare a creşterii tensiunii medii de transport, pierderile în reţele procentuale scad.

O anumită influenţă asupra coeficientului de pierderi în reţele o exercită şi factorii specifici unei anumite ţări, care intervin la dimensionarea reţelelor; aceşti factori sînt: preţul metalelor conductoare şi al energiei electrice şi caracterul curbei de sarcină.

Prețul ridicat al metalelor conductoare conduce la pierderi în rețele mai mari iar curbele de sarcină aplatisate fac ca pierderile de putere să scadă.

Țara noastră se încadrează printre țările cu coeficienți ridicați de pierderi în rețele, fapt care se explică prin factorii citați. Centralele sînt construite în majoritate la gura minei și foarte rar la consumator. Densitatea centrelor de producție și consum a energiei electrice pe teritoriul țării este destul de mică. O dată cu creșterea absolută a consumului de energie electrică va crește însă tensiunea medie de transport și vor scădea distanțele ceea ce va avea ca urmare scăderea procentului de pierderi în rețele. Tot în aceeași direcție a scăderii pierderilor acționează linia politicii energetice de folosire pe scară largă a gazelor. Ele vor putea fi folosite în centrale amplasate la consumator. Dezvoltarea instalațiilor descentralizate de compensare a factorului de putere va contribui de asemenea la scăderea pierderilor.

Factori cu acțiune contrară, care vor frîna în oarecare măsură scăderea procentului la pierderi în rețele sînt :

— extinderea interconectării centralelor și sistemelor energetice într-un sistem unic cu legături puternice ;

— concentrarea producției de energie electrică în centrale publice mari și scăderea continuă a ponderii centralelor proprii industriale ;

— scăderea prețului energiei electrice ca urmare a folosirii pe scară mare a gazelor și construirii de centrale mari.

3. PROGNOZA CONSUMULUI PROPRIU TEHNOLOGIC AL CENTRALELOR

Consumul propriu tehnologic de energie electrică al centralelor depinde în mare măsură de natura energiei primare folosite.

Astfel, consumul propriu tehnologic cel mai redus se întîlnește la hidrocentrale, unde el nu depășește 2—3% din producția de energie electrică a centralei respective. De asemenea, un consum redus au termocentralele pe gaze (5—6%) și cele pe combustibil lichid (6—8%). La termocentralele ce folosesc combustibil solid apare un consum de energie important pentru măcinare astfel încît coeficientul consumului propriu tehnologic se ridică la 10—14%. Țara noastră se încadrează printre țările cu procent ridicat, ceea ce se explică prin ponderea mică a hidrocentralelor și prin ponderea destul de mare a termocentralelor cu cărbune pulverizat.

Avînd în vedere că pentru viitor se prevede creșterea ponderei centralelor pe gaze naturale și a CHE rezultă că procentul consumului propriu tehnologic urmează să scadă.

Un factor cu acțiune contrară care va încetini în oarecare măsură scăderea coeficientului consumului propriu tehnologic, este creșterea parametrilor circuitului termic al noilor grupuri termoelectrice de puteri unitare mari. În același sens va exercita o influență creșterea ponderei centralelor electrice de termoficare (care în condiții egale au coeficienți de consum propriu tehnologic ceva mai mare decît centralele termoelectrice cu condensație).

4. PROGNOZA BALANŢEI IMPORT-EXPORT DE ENERGIE ELECTRICĂ

Din consultarea statisticii energetice [4] rezultă că în majoritatea ţărilor din Europa care sînt interconectate schimbul de energie electrică joacă în bilanţ un rol redus şi numai în cazuri excepţionale, soldul import-export depăşeşte 2% din producţia de energie electrică a ţării respective.

Soldul mic al import-exportului se explică prin faptul că scopul principal al interconexiunilor internaţionale este o mărire a siguranţei de exploatare a sistemului şi utilizarea avantajelor datorate diferenţelor structurale ale partenerilor interconectaţi. În plus, valorile mici ale schimbului de energie electrică între ţările învecinate se datoreşte faptului că transportul de energie electrică pe distanţe mari este în general mai scump decît transportul combustibililor superiori şi în afară de aceasta, necesităţile vertiginos crescînde de energie fac ca un număr tot mai mic de ţări să aibă posibilitatea să exporte energie.

Pentru efectuarea unei prognoze concrete a balanţei import-export trebuie să se ţină seamă de întreg ansamblul condiţiilor energetice, economice şi de conjunctură a ţărilor vecine. Astfel, trebuie luate în considerare rezervele de energie primară, nivelul consumului anual de energie pe cap de locuitor, necesităţile de creştere accelerată a consumului de energie legat de dezvoltarea anumitor ramuri mari consumatoare de energie electrică de exemplu industria aluminiului, siderurgia etc.

Pe baza tuturor considerentelor de această natură, se alcătueşte o prognoză empirică a balanţei import-export de energie electrică notînd cifrele prognosticate cu indici de precizie apreciaţi în funcţie de siguranţa cunoaşterii evoluţiei factorilor analizaţi.

5. PROGNOZA REZERVEI DE PUTERE

În studiul de faţă ne interesează acea valoare a rezervei care trebuie să existe în momentul apariţiei vîrfului maxim anual.

De regulă, exploatarea raţională a sistemului energetic impune condiţia ca, în perioada de la sfîrşitul lunii decembrie, în care apare vîrful maxim anual, să nu existe puteri generatoare în curs de reparaţie. În acest caz, rezerva totală (diferenţa între puterea instalată şi sarcina de vîrf) cuprinde rezerva utilizabilă şi puterea avariată.

Puterea avariată este o mărime aleatoare care depinde de numărul şi calitatea grupurilor şi de puterile lor unitare. Pentru un sistem dat ea se poate calcula pe baza coeficienţilor de disponibilitate caracteristici diferitelor utilaje, prin aplicarea calculului probabilităţilor [5], [6], [7].

Mărirea coeficienţilor de disponibilitate pe măsura perfecţionărilor tehnologice realizate la fabricarea utilajelor energetice, care acţionează în sensul reducerii puterii avariate şi mărirea puterii unitare a grupurilor, care acţionează în sensul măririi puterii avariate, se compensează reciproc în oarecare măsură, făcînd ca procentul de putere probabil avariat să rămînă constant sau să scadă uşor.

Din studiile efectuate în diferite țări, rezultă că procentul de putere probabil avariată se menține aproximativ constant și în limite strînse. Astfel, pentru o probabilitate de 95% puterea avariată atinge valori între 8÷10%, dispersia caracteristică fiind de circa 5%.

În ceea ce privește caracterul aleator și variabilitatea vîrfului de sarcină, după cum s-a arătat, dispersia caracteristică acestei variabilități este circa 3%.

Făcînd produsul de compoziție al celor două legi de repartiție (normale) se obține variabilitatea caracteristică rezervei de putere de circa 6% coeficientul corespunzător unei asigurări de 95% fiind de 10—12%.

6. PROGNOZA COEFICIENTULUI DE UTILIZARE A PUTERII INSTALATE

Prognoza puterii instalate în centralele electrice se poate face pe o cale directă, pe baza prognozei necesarului de energie electrică și a prognozei timpului de utilizare a puterii instalate (potrivit relației $E_{p0} = P_i T_i$).

De remarcat că prin natura ei, mărimea T_i depinde de parametrii regimului sarcinilor, astfel încît printre factorii care o determină se vor găsi și unii care influențează mărimile analizate în capitolul 1. În prezentul capitol se tratează posibilitatea unei prognoze separate a mărimii T_i ca indicator sintetic al funcționării sistemelor energetice, depinzînd atît de parametrii consumului cît și de cei ai producției de energie electrică.

În acest scop, trebuie analizate tendințele de variație în timp a valorilor luate de T_i.

Pe baza datelor statistice care prezintă dinamica mărimii T_i pentru mai multe țări, atît socialiste cît și capitaliste, se pot face o serie de observații :

În primul rînd, se poate constata că mărimea T_i variază în mod neregulat de la un an la altul, prezentînd caracterul de variabilă aleatoare. Acest lucru este explicabil prin aceea că T_i este legat de producția de energie electrică, mărime de asemenea aleatoare.

În al doilea rînd, se poate constata că în cazul majorității țărilor nu se manifestă o tendință de creștere sau de scădere a mărimii T_i, variațiile valorii sale de la un an la altul, provenind din caracterul aleator, al acestei mărimi. Numai cîteva țări prezintă tendințe clare de creștere sau descreștere. Și anume, tendințe de scădere reprezintă : Norvegia, Bulgaria și slab Suedia, iar tendințe de creștere slabe : R.D.G., R.S.C., Belgia, Iugoslavia. Pentru țara noastră, timpul de utilizare a puterii instalate prezintă o tendință de creștere foarte accentuată, care iese din comun. De aceea, această tendință nu poate fi considerată ca o legitate permanentă, ci trebuie interpretată ca un fenomen specific cu caracter particular. El poate fi explicat prin apariția unor mari consumatori cu regim uniform de consum (combinatele siderurgice și combinatele chimice) care au determinat aplatizarea variațiilor sezoniere ale sarcinii precum și aplatisarea curbei de sarcină zilnice. La aplatisarea variațiilor sezoniere a mai contribuit dezvoltarea industriei alimentare, a aplicațiilor agricole funciare și a celor frigorifice.

Un factor important care a condus la creşterea numărului orelor de utilizare a puterii instalate a fost interconectarea progresivă a sistemelor energetice de pe teritoriul R.P.R. şi formarea sistemului naţional unic. Aceste cauze, minus interconectarea, vor acţiona şi în viitor însă importanţa lor va avea o pondere mult mai mică datorită unor factori cu efect contrar cum ar fi electrificarea satelor şi limitarea lucrului de noapte al femeilor. Ţinînd seama de nivelul redus al consumului de energie electrică pe cap de locuitor se poate afirma că sarcinile clasice, cu variaţii sezoniere şi zilnice accentuate se vor dezvolta încă mult în viitor.

Un alt factor, care reiese din examinarea datelor statistice, este gruparea valorilor lui T_i în limite destul de strînse, în jur de 4 000—5 000 ore pe an, pentru ţările socialiste şi de 3 000—4 000 ore pe an pentru ţările capitaliste. Cele cîteva excepţii aflate în afara acestui interval, prezintă tendinţa de variaţie în sensul apropierii de medie. Astfel, Norvegia are T_i scăzător de la circa 5 900 la circa 5 200 ore pe an în ultimul deceniu; pentru Cehoslovacia, unde T_i este sub 4 000 ore pe an, se manifestă o uşoară tendinţă de creştere.

Creşterea puternică între 3 000 şi 4 000 ore pe an înregistrată în R.P.R. se încadrează în această tendinţă de apropiere de medie manifestată şi pentru alte ţări. Din acest punct de vedere se poate trage concluzia că pentru viitor T_i al R.P.R. va mai creşte încă, într-un ritm mai lent însă, stabilizîndu-se apoi între 4 000 şi 5 000 ore pe an.

Un factor care influenţează simţitor regimul sarcinilor unui sistem energetic este consumul casnic şi gospodăresc.

La un nivel redus al consumului pe cap de locuitor şi la preţ mare al energiei electrice, utilizările casnice, în afara iluminatului, se rezumă la utilizarea unor mici aparate. Dacă preţul energiei electrice este coborît şi mai ales dacă şi gazul (natural sau artificial) lipseşte, diagrama sarcinilor este mult mai aplatisată iar vîrfurile apar la ora prînzului datorită bucătăriilor electrice.

Cum ponderea consumului casnic faţă de consumul total e în creştere, rezultă o tendinţă de ascuţire a curbei de sarcină.

Un factor care acţionează în sensul aplatisării variaţiilor sarcinii este dezvoltarea consumului industrial. Consumul industrial al ţării noastre reflectă situaţia creată prin industrializarea relativ recentă (faţă de alte ţări) realizată prin construirea unor mari combinate moderne cu organizare tehnică avansată şi cu consum uniform de energie electrică.

Ca urmare, diagrama de sarcină a consumului industrial are tendinţa de aplatisare.

Ţinînd seama că ponderea consumului industrial în consumul total de energie electrică este peste 75%, influenţa sa va fi cea mai importantă, deci tendinţa globală va fi de aplatisare a variaţiilor de consum deşi consumul casnic acţionează în sens contrar.

7. PROGNOZA PRODUCŢIEI DE ENERGIE ELECTRICĂ ŞI A PUTERII INSTALATE ÎN CENTRALELE ELECTRICE

În capitolele precedente, s-au analizat prognozele separate pentru o serie de indici care dau posibilitatea să se calculeze valorile prognosticate pentru producţia de energie electrică şi pentru puterea instalată în centralele electrice, potrivit relaţiilor

$$E_{p0} = K_{p01}\, K_{pc1}\, K_{c12}\, E_{c2}$$
$$P_i = K'_{rez}\, K'_{p01}\, K'_{pc1}\, K'_{c12}\, P_{c2}\,. \tag{8}$$

Fiecare dintre mărimile care apar în aceste relaţii este dată pentru viitor printr-o valoare medie prognosticată şi printr-o abatere probabilă. Abaterea probabilă, care în primul an de prognoză este egală cu abaterea probabilă intrinsecă, datorită naturii aleatoare a mărimii respective, creşte în anii mai îndepărtaţi deoarece se combină cu incertitudinea asupra valorii medii prognosticate. Dacă notăm abaterea probabilă (în procente) cu litera δ, obţinem următoarele expresii pentru indicii de precizie a prognozelor :

$$\delta^2_{E_{p0}} = \delta^2_{K_{p01}} + \delta^2_{K_{pc1}} + \delta^2_{K_{c12}} + \delta^2_{E_{c2}}\,,$$
$$\delta^2_{P_i} = \delta^2_{K'_{rez}} + \delta^2_{K'_{p01}} + \delta^2_{K'_{pc1}} + \delta^2_{K'_{c12}} + \delta^2_{P_{c2}}$$

Se vede de aici că precizia produsului este mai mică decît cea mai mică dintre preciziile factorilor.

Pentru a îmbunătăţi precizia, a fost făcută o prognoză suplimentară, pentru numărul orelor de utilizare a puterii instalate T_i. Pentru această mărime, prognoza a fost făcută în acelaşi mod, dîndu-se valoarea medie prognosticată T_i şi abaterea probabilă δ_{T_i}.

Cu ajutorul acestei mărimi se obţin nişte dubluri ale prognozelor pentru E_{p0} şi P_i în felul următor :

$$E'_{p0} = P_i\, T_i\,; \quad P'_i = \frac{E_{p0}}{T_i}\,, \tag{9}$$

preciziile corespunzătoare acestor dubluri fiind exprimate prin abaterile probabile

$$\delta'^2_{E_{p0}} = \delta^2_{P_i} + \delta^2_{T_i}\,,$$
$$\delta'^2_{P_i} = \delta^2_{E_{p0}} + \delta^2_{T_i}\,.$$

Abaterea probabilă în valoare absolută este $\Delta_{E_p} = \delta_{E_{p0}}\, E_{p0}$ etc.

Ponderînd cele două valori (prognoza iniţială şi dublura) cu inversul abaterilor respective, se obţine noua prognoză de precizie îmbunătăţită

$$E^*_{p0} = \frac{1}{\Delta_{E_{p0}} + \Delta'_{E_{p0}}}\,(\Delta'_{E_{p0}}\, E_{p0} + \Delta_{E_{p0}}\, E'_{p0}), \tag{10}$$
$$P^*_i = \frac{1}{\Delta_{P_i} + \Delta'_{P_i}}\,(\Delta'_{P_i}\, P_i + \Delta_{P_i}\, P'_i).$$

Precizia aferentă acestor noi valori prognosticate este respectiv

$$\Delta^{*}_{E_{p0}} = \sqrt{2}\,\frac{\Delta_{E_{p0}}\,\Delta'_{E_{p0}}}{\Delta_{E_{p0}} + \Delta'_{E_{p0}}}, \qquad (11)$$

$$\Delta^{*}_{P_i} = \sqrt{2}\,\frac{\Delta_{P_i}\,\Delta'_{P_i}}{\Delta_{P_i} + \Delta'_{P_i}}.$$

Precizia prognozei mai poate fi încă îmbunătăţită dacă este posibil să se efectueze studii separate de prognoză şi asupra altor coeficienţi de utilizare a puterii.

O altă cale pentru îmbunătăţirea preciziei prognozelor, este adîncirea studiilor de prognoză pentru diversele mărimi care intervin în formulele (8) astfel încît să se mărească precizia prognozei fiecăreia dintre ele.

Pentru a ilustra cele de mai sus ne vom referi la cazul concret al ţării noastre. Pe baza procedeelor expuse în capitolele precedente, au fost făcute prognoze separate pentru mărimile din tabela 1 *).

Tabela 1

		1960	1965	1970	1975	1980
E_{c2}	TWh	6,25	13,8	27	55,5	110
$\delta_{E_{c2}}$		—	0,05	0,075	0,1	0,13
K_{p01}		1,072	1,067	1,064	1,061	1,060
$\delta_{K_{p01}}$		—	0,004	0,006	0,007	0,008
K_{c12}		1,134	1,133	1,132	1,131	1,130
$\delta_{K_{c12}}$		—	0,004	0,006	0,008	0,01
K_{pc1}		1	1,11	1,085	1,025	1,015
$\delta_{K_{pc1}}$		—	0,010	0,015	0,025	0,040
K'_{rez}		1,18	1,15	1,13	1,12	1,11
$\delta_{K'_{rez}}$		—	0,02	0,025	0,03	0,035
T_i	ore/an	4 300	4 450	4 550	4 630	4 700
δ_{T_i}		—	0,040	0,045	0,050	0,055
P_{c2}	GW	1,207	2,665	5,22	10,72	21,23
$\delta_{P_{c2}}$		—	0,055	0,08	0,11	0,14

Se observă că nu figurează în tabelă mărimile K'_{p01}, K'_{c12}, K'_{pc1}.

K'_{p01} este întotdeauna practic egal cu K_{p01}.

K'_{pc1} presupunem că este egal cu K_{pc1} în ipoteza că curba de sarcină a exportului este asemănătoare cu curba de sarcină a consumatorilor interni.

*) Pînă în 1965 prognoza E_{c2} este bazată pe corelaţii cu indici economici sintetici. Pentru anii următori ea se bazează pe extrapolarea şirurilor de timp.

K'_{c12} se află într-un anumit raport față de K_{c12} și anume :

$$\frac{K'_{c12}-1}{K_{c12}-1}=\frac{P_{vîrf}\int_0^T Pdt}{\int_0^T P^2dt},$$

raport a cărui valoare depinde de forma curbei de sarcină. Pentru forma specifică țării noastre valoarea acestui raport este 1,25. În cazul curbelor mai ascuțite raportul crește iar în cazul curbelor mai aplatisate scade, valoarea minimă posibilă fiind 1.

Atunci

$$K'_{c12}=1+1{,}25\,(K_{c12}-1)=1{,}25\,K_{c12}-0{,}25.$$

Cu ajutorul valorilor date în tabela 1 se pot calcula următoarele valori pentru producția de energie și pentru puterea instalată :

		1965	1970	1975	1980
E_{p0}	TWh	18,5	35,5	68,2	134
P_i	GW	4,23	7,83	12,5	29,5
$\delta_{E_{p0}}$		0,0514	0,077	0,1038	0,137
δ_{P_i}		0,0293	0,0855	0,1172	0,1505

Cu ajutorul valorilor corespunzătoare lui T_i din tabela 1, se pot calcula prognozele dubluri :

		1965	1970	1975	1980
E'_{p0}	TWh	18,8	35,6	70,4	138,0
P'_i	GW	4,16	7,76	14,73	28,5
$\delta'_{E_{p0}}$		0,065	0,0892	0,1138	0,1475
δ'_{P_i}		0,05	0,0968	0,1278	0,16

Pe baza celor două prognoze se pot calcula valorile prognozei îmbunătățite, folosind formulele (10) și (11).

		1965	1970	1975	1980
E^*_{p0}	TWh	18,62	35,4	69,3	136
$\Delta^*_{E_{p0}}$	,,	0,742	2,07	5,34	13,66
P^*_i	GW	4,2	7,8	15	29
$\Delta^*_{P_i}$	,,	0,11	0,5	1,294	3,18

Intervalul de confidenţă 50% este :

		1965	1970	1975	1980
E_{p0}	TWh	17,88÷19,36	33,23÷37,37	64,0÷74,6	122,3 ÷ 149,7
P_i	GW	4,1 ÷ 4,3	7,3 ÷ 8,3	13,7÷16,3	25,8 ÷ 32,2

Aceste valori sînt reprezentate în figura 1.

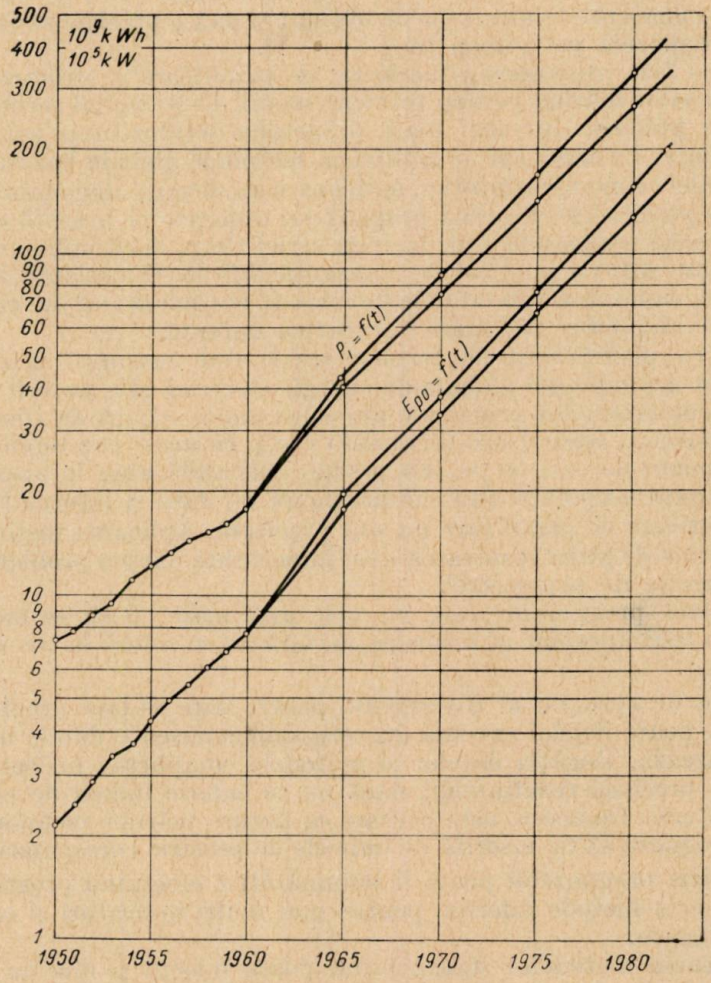


Fig. 1. — Prognoza puterii instalate şi a producţiei de energie electrică pentru R.P.R.

8. CONCLUZII

Pentru planificarea generală de perspectivă, precum și pentru planificarea dezvoltării sistemelor energetice este necesară prognoza producției de energie electrică și a puterii instalate în centrale.

Această prognoză poate fi realizată prin mai multe metode care, așa cum se arată în prezenta lucrare, diferă între ele ca amploare, ca precizie și ca domeniu de aplicabilitate.

În stadiul planificării orientative preliminare singurele metode posibile sînt metodele globale bazate pe extrapolarea șirurilor statistice în funcție de timp. Prognozele de acest tip sînt simple, se pot face pornind de la date cunoscute relativ ușor de obținut și dau o precizie satisfăcătoare pentru prognozele pe termen lung.

Într-o fază ulterioară a lucrărilor de planificare se urmărește precizarea diferitelor mărimi pentru termene medii. Restrîngînd termenul, pretențiile de precizie sînt mai mari și metoda seriilor-timp nu mai este satisfăcătoare. În acest caz se utilizează metodele globale bazate pe corelații cu indici economici sintetici, indici care au devenit disponibili pe noua treaptă de planificare. Precizia prognozelor obținute pe această cale poate depăși precizia realizabilă prin metoda seriei-timp, dacă indicii economici sintetici sînt dați cu un grad de siguranță ridicat. O variantă a metodei corelațiilor, cunoscută sub numele de metoda coeficientului de elasticitate a căpătat o răspîndire mai mare în practica curentă.

Pentru planificarea pe termen scurt, este necesară determinarea precisă atît a producției globale de energie electrică și a puterii instalate, cît și a caracteristicilor principale ale consumului (tipuri de consumatori, regim de sarcini, repartizare teritorială etc.). În acest caz numai metoda analitică poate da satisfacție. Ea devine aplicabilă abia în această fază, căci presupune existența unui număr mare de date și informații care în fazele anterioare de planificare nu sînt precizate. Aplicarea metodei analitice constituie de altfel rezolvarea unei importante părți a problemei bilanțului energetic de perspectivă.

Precizia prognozelor este cu atît mai mare cu cît se face pentru un termen mai apropiat și scade pe măsură ce se referă la un viitor mai îndepărtat.

Oricît de apropiat ar fi termenul pentru care se face prognoza, precizia ei nu poate depăși precizia cu care sînt cunoscute datele inițiale pe care se bazează. Bogăția datelor și metodele complicate nu constituie o garanție a preciziei rezultatelor, dacă nu se cunosc indicii de precizie ai datelor inițiale. De aceea, este necesar ca fiecare mărime ce apare în studiile de prognoză să fie însoțită de indicele de precizie corespunzător.

Precizia prognozelor poate fi îmbunătățită efectuînd prognoze independente, prin metode diferite, pentru mai mulți indicatori și combinînd apoi rezultatele.

Aplicarea metodelor statistice nu poate înlocui și nici nu se poate lipsi de analiza atentă a determinărilor cauzale între diferitele mărimi, de examinarea condițiilor economice în care se desfășoară procesul studiat.

Aceste metode devin inaplicabile dacă în structura economică şi în tendinţele de dezvoltare apar salturi, provocate de schimbări esenţiale ale condiţiilor sociale, tehnice sau de altă natură.

ELEKTROENERGIE- UND LEISTUNGSBEDARF-PROGNOSE

ZUSAMMENFASSUNG

Auf Grund der im Institut für Energetik 1957—1961 durchgeführten Arbeiten, wird eine synthetische Übersicht der Prognosemethoden gegeben. Behandelt werden die auf die Analyse der Wirtschaftssektoren begründete analytische Methode, sowie die Globalmethode mit den zwei Varianten: Extrapolation der Zeitreihen und Korrelationen mit globalen Wirtschaftsindexen.

Zwecks Systematisierung der Begriffe wird ein Indexsystem ausgearbeitet, mit dessen Hilfe die statistischen Daten maximal ausgewertet, sowie Prognosen aufgestellt werden können, in denen der Einfluß der wichtigsten, zeitlich veränderlichen Faktoren berücksichtigt wird.

Es wird darauf hingewiesen, daß für jede Prognosezahl die entsprechende Genauigkeit vermerkt werden muß.

Je nach der Zeitspanne, für welche die Prognose getroffen wird, und nach dem Umfang der verfügbaren Informationen wird der Anwendungsbereich der verschiedenen untersuchten Prognosemethoden bestimmt.

BIBLIOGRAFIE

1. M. PETCU, *Prognoza regimului sarcinii sistemelor electroenergetice.* St. cerc. energ., **X**, *4* (1960).
2. M. PETCU, *Sistem de indici pentru descrierea curbelor de sarcină.* St. cerc. energ., **X**, *3* (1960).
3. FR. WIESSERT, *Die Bewertung der einzelnen Wochentage beim statistischen Vergleich von Zahlenreihen.* Elwirtsch. **53**, *1* (1954).
4. * * * *Bulletin annuel de statistiques de l'énergie électrique pour l'Europe 1956 — 1960.* Nations Unies, Genève, 1960.
5. C. GUTU, *Determinarea rezervei de putere în sisteme interconectate ideal.* St. cerc. energ., **XI**, *2* (1961).
6. WAN MELE, A. CALVAER, C. MARIQUE, *Le problème des réserves dans l'industrie de la production d'électricité en Belgique.* Bull. scientifique ALM Montefioré, *3*, 187 (1956).
7. В. В. БОЛОТОВ, *Проблема резервов при проектировании и планировании развития энергетики.* Электричество, *3*, 5—10 (1959).
8. A. G. WORTHING, S. GEFFNER, *Treatment of experimental data.* New York, 1943; *Prelucrarea datelor experimentale.* Ed. tehnică, Bucureşti, 1959.
9. * * * *Statistical Yearbook ONU*, 1955. New York, 1960.
10. * * * *La situation de l'énergie en Europe. Energy. Document de travail, 1*, Add. 2, 25 ian. (1958).
11. Б. А. ГУРЕВИЧ, *Вопросы определения перспективных режимов электрической нагрузки в ЕЭС* Основные вопросы планирования Единой Энергетической Системы СССР, Издат. Академии Наук СССР — Москва 1959.
12. * * * *Anuarul statistic al R.P.R.* 1961. Direcţia centrală de statistică.
13. D. JUAN de ARESPACOCHAGA, *La production d'énergie électrique en rapport avec l'expansion économique de l'Espagne.* Rap. A 27 Conférence Mondiale de l'Energie, Beograd, 1957.

PROBLEME DE CÎMP MAGNETIC ÎN CORPURI DE PERMEABILITATE FOARTE MARE*)

DE

ALEXANDRU TIMOTIN

1. Determinarea cîmpului magnetic staționar în prezența unor corpuri feromagnetice moi, nesaturate, de permeabilitate foarte mare, se poate face cu bună aproximație considerînd infinită permeabilitatea lor magnetică μ. Vom numi *feromagnetice ideale* corpurile feromagnetice tratate în această aproximație.

De obicei, se consideră că permeabilitatea infinită implică anularea intensității $\overline{H}$ a cîmpului magnetic în interiorul corpului (pentru ca inducția magnetică $\overline{B} = \mu \overline{H}$ să rămînă finită) și, deci, perpendicularitatea liniilor cîmpului magnetic exterior pe suprafața corpului. În acest caz, determinarea cîmpului magnetic din domeniul exterior feromagneticului ideal constituie o problemă la limită cu soluție univoc determinată de condițiile de la infinit și de repartiția curenților de conducție din acest domeniu; suprafața feromagneticului ideal impune drept condiție la limită suficientă, anularea componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic (componentă care se conservă la trecerea printr-o suprafață de discontinuitate fără repartiție superficială de curenți).

Există, însă, excepții de la această situație și anume atunci cînd tuburi de flux magnetic se pot închide fără a ieși din feromagneticul ideal fiind înlănțuite de curenți electrici de conducție. În acest caz — realizat, de exemplu, într-un conductor cilindric drept din material feromagnetic ideal parcurs de curent — componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic exterior nu se mai anulează la suprafața conductorului și formularea condițiilor la limită pentru problema exterioară nu mai este banală.

Prezintă deci interes precizarea univocă a condițiilor în care intensitatea cîmpului magnetic se anulează, respectiv nu se anulează, identic, în

*) Comunicare prezentată în fața colectivului catedrei de electrotehnică I din Institutul politehnic, București la 19 octombrie 1961.

interiorul corpurilor feromagnetice ideale (domeniul interior) — cu analiza corespunzătoare a consecințelor privitoare la formularea condițiilor la limită pentru rezolvarea problemei determinării vectorilor cîmp $\overline{B}(\bar{r})$ și $\overline{H}(\bar{r})$ în aceste domenii : interior (problema interioară) și exterior (problema exterioară). Este util să subliniem că aceste probleme, referitoare la cîmpul magnetic staționar, produs de circuite de curent continuu, sînt sensibil distincte de acelea care se pun în regim variabil în timp (cuasistaționar) chiar la frecvența industrială $f = 50$ Hz. În adevăr, din cauza conductivității electrice mari a feromagneticelor obișnuite (cu excepția feritelor), adîncimea de pătrundere

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu \sigma f}}, \tag{1}$$

la valori mari ale permeabilității, este foarte mică la $f = 50$ Hz, deși este infinită la $f = 0$.

2. Considerăm un sistem de circuite (nefiliforme) de curent continuu în prezența unui corp feromagnetic a cărui suprafață $\sum_e$ separă domeniul exterior $\mathfrak{D}_e$ în care $\mu = \mu_e \approx \mu_0$. (permeabilitatea vidului) de domeniul interior $\mathfrak{D}_i$ în care — *fără să presupunem materialul linear* — admitem că vectorii $\overline{B}$ și $\overline{H}$ sînt omoparaleli

$$\overline{B}\,\overline{H} > 0. \tag{2}$$

Permeabilitatea $\mu_i = B/H$ a corpului feromagnetic este presupusă că tinde către infinit în aceeași proporție în toate punctele lui. Se poate deci scrie

$$\mu_i = B/H = k\,\mu_{i_0} > 0, \tag{3}$$

unde μ_{i_0} este o funcție mărginită de punct (și eventual de $\overline{H}$), iar feromagneticul ideal este definit de condiția

$$k \to \infty.$$

Feromagneticul ideal nu este neapărat omogen și domeniul $\mathfrak{D}_i$ este în general multiplu conex. Vom nota cu B_n și H_n componentele normale ale inducției magnetice și ale intensității cîmpului magnetic și cu B_t și H_t componentele lor tangențiale. Vom afecta — dacă este necesar — cu indicii e, respectiv i, mărimi referitoare la $\mathfrak{D}_i$, respectiv la $\mathfrak{D}_e$.

Relațiile fundamentale ale cîmpului magnetic staționar [1] sînt
— *Teorema lui Ampère*

$$\oint \overline{H}\,\overline{\delta s} = \Theta_\Gamma \text{ } \textit{respectiv} \text{ } \operatorname{rot} \overline{H} = \bar{J} \text{ } \textit{și} \text{ } (H_t)_1 = (H_t)_2 \tag{4}$$

în care $\bar{J}$ este densitatea curentului electric de conducție, presupusă finită,

iar $\Theta_\Gamma = \int_{s_\Gamma} \bar{J}\,\bar{\delta}\,\bar{A}$ *este suma curenților de conducție (solenația) ce înlănțuie o curbă* Γ *presupusă de asemenea finită*;

— *Legea fluxului magnetic*

$$\oint_\Sigma \bar{B}\,\bar{\delta}\bar{A} = 0, \text{ respectiv } \operatorname{div} \bar{B} = 0 \text{ și } (B_n)_1 = (B_n)_2; \tag{5}$$

— *Legea magnetizației temporare* (în domeniul exterior)

$$\bar{B} = \mu \bar{H}, \text{ cu } \mu = \mu_e \approx \mu_0 \text{ în } \mathfrak{D}_e. \tag{6}$$

În demonstrațiile care urmează, vom mai folosi următoarele consecințe ale acestor relații, valabile în ipoteza unei configurații geometrice a sistemului care exclude existența unor singularități izolate ale diferitelor funcții de punct:

a. *Inducția magnetică este mărginită în fiecare punct al domeniului exterior*

$$B_e = |\bar{B}_e| < \infty, \tag{7}$$

În adevăr, în caz contrar, dacă am considera o porțiune finită a unui tub de flux magnetic de secțiune ΔA, ar rezulta un flux magnetic $\Delta\Phi$ infinit care, în baza legii fluxului magnetic (5), s-ar conserva în lungul tubului. Tensiunea magnetică în lungul acelei porțiuni ar rezulta și ea infinită

$$\int_1^2 \bar{H}\,\overline{\delta s} = \Delta\Phi \int_1^2 \frac{\delta s}{\mu_e \Delta A} \to \infty. \tag{8}$$

Această integrală se poate întotdeauna completa cu termeni aditivi pozitivi, pînă la o curbă închisă, datorită caracterului solenoidal al inducției magnetice și paralelismului vectorilor $\bar{B}$ și $\bar{H}$ [relația (2)], și — de aceea — s-ar obține o tensiune magnetomotoare infinită în contradicție cu caracterul finit, admis, al solenațiilor (relația (4)).

b. *Componenta normală a intensității cîmpului magnetic este finită de ambele părți ale suprafeței* Σ_e *a corpului feromagnetic și se anulează în interior cînd* $k \to \infty$

$$\lim_{k\to\infty} H_{n_i} = 0. \tag{9}$$

În adevăr, din conservarea (5) a componentei normale a inducției magnetice rezultă

$$B_{n_i} = k\,\mu_{i0}\,H_{n_i} = \mu_e H_{n_e} = B_{n_e}, \tag{10}$$

adică (μ_e fiind mărginit)

$$|H_{n_e}| = \left|\frac{B_{n_e}}{\mu_e}\right| < \infty; |H_{n_i}| = \left|\frac{B_{n_i}}{k\,\mu_{i0}}\right| = \left|\frac{B_{n_e}}{k\,\mu_{i0}}\right| \tag{11}$$

de unde, cu (7), rezultă (9).

c. *În toate punctele domeniului $\mathfrak{D}_i$ și ale lui $\mathfrak{D}_e$ în care nu există curenți ($\bar{J} \equiv 0$) cîmpul magnetic derivă din potențialul magnetic scalar neuniform*

$$V(P) = V(P_0) - \int_{P_1}^{P} \overline{H}\,\overline{\delta s} \quad (\text{cu } \overline{H} = -\operatorname{grad} V), \tag{12}$$

care este o funcție continuă de punct. În particular, potențialul magnetic nu are discontinuități pe Σ_c. În caz contrar aceasta ar trebui să constituie un strat dublu de sarcină magnetică superficială cu $H_n \to \infty$ și $B_n \to \infty$ (în interiorul stratului), ceea ce este incompatibil cu conservarea ultimei mărimi. Așadar,

$$|V_i|_{\Sigma_c} = |V_e|_{\Sigma_c} < \infty. \tag{13}$$

Caracterul finit al lui V pe Σ_c rezultînd din valorile finite ale solenațiilor și, deci, ale tuturor tensiunilor magnetice.

3. *Teorema I. Într-un corp feromagnetic ideal, care nu este parcurs de curenți electrici de conducție ($\bar{J} \equiv 0$) și care — dacă e multiplu conex — e înlănțuit de circuite cu solenații totale nule, intensitatea cîmpului magnetic se anulează identic*

$$\lim_{k \to \infty} |H_i| = 0. \tag{14}$$

Determinarea cîmpului se face rezolvînd mai întîi problema exterioară pentru vectorul cîmp $\overline{H}_e(\bar{r}) = \frac{1}{\mu_e} \overline{B}_e(\bar{r})$ *și numai după aceea se poate rezolva problema interioară pentru vectorul cîmp* $\overline{B}_i(\bar{r})$.

Pentru a demonstra teorema, considerăm un astfel de corp feromagnetic, și calculăm integrala de volum, pozitiv definită, a produsului scalar $\overline{H}\overline{B} = -\overline{B}$ grad V în $\mathfrak{D}_i$. Se obține

$$0 \leqslant \int_{\mathfrak{D}_i} \overline{H}\,\overline{B}\,\delta v = -\oint_{\Sigma_c} V B_n \,\delta A < \infty, \tag{15}$$

sau cu (3)

$$0 \leqslant \int_{\mathfrak{D}_i} \mu_{i0} H_i^2 \,\delta v = -\frac{1}{k} \int_{\Sigma_c} V B_n \,\delta A < \infty, \tag{16}$$

unde integrala din membrul al doilea este mărginită deoarece $V_i = V_e$ și $B_{n_i} = B_{n_e}$ sînt mărginite pe Σ_c. De aceea, în cazul feromagneticului ideal rezultă

$$\lim_{k \to \infty} \int_{\mathfrak{D}_i} \mu_{i0} H_i^2 \,\delta v = 0. \tag{17}$$

Cum integrandul este pozitiv definit, rezultă (14).

La limită domeniul devine echipotențial ca și întreaga lui suprafață, care impune — astfel — pentru determinarea cîmpului magnetic exterior condițiile suficiente

$$B_{t_e}|_{\Sigma_c} = \mu_e H_{t_e}|_{\Sigma_c} = 0 \qquad \text{cu} \oint_{\Sigma_c} \bar{B}_n \,\overline{\delta A} = 0. \tag{18}$$

Dacă în baza acestor condiții se rezolvă problema exterioară, determinîndu-se cîmpul

$$\bar{B}_e(\bar{r}) = \mu_e \bar{H}_e(\bar{r}) \tag{19}$$

se poate deduce repartiția componentei normale (conservative) a inducției magnetice pe Σ_c

$$B_{n_e}(\bar{r})|_{\Sigma_c} = B_{n_i}(\bar{r})|_{\Sigma_c}, \tag{20}$$

ceea ce constituie o condiție suficientă pentru determinarea cîmpului inducției magnetice interioare, care rezultă finită

$$\bar{B}_i = \bar{B}_i(\bar{r}) \qquad (\bar{H}_i = 0). \tag{21}$$

Acest cîmp este laplacian în $\mathcal{D}_i$ și determinarea lui, cunoscînd (20), constituie o problemă interioară tip Neumann. Teorema I este astfel complet demonstrată. Mai rezultă din această analiză că — o dată cu $B_{n_e}(\bar{r})$ — *repartiția inducției magnetice în* $\mathcal{D}_i$ *este puternic influențată de sursele și vîrtejurile cîmpului magnetic din domeniul exterior* (*adică de configurația mediului exterior și de distribuția curenților în el*). Totodată această repartiție $\bar{B}_i(\bar{r})$ nu condiționează în nici un fel cîmpul exterior $\bar{B}_e(\bar{r}) = \mu_e \bar{H}_e(\bar{r})$ care este univoc determinat de (18). Cunoașterea repartiției inducției magnetice interioare în feromagneticele ideale, în care $H_i \equiv 0$, nu este însă lipsită de interes practic — deoarece numai pe această cale se poate verifica dacă limita de saturație nu a fost atinsă în $\mathcal{D}_i$, respectiv dacă circuitul magnetic respectiv a fost corect dimensionat. Se pot astfel determina valorile *reale* ale cîmpului magnetic interior (care nu e riguros nul), din curba de magnetizare.

În figura 2 indicăm, pentru exemplificare, repartiția cîmpurilor $\bar{H}(\bar{r})$ și $\bar{B}(\bar{r})$ în rotorul, întrefierul și statorul unei mașini (idealizate) cu două conductoare dispuse diametral, de solenație totală nulă.

4. *Teorema II. Într-un corp feromagnetic ideal, care nu este parcurs de curenți electrici de conducție* ($\bar{J} = 0$) *și care — fiind multiplu conex — este înlănțuit de circuite cu solenații* $\theta_j \neq 0$, *intensitatea cîmpului magnetic nu poate fi identic nulă și reprezintă un cîmp de vectori laplacian de potențial neuniform, univoc determinat de constantele ciclice ale potențialului* (*solenațiile*), *cu condiția de frontieră*

$$H_{n_i}|_{\Sigma_c} = 0. \tag{22}$$

Determinarea cîmpului se face rezolvînd mai întîi problema interioară pentru vectorul cîmp $\bar{H}_i(\bar{r})$, *și numai după aceea se poate rezolva problema exterioară pentru vectorul cîmp* $\bar{H}_e(\bar{r}) = \frac{1}{\mu_e} \bar{B}_e(\bar{r})$

Pentru a demonstra această teoremă, considerăm un astfel de corp feromagnetic (fig. 1) și calculăm din nou integrala de volum a produsului $\bar{H}\bar{B}$ (pozitiv definit) pe domeniul interior $\mathcal{D}_i$ multiplu conex. Spre a putea aplica teorema lui Gauss-Ostrogradski trebuie să introducem tăieturile S_j și să efectuăm integrarea numai pe domeniul (simplu conex)

cu tăieturi $\mathcal{D}_i'$ astfel obținut. Dacă V_{i1} și V_{j2} sînt valorile potențialului (uniform în $\mathcal{D}_i'$) de o parte și de alta a tăieturii S_j

$$V_{j2} - V_{j1} = \Theta_{j12} = \oint_{\Gamma_j} \overline{H_i \delta s} > 0, \tag{23}$$

este chiar constanta ciclică corespunzătoare, egală cu solenația care înlănțuie orice curbă $\Gamma_i \in \mathcal{D}_i$ ce interceptează o singură dată tăietura S_j (în

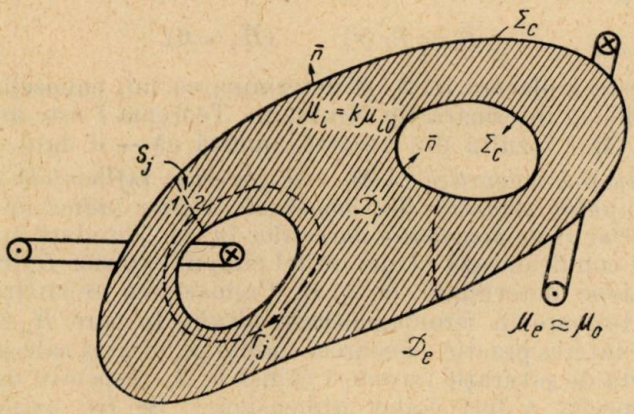


Fig. 1

sensul de la 1 la 2 prin S_j); în calcul mai apare fluxul magnetic

$$\Phi_{j12} = \int_{S_j} B_{n_{12}} \delta A = k \int_{S_j} \mu_{i0} H_{n_{12}} \delta A = k \Phi_{j12_0} > 0, \tag{24}$$

prin suprafața S_j a tăieturii (în sensul de la fața 1 la fața 2), cu Φ_{j12_0} finit.

Pe această cale se obține egalitatea

$$\int_{\mathcal{D}_i} \overline{H B}\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_i} \overline{H B} \delta v = - \oint_{\Sigma_c} V B_n \delta A + \sum_{(j)} \int_{S_j} (V_{j2} - V_{j1})\, B_{n_{12}} \delta A, \tag{25}$$

sau

$$k \int_{\mathcal{D}_i} \mu_{i0} H_i^2 \delta v = - k \oint_{\Sigma_c} V \mu_{i0} H_{n_i} \delta A + \sum_{(j)} \Theta_{j12} \Phi_{j12} \tag{26}$$

sau, încă, împărțind cu k

$$0 \leqslant \int_{\mathcal{D}i} \mu_{i0} H_i^2 \delta v = - \oint_{\Sigma_c} V \mu_{i0} H_{n_i} \delta A + \sum_{(j)} \Theta_{j12} \Phi_{j12_0}. \tag{27}$$

De data aceasta, în cazul feromagneticului ideal ($k \to \infty$) intensitatea cîmpului magnetic nu se mai poate anula identic în $\mathfrak{D}_i$, deoarece constantele ciclice (23) sînt diferite de zero

$$\overline{H}_i(\bar{r}) \neq 0 \tag{28}$$

şi inducţia magnetică interioară tinde către infinit

$$\bar{B}_i(\bar{r}) = k\,\mu_{i0}\,\overline{H}_i(\bar{r}) \to \infty, \tag{29}$$

În egalitatea (26) toţi termenii sînt infiniţi iar în egalitatea (27) toţi sînt finiţi (deoarece V este finit). Cum componenta normală a intensităţii cîmpului magnetic se anulează pe faţa interioară a lui Σ_e(9), egalitatea (27) se mai poate scrie

$$0 \leqslant \int_{\mathfrak{D}_i} \mu_{i0} H_i^2\, \delta v = \sum_{(j)} \Theta_{j12}\, \Phi_{j12_0}. \tag{30}$$

Această relaţie permite să stabilim o teoremă de unicitate pentru problema interioară : cîmpul $\overline{H}_i(\bar{r})$ este univoc determinat în $\mathfrak{D}_i$ de solenaţiile Θ_j (adică de constantele ciclice ale potenţialului neuniform). În adevăr, dacă nu ar fi aşa, ar exista două cîmpuri distincte pentru aceleaşi valori Θ_j , iar diferenţa lor $\overline{H}_i^d$ ar satisface o relaţie de forma (26), respectiv (27), cu $\Theta_j = 0$. Această diferenţă ar satisface la limita $k \to \infty$ relaţia

$$0 \leqslant \int_{\mathfrak{D}_i} \mu_{i0}^d \overline{H}_i^d\, 2\, \delta v = 0, \tag{31}$$

de unde rezultă $\overline{H}_i^d \equiv 0$, adică cele două cîmpuri — distincte prin ipoteză — coincid.

Intensitatea cîmpului magnetic interior $\overline{H}_i(\bar{r})$ este un cîmp laplacian în $\mathfrak{D}_i$ univoc determinat de condiţia (22) şi de constantele ciclice Θ_j. *Configuraţia acestui cîmp interior nu depinde de poziţia exactă a circuitelor exterioare care determină solenaţiile* θ_i *ci numai de valorile rezultante ale acestora.* Determinarea acestui cîmp interior constituie în domeniul cu tăieturi $\mathfrak{D}_i$ o problemă mixtă în care se dă valoarea nulă a derivatei după normală a potenţialului pe Σ_e (condiţie tip Neumann) şi saltul de potenţial pe fiecare tăietură S_j.

O dată rezolvată problema interioară pentru $\overline{H}_i(\bar{r})$, se poate cunoaşte componenta tangenţială conservativă a acestuia la suprafaţa corpului, ceea ce furnizează o condiţie de frontieră suficientă

$$H_{t_e}(\bar{r})\big|_{\Sigma_e} = H_{t_i}(\bar{r})\big|_{\Sigma_e}, \tag{32}$$

pentru determinarea cîmpului magnetic exterior $\overline{H}_e(\bar{r}) = \frac{1}{\mu_e}\,\bar{B}_e(\bar{r})$. Spre deosebire de cazul solenaţiilor nule, în cazul corpului feromagnetic ideal multiplu conex, este necesar să rezolvăm mai întîi problema interioară, pentru a putea apoi formula condiţii la limită suficiente pentru problema exterioară.

În acest caz inducția magnetică interioară e teoretic infinită $B_i = k\,\mu_{0i}\,H_i$ (practic, determinabilă de pe curba de magnetizare în funcțiune de H_i) și are componenta normală pe fața interioară a suprafeței Σ_e nede-

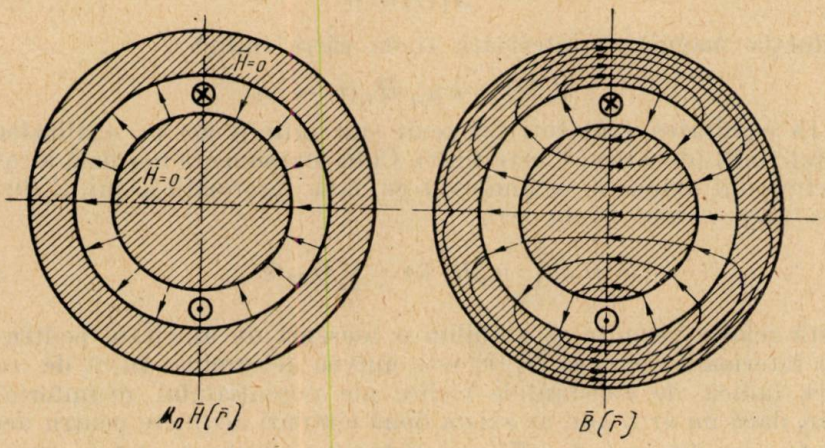


Fig. 2

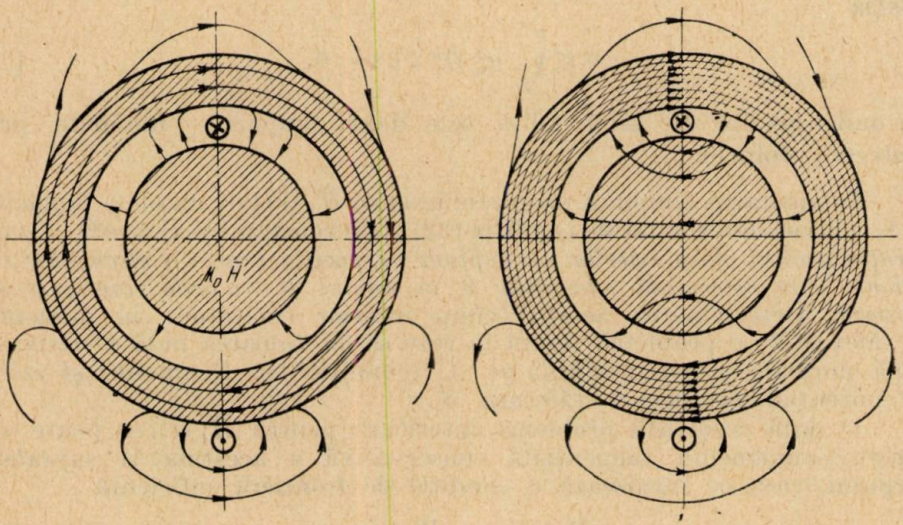


Fig. 3

terminată în cadrul problemei interioare (deoarece $H_{n_i} = 0$ iar $k = \infty$) dar calculabilă la urmă — după rezolvarea problemei exterioare — pe baza relației de conservare

$$B_{n_i} = B_{n_e} = \mu_e\,H_{n_e} \tag{33}$$

În figura 3 indicăm, pentru exemplificare, repartiția cîmpurilor $\overline{H}(\overline{r})$ și $\overline{B}(\overline{r})$ în cazul mașinii idealizate din figura 2, în cazul cînd în întrefier se găsește un singur conductor parcurs de curent, conductorul de întoarcere fiind dispus în exterior.

În anexă dăm un exemplu de calcul elementar, care să permită trasarea fără dificultăți a liniilor de cîmp și să ilustreze astfel aplicarea teoremelor stabilite în această lucrare.

ANEXĂ . *Exemplu de determinare a cîmpului magnetic în prezența unui corp feromagnetic ideal*

Fie un tub cilindric de material feromagnetic moale, aproximat ca feromagnetic ideal ($\mu \to \infty$) prin faptul că permeabilitatea lui satisface de exemplu relația de condiție

$$\frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu}{\mu_0} > 500, \tag{34}$$

considerată ca suficientă pentru o astfel de aproximație. Tubul are raza interioară b, raza exterioară a și lungimea infinită, astfel ca să se poată considera probleme plan-paralele. Vom folosi un sistem de coordonate cilindrice r, α și vom nota cu $\mathfrak{D}_e^*$ domeniul $r \leqslant b$ (golul tubului), cu D_i domeniul $b \leqslant r \leqslant a$ (feromagneticul ideal) și cu $\mathfrak{D}_e$ domeniul $r \geqslant a$ (exteriorul tubului).

a) Într-o primă situație presupunem că nu există conductoare parcurse de curent prin golul tubului și că tubul este situat într-un cîmp magnetic exterior, transversal, omogen de intensitate H_0 (fig. 4).

Conform teoremei I determinarea cîmpului se face rezolvînd mai întîi problema exterioară (în $\mathfrak{D}_e^*$ și $\mathfrak{D}_e$) cu condiția de frontieră $V = \text{const.}$ pentru $r = a$ și $r = b$. Folosind metoda separării variabilelor pentru rezolvarea lui Laplace pentru V și punînd condiția ca la $r \to \infty$ să se regăsească cîmpul omogen exterior se obține

în $\mathfrak{D}_e$

$$\left.\begin{aligned} V &= H_0 \cos\alpha\,(a^2/r - r) + \text{const.},\\ H_r &= H_0 \cos\alpha\,(a^2/r^2 + 1),\\ H_\alpha &= H_0 \sin\alpha\,(a^2/r^2 - 1), \end{aligned}\right\} r \geqslant a \tag{35}$$

în $\mathfrak{D}_e^*$

$$V = \text{const.}\,; \quad \overline{H} \equiv 0 \qquad r \leqslant b. \tag{36}$$

Liniile de cîmp ale vectorului $\mu_0\overline{H}$ sînt trasate (cu linii pline) în figura 4, *și sînt normale pe fața exterioară a feromagneticului ideal* (cu excepția punctului $r = a$, $\alpha = \pi/2$ în care $H = 0$). Se poate trece apoi la rezolvarea problemei interioare pentru inducția magnetică (deoarece în acest caz $\overline{H} \equiv 0$ în $\mathfrak{D}_i$). Din conservarea componentei normale a inducției pentru $r = a$ se obțin relațiile

$$B(a, \alpha) = \mu_0 2H_0 \cos\alpha\,; \; B(b, \alpha) = 0, \tag{37}$$

care constituie condiții de frontieră tip Neumann. Cu aceeași metodă, aplicată ecuației Laplace satisfăcute de potențialul inducției magnetice în $\mathfrak{D}_i$, se obține

în $\mathfrak{D}_i$

$$\overline{H} \equiv 0\,; \qquad \left.\begin{aligned} B_r &= 2\mu_0 H_0 \cos\alpha \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2}\right) \Big/ \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\\ B_\alpha &= -2\mu_0 H_0 \sin\alpha \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{r^2}\right) \Big/ \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \end{aligned}\right\} b \leqslant r \leqslant a. \tag{38}$$

Liniile de cîmp ale acestei inducţii magnetice sînt trasate cu linii *punctate* în figura 4. Cu aceste expresii se poate calcula valoarea maximă a inducţiei magnetice în interiorul materialului feromagnetic

$$B_{\max} = B_\alpha \left(a, \frac{\pi}{2}\right) = 2\,\mu_0 H_0\ (a^2 + b^2)\,/(a^2 - b^2), \tag{39}$$

şi cu ajutorul curbei de magnetizare a materialului se poate deduce valoarea maximă *reală* a

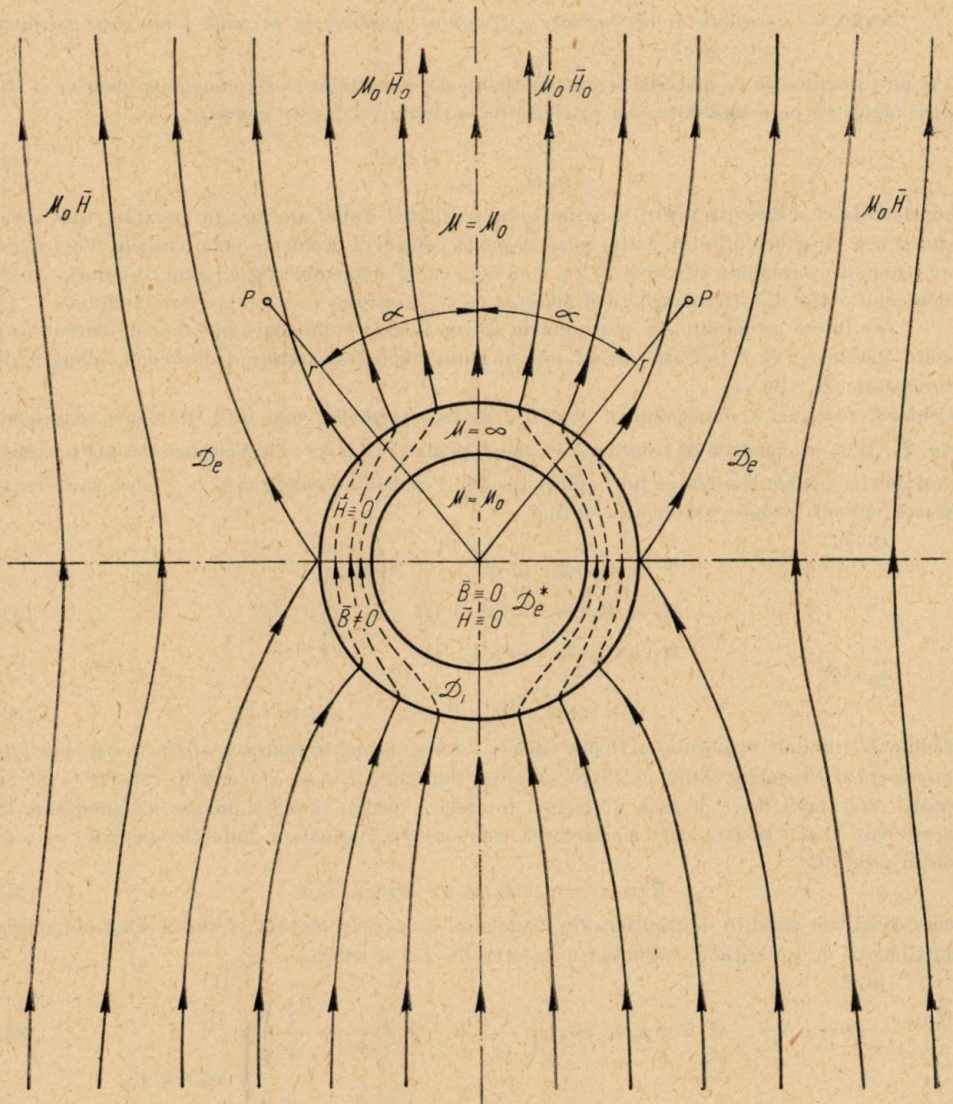


Fig. 4

intensității cîmpului magnetic H. Astfel se poate verifica dacă saturația nu a modificat condițiile problemei adică dacă relația (34) mai e satisfăcută. În cazul studiat se observă imediat că la orice H_0 dat, dacă tubul este prea subțire, saturația se poate atinge și tratarea ca feromagnetic ideal poate să nu fie posibilă.

b) Într-o a doua situație presupunem că $H_0 = 0$, dar că în interiorul tubului există un conductor rectiliniu infinit plasat în general excentric și parcurs de curentul I. Conform teo-

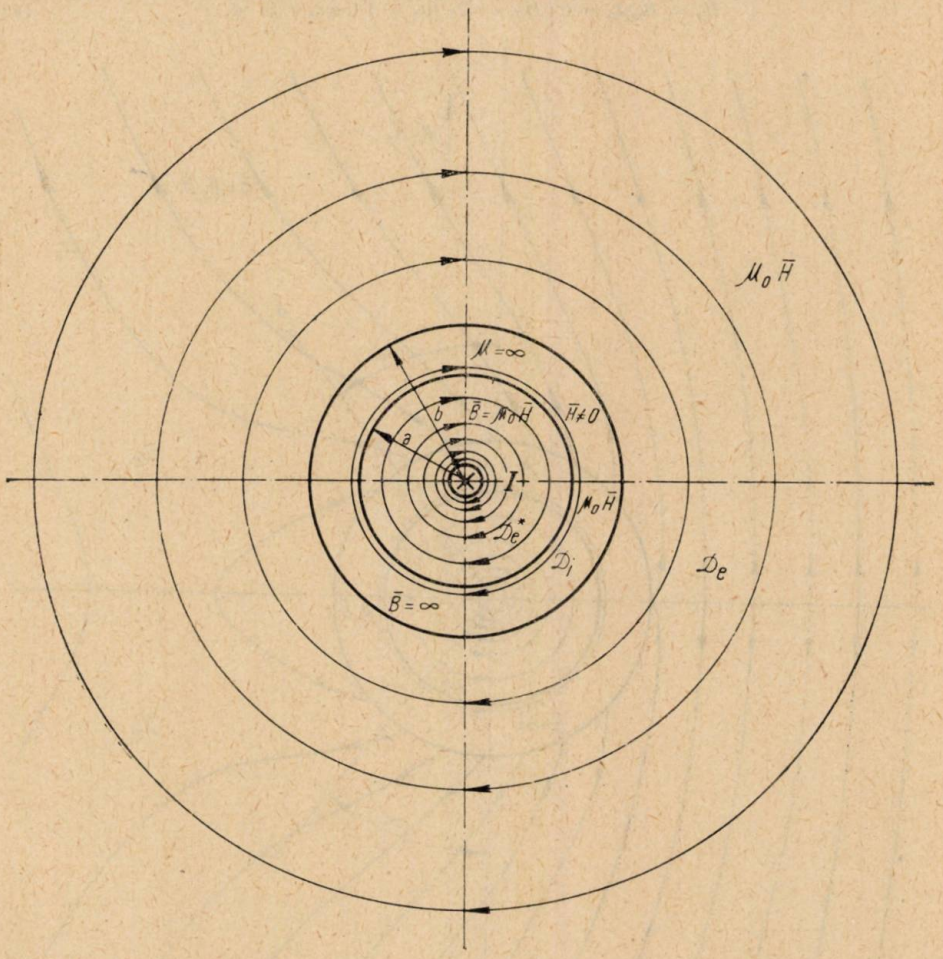


Fig. 5

remei II determinarea cîmpului magnetic se face rezolvînd mai întîi problema interioară (în domeniul dublu conex D_i), cu condiția de frontieră (22) și cunoscînd solenația $\Theta = I$. Oricare ar fi poziția conductorului în interiorul tubului (în fig. 5 s-a considerat pentru simplificare poziția centrală) se constată ușor că soluția (unică) este

în $\mathcal{D}_i$

$$H_r = 0\,;\; H_\alpha = I/2\,\pi r\,;\; B = \infty\,;\; b \leqslant r \leqslant a. \tag{40}$$

Se poate apoi calcula valoarea maximă a cîmpului

$$H_{\max} = I/2\,\pi b \tag{41}$$

şi se poate determina, de pe curba de magnetizare a materialului valoarea maximă *reală* a inducţiei magnetice, verificîndu-se ca în cazul precedent, dacă saturaţia n-a fost atinsă. Se poate trece apoi la rezolvarea problemei exterioare cu condiţiile de frontieră

$$H = I/2\,\pi a \text{ pentru } D_e,\ H = I/2\ \pi b \text{ pentru } \mathfrak{D}_e^* . \tag{42}$$

Deoarece acum $H_0 = 0$ şi avem simetrie cilindrică completă, se observă că, oricare ar fi poziţia conductorului interior, cîmpul în $\mathfrak{D}_e$ este dat de relaţiile

$$H_r = B_r/\mu_0 = 0\,;\ H_\alpha = B_\alpha\,/\mu_0 = I/2\,\pi r,\ r \geqslant a. \tag{43}$$

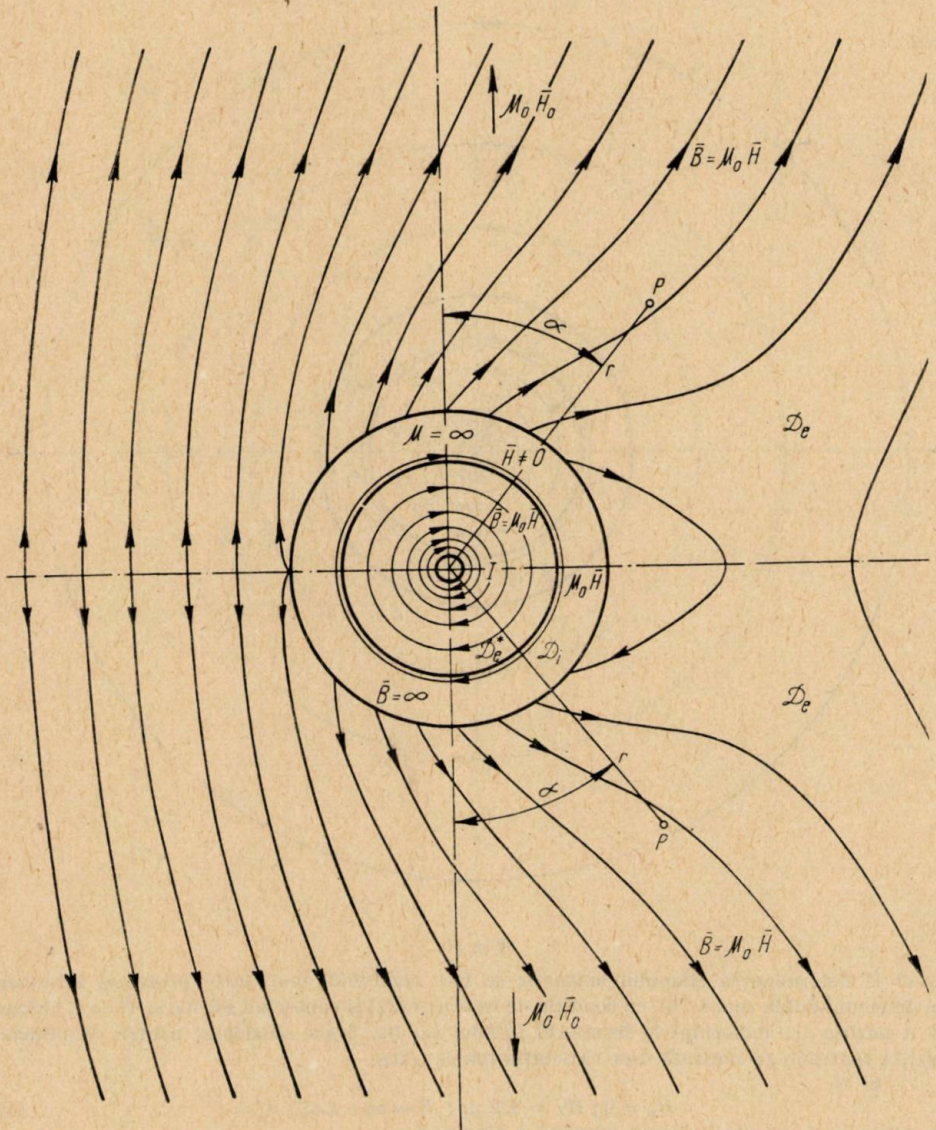


Fig. 6

În D_e^*, la o poziție oarecare a conductorului, calculele sînt mai complicate. De aceea s-a considerat în figură cazul poziției centrale, în care

$$H_r = B_r/\mu_0 = 0\,;\; H_\alpha = B_\alpha/\mu_0 = I/2\,\pi r,\quad r \leqslant b. \tag{44}$$

În această situație *liniile de cîmp sînt tangențiale la fața exterioară a feromagneticului ideal.*

c) Într-o a treia situație considerăm concomitent $H_0 \neq 0$ și conductorul central cu $I \neq 0$. Se aplică tot teorema II cu același mers al calculelor ca la punctul *b*. Se obțin în D_i expresiile (40), în $\mathfrak{D}_e^*$ expresiile (44), iar în $\mathfrak{D}_e$ rezultă

$$\left.\begin{aligned} V &= H_0 \cos\alpha\,(a^2/r - r) - (I/2\,\pi)\,\alpha + \text{const.} \\ H_r &= H_0 \cos\alpha\,(a^2/r^2 + 1) \\ H &= H_0 \sin\alpha\,(a^2/r^2 - 1) + I/2\,\pi r \end{aligned}\right\} r \geqslant a \tag{45}$$

Liniile de cîmp corespunzătoare sînt trasate în figura 4 (în cazul $I = 3\pi a H_0$) și *fac unghiuri oarecare cu fața exterioară a feromagneticului ideal.*

MAGNETIC FIELD PROBLEMS IN SUBSTANCES WITH VERY GREAT PERMEABILITY

ABSTRACT

The determination of a static magnetic field, in presence of unsaturated substances of very great permeability μ may be performed with a very good approximation by considering their magnetic permeability as infinite (ideal ferromagnetics). This approximation may lead either to the conclusion that $\overline{H} \equiv 0$ at the inside of these substances (in order that $\overline{B}$ remains finite), or to the conclusion that $B \to \infty$ at the inside (when $\overline{H}$ must necessarily be $\neq 0$).

The author analyzes the problem of determining the static magnetic field in presence of ideal ferromagnetics and specifies which one of the above alternatives is valid in given conditions, and how the problem is to be stated in each of these cases for the field computation in the interior domain (inside problem) or in the exterior domain (outside problem). He especially establishes the following theorems :

I. In an ideal ferromagnetics which is not traversed by conduction electric currents and if it is multiple connex, then it is linked with circuits whose total amperturns are null, the magnetic field strength is identical null. The field determination is made by solving first the outside problem for $\overline{H}\,(\bar{r})$ and then only the inside problem for $\overline{B}\,(\bar{r})$.

II. In an ideal ferromagnetics, which is not traversed by conduction electric currents and which is multiple connex — i.e. linked by circuits whose amperturns are not null — the magnetic field strength cannot be identical null and represents a Laplacian vector field of multivalued potential, univocally determined by the amperturns linking the body.

The field determination is made by solving first the inside problem for $\bar{H}(\bar{r})$ and then the outside problem for $\bar{H}(\bar{r})$.

In both cases, after solving the inside problem, one may ascertain, with the magnetization curve of the given ferromagnetic substance, whether the saturation has been reached or not (*i.e.* whether the approximation of the ideal ferromagnetics was correct). Besides one can determine the real values of $\bar{H}(\bar{r})$ (Ist case), respectively of $\bar{B}(\bar{r})$ (IInd case) for the inside of the body.

In the appendix an example is given of an elementary calculus which illustrates the proposed method of study.

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*. **II**, Ed. energetică de stat, București, 1955.
2. K. KÜPFMÜLLER, *Einführung in die theoretische Elektrotechnik*. Springer-Verlag, Berlin, 1959.
3. A. N. TIHONOV, A. A. SAMARSKI, *Ecuațiile fizicei matematice*. Ed. tehnică, București, 1956.

FORȚA DE FRÎNARE A FRÎNELOR DE INDUCȚIE CU DISC NEFEROMAGNETIC AVÎND PARTEA CENTRALĂ PLINĂ*)

DE

REMUS RĂDULEȚ și ALFONS IFRIM

1. FRÎNELE DE INDUCȚIE CU DISC NEFEROMAGNETIC PLIN

Numeroase frîne de inducție cu disc neferomagnetic sînt constituite dintr-un disc plin — în mod obișnuit de cupru, de aluminiu sau de alamă, — care se poate roti în întrefierul plan al unor poli magnetici

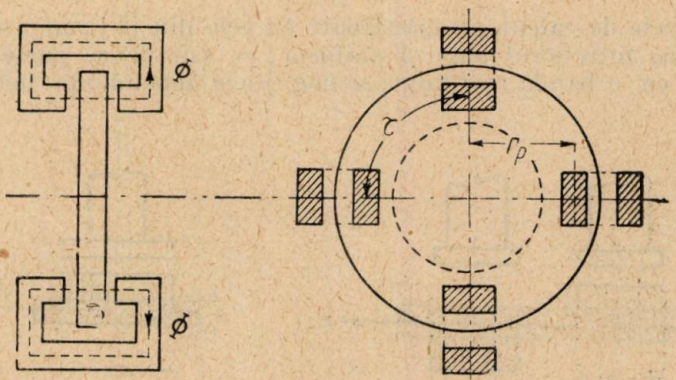


Fig. 1. — Schema frînei de inducție cu disc.

excitați în curent continuu și dispuși eteropolar și de o parte și de alta a discului (fig. 1). În disc se induc prin mișcare curenți turbionari. Apar

*) Comunicare prezentată la Sesiunea științifică jubiliară a Institutului politehnic din Iași, din 9—11 noiembrie 1962.

astfel forțe de frînare exercitate de cîmpul magnetic din întrefier asupra discului parcurs de curenții induși.

Dacă viteza periferică liniară a discului în rotație este mică, se poate neglija cîmpul magnetic de reacție al discului — și calculul forțelor de frînare conduce la expresii simple ale lor, cum sînt cele stabilite de Rüdenberg [2], Beckmann [3], Rogowski [4] și L. N. Deriughin [5], [6] indicate în parte și în lucrarea [1] a autorilor. Pentru viteze periferice liniare mari ale discului în rotație există două expresii ale forței de frînare. Prima în ordine cronologică e dedusă de Rüdenberg [2], iar cea de-a doua de autorii lucrării de față [1]. Ambele sînt valabile atît pentru viteze mari, cît și pentru viteze mici, dar ele sînt deduse în ipoteza simplificatoare că partea centrală a discului este perfect izolantă și deci că nu este parcursă de curenții turbionari induși prin mișcare.

În lucrarea de față se determină o expresie a forței de frînare fără a neglija influența părții centrale a discului, care este conductoare la numeroase frîne ; de exemplu la frînele Pasqualini, — prin opoziție cu frînele Siemens, la care partea centrală a discului este izolantă și cărora li se aplică expresiile forței de frînare stabilite de exemplu în lucrarea [1].

Expresia forței de frînare s-ar putea obține și printr-o transformare adecvată, din aceea determinată de autori pentru cuplul motorului asincron cu rotorul în formă de pahar [8]. Se obține însă o expresie finală mai simplă a forței de frînare, care se confirmă experimental, prin metode asemănătoare celor din [8] și din [1], însă utilizînd ipoteze de calcul mai schematice decît cele folosite în trecut.

2. IPOTEZELE DE CALCUL

Ipotezele de calcul, asemănătoare cu cele din [1] sînt următoarele : se presupune întrefierul plan și uniform ; se asimilează partea „activă" a discului cu o bandă rectilinie ; se neglijează dependența mărimilor din

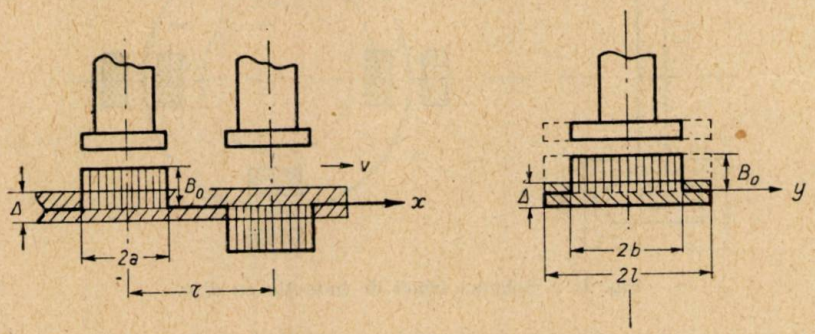


Fig. 2. — Repartiția inducției magnetice de excitație.

întrefier și din bandă de coordonata din direcția perpendiculară pe bandă ; se presupune că liniile cîmpului magnetic din întrefier sînt normale pe

planul benzii și că liniile densității de curent din bandă sînt situate în plane paralele cu banda; se consideră permeabilitatea fierului infinită, iar a benzii neferomagnetice egală cu permeabilitatea vidului. Se admite însă că inducția magnetică de excitație este repartizată după dreptunghiuri cu pauze, atît în direcția mișcării benzii, cît și în direcție transversală pe ea (fig. 2), inducția fiind nulă în zona centrală a discului, cum și

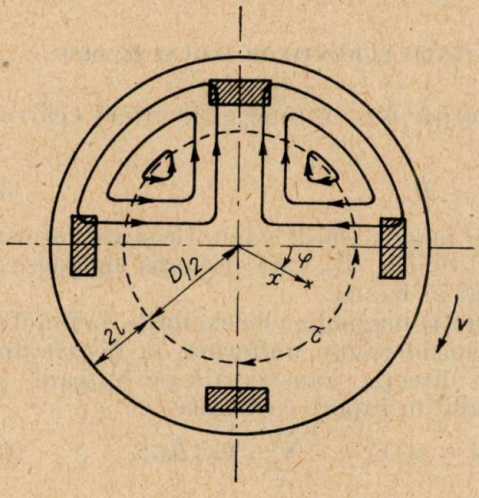


Fig. 3. — Repartiția curentului indus în disc.

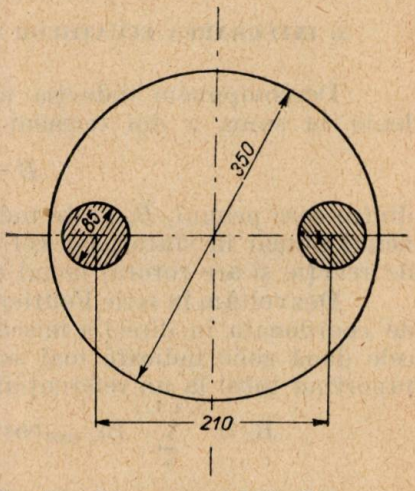


Fig. 4. — Schema frînei de tip Pasqualini.

că polul magnetic acoperă întreaga lățime a benzii. Pentru a se ține seamă de ultima ipoteză, se multiplică valoarea F_0 a forței rezultate din calcul, cu raportul $S : S_e$ dintre aria S a tălpii polare și aria S_e a tălpii polare echivalente (considerată de aceeași lățime ca și banda):

$$F = F_0 \frac{S}{S_e} = F_0 \frac{2a \cdot 2b}{2a \cdot 2l} = F_0 \frac{2b}{2l}. \qquad (1)$$

De influența părții centrale a discului se ține seamă ca și în lucrarea [8], admițîndu-se repartiția din figura 3 a liniilor densității de curent din disc și racordîndu-se între ele soluțiile obținute pentru densitatea curentului electric în bandă și în sectoarele de cerc cu deschiderea corespunzătoare intervalului polar.

În zona centrală a discului, întrefierul este considerat însă de lărgime infinită — și deci se obțin două zone ale frînei echivalente, dintre care prima are întrefierul uniform și de lărgime finită și corespunde benzii rectilinii, iar cea de-a doua are întrefierul de lărgime infinită și corespunde părții centrale a discului. În prima zonă calculele se efectuează raportîndu-se fenomenele la un sistem de coordonate cartesiene, iar în a doua la unul de coordonate semipolare.

Lărgimea δ a întrefierului echivalent se calculează cu expresia

$$\delta = \frac{2l \cdot \tau}{P}, \tag{2}$$

folosită și în [1], în care $2l$ este lățimea benzii, τ este intervalul polar, iar P este permeanța geometrică aeriană a unei perechi de poli magnetici situați față în față, de o parte și de alta a benzii.

3. INTEGRAREA ECUAȚIILOR DENSITĂȚII CURENȚILOR INDUȘI ÎN DISC

Descompunem inducția magnetică din întrefierurile frînei echivalente în suma a doi termeni

$$\bar{B} = \bar{B}_\delta + \bar{B}_r, \tag{3}$$

dintre care primul, $\bar{B}_\delta$, este inducția magnetică de excitație și are rotorul nenul numai în stator, iar cel de-al doilea, $\bar{B}_r$, este inducția magnetică de reacție și are rotorul nenul numai în bandă.

Dezvoltăm în serie Fourier inducția magnetică de excitație în funcție de coordonata în direcția mișcării, considerînd-o uniformă, în fiecare din cele două zone indicate mai sus, în direcția transversală pe mișcare și raportînd totul la un referențial imobil în raport cu banda

$$B_\delta = \sum_{n}^{1,3,5,\ldots} B_{\delta n\,\max} \cos(\omega_n t - \alpha_n x) = \sum_{n}^{1,3,5,\ldots} \mathcal{R}e\{\dot{B}_{\delta n}\}. \tag{4}$$

Operăm cu o expresie asemănătoare în partea centrală a discului, în care folosim coordonate polare. Notațiile folosite sînt următoarele :

$$\dot{B}_{\delta n} = B_{\delta n\,\max} e^{j(\omega_n t - \alpha_n x)},$$

$$\text{cu } B_{\delta n\,\max} = \frac{4}{\pi} B_0 \frac{\sin n \frac{\pi}{2q}}{n}, (n = 1,3,5,\ldots),$$

dacă

$$q = \frac{\tau}{2a}$$

și

$$\alpha_n = n \frac{\pi}{\tau}\ ;\ \omega_n = \alpha_n v,$$

unde v este viteza liniară a benzii, iar $2a$ este lungimea tălpii polare.

Stabilim mai întîi densitatea de curent din disc, corespunzătoare armonicii de ordinul n a inducției magnetice de excitație.

Din legea circuitului magnetic și forma $\bar{B} = \mu\bar{H}$ a legii polarizației magnetice, din legea inducției electromagnetice și legile lui Ohm și conservării sarcinii electrice adevărate rezultă, cum se arată în [1], urmă-

toarele ecuații în complex, pe care le satisfac componentele y și x ale densității curentului din prima zonă

$$\frac{\partial^2 \dot{J}_{y1n}}{\partial y^2} - \dot{\gamma}_n^2 \dot{J}_{y1n} = -\frac{\omega_n \alpha_n}{\rho} \dot{B}_\delta$$

și

$$j \alpha_n \dot{J}_{x1n} = \frac{\partial \dot{J}_{y1n}}{\partial y},$$

ale căror integrale sînt de forma

$$\dot{J}_{x1n} = \frac{\dot{\gamma}_n \delta}{\varkappa \mu_0 \Delta} [\dot{M}_1 \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y] \tag{5}$$

și

$$\dot{J}_{y1n} = j \frac{\alpha_n \delta}{\varkappa \mu_0 \Delta} \left[\dot{M}_1 \operatorname{ch} \dot{\gamma}_n y + \dot{N}_1 \operatorname{sh} \dot{\gamma}_n y - j \frac{\beta_n^2}{\dot{\gamma}_n^2} \dot{B}_{\delta n} \right]. \tag{6}$$

Pentru componentele radială și circulară în coordonate polare ale densității curentului în zona a doua, se obțin expresiile

$$\dot{J}_{r2n} = j \frac{\alpha_n \delta}{\varkappa \mu_0 \Delta} \dot{M}_2 r^{np-1} \tag{7}$$

și

$$\dot{J}_{\varphi 2n} = \frac{\alpha_n \delta}{\varkappa \mu_0 \Delta} \dot{M}_2 r^{np-1}. \tag{8}$$

În expresiile (5)...(8), mărimea Δ reprezintă grosimea discului (respectiv benzii), ρ este rezistivitatea lui, iar $\varkappa$ este coeficientul de raționalizare (egal cu unitatea în sistemele de unități raționalizate și egal cu 4π în cele neraționalizate); de asemenea s-au folosit notațiile

$$p = \frac{\pi}{\tau} \frac{D + 2l}{2}, \quad \beta_n^2 = \frac{\varkappa \mu_0 \omega_n \Delta}{\rho \delta} \quad \text{și} \quad \dot{\gamma}_n^2 = \alpha_n^2 + j\beta_n^2.$$

Constantele de integrare $\dot{M}_1$, $\dot{N}_1$ și $\dot{M}_2$ se determină din condițiile continuității componentelor „normale" și „tangențiale" ale densității de curent pe suprafața de separație dintre cele două zone și din condiția ca la marginea benzii ($y = -l$), componenta normală a densității curentului să fie nulă

$$\dot{J}_{x1n/y=l} = \dot{J}_{\varphi 2n/r=\frac{D}{2}}; \quad \dot{J}_{y1n/y=l} = -\dot{J}_{r2n/r=\frac{D}{2}}; \quad \dot{J}_{y1n/y=-l} = 0,$$

unde D este diametrul părții centrale a discului, egal cu diametrul discului din care s-a scăzut partea „activă", de lățime $4\,l$.

Se obțin astfel următoarele expresii ale constantelor de integrare

$$\dot{M}_1 = \dot{P}_{1n}\dot{B}_{\delta n}\ ;\ \dot{N}_1 = \dot{P}_{2n}\dot{B}_{\delta n}\ ;\ \dot{M}_2 = \dot{P}_{3n}\dot{B}_{\delta n}, \tag{9}$$

unde s-au folosit următoarele notații :

$$\left.\begin{aligned} \dot{P}_{1n} &= j\frac{\beta_n^2}{\dot{\gamma}_n^2}\frac{\dot{\gamma}_n \operatorname{ch}\dot{\gamma}_n l + 2\alpha_n \operatorname{sh}\dot{\gamma}_n l}{\dot{\gamma}_n \operatorname{ch} 2\dot{\gamma}_n l + \alpha_n \operatorname{sh} 2\dot{\gamma}_n l}\ ; \\ \dot{P}_{2n} &= \dot{P}_{1n}\operatorname{cth}\dot{\gamma}_n l - j\frac{\beta_n^2}{\dot{\gamma}_n^2 \operatorname{sh}\dot{\gamma}_n l}\ ; \\ \dot{P}_{3n} &= 2\left(j\frac{\beta_n^2}{\dot{\gamma}_n^2} - \dot{P}_{1n}\operatorname{ch}\dot{\gamma}_n l\right)\left(\frac{D}{2}\right)^{1-np}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Expresiile (7) și (8), împreună cu (9) și (10), determină complet densitatea curentului electric din disc.

4. EXPRESIA GENERALĂ ȘI APROXIMAȚIILE EXPRESIEI FORȚEI DE FRÎNARE

Calculul forței de frînare pentru o pereche de poli ai frînei situați de o parte și de alta a discului — și corespunzătoare armonicii de ordinul n a inducției magnetice de excitație — se poate face cu formula

$$F_n = \Delta\int_{x=-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\int_{y=-l}^{l} \mathcal{R}e\left\{\frac{\dot{J}_{y1n}\dot{B}^*_{\delta n}}{2}\right\} dx\,dy, \tag{11}$$

în care s-a ținut seamă de faptul că în zona a doua a frînei inducția magnetică de excitație este nulă — și unde $\dot{B}^*_{\delta n}$ este conjugata complexă a mărimii $\dot{B}_{\delta n}$.

După efectuarea calculelor, și ținîndu-se seamă de expresia de mai sus a mărimii $B_{\delta n\,\max}$, se obține

$$F_n = \frac{8}{\pi^2}\frac{v\Delta}{\rho}B_0^2\,\tau.2l\cdot L_n, \tag{12}$$

unde

$$L_n = \frac{\sin^2\left(\frac{n\pi}{2q}\right)}{n^2(1+k_n^2)}\left[1+\mathcal{R}e\left\{\frac{1-jk_n}{2\alpha_n l(\sigma_n+j\nu_n)}\frac{\frac{2}{\operatorname{ch}2\dot{\gamma}_n l}-(\sigma_n+j\nu_n)\operatorname{th}2\dot{\gamma}_n l-2}{(\sigma_n+j\nu_n)+\operatorname{th}2\dot{\gamma}_n l}\right\}\right] \tag{13}$$

și unde s-au folosit următoarele notații :

$k_n = \dfrac{\varkappa\mu_0 v\Delta}{\alpha_n\rho\delta} = \dfrac{\varkappa\mu_0\tau v\Delta}{n\pi\rho\delta}$, obținut din expresia $\dot{\gamma}_n^2 = \alpha_n^2(1+jk_n)$;

$\sigma_n = \dfrac{1}{\alpha_n}\mathcal{R}e\{\dot{\gamma}_n\} = \sqrt{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\sqrt{1+k_n^2}}$;

$\nu_n = \dfrac{1}{\alpha_n}\mathcal{I}m\{\dot{\gamma}_n\} = \sqrt{-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\sqrt{1+k_n^2}}$.

Pentru cazurile vitezelor mici, respectiv mari, se pot deduce de mai sus expresii mai simple pentru F_n. În adevăr, pentru viteze mici, dacă se poate neglija ν_n în raport cu unitatea, se obține

$$L_n \simeq \frac{\sin^2\left(\frac{n\pi}{2q}\right)}{n^2(1+k_n^2)}\left[1+\frac{1}{2\alpha_n l\sigma_n}\,\frac{2\left(\frac{1}{\operatorname{ch}(2\alpha_n l\sigma_n)}-1\right)-\sigma_n \operatorname{th}(2\alpha_n l\sigma_n)}{\sigma_n+\operatorname{th}(2\alpha_n l\sigma_n)}\right]. \tag{14}$$

În această ultimă expresie, pentru armonicele superioare unui anumit rang și pentru care $2\alpha_n l\sigma_n \gg 1$, expresia factorului L_n se mai poate simplifica și se obține

$$L_n \simeq \frac{\sin^2\left(\frac{n\pi}{2q}\right)}{n^2(1+2k_n^2)}. \tag{15}$$

În exemplul folosit mai jos pentru verificarea experimentală a formulei obținute, s-a putut folosi expresia (15) pentru $n > 13$, iar pentru $n \geqslant 3$ s-a folosit expresia (14), în care s-a mai putut presupune $\operatorname{th}(2\alpha_n l\sigma_n) \simeq 1$.

Dacă viteza periferică liniară a discului în rotație este mare, expresia (13) se poate simplifica dacă $\operatorname{ch} 2\dot{\gamma}_n l \simeq \operatorname{sh} 2\dot{\gamma}_n l$. Se obține astfel

$$L_n \simeq \frac{\sin^2\left(\frac{n\pi}{2q}\right)}{n^2(1+k_n^2)}\Bigg[1+ \\ +\frac{(k_n 2\alpha_n l\nu_n - 2\alpha_n l\sigma_n)[(1+\sigma_n)(2+\sigma_n)+\nu_n^2]+\nu_n(k_n 2\alpha_n l\sigma_n+2\alpha_n l\nu_n)}{[(1+\sigma_n)^2+\nu_n^2][(2\alpha_n l\sigma_n)^2+(2\alpha_n l\nu_n)^2]}\Bigg]. \tag{16}$$

În calculele efectuate de autori pentru verificarea experimentală a formulelor a fost necesar să fie folosită formula (16) numai pentru $n = 1$ și $n = 3$, iar pentru $n \geqslant 5$ s-a constatat că fracția care se adună cu unitatea în paranteza din (16) este neglijabilă față de unitate și că, deci, se poate folosi expresia de aproximație (15) chiar și pentru viteze mari, începînd de la un anumit rang al armonicelor superioare.

Forța rezultantă de frînare, pe pol, are astfel următoarea expresie :

$$F = \sum_{n}^{1,3,5,\ldots} F_n = \frac{8}{\pi^2}\,\frac{v\Delta}{\rho}\,B_0^2.\tau.2l\sum_{n}^{1,3,5,\ldots} L_n. \tag{17}$$

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE ALE EXPRESIILOR OBȚINUTE

Pentru verificări, s-au folosit rezultatele experimentale din lucrarea [7], obținute de Zimmermann pentru o frînă de tip Pasqualini, cu două perechi de poli situați de o parte și de alta a discului, frînă a cărei schemă e indicată în figura 4.

Pentru comparație dăm în tabelele de mai jos raportul dintre valoarea determinată experimental F_e a forței și valoarea F calculată cu formule obținute de diferiții autori indicați și în lucrarea [1].

Tabela 1

Viteze mici, la 50 ture/minut

Formula folosită	F_e/F
Rüdenberg	2,97
Beckmann	1,23
Rogowski I	0,846
Rogowski II	1,425
Formula (17) a autorilor	0,81

Tabela 2

Viteze mari, la 1 000 ture/minut

Formula folosită	F_e/F
Rüdenberg	3,11
Formula (17) a autorilor	0,81

Expresia forței de frînare stabilită de autori dă deci o aproximație de același ordin de mărime pentru valoarea acestei forțe, atît la viteze mici, cît și la viteze mari — și mult mai bună decît expresia Rüdenberg care e valabilă atît pentru viteze mici, cît și pentru viteze mari.

Deoarece frîna examinată de Zimmermann are polii de secțiune circulară de rază a, în calculele de mai sus autorii au aplicat corecția indicată de formula (1) de mai sus în care $S = \pi a^2$ și $S_e = 2a \cdot 2l$.

Valoarea calculată a forței diferă de cea obținută experimental, în principal din cauză că în deducerea expresiei (17) a ei acțiunea polilor a fost presupusă dreptunghiulară în loc de circulară.

BREMSKRAFT DER NICHTFERROMAGNETISCHEN INDUKTIONSSCHEIBENBREMSEN MIT MASSIVEM ZENTRALTEIL

ZUSAMMENFASSUNG

Die Ausdrücke der Bremskraft in den Induktionsbremsen mit nichtferromagnetischen Scheiben werden gewöhnlich mit Hilfe der vereinfachenden Hypothese, daß der Zentralteil der Scheibe aus nichtleitendem Material ist bestimmt. Im vorliegenden Bericht bestimmen die Verfasser einen Ausdruck dieser Kraft und nehmen auch den Einfluß welchen der zentrale leitende Teil der Scheibe auf die Verteilung der induzierten Stromdichte ausübt in Betracht.

Die Berechnungen werden in der Hypothese eines gleichen und endlichen Luftspaltes in der Randzone und eines unendlich breiten in der Zentralzone der Scheibe durchgeführt und in der Annahme, daß die magnetische Erregerinduktion gleichmäßig unter den magnetischen Polen verteilt und außerhalb dieser null ist.

Im Schlußteil des Berichtes wird ein Vergleich der so erzielten Ausdrücke mit den experimentell bestimmten Formeln vorgenommen.

BIBLIOGRAFIE

1. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Contribuții la teoria frînelor de inducție cu disc neferomagnetic.* St. cerc. energ., **XI**, *1*, 99–121 (1961).
2. R. RÜDENBERG, *Energie der Wirbelströme in elektrischen Bremsen und Dynamomaschinen.* Stuttgart, F. Emke, 1960.
3. BECKMANN, *Dissertation.* Hannover, 1903.
4. W. ROGOWSKI, W. STEINHAUS, *Über die induzierte Strömung und das Drehmoment der Scheibe des Wechselstrommotorzählers.* Archiv f. El. **1**, 205 (1913).
5. Л. Н. ДЕРЮГИН, *Приведение краевой задачи о вихревых токах в диске к квадратурам.* Доклады Академии Наук СССР, **82**, 3, 389, (1952)
6. Л. Н ДЕРЮГИН, *Распределение токов в диске, вращающемся в однородном магнитном, потоке, и торможение.* Доклады Академии Наук СССР **32**, *4*, (1952).
7. ZIMMERMANN, *Rechnung und Versuch bei der scheibenförmigen Wirbelstrombremse.* Archiv für Elektrotechnik, **X**, 133 (1921).
8. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Asupra calculului cuplului motorului sincron cu rotorul în formă de pahar.* St. cerc. energ., Seria A, **XII**, *1* (1961).

STUDIUL UNOR REGIMURI TRANZITORII DE REGLAJ AUTOMAT FRECVENŢĂ-PUTERE ÎN SISTEMELE ENERGETICE CU AJUTORUL CALCULATORULUI ANALOGIC MECAN

DE

F. MANEA şi S. IONESCU

INTRODUCERE

Rezolvarea problemei reglajului frecvenţei şi puterilor în sistemele electroenergetice a depăşit cadrul problemelor teoretice de principii, fiind aplicată în practica funcţionării sistemelor electroenergetice.

Interconexiunea sistemelor energetice în cadrul sistemelor unice naţionale iar în ultimul timp interconexiunea sistemelor naţionale pune probleme de o importanţă deosebită pentru controlul, siguranţa şi economicitatea funcţionării. Alături de menţinerea unei valori constante a frecvenţei se adaugă cerinţa reglajului puterii de schimb sau cel puţin controlul valorii acesteia şi totodată repartiţia economică a sarcinilor între centralele reglante.

Complexitatea sistemelor electroenergetice şi chiar numai complexitatea sistemului de reglaj pentru un grup izolat căruia i se impun numeroase condiţii, necesită mijloace de studiu care practic depăşesc posibilităţile analizei matematice a soluţiilor ecuaţiilor sistemului. De aceea, folosirea maşinilor de calcul cifric şi analogic se impune în asemenea cazuri.

Pentru analiza influenţei diverşilor parametri ai sistemului de reglaj în vederea optimizării reglajului, maşinile de calcul de tip analogic sînt comode datorită posibilităţii pe care ne-o oferă de a urmări rapid desfăşurarea soluţiei în timp prin înregistrarea grafică. În acest mod se pot selecţiona uşor variantele optime.

Maşina electronică de calcul a Institutului de energetică permite analiza unor sisteme de ecuaţii integro-diferenţiale deocamdată liniare. De aceea s-au examinat ecuaţiile liniare corespunzătoare a două sisteme energetice interconectate considerate ca scheme tipice-grup generator cu

sarcină locală și reglaj de viteză (primar) și frecvență-putere de schimb (secundar).

În cele ce urmează, după ce în prima parte se indică sistemul de ecuații, modul lor de întocmire, calculul parametrilor și schema de conexiune a amplificatoarelor operaționale, se specifică situațiile analizate și se prezintă cîteva din rezultatele obținute.

Prin studiul efectuat cu ajutorul mașinii analogice, s-a urmărit influența asupra regimurilor tranzitorii de frecvență, putere de schimb și putere mecanică a unor parametri ai sistemului energetic (timp de lansare, cuplu sincronizant), precum și a parametrilor sistemului de reglaj (energie reglantă, pantă de reglaj, constante de timp, factori de echivalență etc.). S-au căutat și aspecte ale posibilității de optimizare a sistemului de reglaj prin schimbarea diverșilor parametri încît regimul tranzitoriu de reglaj să decurgă rapid și fără oscilații.

În literatura tehnică au apărut relativ puține asemenea studii [1]...[5] ca primi pași spre soluționarea unor aspecte parțiale ale problemei.

PROGRAMAREA MAȘINII ANALOGICE

Ecuații simulate. Scheme structurale și scheme de conexiuni

Cu ajutorul calculatorului analogic liniar al Institutului de energetică s-a efectuat un prim studiu al reglajului de viteză și frecvență pentru cazul a două sisteme considerate ca centrale echivalente, cu consumatori locali, interconectate printr-o linie electrică conform figurii 1.

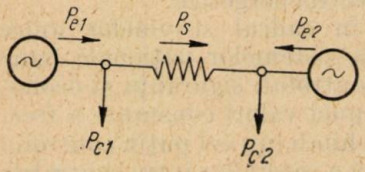


Fig. 1. — Schema sistemelor energetice interconectate.

Ecuațiile operaționale ale regimurilor tranzitorii liniarizate în vederea studiului reglajului au fost următoarele :

— Ecuația regulatorului primar de viteză

$$(T_1 p + 1) \cdot P_{m1} + \\ + \frac{\omega_1}{\sigma_1}(1 + m_1 p) + \frac{l_1}{\sigma_1} = 0.$$

Constanta de timp T_1 a regulatorului de viteză a fost aleasă la valoarea $T_1 = 5$ s.; statismul σ_1 a fost considerat 5 %. Dozajul accelerometric m_1 a fost variat între $0 \div 2$ s.

Ordinul de reglaj secundar l_1 elaborat de un regulator central satisface ecuația regulatorului secundar de frecvență

$$(T_{11} p + 1) \cdot l_1 - \left(\frac{\alpha_1}{p} + \beta_1 + \gamma_1 p\right) \cdot \omega_1 = 0.$$

Constanta de timp T_{11} a fost variată în limite largi de la $5 \div 400$ s.

De asemenea, coeficienții corespunzători tipului de reglaj, — integral (α_1), proporțional (β_1), accelerometric (γ_1) — au fost variați în vederea obținerii unor valori optime.

Într-o altă variantă, ordinul regulatorului secundar aservește puterea motoare a grupului conform ecuației

$$p T_{11} \cdot \frac{l_1}{\sigma_1'} - P_{m1} - \left(\frac{\alpha_1}{p} + \beta_1 + p\gamma_1\right) \cdot \frac{\omega_1}{\sigma_1'} = 0.$$

— Ecuația mișcării rotorului grupului echivalent considerat este de forma

$$\left(\frac{M_1}{D_1} p + 1\right) \cdot \omega_1 - \frac{P_{m1} - P_s}{D_1} = \Pi_1.$$

Timpul de lansare al grupului M_1, considerat inițial 10 s. a fost ulterior mărit sau micșorat de două ori.

Coeficientul D_1 de autoreglaj al sarcinii locale a fost variat și el în jurul valorii 1.

S-a notat prin Π_1, Π_2 perturbația aplicată sistemului. Puterea de schimb P_s a fost admisă ca proporțională cu diferența unghiurilor δ_1 și δ_2 ale rotoarelor celor două sisteme echivalente, $P_s - k_s \cdot (\delta_1 - \delta_2) = 0$. Coeficientul de sincronizare k_s a fost de asemenea schimbat, în jurul valorii $k_s = 0{,}1$.

Pentru cel de-al doilea sistem energetic, ecuațiile au fost analoge celor referitoare la primul sistem.

Schema simulatoare a sistemului de ecuații și totodată schema de conexiuni a amplificatoarelor operaționale rezultă, pe baza celor arătate în anexa 1 și [6], cea din figura 2.

Fiecare simbol înscris într-un cerc (nod al rețelei) corespunde unei mărimi dintr-o ecuație (ecuația de definiție a mărimii respective). Pentru fiecare nod al rețelei se poate scrie o ecuație adunînd la mărimea înscrisă în nod mărimile înscrise în nodurile vecine multiplicate cu *impedanțele* ramurilor ce converg spre nodul considerat.

Schema structurală bloc a sistemului de ecuații corespunzătoare schemei tipice a celor două generatoare echivalente, cu sarcini locale este cea din figura 3.

În cazul aservirii regulatorului secundar la puterea motoare (deschiderea vanei de admisie) schema structurală este cea din figura 4.

Pentru studiul reglajului frecvenței-putere de schimb în cele două sisteme energetice, s-au admis regulatoare electrice primare care primesc direct ordine de reglaj al frecvenței și puterii de schimb. Ecuațiile simulate au fost în acest caz următoarele :

$$(T_1 p + 1) \cdot P_{m1} + \frac{\omega_1}{\sigma_1}\left[(1 + \beta_1) + m_1 p + \frac{\alpha_1}{p}\right] + \frac{P_s}{\lambda_1 \sigma_1}\left(\beta_1' + \frac{\alpha_1}{p}\right) = 0,$$

$$-\left(\frac{M_1}{D_1} p + 1\right) \cdot \omega_1 + \frac{P_{m1} - P_s}{D_1} = \Pi_1,$$

$$-(T_2 p + 1) \cdot P_{m2} - \frac{\omega_2}{\sigma_2}\left[(1 + \beta_2) + m_2 p + \frac{\alpha_2}{p}\right] + \frac{P_s}{\lambda_2 \cdot \sigma_2}\left(\beta_2' + \frac{\alpha_2}{p}\right) = 0,$$

$$\left(\frac{M_2}{D_2} p + 1\right) \cdot \omega_2 - \frac{P_{m2} + P_s}{D_2} = -\Pi_2.$$

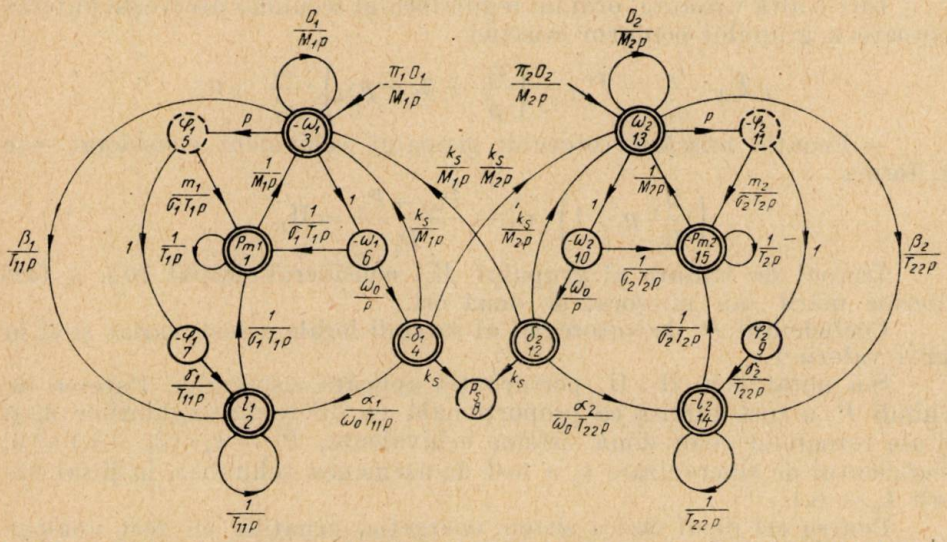


Fig. 2. — Schema simulatoare a sistemului de ecuații (schema de conexiuni a amplificatoarelor operaționale).

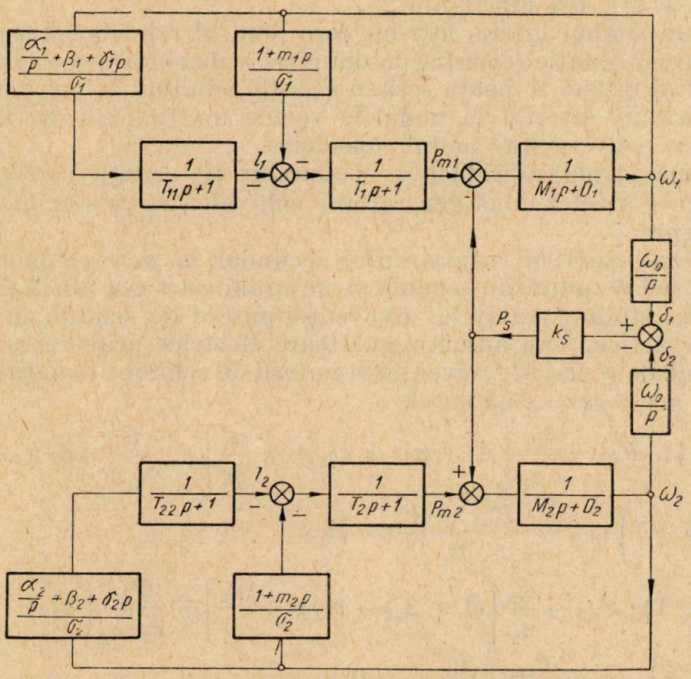


Fig. 3. — Schema structurală bloc în cazul aservirii regulatorului secundar.

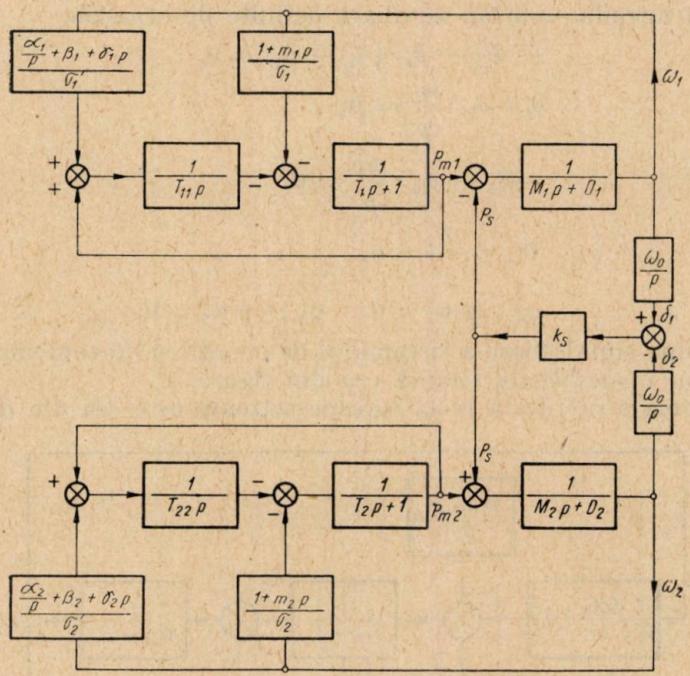


Fig. 4. — Schema structurală bloc în cazul aservirii regulatorului secundar la puterea motoare.

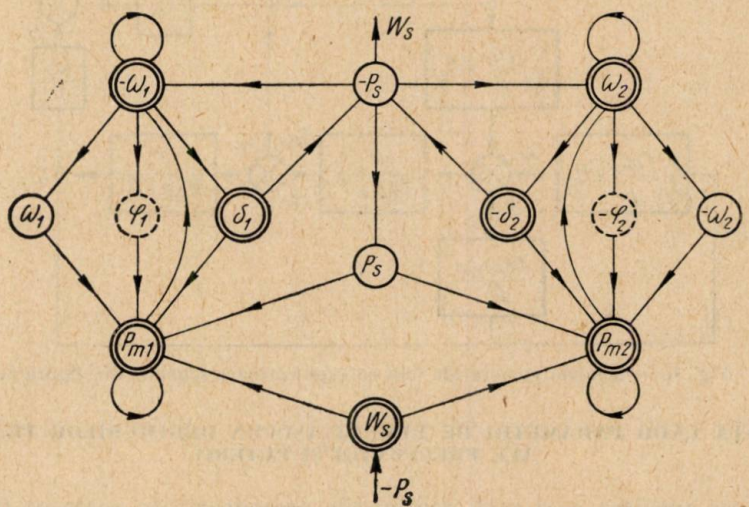


Fig. 5. — Schema de conexiuni a amplificatoarelor operaționale (schema simulatoare a sistemului de ecuații).

S-au introdus mărimi auxiliare definite de ecuaţiile

$$-P_s + k_s \cdot (\delta_1 - \delta_2) = 0,$$

$$\delta_1 - \omega_0 \cdot \frac{\omega_1}{p} = 0,$$

$$-\delta_2 + \omega_0 \cdot \frac{\omega_2}{p} = 0,$$

$$W_s - \frac{P_s}{p} = 0,$$

$$\varphi_1 - p\,\omega_1 = 0\,; \quad \varphi_2 - p\,\omega_2 = 0.$$

Schema simulatoare a sistemului de ecuaţii şi de conexiuni a amplificatoarelor operaţionale rezultă cea din figura 5.

Schema structurală bloc, corespunzătoare este cea din figura 6.

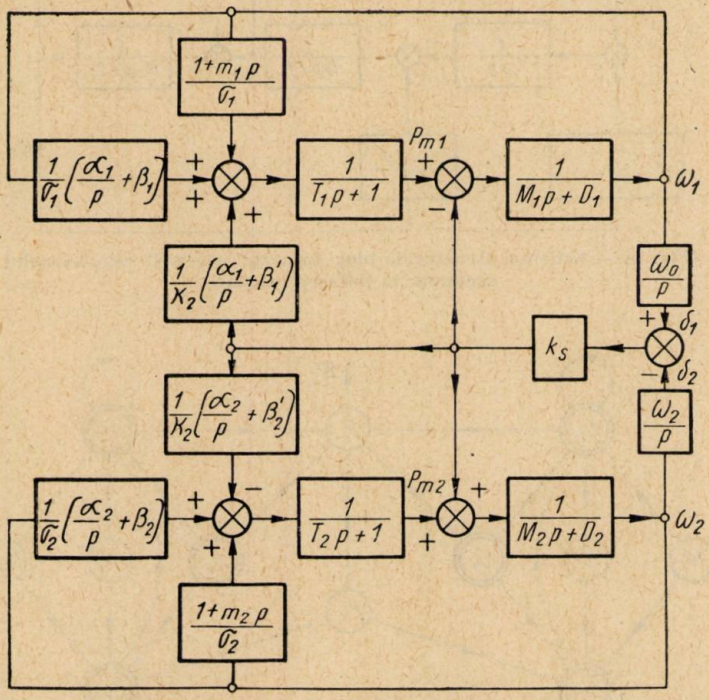


Fig. 6. — Schema structurală bloc corespunzătoare schemei din figura 5.

INFLUENŢA UNOR PARAMETRI DE REGLAJ ASUPRA REGIMURILOR TRANZITORII ALE FRECVENŢEI ŞI PUTERII

S-au analizat mai întîi regimurile tranzitorii de reglajul frecvenţei pentru cele două sisteme energetice interconectate, considerînd că reglajul secundar acţionează în unul din sisteme sau în amîndouă.

Studiind influența constantei de timp T_{11} și a factorului de amplificare proporțională β_1 s-a observat că alura curbei regimului tranzitoriu de frecvență și putere nu-și modifică aspectul dacă raportul $\frac{T_{11}}{\beta_1}$ se menține constant $\frac{T_{11}}{\beta_1} = 4 \div 5$ s (fig. 7).

Aplicînd o perturbație de putere-treaptă s-a obținut un regim bun, adică fără multe oscilații și cu abatere permanentă mică a frecvenței pentru o valoare unitate a grupului de termeni $\frac{\sigma_1 \cdot T_{11}}{\beta_1} = \tau_1$.

Vom denumi acest grup de termeni constantă de timp specifică (raportată la factorul de amplificare) a reglajului secundar iar inversa sa, $\frac{1}{\tau_1}$ o vom denumi *promtitudinea* regulatorului secundar.

Într-adevăr, dacă ordinul de reglaj secundar proporțional se scrie sub forma $\frac{l_1}{\sigma_1} = \frac{\omega_1}{\frac{T_{11}}{\beta_1} \cdot \sigma_1 \cdot p + \frac{\sigma_1}{\beta_1}}$, se observă că viteza inițială de variație a ordinului de reglaj secundar este proporțională cu promtitudinea $\frac{1}{\tau_1}$.

În mod analog s-a obținut un reglaj de frecvență bun și pentru cazul cînd în cel de-al doilea sistem energetic acționează reglajul secundar, dacă $\frac{\sigma_2 \cdot T_{22}}{\beta_2} = 1$.

Pentru valori mari ale promptitudinii (β mare, T sau σ mici) regimul devine oscilatoriu apropiindu-se de instabilitate (fig. 8).

Pentru valori mici ale promptitudinei (β mic, T sau σ mari) regimul este mai puțin oscilant apropiindu-se de cel aperiodic dar are eroare de regim staționar mare (fig. 9).

Prin urmare, se poate realiza un reglaj secundar bun de frecvență cu statism mic (coeficient β de amplificare a termenului proporțional mare) dacă se aleg constante de timp corespunzătoare promptitudinei optime.

Repartiția puterilor este determinată de coeficienții de amplificare $\frac{\beta_1}{\sigma_1}$ respectiv $\frac{\beta_2}{\sigma_2}$ putînd fi modificată prin schimbarea coeficienților β_i. Pentru menținerea unui regim bun de reglaj, trebuie modificată însă și valoarea constantei de timp T_{ii} încît să avem $\sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_i T_{ii}}{\beta_i} = \text{constant}$.

Indicele i se referă la grupurile ce intervin în reglajul secundar.

Deoarece în practică statismul regulatorului de viteză (σ_i) se modifică (pînă la dublu) cu schimbarea sarcinii, este preferabilă aservirea puterii grupului la ordinul de reglaj secundar. Statismul regulatorului

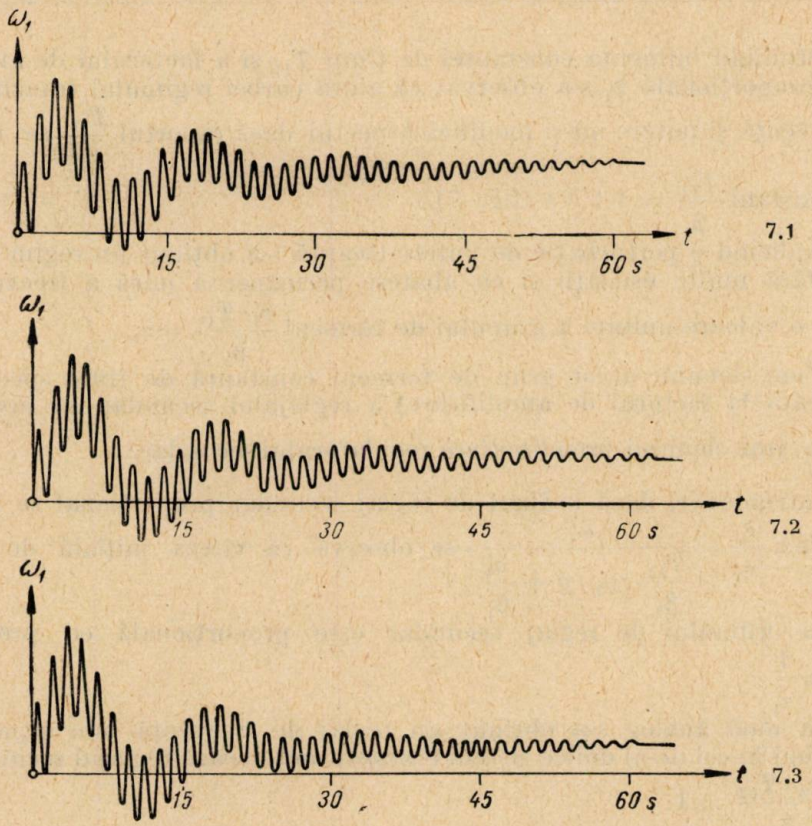


Fig. 7. — Variațiile frecvenței în regim tranzitoriu la promptitudinea reglajului secundar constantă. Sistemul 1 reglează frecvența cu ordin secundar proporțional interconectat cu sistemul 2, care nu are reglaj secundar. Raportul puterilor nominale ale celor două sisteme este $P_{n1}/P_{n2} = 1/4$. Constantele raportate la puterea nominală totală sînt următoarele :

$$M_1 = M_1' \cdot \frac{P_{n1}}{P_n} = 10 \cdot \frac{1}{5} = 2\ \text{s};\quad M_2 = M_2' \cdot \frac{P_{n2}}{P_n} = 15 \cdot \frac{4}{5} = 12\ \text{s}.$$

$$D_1 = D_1' \cdot \frac{P_{n1}}{P_n} = 1 \cdot \frac{1}{5} = 0{,}2\ ;\ D_2 = D_2' \cdot \frac{P_{n2}}{P_n} = 1 \cdot \frac{4}{5} = 0{,}8$$

$$\sigma_1 = \sigma_1' \cdot \frac{P_n}{P_{n1}} = 0{,}05 \cdot \frac{5}{1} = 0{,}25\ ;\ \sigma_2 = \sigma_2' \cdot \frac{P_n}{P_{n2}} = 0{,}08 \cdot \frac{5}{4} = 0{,}1$$

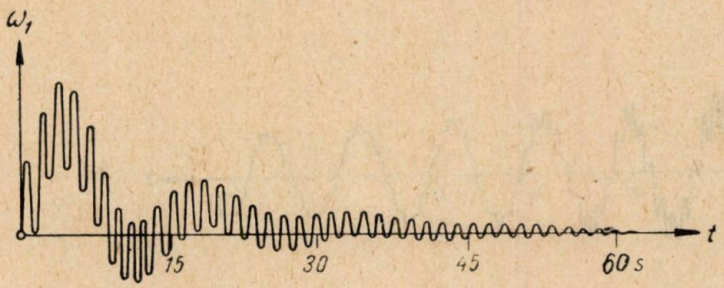
$T_1 = 5$ s ; $T_2 = 5$ s

$k_s = 0{,}1$

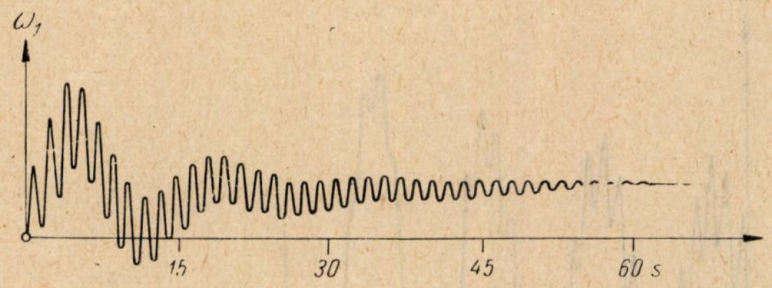
7—1 : $T_{11} = 4$ s ; $\beta_1 = 1$ 7—2 : $T_{11} = 10$ s $\beta_1 = 2{,}5$

7—3 : $T_{11} = 20$ s ; $\beta_1 = 5$ 7—4 : $T_{11} = 400$ s $\beta_1 = 100$

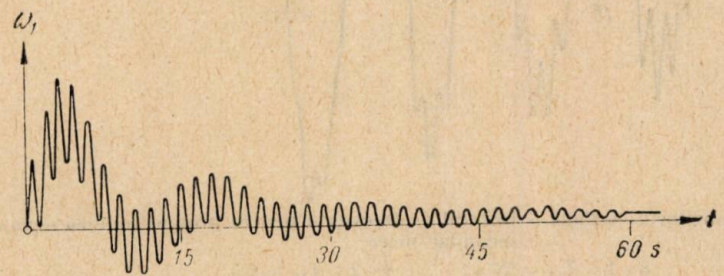
7—5 : $T_{11} = 5$ s ; $\beta_1 = 1$ 7—6 : $T_{11} = 200$ s $\beta_1 = 40$.



7.4



7.5



7.6

primar de viteză nu mai intervine în acest caz în repartiția puterii între grupuri.

Un reglaj de frecvență secundar de tip integral (I.), după cum se știe, permite anularea erorii de regim staționar.

Pentru o valoare mare a factorului α de amplificarea termenului integral, apar oscilații lente de reglaj iar pentru o valoare mică a coeficientului α durata procesului de reglaj poate fi prea mare (fig. 10).

De aceea, pentru efectuarea unui reglaj stabil și rapid (în limitele practic admise ale vitezei de încărcare a mașinilor primare) prezintă importanță realizarea unui ordin de reglaj secundar de tip proporțional integral ($P. - I.$).

După cum se observă din expresia ordinului de reglaj secundar

$$\frac{l_1}{\sigma_1} = \frac{\beta_1 + \frac{\alpha_1}{p}}{\sigma_1 (T_{11} p + 1)} \cdot \omega_1$$ termenul de reglaj proporțional intervine chiar

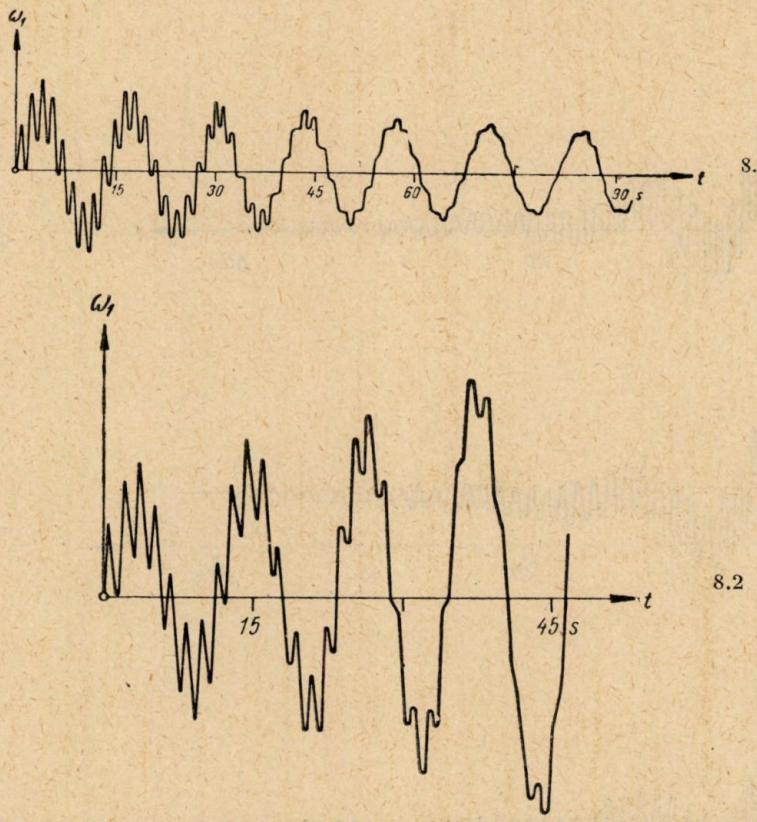


Fig. 8. — Regim tranzitoriu oscilant și instabil de frecvență pentru promptitudinea reglajului secundar mare

8—1 : $T_{11} = 20$ s ; 8—2 : $T_{11} = 5$ s

$\frac{T_{11}}{\beta_1} = 1$ $\frac{T_{11}}{\beta_1} = \frac{1}{2}$

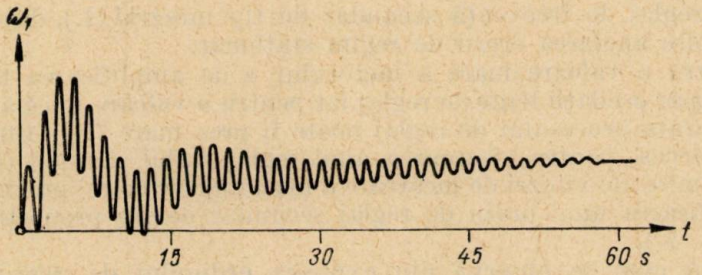
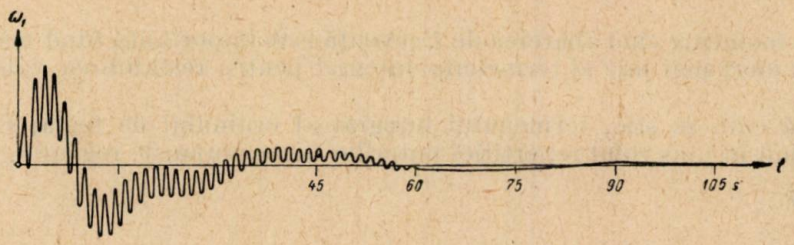
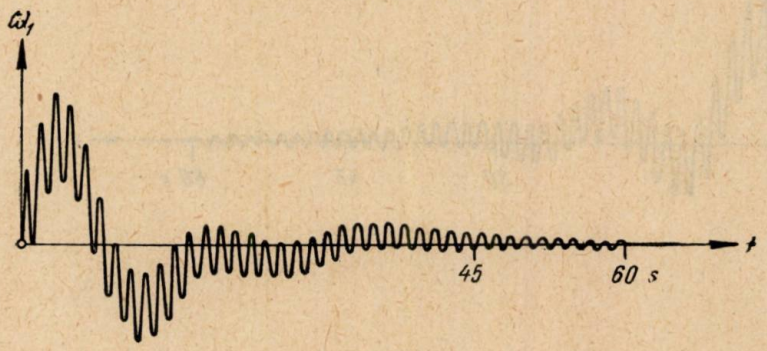


Fig. 9. — Regim tranzitoriu de frecvență pentru promptitudinea reglajului secundar mică

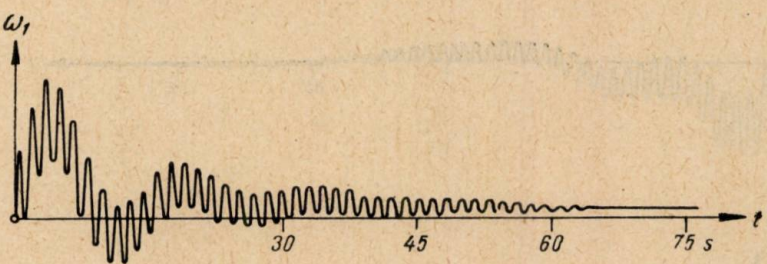
$T_{11} = 40$ s ; $\frac{T_{11}}{\beta_1} = 40.$



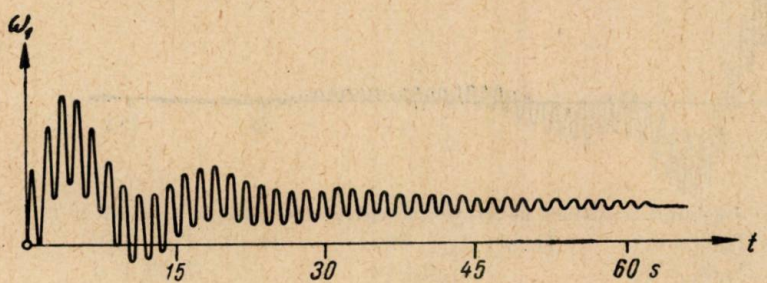
10.1



10.2



10.3



10.4

Fig. 10. — Influența termenului integral asupra reglajului frecvenței

10—1 : $T_{11} = 100$ s ;
$T_{11}/\beta_1 = 4$
$T_{11}/\alpha_1 = 20$

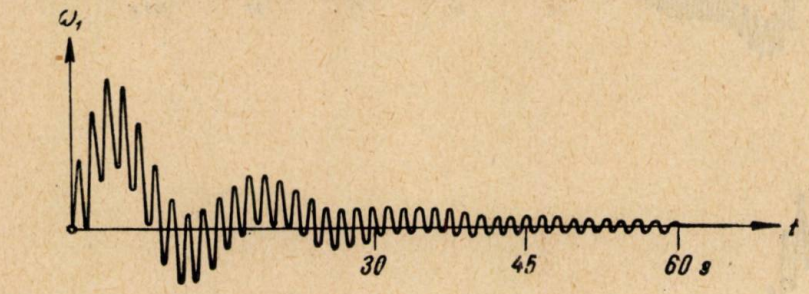
10—3 : $T_{11} = 20$ s ;
$T_{11}/\beta_1 = 4$
$T_{11}/\alpha_1 = 200$

10. 2 : $T_{11} = 20$ s
$T_{11}/\beta_1 = 4$
$T_{11}/\alpha_1 = 20$

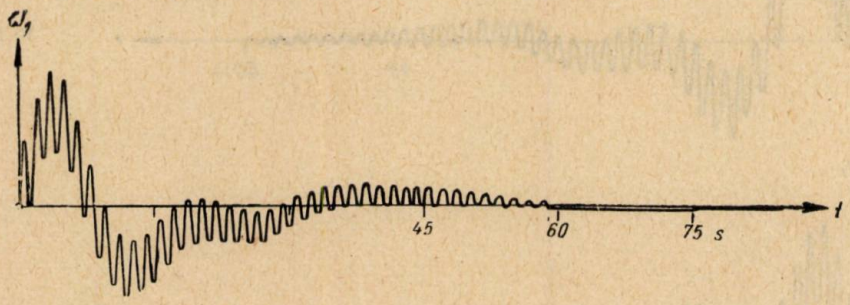
10. 4 : $T_{11} = 1$ s
$T_{11}/\beta_1 = 4$
$T_{11}/\alpha_1 = 40$.

în primele momente cînd abaterea de frecvenţă este importantă fiind acum necesar un efort mai mic al termenului integral pentru restabilirea valorii frecvenţei.

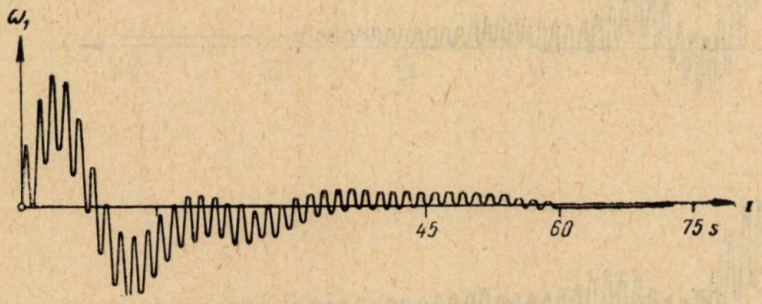
După cum se ştie, termenului integral al ordinului de reglaj i se poate atribui în plus rolul repartiţiei puterilor între grupurile reglante.



11.1



11.2



11.3

Fig. 11. — Regimuri tranzitorii de frecvenţă pentru raportul β_1/α_1 = const. = 5 s

11—1 :	11—2 :	11—3 :
$T_{11} = 4$ s ;	$T_{11} = 50$ s ;	$T_{11} = 100$ s
$T_{11}/\beta_1 = 4$	$T_{11}/\beta_1 = 4$	$T_{11}/\beta_1 = 4$
$T_{11}/\alpha_1 = 20$	$T_{11}/\alpha_1 = 20$	$T_{11}/\alpha_1 = 20$.

Sub aspectul interdependenţei între coeficienţii termenilor proporţional şi integral, s-au observat următoarele :

În condiţiile unui raport $\frac{T_{ii}}{\beta_i}$ = constant, în vederea obţinerii unui regim tranzitoriu de reglaj bun, coeficientul α_i trebuie să se modifice în sensul în care s-a schimbat coeficientul β_i .

Pentru valori mari ale lui β, raportul $\frac{\beta}{\alpha}$ trebuie puțin mărit față de cel corespunzător regimului bun cu β mic. Prin urmare creșterea coeficientului β trebuie însoțită de o creștere a coeficientului α mai puțin decît

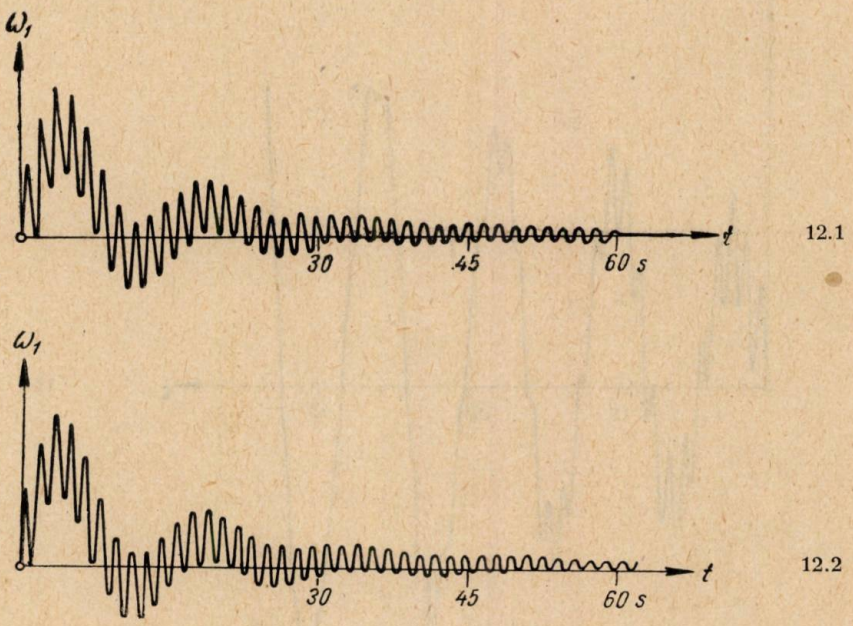


Fig. 12. — Variația constantelor T_{11} și β_1/α_1 pentru obținerea unui reglaj bun al frecvenței

12—1 : $T_{11} = 4$ s, $T_{11}/\beta_1 = 4$, $\beta_1/\alpha_1 = 5$

12—2 : $T_{11} = 200$ s, $T_{11}/\beta_1 = 4$, $\beta_1/\alpha_1 = 50$.

proporțională. Deci la valori mari ale constantei de timp T_{ii} procesul tranzitoriu va avea o durată mai mare decît la valorile mici ale constantei de timp fiind necesar un factor de amplificare α_i mai mic decît cel proporțional cu T_{ii} (și deci β_i) (fig. 11).

În cazul cînd sistemul energetic 1 (interconectat cu sistemul 2) a reglat frecvența, raportul $\frac{\beta_1}{\alpha_1}$ a trebuit să fie schimbat între valoarea 5 s și 50 s cînd β a variat între 1 și 50 (T_{11} între 4 s și 200 s) în vederea obținerii unui reglaj bun al frecvenței (fig. 12).

O influență importantă și favorabilă asupra regimului tranzitoriu de reglaj o are introducerea unui termen accelerometric (derivata vitezei) în reglajul primar. Dozajul accelerometric (m) micșorează abaterea inițială a frecvenței, amortizează puternic oscilațiile frecvenței și puterii și contribuie la grăbirea procesului de reglaj (fig. 13 și 15).

Efectul puternic de amortizare a oscilaţiilor (stabilizare) pe care îl are dozajul accelerometric permite mărirea factorului de amplificare proporţională β. Această posibilitate este importantă pentru reglajul frec-

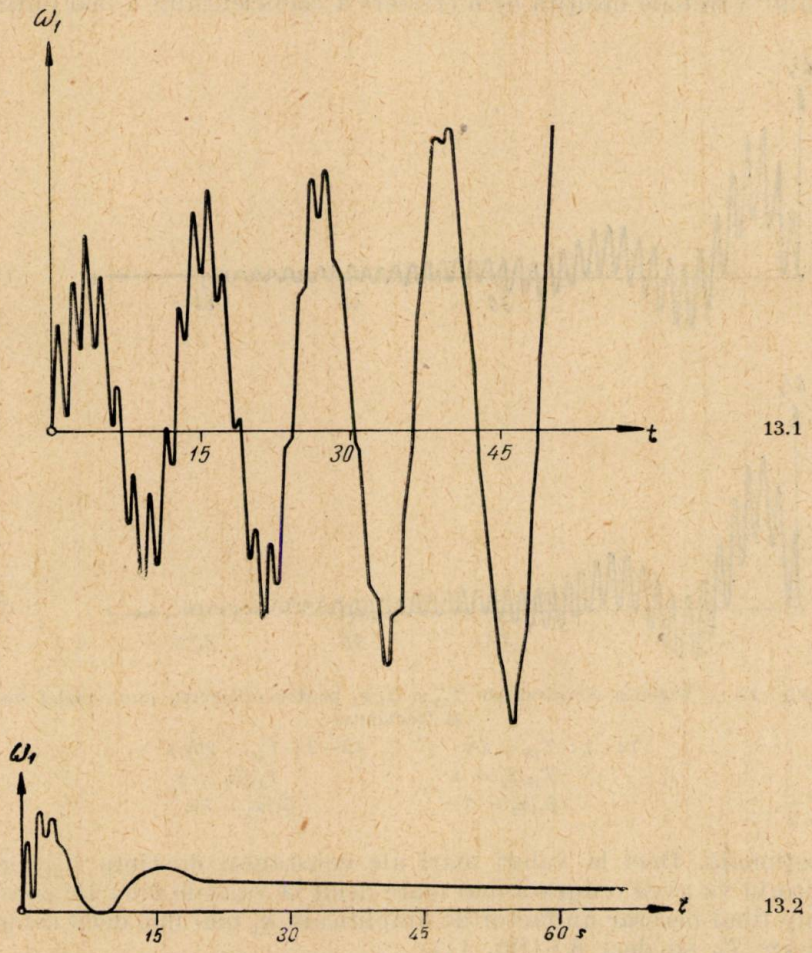


Fig. 13. — Influenţa dozajului accelerometric m_1 asupra stabilităţii reglajului. Cele două sisteme energetice interconectate au reglaj secundar de frecvenţă

$$T_{11} = T_{22} = 5 \text{ s}$$
$$\beta_1 = \beta_2 = 2$$
$$\alpha_1 = 0{,}05\,; \quad \alpha_2 = 0{,}08$$
$$13-1 : m_1 = 0\,; \qquad 13-2 : m_1 = 1 \text{ s}.$$

venţei de tip proporţional. În cazul reglajului proporţional — integral mărirea coeficientului β avînd un efect de micşorarea abaterii maxime a frecvenţei, contribuie la scăderea efectului termenului integral, ceea ce are drept consecinţă lungirea timpului de reglaj (fig. 14).

Ca un efect neesențial al dozajului accelerometric m menționăm accentuarea oscilațiilor lente de reglaj secundar (fig. 15).

Pentru evitarea acestor oscilații trebuie micșorat factorul de amplificare al termenului integral.

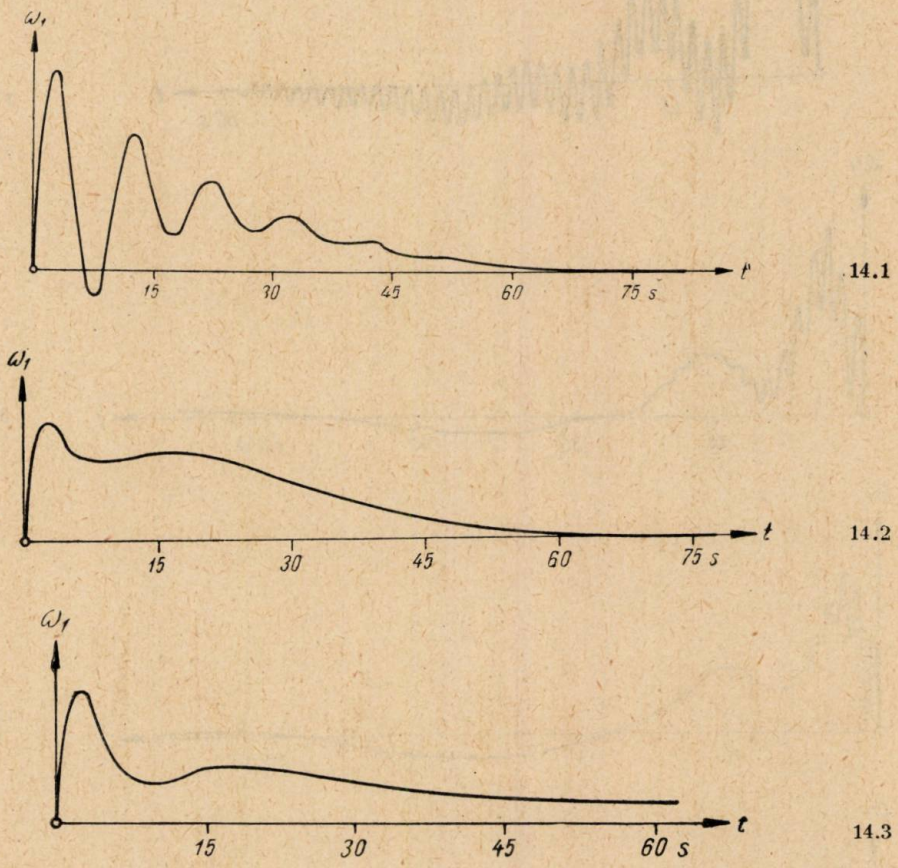


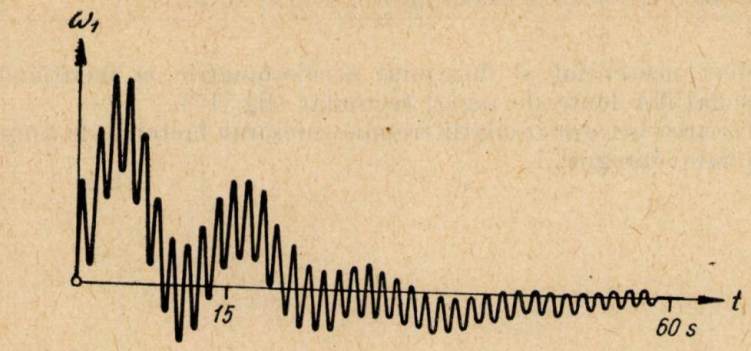
Fig. 14. — Influența termenului proporțional $\beta_1\omega_1$ și al dozajului accelerometric m_1 asupra regimului tranzitoriu de reglaj. Sistemul 1 nu este interconectat cu sistemul 2

$T_{11} = 5$ s ; $\alpha_1 = 0{,}025$

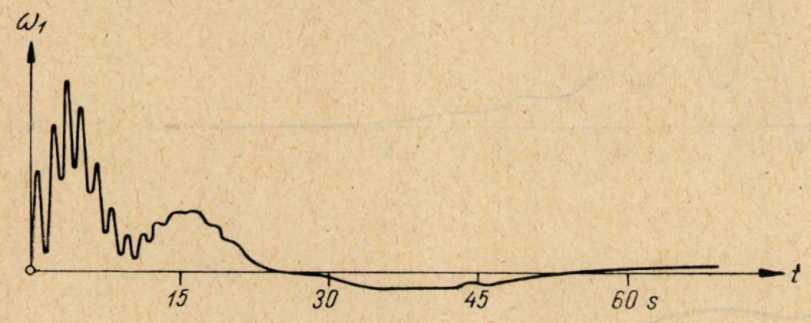
14—1 : $\beta_1 = 0{,}5$; $m_1 = 0$ 14—2 : $\beta_1 = 0{,}5$; $m_1 = 2$ s 14—3 : $\beta_1 = 5$; $m_1 = 2$ s.

Termenul accelerometric din reglajul primar al vitezei are un efect favorabil de amortizare și asupra oscilațiilor de sincronizare.

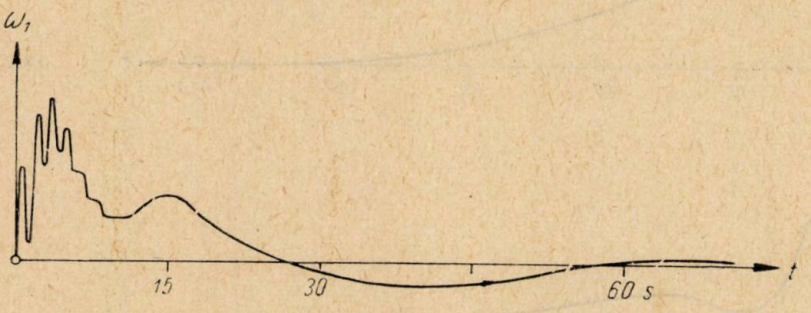
De asemenea, un termen accelerometric în reglajul secundar are efect de amortizarea oscilațiilor dacă semnul său este negativ. Dar pentru valori mai mari ale factorului de amplificare (γ), abaterea inițială a frecvenței crește ajungîndu-se chiar la instabilitate aperiodică (fig. 16).



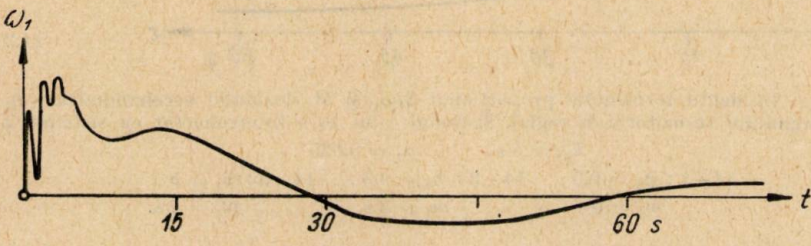
15.1



15.2



15.3



15.4

Fig. 15. — Influența dozajului accelerometric m_1 asupra oscilațiilor de reglaj. Sistemele energetice interconectate au reglaj secundar de frecvență:

$$T_{11} = T_{22} = 5 \text{ s}$$
$$\beta_1 = \beta_2 = 0{,}5$$
$$\alpha_1 = 0{,}05\,; \quad \alpha_2 = 0{,}08$$

15—1 : $m_1 = 0$; 15—2 : $m_1 = 0{,}25$ s ; 15—3 : $m_1 = 0{,}5$ s ;
15—4 : $m_1 = 1$ s.

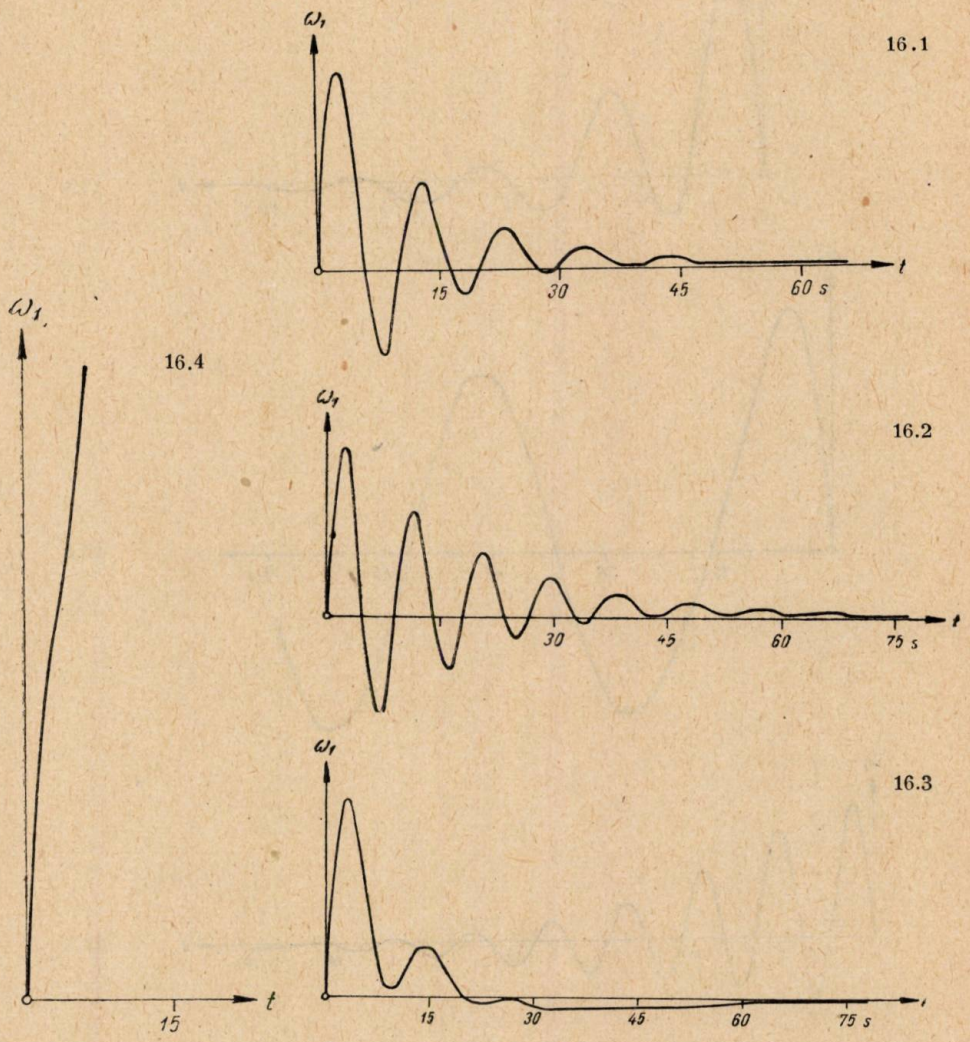


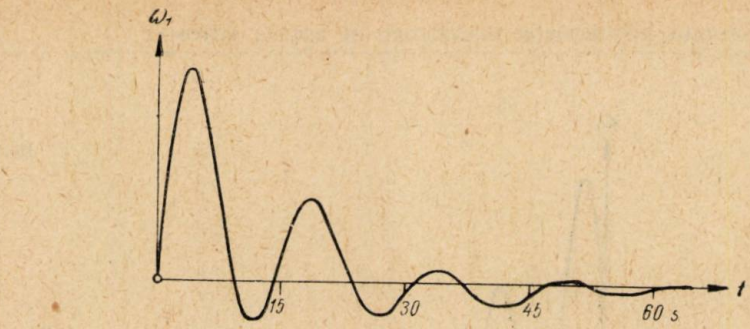
Fig. 16. — Influența termenului accelerometric din reglajul secundar asupra oscilațiilor frecvenței în sistemul 1, care nu este interconectat cu sistemul 2

$$T_{11} = 20\ s; \qquad \beta_1 = 2; \qquad \alpha_1 = 0{,}05$$

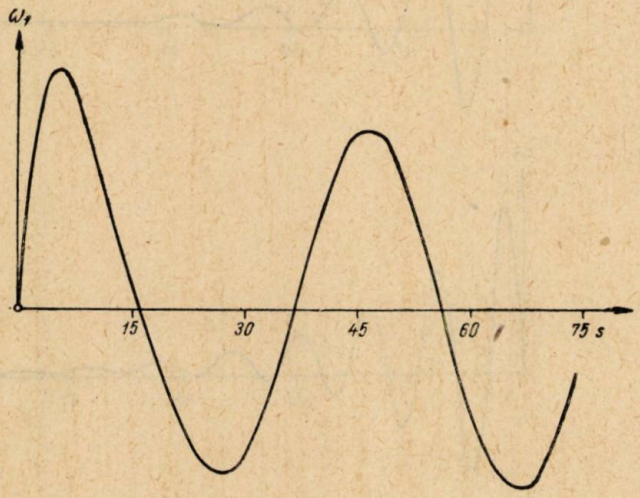
16—1 : $\gamma_1 = 0$; 16—2 : $\gamma_1 = 1$; 16—3 : $\gamma_1 = -1$; 16—4 : $\gamma_1 = -2$.

Dacă semnul termenului accelerometric în reglajul secundar este pozitiv se mărește frecvența oscilațiilor de reglaj putîndu-se ajunge la instabilitate oscilatorie (fig. 17).

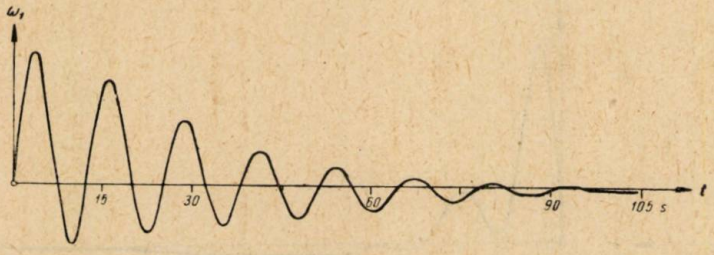
Efectul termenului accelerometric $\gamma \cdot p\omega$ prezintă importanță practică numai dacă are semn negativ. Introducerea sa în reglajul secundar de frecvență accentuează abaterea maximă a frecvenței mărind efectul ter-



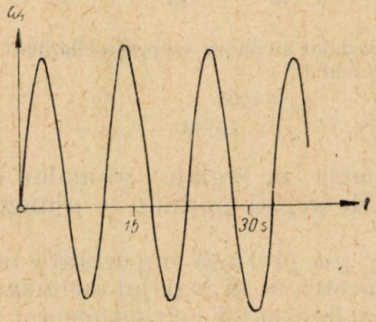
17.1



17.2



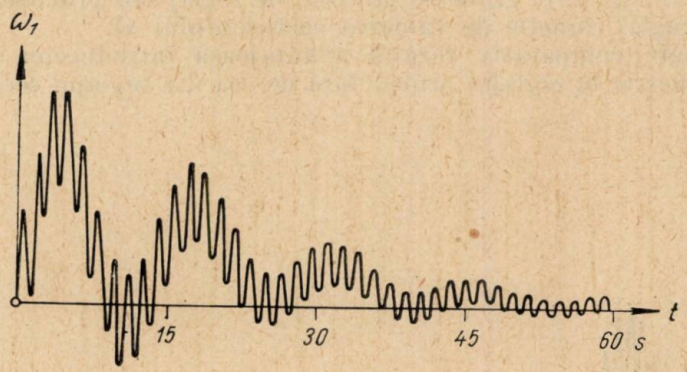
17.3



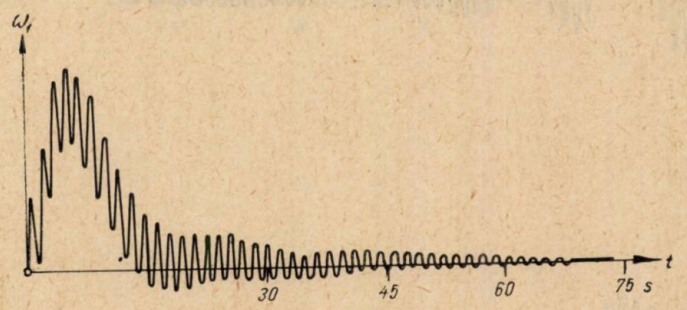
17.4

$T_{22} = 5$ s; $\beta_2 = 0{,}75$; $\alpha_2 = 0{,}08$
17—1 : $\gamma_2 = 0$; 17—2 : $\gamma_2 = -0{,}225$;
17—3 : $\gamma_2 = +0{,}225$
17—4 : $\gamma_2 = +0{,}5$.

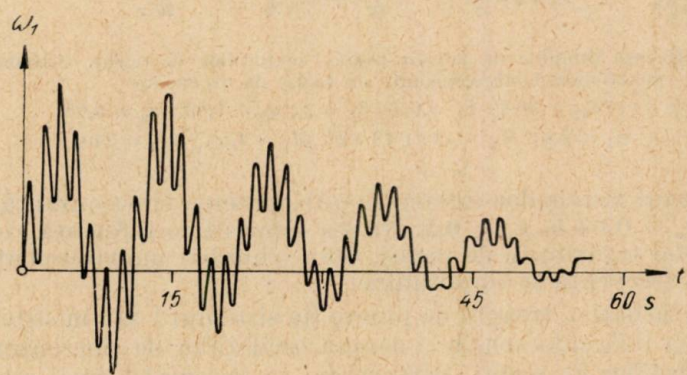
Fig. 17. — Influenţa termenului accelerometric din reglajul secundar asupra oscilaţiilor de reglaj în sistemul energetic 2 neinterconectat cu sistemul 1.



18.1



18.2



18.3

Fig. 18. — Grăbirea procesului de reglaj prin efectul termenului accelerometric negativ în reglajul secundar din sistemul 2 (γ_2). Sistemele funcţionează interconectat

$T_{11} = 5$ s $\quad T_{22} = 5$ s

$\beta_1 = 0{,}5 \quad \beta_2 = 1$

$\alpha_1 = 0{,}05 \quad \alpha_2 = 0{,}02$

18—1 : $\gamma_2 = 0$; 18—2 : $\gamma_2 = -0{,}45$; 18—3 : $\gamma_2 = +0{,}45$.

menului integral (fig. 18) : grăbește procesul de reglaj sau provoacă oscilații lente de reglaj (funcție de valoarea coeficientului α).

Prin urmare, comparativ, rezultă avantajoasă introducerea termenului accelerometric în reglajul primar față de cea din reglajul secundar.

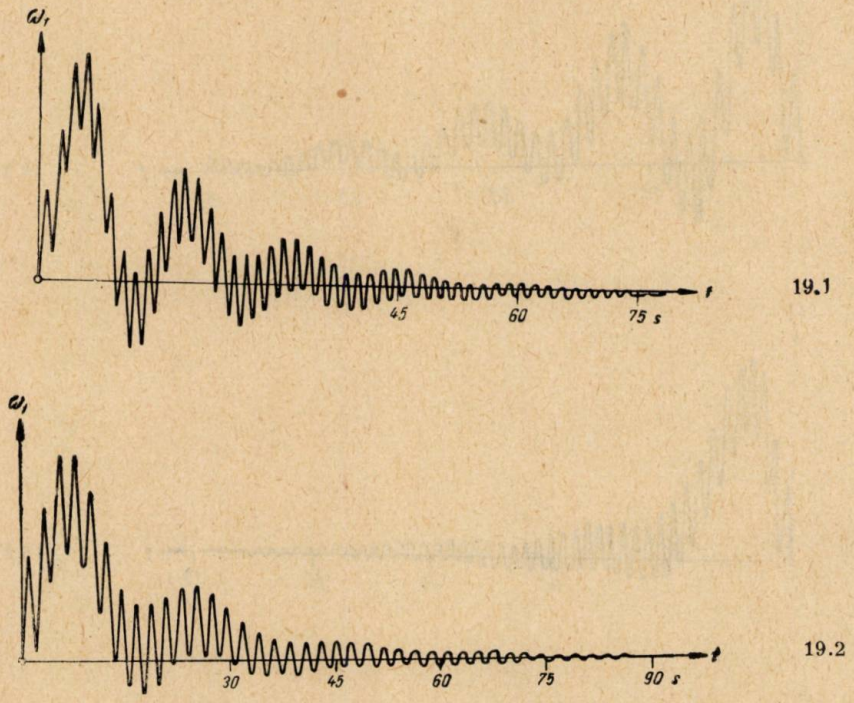


Fig. 19. — Influența timpului de lansare asupra oscilațiilor de reglaj. Sistemele funcționează interconectat, cu reglaj de frecvență

$T_{11} = 5$ s ; $T_{22} = 20$ s ; $\beta_1 = 0{,}5$; $\beta_2 = 2$; $\alpha_1 = 0{,}05$; $\alpha_2 = 0{,}08$

19—1 : $M_1 = 2$ s ; $M_2 = 12$ s ; 19—2 : $M_1 = 4{,}5$ s ; $M_2 = 24$ s.

Pentru cazul sistemelor interconectate, puterea sincronizantă a fost variată de la $k_s = 0{,}05$ la $k_s = 0{,}2$. Nu s-a remarcat o influență esențială asupra procesului tranzitoriu de reglaj. S-au schimbat numai oscilațiile de sincronizare ca frecvență și amplitudine.

Locul perturbației, treaptă de putere (în sistemul 1 sau în sistemul 2) are de asemenea influență sensibilă asupra oscilațiilor de sincronizare dar nu asupra oscilațiilor de reglaj. Perturbația în sistemul 1 (mai mic) conduce la oscilații de sincronizare mai mari decît cele din cazul perturbației în sistemul 2 (mai puternic). Regimul tranzitoriu de reglaj nu este însă practic influențat de locul perturbației.

Pentru observarea influenței momentului de inerție (timpul de lansare) acesta a fost schimbat în limite largi (de la jumătate la de două

ori cel normal). La creşterea momentului de inerţie abaterea maximă a vitezei precum şi frecvenţa oscilaţiilor de reglaj scad iar la scăderea momentului de inerţie cresc (fig. 19). Forma curbelor de variaţie din timpul regimului tranzitoriu se modifică însă în mică măsură.

Din studiul reglajului frecvenţei şi puterii de schimb efectuat prin trimiterea ordinului de reglaj direct la regulatoarele primare s-au observat următoarele :

Termenul proporţional cu puterea de schimb al ordinului de reglaj contribuie la scăderea abaterii iniţiale a puterii de schimb şi la stabilizarea procesului de reglaj (fig. 20).

Datorită influenţei termenului proporţional cu puterea de schimb regimul tranzitoriu de reglaj (P.I.) al puterii de schimb devine mai lent, iar ca urmare reglajul de frecvenţă se face mai rapid (fig. 21).

Energia reglantă $\lambda_i = \frac{\varkappa_i}{\sigma_i}$ are un rol esenţial asupra procesului tranzitoriu al puterii de schimb. În general, se recomandă o valoare a energiei reglante încît $\lambda_i \cdot \sigma_i = \varkappa_i \geqslant 1$.

În acest caz, reglajul puterii de schimb se face lent, şi fără oscilaţii iar reglajul frecvenţei nu este sensibil influenţat de cel al puterii de schimb. Pentru $\lambda_i \sigma_i = \varkappa_i < 1$ procesul de reglaj devine oscilatoriu (fig. 22). Introducerea termenului proporţional cu puterea de schimb permite însă stabilizarea procesului şi, dacă $\varkappa_i < 1$, scurtarea duratei de reglaj (fig. 23) în raport cu situaţia cînd $\varkappa_i > 1$.

Reglajul puterii de schimb efectuat numai de către un sistem energetic (cel de putere mai mică) iar al frecvenţei de către celălalt sistem energetic (mai puternic) poate conduce la oscilaţii ale frecvenţei sau puterii de schimb (suprareglaj).

Dacă perturbaţia (treaptă, unitate de putere) se aplică în sistemul care reglează frecvenţa apare oscilaţie în reglajul puterii de schimb, iar dacă se aplică o perturbaţie în sistemul care reglează puterea de schimb, apare oscilaţie în reglajul frecvenţei (fig. 24).

Pentru evitarea oscilaţiilor lente procesul de reglaj trebuie mult încetinit ceea ce uneori înseamnă scăderea calităţii reglajului.

Din examinarea diverselor curbe de regim tranzitoriu s-a observat o mică influenţă a oscilaţiilor sincronizante asupra puterilor debitate. Oscilaţiile sincronizante (de frecvenţă mare) practic lipsesc din curbele de variaţie a puterilor şi ordinului secundar de reglaj chiar la valori mici ale coeficientului k_s al puterii sincronizante. De aceea, prezintă importanţă posibilitatea separării lor în vederea simplificării ecuaţiilor. Oscilaţiile de sincronizare apar accentuat în curbele de variaţie a vitezelor şi puterii de schimb. Ele vor trebui deci separate în ecuaţiile în care apar simultan vitezele şi puterea de schimb, adică în ecuaţiile mişcării rotoarelor grupurilor echivalente.

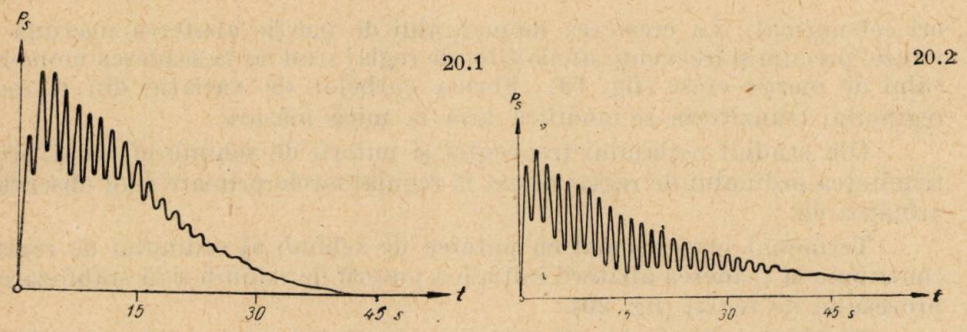


Fig. 20. — Influenţa termenului proporţional asupra reglajului puterii de schimb. Sistemele funcţionează interconectat şi reglează frecvenţa şi puterea de schimb

$\alpha_1 = 0{,}02 \qquad \alpha_2 = 0{,}02$

$\lambda_1 = \frac{1}{\sigma_1} = 4 \qquad \lambda_2 = \frac{1}{\sigma_2} = 10 \qquad m_1 = m_2 = 0{,}2$ s. 20—1 : $\beta_1 = \beta_1' = \beta_2 = \beta_2' = 0$;

20—2 : $\beta_1 = \beta_1' = \beta_2 = \beta_2' = 1$.

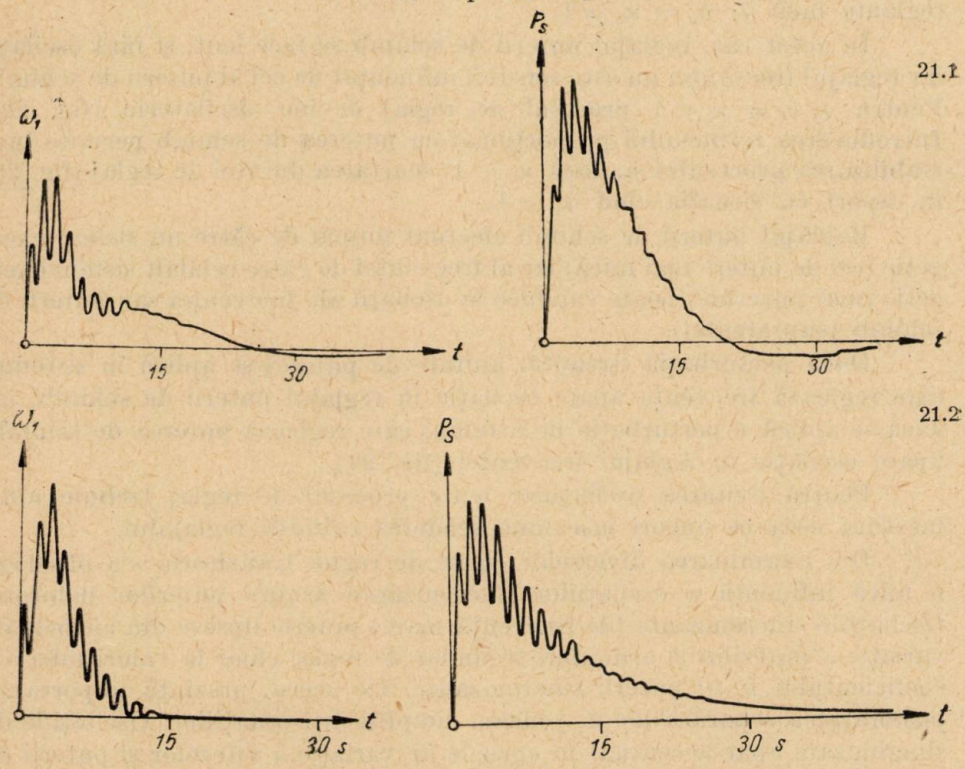


Fig. 21. — Influenţa termenului proporţional cu puterea de schimb asupra regimului tranzitoriu de reglaj. Ambele sisteme reglează frecvenţa şi puterea de schimb

$[\alpha_1 = \alpha_2 = 0{,}25 \qquad m_1 = 0{,}3$ s ; $\quad m_2 = 1$ s

$\lambda_1 = \lambda_2 = 10 \quad 21—1 : \beta_{1,2}' = 0 ; \quad 21—2 : \beta_{1,2}' = 1.$

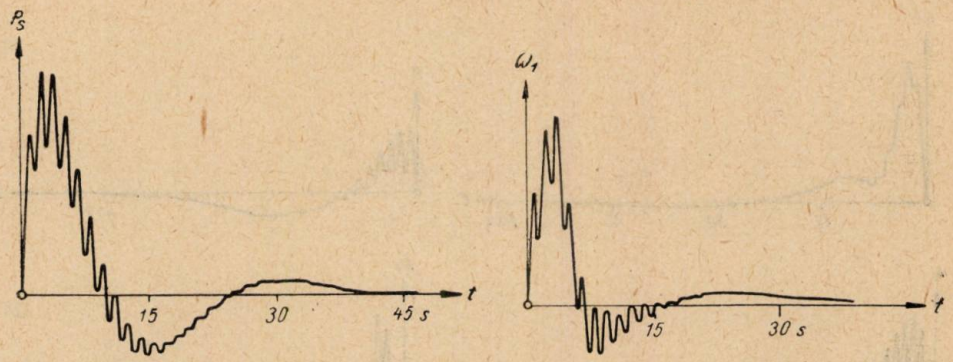


Fig. 22. — Procesul tranzitoriu de reglaj pentru $\varkappa < 1$. Ambele sisteme reglează frecvența și puterea de schimb

$\varkappa_1 = \lambda_1\sigma_1 = \varkappa_2 = \lambda_2\sigma_2 = 0{,}5$ $\quad m_1 = 0{,}25$ s $\quad m_2 = 0{,}5$ s

$\alpha_1 = 0{,}19$ $\quad \alpha_2 = 0{,}12$ $\quad \beta_{1,2} = \beta'_{1,2} = 0.$

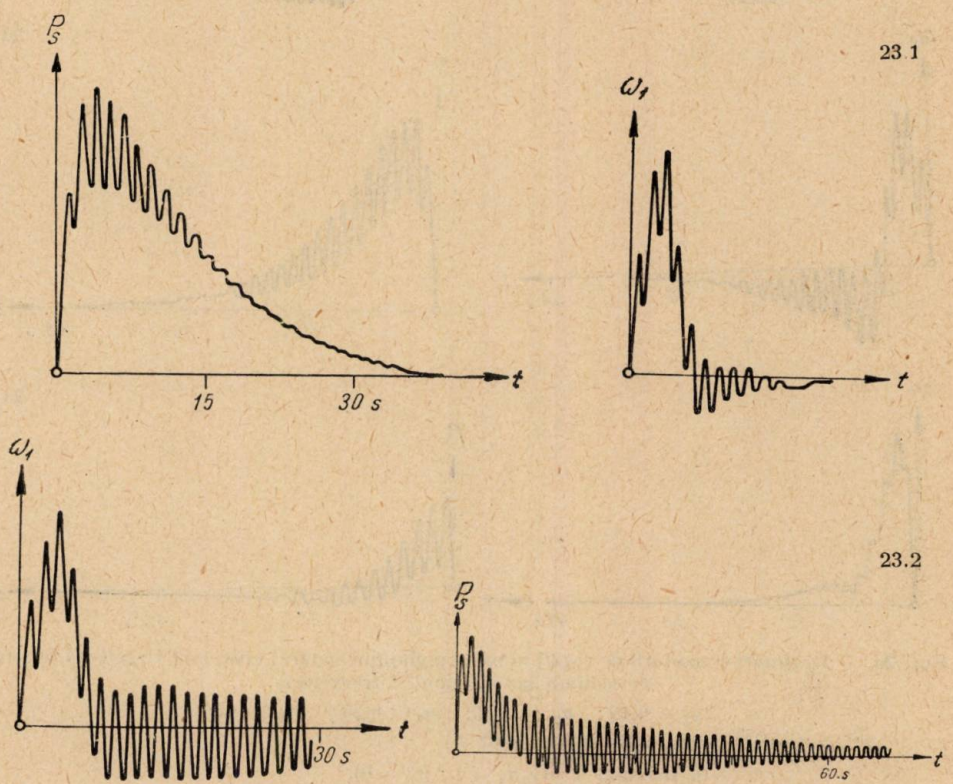


Fig. 23. — Scurtarea duratei de reglaj în cazul $\varkappa < 1$ prin introducerea termenului stabilizator β

23—1 : $\lambda_1\sigma_1 = \lambda_2\sigma_2 = 2$; $\quad m_1 = 0{,}25$; $m_2 = 0{,}5$

$\alpha_1 = 0{,}19$; $\alpha_2 = 0{,}12$ $\quad \beta_{1,2} = \beta'_{1,2} = 0$

23—2 : $\lambda_1\sigma_1 = \lambda_2\sigma_2 = 0{,}5$ $\quad m_1 = 0{,}25$; $m_2 = 0{,}5$

$\alpha_1 = 0{,}19$; $\alpha_2 = 0{,}12$ $\quad \beta'_1 = \beta'_2 = 1$

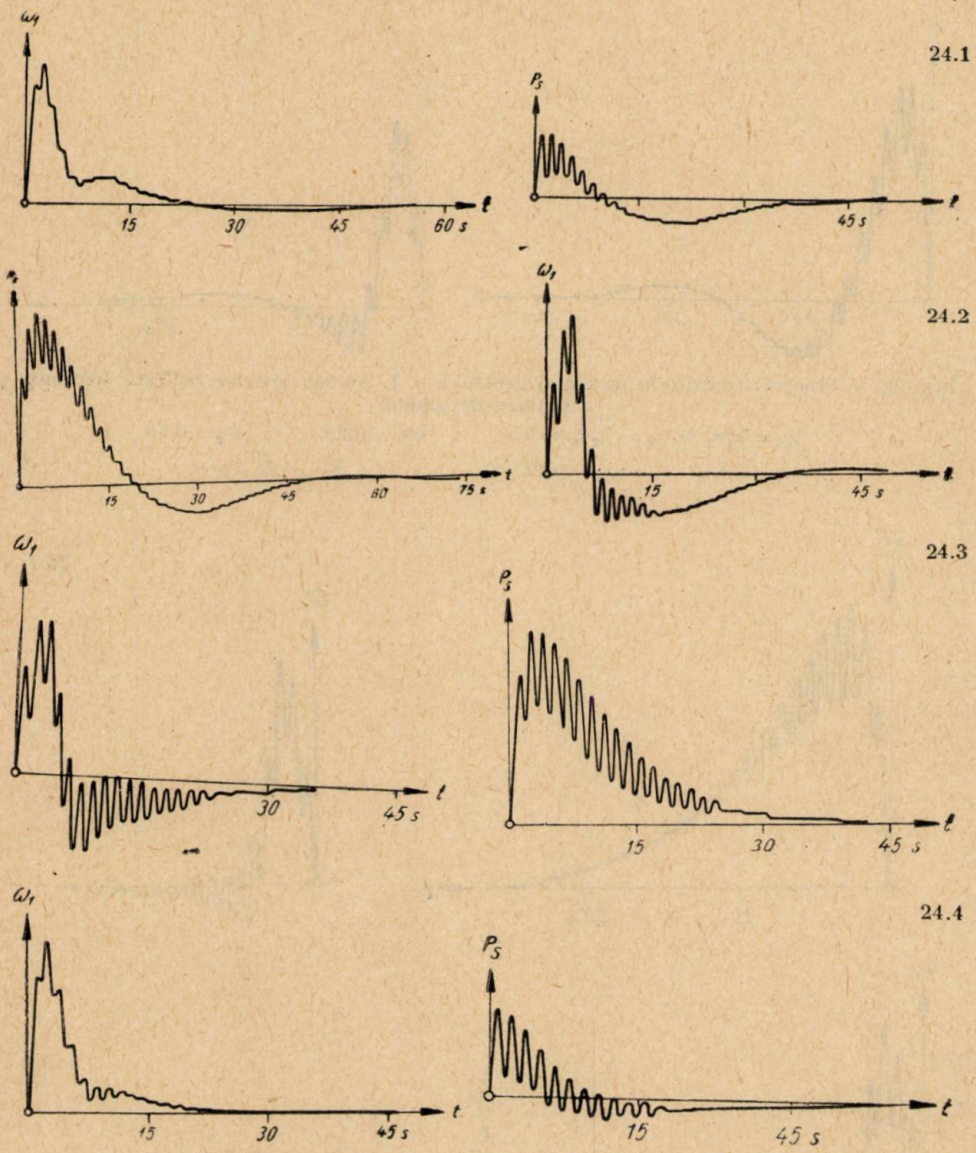


Fig. 24. — Regimuri tranzitorii de reglaj în cazul reglajului separat (sistemul 1 reglează puterea de schimb iar sistemul 2 frecvența)

$\alpha_1 = 0{,}19$; $\alpha_2 = 0{,}12$; $m_1 = 0{,}25$; $m_2 = 0{,}5$

24 — 1 — perturbația în sistemul 2

în sistemul 1 : ($\lambda_1\sigma_1 = 1$; $\beta_1' = 0$),

24 — 2 — perturbația în sistemul 1 ($\lambda_1\sigma_1 = 1$; $\beta_1' = 0$),

24 — 3 — perturbația în sistemul 1 ($\lambda_1\sigma_1 = 1$; $\beta_1' = 1$),

24 — 4 — perturbația în sistemul 2

în sistemul 1 : ($\lambda_1\sigma_1 = 1$; $\beta_1' = 1$).

Vom nota prin $\Delta\omega_1$ $\Delta\omega_2$, ΔP_s componentele de frecvență mare ale vitezelor și puterii de schimb pe care le separăm din ecuațiile mișcării rotoarelor conform relațiilor

$$(M_1 p + D_1) \cdot \Delta\omega_1 = - \Delta P_s ,$$
$$(M_2 p + D_2) \cdot \Delta\omega_2 = \Delta P_s ,$$
$$\Delta P_s = k_s \cdot \omega_0 \left(\frac{\Delta\omega_1}{p} - \frac{\Delta\omega_2}{p} \right).$$

Abstracție făcînd de aceste componente sistemul energetic se va comporta ca un tot avînd o viteză (frecvență) unică ($\omega_1 = \omega_2$). De altfel, după cum s-a observat pentru toate cazurile analizate, oscilațiile de reglaj ale celor două frecvențe ω_1 și ω_2 au fost aceleași. Cele două curbe au fost aproape identice (cu aproximația oscilațiilor rapide de sincronizare).

Evaluarea puterii sincronizante ca proporțională cu diferența unghiurilor rotoarelor [1] constituie o mare aproximație la care se neglijează fenomenele electromagnetice tranzitorii, influența regulatoarelor de tensiune, nelinearitățile etc.

La studiul fenomenelor lente de reglaj al vitezei și puterilor, eroarea datorită neconsiderării oscilațiilor de sincronizare poate fi de același ordin de mărime cu cea datorită evaluării simplificate a puterii sincronizante.

Situația în care oscilațiile de sincronizare au frecvență mică constituie un caz aparte. Dacă oscilațiile de sincronizare au frecvența mică datorită unui cuplaj electric slab între centrale, sistemul funcționează în apropierea limitei de stabilitate statică și deci trebuie luate măsuri pentru creșterea rezervei de stabilitate.

Prin urmare, cu excepția unor situații speciale, în studiile ulterioare ale reglajului frecvenței și puterilor vom putea considera sistemele energetice interconectate ca avînd o frecvență unică.

ÎNCHEIERE

Mașina de calcul analogic este un instrument de calcul util studiului problemelor de reglaj al frecvenței și puterilor sistemelor electroenergetice. Din posibilitățile schimbării rapide a diverșilor parametri ai schemei modelate și prin urmărirea vizuală a soluțiilor rezultate se poate obține cu ușurință regimul optim.

Folosirea sa în studiul influenței unor parametri și legi de reglaj asupra regimurilor tranzitorii ale frecvenței și puterilor a permis obținerea unor concluzii orientative utile, dificil de obținut pe o altă cale.

ANEXA 1

Pentru realizarea schemei de conexiune a amplificatoarelor, ecuațiile diferențiale ale sistemului de reglaj se scriu sub forma ecuațiilor integrale diferențiale următoare :

$$1. \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right) \cdot P_{m1} + \frac{\omega_1}{\sigma_1 T_1 p} + \frac{m_1}{\sigma_1 T_1 p} \cdot \varphi_1 + \frac{l_1}{\sigma_1 T_1 p} = 0,$$

$$2.\left(1+\frac{1}{T_{11}p}\right)\cdot l_1-\frac{\alpha_1}{\omega_0\cdot T_{11}p}\cdot\delta_1-\frac{\beta_1}{T_{11}p}\cdot\omega_1-\frac{\gamma_1}{T_{11}p}\cdot\varphi_1=0,$$

$$3.-\left(1+\frac{D_1}{M_1p}\right)\cdot\omega_1+\frac{P_{m1}}{M_1p}-\frac{k_s}{M_1p}\cdot\delta_1+\frac{k_s}{M_1p}\cdot\delta_2=\frac{\Pi_1\cdot D_1}{M_1p},$$

$$4.-\delta_1+\omega_0\cdot\frac{\omega_1}{p}=0,$$

$$5.\ \varphi_1-p\omega_1=0,$$

$$6.-\omega_1+\omega_1=0,$$

$$7.-\varphi_1+\varphi_1=0,$$

$$8.\ P_s-k_s\cdot\delta_1+k_s\cdot\delta_2=0.$$

$$9.\ \varphi_2-\varphi_2=0,$$

$$10.\ \omega_2-\omega_2=0,$$

$$11.-\varphi_2+p\omega_2=0,$$

$$12.\ \delta_2-\omega_0\cdot\frac{\omega_2}{p}=0,$$

$$13.\left(1+\frac{D_2}{M_2p}\right)\cdot\omega_2-\frac{P_{m2}}{M_2p}+\frac{k_s}{M_2p}\cdot\delta_2-\frac{k_s}{M_2p}\cdot\delta_1=-\frac{\Pi_2 D_2}{M_2p},$$

$$14.-\left(1+\frac{1}{T_{22}p}\right)\cdot l_2+\frac{\alpha_2}{\omega_0\cdot T_{22}p}\cdot\delta_2+\frac{\beta_2}{T_{22}p}\cdot\omega_2+\frac{\gamma_2}{T_{22}p}\cdot\varphi_2=0,$$

$$15.-\left(1+\frac{1}{T_2p}\right)\cdot P_{m2}-\frac{\omega_2}{\sigma_2 T_2p}-\frac{m_2}{\sigma_2 T_2p}\cdot\varphi_2-\frac{l_2}{\sigma_2 T_2p}=0.$$

Pentru ca fiecare amplificator operaţional să simuleze regimul corespunzător unei ecuaţii integrale-diferenţiale de ordin cel mult egal cu unu s-au introdus variabile intermediare ca unghiurile δ_1, δ_2, acceleraţiile φ_1, φ_2, precum şi valorile cu semn schimbat ale lor.

S-au folosit amplificatoare operaţionale ca integratori, sumatori şi derivatori. Ecuaţiile tensiunilor de la intrarea (indice *i*) şi ieşirea (indice *e*) unui amplificator operaţional folosit ca integrator (fig. 25—1) se scriu sub forma :

$$x_e+\sum_j\frac{x_{ij}}{p\,C_e\cdot R_{ij}}=0.$$

Ecuaţia tensiunilor pentru amplificatorul sumator (fig. 25—2) este următoarea :

$$x_e+\sum_j\frac{x_{ij}\cdot R_e}{R_{ij}}=0,$$

În cazul derivatorului (fig. 25—3) ecuațiile tensiunilor sînt de forma următoare :

$$x_e + pC_i R_e \cdot x_i = 0.$$

Fiecărei ecuații din sistemul de ecuații anterioare i se asociază o ecuație între mărimile de intrare și ieșire (tensiuni) ale amplificatorului operațional corespunzător [6]. Schema din figura 2, reprezintă ecuațiile amplificatoarelor operaționale interconectate pentru a simula sistemul de ecuații.

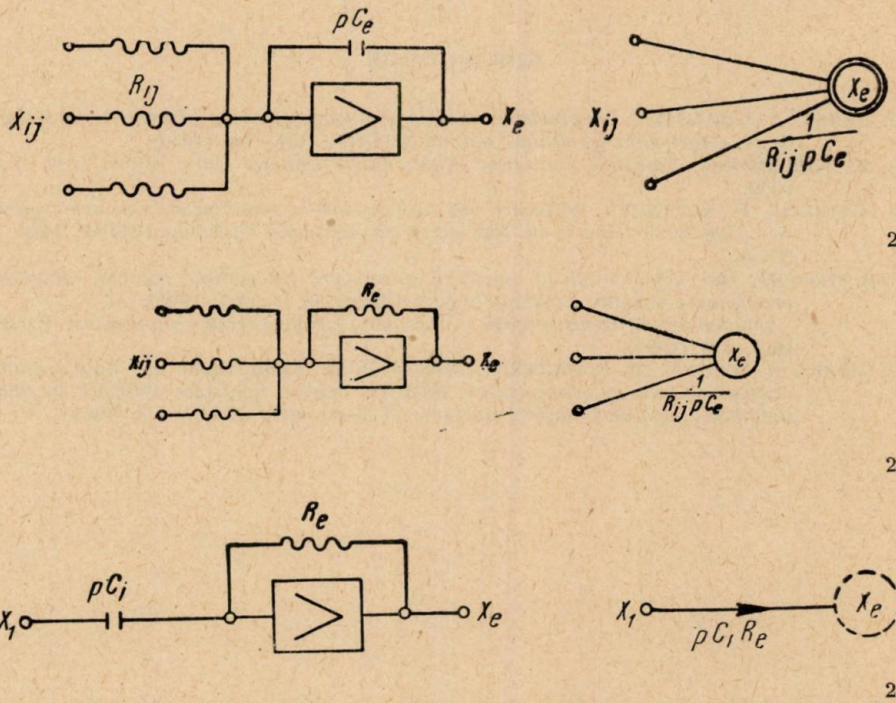


Fig. 25. — Reprezentarea clasică a amplificatoarelor operaționale și reprezentarea adoptată în alcătuirea schemelor simulatoare

25—1 integrator
25—2 sumator
25—3 derivator

A STUDY OF TRANSIENTS IN FREQUENCY AND TIE-LINE POWER CONTROL IN POWER SYSTEMS, WITH THE AID OF THE ANALOGUE COMPUTER *MECAN*

ABSTRACT

With the aid of the linear analogue computer of the Energetic Institute, the authors have studied the transients in frequency and tie-line power control, in the case of two equivalent interconnected power systems.

The influence of the various terms (proportional, integral and differential) of the primary and secondary regulation order on the transients as well as the influence of certain constants such as inertia constant, synchronizing power, etc. are analyzed.

The study contains : the differential equations, the structural bloc-diagrams and the connection diagrams of the respective amplifiers, as well as conclusions on the results obtained by computation.

BIBLIOGRAFIE

1. F. CAHEN, A. CHEVALIER, *Les problèmes de réglage automatique de la fréquence et des échanges de puissance dans les grands réseaux.* CIGRE, Rap. *325* (1956).
2. L. K. KIRCHMAYER, *Economic Control of Interconnected Systems.* John Wiley, New York, 1959.
3. A. GRESELIN, F. SACCOMANO, *Influence des caractéristiques des réseaux et des systèmes de réglage sur la terme de la fréquence et des puissances d'échange.* CIGRE, Rap. *320* (1950).
4. JIRI MARICKA, *Dvé stejné paralelné pracujici oblasti pri automatické regulaci kmitoctu a predàvaného výkonu.* Elektrotehnicky Obzor, **50**, *6*, 309 (1961).
5. * * * *Analyses des différents procédés utilisés pour le réglage fréquence-puissance.* CIGRE, Rap. *328* (1960).
6. F. MANEA, S. IONESCU, M. POMÎRLEANU, *Posibilități de reglaj rapid ale unui regulator reostatic cu sectoare rostogolitoare. Folosirea mașinii analogice MECAN în studiul stabilității reglajului mașinii sincrone.* St. cerc. energ., **XII**, *2*—A (1962).

DETERMINAREA PRIN CALCUL A OPTIMULUI TEHNICO-ECONOMIC ÎN CONSTRUCȚIA ȘI EXPLOATAREA TRANSFORMATOARELOR DE PUTERE

DE

C. APETREI

1. PROBLEMA

1.1. Transformatorul de putere, ca element al instalațiilor energetice, este definit de cîteva mărimi considerate ca elemente de bază : puterea de transfer, tensiunile înfășurărilor, pierderile și curentul la funcționarea în gol, pierderile și tensiunea de scurtcircuit etc. În afara acestor elemente, pentru definirea completă a transformatorului, mai sînt necesare precizări în legătură cu solicitările termice și mecanice admisibile și indicații asupra regimului tip de funcționare. Evaluarea cantitativă a acestor elemente este necesară pentru ca transformatorul să asigure cerințele de transformare a energiei electrice după un program dat, și să prezinte totodată un grad de siguranță și o durată de viață în exploatare satisfăcătoare.

Precizarea cantitativă a elementelor enumerate reprezintă o problemă complexă la a cărei rezolvare trebuie să participe atît exploatantul, cît și constructorul de transformatoare. Această cerință rezultă din strînsa interdependență a parametrilor funcționali, care definesc transformatorul din punct de vedere tehnic și economic, unii care interesează direct exploatarea și economicitatea ei, alții care privesc direct proiectarea și construcția transformatorului și care definesc în ultimă analiză prețul său de cost.

Economicitatea transformatorului reprezintă un element caracteristic fundamental al unei construcții și ea poate fi exprimată suficient de exact de către constructor prin intermediul prețului de fabricație, iar de către exploatant prin aprecierea cheltuielilor de exploatare. Rezultă deci, că problema de bază, pusă în fața constructorului și exploatantului de transformatoare de putere, constă în determinarea optimului tehnico-economic, care să rezulte din considerarea cerințelor de natură tehnică,

de securitate şi economicitate în producţia şi exploatarea transformatorului.

1.2. Soluţionarea acestei probleme constituie o preocupare veche a literaturii de specialitate. În lucrările [1], [2], [3] se formulează criterii pentru proiectarea economică a maşinilor şi transformatoarelor electrice. Aceeaşi problemă este tratată în lucrările mai recente, [5], [6], [7], [8], [9]; lucrările citate se evidenţiază prin analiza atentă a factorilor de natură tehnică şi economică, care intervin în construcţia şi exploatarea transformatoarelor de putere, indicînd totodată metode care prin aproximaţii succesive permit determinarea optimului tehnico-economic. În principiu, în aceste lucrări, determinarea dimensiunilor principale şi ale solicitărilor electromagnetice a materialelor active se reduce la determinarea cheltuielilor minime de producţie şi exploatare ale transformatorului într-o perioadă de timp bine determinată. Condiţiile tehnice şi de siguranţă — pierderile şi tensiunea de scurtcircuit, curentul şi pierderile la funcţionarea în gol, solicitările termice şi mecanice admisibile etc. — sînt elemente, care se consideră în mod succesiv la determinarea definitivă a dimensiunilor şi solicitărilor electromagnetice sau constituie elemente care rămîn a fi verificate ulterior, după efectuarea într-o primă etapă a calculului electromagnetic al transformatorului.

Într-o lucrare apărută recent [11], I. Popov indică suplimentar modul cum se poate analiza interdependenţa dintre solicitările termice ale înfăşurărilor şi durata de viaţă a transformatorului. În lucrarea [10] se expune o metodă de determinare a optimului tehnico-economic în proiectarea maşinilor electrice rotative — cu aplicaţie la maşina sincronă — prin considerarea *simultană* a elementelor de natură tehnică, de siguranţă şi economică. Determinarea optimului în condiţiile specificate se reduce din punct de vedere matematic la rezolvarea unei probleme de minim relativ care precizează dimensiunile principale ale maşinii, solicitările materialelor active — inducţia şi densitatea de curent — şi solicitările termice ale înfăşurărilor. Metoda respectivă, principial valabilă pentru toate maşinile electrice, se evidenţiază prin rigurozitatea sa şi prin faptul că permite stabilirea optimului tehnico-economic în mod obiectiv, dînd astfel posibilitatea aprecierii cantitative a abaterilor oricăror alte variante, constructiv posibile, faţă de varianta optimă.

1.3. În lucrarea de faţă, metoda expusă în [10] se aplică în cazul transformatoarelor de putere. Se indică metoda de calcul cu ajutorul căreia se poate determina transformatorul optim prin considerarea simultană a elementelor principale care intervin în fabricaţia şi exploatarea transformatorului. În acest fel se rezolvă în mod practic problema formulată de către P. Laurent [4] *), ca o problemă teoretică.

Studiul acestei probleme constituie în momentul de faţă preocuparea unui colectiv de cercetare mixt format din ingineri de la Institutul de energetică al Academiei R.P.R., şi de la fabrica „Electro-Putere" Craiova, elementele expuse în lucrare, reprezentînd primele rezultate stabilite în

*) p. 647.

cadrul acestei preocupări; concretizările făcute în lucrare au la bază în principal datele indicate în [7], [12] și în materialele documentare ale fabricii „Electro-Putere" consultate de către autor.

2. PRINCIPIILE DE BAZĂ ALE REZOLVĂRII PROBLEMEI

2.1. Transformatorul de putere, ca element al instalațiilor energetice, urmează a fi proiectat după cum s-a văzut prin considerarea unor condiții de natură diferită : funcțională, siguranță și durata de viață în exploatare, economicitate în producție și exploatare, condiții stabilite de către exploatant și constructor. Satisfacerea simultană a acestor condiții trebuie să conducă la definirea soluției optime în construcția și exploatarea transformatorului. Rezultă deci, că se poate defini ca optimum acel transformator care asigură caracteristici funcționale și grad de siguranță satisfăcătoare, necesitînd totodată cheltuieli minime pentru producerea și exploatarea sa.

Determinarea prin calcul a acestui optim poate fi efectuată în principiu în modul următor :

Se presupune că cheltuielile totale, necesitate de fabricația și exploatarea transformatorului, pot fi exprimate prin intermediul unei funcții de forma

$$C\,(x_1, x_2, \ldots, x_m, x_{m+1}, \ldots, x_{m+n}), \tag{1}$$

în care variabilele x reprezintă mărimile care definesc transformatorul într-o primă aproximație din punct de vedere electric și magnetic — dimensiunile principale, inducția, densitatea de curent etc.

Se presupune de asemenea, că cerințele de natură funcțională ca și siguranța în exploatare pot fi definite prin intermediul a i funcții de forma

$$\varphi_i\,(x_1, x_2, \ldots, x_m, x_{m+1}, \ldots, x_{m+n}) = 0. \tag{2}$$

Determinarea minimului funcției (1) prin considerarea condițiilor exprimate de funcțiile (2) reprezintă o problemă de minim relativ care se rezolvă după cum se cunoaște direct — prin eliminarea a $m + n - 1$ variabile și rezolvarea ecuației

$$\frac{dC}{dx_{m+n}} = 0, \tag{3}$$

sau cu ajutorul multiplicatorilor lui Lagrenge.

Determinarea minimului funcției (1) reprezintă, în cazul problemei de față, calcularea valorilor variabilelor x, deci a mărimilor de bază care definesc transformatorul cu cheltuieli minime de fabricație și în exploatare și care satisface totodată condițiile tehnice și de siguranță exprimate de relațiile (2); se determină astfel prin calcul optimul tehnico-economic definit la începutul acestui paragraf.

2.2. Funcția $C\,(x)$ (1), a cheltuielilor totale necesitate de fabricația și exploatarea transformatorului, pentru a putea fi utilizată la determi-

narea optimului tehnico-economic trebuie raportată la o perioadă de timp bine determinată.

În condițiile economiei socialiste pentru aprecierea eficacității economice a investițiilor se introduce așa-numitul timp de recuperare a investițiilor capitale care se va nota cu T_{ri}.

Timpul de recuperare T_{ri} poate fi definit de expresia

$$T_{ri} = \frac{I_2 - I_1}{C_1 - C_2}, \tag{4}$$

unde : I_1 și I_2 reprezintă investițiile capitale necesitate de realizarea variantelor 1 și 2, iar

C_1 și C_2, cheltuielile de exploatare anuale a aceloraşi variante 1, respectiv 2.

Prin compararea timpului de recuperare T_{ri} definit de (4) cu timpul de recuperare normat T_{rin} se poate aprecia oportunitatea realizării produsului în una din cele două variante.

Într-adevăr, dacă : $T_{ri} < T_{rin}$ și deci este [satisfăcută inegalitatea

$$I_2 + T_{rin} C_2 < I_1 + T_{rin} C_1, \tag{5}$$

varianta 2 este mai economică decît varianta 1.

În cazul general, varianta economică va fi reprezentată de acea soluție care va fi caracterizată de cheltuieli totale minime, deci

$$C_t = I + T_{rin} C = \text{minim}. \tag{6}$$

De aici rezultă că în expresia (1), al cărui minim determină optimul tehnico-economic, trebuie să intervină cheltuielile totale necesare realizării produsului ca și cheltuielile de exploatare raportate la timpul de recuperare normat al investițiilor capitale.

2.3. Cheltuielile totale necesitate de fabricația și exploatarea transformatorului de putere pot fi exprimate prin prețul de cost corespunzător acestor cheltuieli ; astfel prețul de cost efectiv al transformatorului C_{ef} poate fi exprimat prin suma termenilor C_f și C_e

$$C_{ef} = C_f + C_e, \tag{7}$$

unde : C_f și C_e reprezintă prețul de cost corespunzător cheltuielilor de fabricație respectiv de exploatare în timpul de recuperare al investițiilor T_{rin}.

Prețul de cost corespunzător cheltuielilor de fabricație prin considerarea doar a elementelor care pot varia în limite largi în cazul cînd variază dimensiunile principale ale transformatorului ca și solicitările electrice, magnetice și termice ale materialelor utilizate, poate fi exprimat de o expresie de forma

$$C_f = (c_{Fe} G_{Fe} + c_i G_i)(1 + T_{rin} a_T), \tag{8}$$

unde : c_{Fe}, c_i reprezintă costul specific al materialului feromagnetic, respectiv a înfășurărilor din care este confecționat transformatorul, inclusiv manopera ;

G_{Fe}, G_i, greutatea totală a miezului feromagnetic respectiv a înfășurărilor;

a_T, cota de amortizare anuală a transformatorului.

Prețul de cost corespunzător cheltuielilor totale în exploatare poate fi exprimat sub forma:

$$C_e = \sum_{i=1}^{10} C_{ei}, \tag{9}$$

unde componentele C_{ei} au expresiile

a) $$C_{e1} = T_{rin}\, T c_e\, p_0, \tag{10}$$

C_{e1} reprezintă prețul de cost al pierderilor p_0 la funcționarea în gol a transformatorului pe perioada T_{rin};

T, timpul de racordare al transformatorului la rețea; c_e, costul specific al energiei electrice;

b) $$C_{e2} = T_{rin}\, T c_e\, \varepsilon p_{scn}, \tag{11}$$

C_{e2}, reprezintă prețul de cost al pierderilor la funcționarea în sarcină variabilă a transformatorului, exprimate în funcție de pierderile de scurtcircuit în condițiile nominale p_{scn} și coeficientul subunitar al sarcinii medii ε;

c) $$C_{e3} = i_c (1 + T_{rin}\, a_c)\, p_0, \tag{12}$$

C_{e3} reprezintă investițiile necesitate de producerea energiei pierdute la funcționarea în gol a transformatorului;

i_c, a_c, investițiile specifice respectiv cota de amortizare anuală a elementelor componente a instalațiilor producătoare de energie electrică — centrală, stație, rețea electrică etc.;

d) $$C_{e4} = i_c (1 + T_{rin}\, a_c) \frac{T \gamma^2}{\tau_m} \varepsilon p_{scn}, \tag{13}$$

C_{e4} reprezintă investițiile necesitate de producerea energiei pierdute la funcționarea transformatorului cu sarcină variabilă;

γ, coeficientul de simultaneitate al sarcinii transformatoarelor existente în exploatare și racordate la rețeaua considerată;

τ_m, durata pierderilor de scurtcircuit maxime;

e) $$C_{e5} = c_k (1 + T_{rin}\, a_k)\, Q_0, \tag{14}$$

C_{e5} reprezintă prețul de cost corespunzător cheltuielilor necesitate de compensarea integrală a puterii reactive, la funcționarea în gol Q_0, pe perioada T_{rin};

c_k, costul specific al instalațiilor de compensare ale puterii reactive;

a_k, cota de amortizare anuală a instalațiilor de compensare;

f) $$C_{e6} = c_k (1 + T_{rin}\, a_k)\, Q_s, \tag{15}$$

C_{e6}, reprezintă prețul de cost corespunzător cheltuielilor necesitate de compensarea integrală a puterii reactive la funcționarea în sarcină Q_s, pe perioada T_{rin};

g) Dacă se notează cu ξ pierderile specifice de putere activă în instalațiile de compensare a puterii reactive, $C_{e7} \ldots C_{e10}$ au expresiile

$$C_{e7} = \xi Q_0 T_{rin} T c_e, \tag{16}$$

$$C_{e8} = \xi Q_0 i_c (1 + T_{rin} a_c), \tag{17}$$

$$C_{e9} = \xi Q_s T_{rin} T c_e, \tag{18}$$

$$C_{e10} = \xi Q_s i_c (1 + T_{rin} a_c), \tag{19}$$

a căror semnificație rezultă pe baza notațiilor făcute anterior.

Prin însumarea termenilor definiți de expresiile (8), (10), (11),..., (19) rezultă expresia lui C_{ef} a cărui minim determină optimul tehnico-economic.

Dacă se notează cu

$$K_p = T_{rin} T c_e, \tag{20}$$

$$A_f = 1 + T_{rin} a_T, \tag{21}$$

$$A_i = i_c (1 + T_{rin} a_c), \tag{22}$$

$$A_k = c_k (1 + T_{rin} a_k), \tag{23}$$

expresia lui C_{ef} poate fi stabilită sub forma

$$C_{ef} = A_f (c_{Fe} G_{Fe} + c_i G_i) + (K_p + A_i) p_0 + \left(K_p \varepsilon + A_i \varepsilon \frac{T}{\tau_m} \gamma^2\right) p_{scn} + \\ + (A_k + \xi K_p + \xi A_i)(Q_0 + Q_s). \tag{24}$$

2.4. Expresia cheltuielilor totale stabilită sub forma (24) urmează a fi utilizată la determinarea optimului tehnico-economic după prealabila ei derivare în raport cu o mărime caracteristică a transformatorului, considerată variabilă independentă. De aceea, valabilitatea ei trebuie să fie apreciată în primul rînd din acest punct de vedere; interesează deci structura expresiei (24) și faptul ca ea să cuprindă toți termenii larg variabili la variațiile mărimii sau a mărimilor considerate variabile independente.

Expresia (24) poate fi utilizată și direct, sub forma stabilită, pentru compararea diferitelor variante de calcul, operație care nu trebuie însă echivalată cu determinarea exactă a cheltuielilor totale necesitate de fabricația și exploatarea transformatorului de putere; aceasta deoarece pot interveni erori provocate pe de o parte de neglijarea anumitor cheltuieli constante sau de ordin foarte mic, iar pe de altă parte din cauza posibilității de apreciere doar grosieră a unora din mărimile care intervin în expresia (24).

Într-adevăr, în expresia (24) intervin în afara mărimilor G_{Fe}, G_i, p_0, p_{scn}, Q_0, Q_s, care pot fi determinate cu suficientă exactitate în funcție de dimensiunile principale ale transformatorului și solicitările materialelor, și mărimi care pot varia în limite largi și nu pot fi determinate decît

orientativ pe bază statistică în funcție de puterea și tensiunea transformatorului, de natura utilizării sale și a sistemului la care se racordează, ε, τ_m, γ etc.

În sfîrșit, în expresia (24) intervin și termeni care sînt determinați pe baza unor considerente de natură generală ale economiei unei țări — T_{rin}, a_T, a_c, a_k, și într-o mai mică măsură c_e, i_e, c_k, c_{Fe}, c_i — care de asemenea pot fi apreciați cu valori orientative la un moment dat fără cunoașterea exactă a evoluției lor în timp.

În aceste condiții se ridică două probleme importante care trebuie subliniate :

a) Este sau nu admisibilă utilizarea expresiei (24) pentru determinarea optimului tehnico-economic? Răspunsul la această problemă este afirmativ, deoarece termenii constanți sau ușor variabili pot fi neglijați interesînd variația lui C_{ef} și nu valoarea sa efectivă, iar variațiile relativ mari ale mărimilor care pot fi doar orientativ apreciate în expresia (24) nu influențează sensibil soluția stabilită; mai mult în lucrare se va demonstra că la anumite tipuri de transformatoare, la determinarea optimului tehnico-economic unii termeni ai expresiei (24) se pot neglija — cei multiplicați cu p_{scn} și Q_s. Rezultă deci că la determinarea optimului poate fi utilizată expresia (24) sub forma dată sau transformată, rezultatele stabilite în acest mod fiind suficient de exacte; sursa erorilor ca și aprecierea lor cantitativă vor fi date în cuprinsul lucrării.

b) Este necesar să se inițieze studii cu caracter economic, care să precizeze cu o mai mare exactitate limitele de variație a mărimilor amintite și care în prezent pot fi apreciate doar grosier.

2.5. Condițiile tehnice și de siguranță în exploatare ale transformatorului de putere se formulează deobicei prin precizarea următoarelor elemente principale : tensiunile înfășurărilor și gama de reglare a acestora, puterea de transfer, pierderile în gol și la scurtcircuit, curentul în gol și tensiunea de scurtcircuit, solicitările termice și mecanice, domeniul de utilizare și regimul tip de funcționare.

La precizarea condițiilor tehnice și de siguranță constructorul și exploatantul mai pot avea în vedere și următoarele elemente : încadrarea transformatorului solicitat în seriile unitare fabricate și utilizarea pentru fabricație a utilajului existent, greutatea totală și gabaritul cuvei transformatorului, realizarea graficului sarcinii cu unul sau mai multe transformatoare etc.

La alegerea condițiilor tehnice și de siguranță în exploatare, în vederea formulării funcțiunilor φ_i, care intervin în rezolvarea problemei, s-au avut în vedere următoarele :

a) condițiile alese trebuie să fie reprezentative pentru rezolvarea problemei, să fie de sine stătătoare și să nu conducă la soluții imposibile;

b) numărul condițiilor alese să fie redus la minimum pentru simplificarea rezolvării problemei fără însă ca prin aceasta să se lase un grad de libertate prea mare la stabilirea soluției.

Procedînd în acest mod s-a considerat că tensiunile înfășurărilor, gama lor de reglare, domeniul de utilizare, regimul tip de funcționare, încadrarea transformatorului în seriile unitare existente etc., sînt elemente

cunoscute, iar influența lor asupra soluționării problemei se manifestă indirect prin alegerea convenabilă a anumitor parametri de calcul constanți.

S-a avut în vedere de asemenea, că valorile pierderilor în gol și la scurtcircuit sînt mărimi care rezultă prin determinarea cheltuielilor totale minime, iar precizarea inițială a unor valori sub forma unor condiții tehnice poate conduce la constituirea unui sistem imposibil.

Întrucît din minimul cheltuielilor totale rezultă atît p_0 cît și Q_0, condiția curentului în gol nu poate constitui de asemeni o condiție de sine stătătoare, curentul în gol putînd fi determinat prin intermediul celor două componente I_{0a} și I_{0r}.

Procedînd în acest mod s-au reținut pentru formularea funcțiilor φ_i următoarele condiții :

a) Puterea transformatorului care trebuie dezvoltată în condiții de funcționare nominale ;

b) Componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit, ca element ce determină cu suficientă exactitate tensiunea de scurtcircuit a transformatorului și a cărei valoare are implicații directe asupra solicitărilor mecanice ale transformatorului la scurtcircuit și asupra comportării sistemului energetic la care este conectat transformatorul.

c) Solicitările termice ale înfășurărilor, valorile acestora influențînd direct solicitările electrice ale înfășurărilor, putînd totodată oferi indicații asupra legăturii dintre viața și economicitatea transformatorului.

Condiția solicitărilor mecanice nu s-a reținut printre condițiile fundamentale deoarece solicitările înfășurărilor, care constituie deobicei obiectul verificării transformatorului din punct de vedere mecanic, sînt determinate indirect prin valoarea adoptată pentru tensiunea de scurtcircuit — solicitările radiale — iar solicitările axiale la tensiune de scurtcircuit dată pot fi aduse de regulă la valori admisibile prin alegerea adecvată a construcției înfășurărilor.

Deși ar fi prezentat interes nu s-a reținut nici condiția greutății totale și a gabaritului cuvei transformatorului — care ar fi putut fi formulată de exemplu prin intermediul solicitării termice a uleiului sau a căderii totale de temperatură la suprafața cuvei — deoarece prin aceasta s-ar fi îngreuiat rezolvarea problemei, iar indicațiile suplimentare care s-ar obține nu ar fi justificat acest lucru ; această condiție poate să prezinte însă importanță deosebită în cazul unităților de foarte mare putere.

Din cele expuse rezultă, că problema poate fi rezolvată cu suficientă exactitate prin utilizarea expresiei (24) și a condițiilor $\varphi_i(x) = 0$, unde $i = 1, 2, 3$, condițiile respective reprezentînd puterea de transfer, componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit și solicitarea termică a înfășurărilor transformatorului.

3. EXPRESIILE DE CALCUL ALE CHELTUIELILOR TOTALE ȘI ALE CONDIȚIILOR TEHNICE ȘI DE SIGURANȚĂ. REZOLVAREA PROBLEMEI

3.1. Expresiile de calcul ale cheltuielilor totale și ale condițiilor tehnice și de siguranță care vor fi date în lucrare sînt stabilite pentru transformatorul trifazat cu trei coloane echipat cu înfășurări de joasă și înaltă ten-

siune cilindrice cu dispunere concentrică; se are în vedere transformatorul cu miez feromagnetic realizat din tablă laminată la rece cu înfăşurări din aluminiu sau cupru. Expresii analoage pot fi stabilite în cazul oricărei altei construcţii fără dificultăţi.

3.2. În expresia (24) intervin următoarele mărimi, care pot fi definite în funcţie de dimensiunile principale ale transformatorului şi solicitările sale electrice şi magnetice : G_{Fe}, G_i, p_0, p_{scn}, Q_0 şi Q_s.

Considerînd ca dimensiuni principale ale transformatorului : diametrul miezului D, înălţimea şi lăţimea ferestrei H respectiv F, iar ca solicitări magnetice şi electrice inducţia în miez B, respectiv densitatea de curent medie j, expresiile mărimilor G_{Fe}, G_i, p_0, p_{scn}, Q_0 şi Q_s, pot fi puse sub următoarea formă :

a. *Greutatea totală a miezului feromagnetic*

$$G_{Fe} = \gamma_{Fe} k_{Fe} [3H + 2(2F + 3D)r] D^2, \tag{25}$$

unde : γ_{Fe} reprezintă greutatea specifică a tablei utilizate ;

$r = \dfrac{S_j}{S_m}$, raportul dintre secţiunea jugului S_j şi a miezului S_m ;

$k_{Fe} = \dfrac{\pi}{4} k_{ut} k_{ui}$, coeficientul total de umplere al miezului definit de coeficientul de umplere k_{ut} şi k_{ui} care apreciază secţiunea miezului faţă de secţiunea circulară respectiv izolaţia tablelor.

Expresia (25) s-a stabilit în premiza că jugurile — superior şi inferior—sînt de secţiunea S_j şi lungime egală cu $(2F + 3D)$.

b. *Greutatea totală a înfăşurărilor* :

$$G_i = \gamma_i k_i' k_\varphi \left(D + \frac{F}{2} \right) F \cdot H, \tag{26}$$

unde : γ_i reprezintă greutatea specifică a materialului conductor ;

$k_i' = k_s \cdot k_i$, iar k_s reprezintă coeficientul de spor al greutăţii materialului activ datorită prezenţei izolaţiei ;

k_i, reprezintă raportul dintre secţiunea efectivă a materialului conductor şi secţiunea înfăşurării ;

$k_\varphi = \dfrac{3\pi k_\varphi'}{2}$, iar k_φ' reprezintă raportul dintre secţiunea înfăşurării şi a ferestrei transformatorului ;

Expresia (26) s-a stabilit în premisa că $a_1 + \dfrac{a_{11}}{2} \cong a_{20} + a_2$ unde a_1 a_{11}, a_{20}, a_2 etc. sînt indicate în figura 1.

Cu notaţiile din figură se poate defini şi expresia lui k_φ' sub forma

$$k_\varphi' = \frac{(a_1 + a_2)(H - 2h) - (m_c - 1)(H - 2h)\delta_c}{H \dfrac{F}{2}},$$

unde m_c, δ_c reprezintă numărul respectiv lățimea canalelor axiale de răcire ; m_c include și canalul de scăpări.

c. *Pierderile de funcționare în gol*

Pierderile p_0 se pot defini în funcție de pierderile totale în fier sub forma

$$p_0 = k_c p_{Fe}, \tag{27}$$

unde k_c reprezintă un coeficient de spor supraunitar, variabil în funcție de puterea transformatorului ; p_{Fe}, pierderile totale în miezul feromagnetic, are expresia

$$p_{Fe} = \sigma_{Fe} \gamma_{Fe} k_{Fe} \left[3H + \frac{4F}{r} + \right.$$

$$\left. + 3k_\sigma \left(r + \frac{1}{r} \right) D \right] D^2 \left(\frac{B}{B_r} \right)^2 \tag{28}$$

unde

σ_{Fe} reprezintă pierderile specifice în fier la inducția de referință B_r și la frecvență date ;

k_σ, coeficientul de spor al pierderilor în zona îmbinărilor datorită neconcordanței direcției liniilor de cîmp și a laminării materialului.

Se face remarca că legea de variație adoptată pentru pierderile specifice $\sigma_{Fe} \equiv \left(\frac{B}{B_r} \right)^2$ este valabilă în

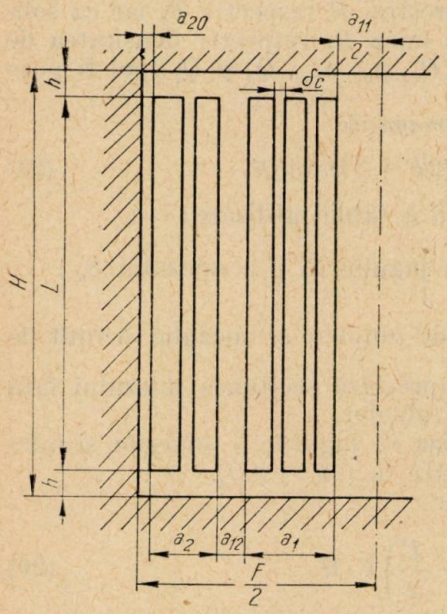


Fig. 1. — Dimensiunile principale ale transformatorului de putere.

întreg domeniul de variație al inducțiilor — $B = (1 \div 1{,}8) T$ — cu erori sub 5%.

d. *Pierderile la scurtcircuit*

Pierderile p_{scn} pot fi definite în funcție de pierderile totale în înfășurări sub forma

$$p_{scn} = \frac{p_i}{k_{sc}}, \tag{29}$$

unde k_{sc} este un coeficient de calcul subunitar, variabil în funcție de puterea transformatorului ; p_i, pierderile în înfășurări, sînt definite de expresia

$$p_i = \rho_i k_i k_\varphi \left(D + \frac{F}{2} \right) F H j^2, \tag{30}$$

unde ρ_i reprezintă rezistivitatea materialului înfășurărilor.

e. *Puterea de magnetizare la funcționarea în gol*

$$Q_0 = q_{0m}\gamma_{Fe}k_{Fe}\left[3H + 2(2F + 3D)\frac{1}{r^4} + \frac{n_i q_{0i}}{\gamma_{Fe} q_{0m}}\right] D^2\left(\frac{B}{B_{rq}}\right)^5, \quad (31)$$

unde

q_{0m} și q_{0i} reprezintă puterea de magnetizare specifică a miezului și jugului, respectiv a îmbinărilor, la inducția de referință B_{rq},

n_i reprezintă numărul îmbinărilor.

Expresia (31) este valabilă la variații ale inducției (1,15—1,75) T și $B_{rq} = 1{,}35$ T cu erori sub $\pm 10\,\%$ pentru tabla laminată la rece utilizată în mod curent la construcția transformatoarelor de putere.

f. *Puterea de magnetizare la funcționarea în sarcină*

Q_s poate fi exprimat prin intermediul celorlalte elemente definite anterior, sau care urmează a fi definite, sub forma :

$$Q_s = \frac{u_{scr}}{u_{sca}}\varepsilon p_{scn}, \quad (32)$$

unde u_{scr} și u_{sca} reprezintă componenta reactivă, respectiv activă a tensiunii de scurtcircuit.

Expresia lui Q_s se poate calcula după prealabila determinare a expresiilor lui u_{scr} și u_{sca}.

3.3. Condițiile tehnice și de siguranță în exploatare pot fi exprimate în funcție de aceleași mărimi D, H, F, B, j.

a. *Puterea transformatorului*

$$P_n = \frac{3\sqrt{2}\pi k_i\, k_{Fe} f}{2k_h}\left[\frac{k_h k'_\varphi}{2}F + (m_c - 1)\delta_c\right] H D^2 B j, \quad (33)$$

unde k_h reprezintă un coeficient de corecție supraunitar egal cu raportul dintre înălțimea ferestrei și înălțimea înfășurărilor $\dfrac{H}{H - 2h}$ iar,

f, frecvența rețelei la care este conectat transformatorul.

În cazul cînd $m_c = 1$ (transformatorul n-are canale axiale de răcire) expresia (33) ia forma simplificată

$$P_n = \frac{3\sqrt{2}\,\pi f\, k_{Fe} k'_\varphi k_i}{4} F H D^2 j, \quad (33')$$

b. *Componenta reactivă și activă a tensiunii de scurtcircuit*

$$u_{scr} = \frac{7{,}92.10^{-6}\cdot a\left(a_{12} + \dfrac{a}{3}\right)k_i}{2\sqrt{2}\,k_{Fe}}\left(D + \frac{F}{2}\right)\frac{j}{BD^2}(\%), \quad (34)$$

unde a, grosimea totală a înfășurărilor, are expresia

$$a = \frac{k'_\varphi k_h}{2} F + (m_c - 1)\,\delta_c, \tag{34'}$$

$$\frac{F}{2} = \frac{a_{20} + a_{12} + \frac{a_{11}}{2} + (m_c - 1)\delta_c}{1 - k'_\varphi k_h}. \tag{34''}$$

În cazul cînd : $m_c = 1$ și se notează : $k_a = \frac{k'_\varphi k_h}{2}$ se obține

$$u_{scr} = \frac{7{,}92.10^{-6} \cdot k_a k_i}{2\sqrt{2}\, k_{Fe}} \left(a_{12} + k_a \frac{F}{3}\right) F \left(D + \frac{F}{2}\right) \frac{j}{BD^2}. \tag{34'''}$$

Expresiile (34) și (34') au fost stabilite în premisa înfășurărilor de înălțime egală și prin considerarea coeficientului lui Rogowski egal cu unu.

Componenta activă u_{sca} are expresia

$$u_{sca} = \frac{k_h \cdot \rho_i \cdot k'_\varphi \cdot 100}{\sqrt{2}\, k_{sc} f k_{Fe}\, [k_a F + (m_c - 1)\,\delta_c]} \left(D + \frac{F}{2}\right) F \frac{j}{D^2 B} (\%), \tag{35}$$

care, la $m_c = 1$ ia forma

$$u_{sca} = \frac{2\,\rho_i \cdot 100}{\sqrt{2}\, k_{sc} k_{Fe} f} \left(D + \frac{F}{2}\right) \frac{j}{D^2 B} (\%). \tag{35'}$$

c. *Condiția solicitărilor termice ale înfășurărilor transformatorului*

Condiția solicitărilor termice se exprimă prin suma căderilor de temperatură θ_{it} în interiorul înfășurărilor θ_i și la suprafața acestora θ_{iu}.

Căderea medie de temperatură în interiorul înfășurării $\theta_{i\,med}$ are următoarea expresie

$$\theta_{i\,med} = \frac{2}{3}\,\theta_i = \frac{k_i \rho_i j^2}{12\, k_{sc} \lambda_{med}} \left[\frac{F}{2(m_c + 1)} - \frac{\left(a_{20} + a_{12} + \frac{a_{11}}{2}\right) + (m_c - 1)\,\delta_c}{(m_c + 1)}\right]^2, \tag{36}$$

unde λ_{med} reprezintă conductibilitatea termică medie în direcția radială.

Căderea de temperatură la suprafața înfășurării se poate exprima sub următoarea formă

$$\theta_{iu} \cong 113\, \frac{k_i \rho_i k_\varphi F H j^2}{6\, \pi k_{sc} (H - 2h)(m_c + 1) k_w}, \tag{37}$$

unde k_w reprezintă un coeficient subunitar care micșorează suprafața exterioară a înfășurărilor în urma prezenței distanțărilor, și a altor elemente constructive.

Expresia (37) s-a stabilit prin aproximarea legii de cedare a căldurii la suprafață de forma

$$\theta_{iu} = k_{\theta 1} w^{k\theta 2}. \tag{38}$$

cu o relație de forma

$$\theta_{iu} = 113\, w, \tag{39}$$

care aproximează expresia (38) cu erori sub 10% în cazul cînd fluxul termic specific w ia valori cuprinse între (0,1—0,2) w/cm^2.

Prin însumarea expresiilor (36) și (37) la $m_c = 1$, se obține condiția solicitării termice a înfășurărilor sub forma

$$\theta_{it} = \frac{k_i \rho_i j^2}{12 k_{sc}} \left[\frac{[F/_2 - (a_{20} + a_{12} + a_{11}/_2)]^2}{4 \lambda_{med}} + \frac{113 k_\varphi k_h F}{\pi k_w} \right]. \tag{40}$$

3.4. În expresiile stabilite (25), (26)... (40) intervin mărimi de natură diferită : dimensiunile principale și sarcinile electromagnetice (D,H,F,B,j), mărimi constructive aproximativ constante la tensiune și putere a transformatorului date (a_{20}, a_{11}, a_{12}, h, δ_c, m_c, n_i), mărimi caracteristice ale materialelor active utilizate, — de asemenea practic constante la materiale date — (γ_{Fe}, γ_i, ρ_i, σ_{Fe}, ξ, q_{0m}, q_{0i}), și în sfîrșit mărimi, pe care le vom denumi mărimi de calcul, variabile în limite relativ mici — r, k_{Fe}, k_c, k_{sc}, k_σ, k_s k_h — sau mai mari — k_i k_φ — în funcție de puterea, tensiunea și tipul constructiv al înfășurărilor, a miezului sau jugului transformatorului. Întrucît la putere, tensiune și construcție date variația mărimilor amintite față de anumite valori, considerate valori medii, poate fi în mod obișnuit de ordinul a (5—20)% ele se pot considera într-o primă aproximație mărimi constante.

În cazul cînd aceste mărimi se consideră date și constante, lățimea ferestrei transformatorului F rezultă — (34″) — și ca atare problema poate fi rezolvată prin considerarea următoarelor variabile independente : diametrul miezului D, înălțimea ferestrei H, inducția în miez B și densitatea medie a curentului din înfășurări j.

În expresia matematică a condițiilor tehnice și de siguranță (33), (34), (40) intervin : puterea nominală a transformatorului P_n, componenta reactivă a tensiunii de scurtcircuit u_{ser} și solicitarea termică θ_{it}. Puterea P_n a transformatorului este o mărime dată, constantă. Se pot adopta de asemenea, conform prescripțiilor naționale sau internaționale, anumite valori bine determinate și pentru u_{sc} respectiv u_{ser} și θ_{it}. Problema se poate rezolva în acest caz, optimul determinat corespunzînd valorilor inițial impuse.

Teoria generală a funcțiilor cu minim relativ arată însă, că în cazul cînd între funcțiile $\varphi_i(x)$ există relații de legătură prin intermediul unei variabile independente — în cazul de față funcțiunile (34) și (40), de exemplu, sînt legate între ele prin intermediul lui j — minimul relativ real trebuie determinat prin variația tuturor parametrilor introduși deci și u_{scr} și θ_{it}. Cum în cazul analizat interesează nu atît respectarea anumitor norme, ci, determinarea, în mod obiectiv, a unui optim tehnico-eco-

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

nomic — care eventual în măsura rentabilității poate să servească la fixarea a noi norme — rezultă că rezolvarea în cazul general urmează a se face prin considerarea mărimilor u_{scr} și θ_{it} ca variabile independente între limite acceptabile din punct de vedere tehnic.

De aici rezultă că pentru rezolvarea problemei în cazul general, ar trebui considerate ca variabile independente următoarele șase mărimi : D, H, j, u_{scr}, θ_{it} ; numărul condițiilor tehnice și de siguranță — redus la trei —nu permite însă acest lucru, de aceea problema se va rezolva la u_{scr}, și θ_{it} inițial constante urmînd ca ulterior să fie variate succesiv, iar soluția optimă să se determine corespunzător minimului funcției : $C_{ef} = f(\theta_{it})$, respectiv : $C_{ef} = f(u_{scr})$. Analiza cazurilor din practică se simplifică însă cu mult față de acest caz teoretic dată fiind variația practic insensibilă a funcțiilor $f(\theta_{it})$ și $f(u_{scr})$ la variații a lui θ_{it} și u_{scr} cuprinse între limitele acceptabile din punct de vedere tehnic.

Considerarea într-o primă aproximație a mărimilor θ_{it} și u_{scr} constante conduce la o simplificare importantă a rezolvării problemei. Într-adevăr din relația (40) rezultă la θ_{it} = const. și densitatea medie a curentului constantă : j = const. (F este constant după cum s-a văzut la k_φ și k_h constante). În aceste condiții G_i = const. ; p_{scn} = const ; Q_s = const. deoarece j este constant, iar variabilele independente, D, H, B, j satisfac relațiile (33), (34) și (40). Întrucît optimul se determină prin derivarea expresiei (24) urmează că la rezolvarea problemei se pot elimina din (24) termenii constanți și considera doar expresia

$$C'_{ef} = A_f (c_{Fe} G_{Fe} + c_i G_i) + (k_p + A_i) p_0 + (A_k + \xi k_p + \xi A_i) Q_0. \qquad (41)$$

În acest mod se simplifică rezolvarea problemei și se elimină totodată unii termeni în a căror structură intervin elemente care valoric pot fi apreciate în mod aproximativ — ε, τ_m, γ etc.

3.5. Problema se rezolvă deci, prin considerarea expresiei (41) și a condițiilor (33), (34) și (40) la u_{scr} și θ_{it} constanți, urmînd ca ulterior ultimele două mărimi să fie variate succesiv.

Dacă în (41) se introduc expresiile lui G_{Fe}, G_i, p_0 și se fac următoarele notații de calcul :

$$A_{f1} = 3\, c_{Fe}\, \gamma_{Fe}\, k_{Fe}\, A_f,$$

$$A_{f2} = 2r\, A_{f1},$$

$$A_{p1} = 3\,(k_p + A_i)\, k_c\, \sigma_{Fe}\, \gamma_{Fe}\, k_{Fe}\, \frac{1}{B_r^2},$$

$$A_{p2} = \frac{4F}{3r}\, A_{p_1},$$

$$A_{p3} = k_\sigma \left(r + \frac{1}{r} \right) A_{p_1},$$

$$A_{q1} = 3\,(A_k + \xi k_p + \xi A_i)\, q_{0m}\, \gamma_{Fe}\, k_{Fe}\, \frac{1}{B_{rq}^5},$$

$$A_{q2} = \frac{2}{f^4} A_{q_1},$$

$$A_{q3} = \frac{n_i q_{oi}}{3\gamma_{Fe} q_{0m}} A_{q_1},$$

$$A_6 = \frac{4 P_n}{3\sqrt{2}\,\pi f k_{Fe} k'_\varphi k_i F},$$

$$A_7 = \frac{2\sqrt{2}\, k_{Fe} u_{scr} 10^6}{7{,}92\, k_a k_i \left(a_{12} + k_a \frac{F}{3}\right) F},$$

$$A_8 = \frac{k_i \rho_i}{12 k_{sc}} \left[\frac{[F/2 - (a_{20} + a_{12} + a_{11}/2)]^2}{4 \lambda_{med}} + \frac{113\, k_\varphi k_h F}{\Pi k_w} \right].$$

Expresiile (41), (33), (34) și (40) iau forma

$$C'_{ef} = \left[A_{f1} H + A_{f2} \left(D + \frac{2}{3} F \right) \right] D^2 + (A_{p1} H + A_{p2} + A_{p3} D) D^2 B^2 +$$

$$+ \left[A_{q1} H + A_{q2} \left(D + \frac{2}{3} F \right) + A_{q3} \right] D^2 B^5, \qquad (41')$$

$$B D^2 H j = A_6, \qquad (33'')$$

$$\left(D + \frac{F}{2} \right) \frac{j}{B D^2} = A_7, \qquad (34''')$$

(42)

$$j = \frac{\theta_{it}}{A_8}. \qquad (40')$$

Sistemul (42) reprezintă expresia matematică a problemei ce trebuie rezolvată în premisele stabilite anterior.

Sistemul (42) poate fi rezolvat cu ajutorul mașinilor de calcul sau pe cale directă ; în ultimul caz din (33'') (34''') și (40') se exprimă j, B, H, în funcție de D și se înlocuiesc în (41'), care, derivată în raport cu D și egalată cu zero, determină valoarea lui D, respectiv a lui j, B, H, pentru care transformatorul de putere dată reprezintă optimul tehnico-economic.

Procedînd în acest mod se obține

$$j = A_{13},$$

$$B = A_{14} \frac{D + F/2}{D^2}, \qquad (43)$$

$$H = A_{15} \frac{1}{D + F/_2},$$

$$C'_{ef} = A_{f3} \frac{D^2}{D + F/2} + A_{f2} (D + 2/3F) D^2 + A_{p4} \frac{D + F/2}{D^2} +$$

$$+\left(\frac{A_{p5}}{D^2}+\frac{A_{p6}}{D}\right)(D+F/2)^2+A_{q4}\frac{(D+F/2)^4}{D^8}+$$

$$+[A_{q5}(D+2/3F)+A_{q6}]\frac{(D+F/2)^5}{D^8},$$

iar

$$\frac{d\,C_{ef}}{d\,D}=E_{13}D^{13}+E_{12}D^{12}+\ldots+E_1D+E_0=0,$$

unde : A_{13}, A_{14}, A_{11}, $E_0 \ldots E_{13}$ sînt constante de calcul şi au următoarele expresii :

$$A_{13}=\sqrt{\frac{\theta_{it}}{A_8}},$$

$$A_{14}=\frac{A_{13}}{A_7},$$

$$A_{15}=\frac{A_6}{A_{13}A_{14}},$$

$$E_{13}=3A_{f2},$$

$$E_{12}=\frac{13}{3}A_{f2}F,$$

$$E_{11}=\frac{25}{12}A_{f2}F^2+2A_{f3}+A_{p6},$$

$$E_{10}=\frac{A_{f2}}{3}F^3+F(A_{f3}+A_{p6}),$$

$$E_9=-(A_{p5}F+A_{p4}),$$

$$E_8=-\left(\frac{1}{4}A_{p6}F^3+\frac{3}{2}A_{p5}F^2+2A_{p4}F+2A_{q5}\right).$$

$$E_7=-\left(\frac{1}{16}A_{p6}F^4+\frac{3}{4}A_{p5}F^3+\frac{5}{4}A_{p4}F^2+9{,}5A_{q5}F+3A_{q7}\right),$$

$$E_6=-\left(\frac{1}{8}F^4A_{p5}+\frac{1}{4}A_{p4}F^3+\frac{73}{4}A_{q5}F^2+13A_{q7}F+4A_{q4}\right),$$

$$E_5=-\left(\frac{145}{8}A_{q5}F^2+\frac{93}{4}A_{q7}F+14A_{q4}\right)F,$$

$$E_4=-\left(\frac{170}{16}A_{q5}F^2+\frac{90}{4}A_{q7}F+20A_{q4}\right)F^2,$$

$$E_3 = -\left(\frac{17}{32} A_{q5} F^2 + \frac{205}{16} A_{q7} F + 15 A_{q4}\right) F^3,$$

$$E_2 = -\left(\frac{44}{64} A_{q5} F^2 + \frac{138}{32} A_{q7} F + \frac{25}{4} A_{q4}\right) F^4,$$

$$E_1 = -\left(\frac{7}{128} A_{q5} F^2 + \frac{51}{64} A_{q7} F + \frac{11}{8} A_{q4}\right) F^5,$$

$$E_0 = -\left(\frac{8}{128} A_{q7} F + \frac{1}{8} A_{q4}\right) F^6.$$

În expresiile de calcul ale coeficienților E_i s-au introdus suplimentar următorii coeficienți de calcul constanți :

$$A_{f3} = A_{15} A_{f1},$$

$$A_{p4} = A_{14}^2 A_{15} A_{p1},$$

$$A_{p5} = A_{14}^2 A_{p2},$$

$$A_{p6} = A_{14}^2 A_{p3},$$

$$A_{q4} = A_{14}^2 A_{15} A_{q1},$$

$$A_{q5} = A_{14}^5 A_{q2},$$

$$A_{q6} = A_{14}^5 A_{q3},$$

$$A_{q7} = A_{q6} + \frac{2}{3} F A_{q5}.$$

Coeficienții de calcul s-au afectat cu indici, care indică proveniența lor ; astfel indicele f afectează coeficienții de calcul cu implicații directe asupra costului fabricației, indicele p pierderile de putere activă, iar q pierderile de putere reactivă la funcționarea în gol a transformatorului.

Analiza expresiilor coeficienților de calcul E_i arată, de asemenea, că termenii ecuației $\frac{dC'_{et}}{dD} = 0$ de grad 12 și 13 sînt influențați doar de elemente care privesc fabricația, termenii de grad 10 și 11 de elemente care privesc fabricația și pierderile de putere activă, termenii de grad 6,7..., 9, negativi, de elemente care privesc pierderile de putere activă și reactivă, iar termenii de grad 0,1..., 5, de asemenea negativi doar de elemente referitoare la pierderile de putere reactivă.

Această observație poate servi la aprecierea calitativă a modului cum pot influența elementele de fabricație sau exploatare asupra optimului tehnico-economic. Astfel de exemplu, creșterea relativă a costului

materialelor active va conduce la un optimum reprezentat de un transformator caracterizată de diametre D relativ mici, înălțimi ale ferestrei H, relativ mari și inducții B mărite. În mod analog se poate urmări influența calitativă a oricărui alt parametru — în paragraful următor se va analiza în mod sistematic această problemă aducîndu-se precizări și de natură cantitativă.

4. INFLUENȚA DIFERITELOR ELEMENTE ASUPRA OPTIMULUI TEHNICO-ECONOMIC; EXEMPLE DE CALCUL

4.1. Metoda de determinare a optimului tehnico-economic, expusă în lucrare, s-a aplicat la analiza a două transformatoare de putere diferită : 315 kVA și 10 000 kVA la tensiuni de 20/04 kV, respectiv 35/6 kV. Prin aceasta s-a urmărit ilustrarea influenței variației diferitelor elemente și condiții de calcul asupra optimului tehnico-economic și stabilirea unor rezultate concrete care să permită comparația cantitativă între diferite soluții posibile.

În acest fel, la transformatorul de 315 kVA — pentru care s-a dispus de datele de calcul expuse în lucrarea [7] — considerat ca termen de comparație, s-a urmărit influența variației solicitărilor termice și a tensiunii de scurtcircuit. S-a analizat influența variației diferitelor elemente de calcul care pot să varieze de la o țară la alta — investiții și prețuri de cost specifice, cota de amortizare, timpul normat de recuperare a investițiilor capitale — sau de la o construcție la alta — materiale active utilizate, construcții adoptate etc. — sau în sfîrșit care pot să difere în raport cu modul de exploatare a sistemului energetic — coeficientul sarcinii medii ε, coeficientul de simultaneitate γ etc.

Datele de bază utilizate în calcule în diferitele variante sînt indicate în tabelul dat în anexă.

4.2. Optimul tehnico-economic s-a stabilit inițial la transformatorul de 315 kVA *), prin considerarea valorilor de calcul indicate în [7] — date în Anexă — și adoptarea : $u_{scr} = 6\,\%$, $\theta_{il} = 25°C$. La puterea și tensiunea transformatorului, date pentru coeficienții k_S, k_i, k_φ' și k_h s-au adoptat următoarele valori : $k_S = 1{,}04$; $k_i = 0{,}75$; $k_\varphi' = 0{,}60$; $k_h = 1{,}15$.

A rezultat soluția optimă caracterizată de următoarele valori ale variabilelor :

$F = 17$ cm ; $D = 15{,}80$ cm ; $H = 69{,}50$ cm ; $B = 1{,}44$ T ; $j = 145$ A/cm^2.

Abaterile rezultate ale coeficienților k_h și k_φ' față de valorile inițial adoptate sînt de $-6\,\%$, respectiv $+8\,\%$, produsul acestor 2 coeficienți — k_a — rămînînd practic constant.

Această variantă va fi considerată ca o variantă orientativă, optimul tehnico-economic, după cum se va vedea, rezultînd la o altă solicitare termică.

*) În continuare se va avea în vedere acest transformator.

4.3. Pentru determinarea optimului tehnico-economic la solicitări termice variabile s-au considerat toate celelalte date ale problemei neschimbate, variindu-se temperatura θ_{it} între 13 și 44°C.

Rezultatele de calcul stabilite sînt rezumate în tabela 1.

Tabela 1

θ_{it}	D	H	j	B	C_{ef}	C'_{ef}	Componente			C''_{ef}	Componente		
°C	cm	cm	A/cm²	T	u	u	C_{Fe}	C_{p0}	C_{Q0}	u	C_i	C_{psc}	C_{QS}
13,40	13,60	143	106	1,28	13.537	4 359	2 108	1 967	284	9 178	4 260	4 620	298
20	14,90	90	130	1,40	12.599	4 340	1 914	2 030	396	8 259	2 840	5 120	299
25	15,80	69,50	145	1,44	11.470	4 451	1 851	2 120	481	7 019	2 270	4 450	299
26,50	16	65	149	1,45	11.455	4 466	1 846	2 122	498	6 989	2 130	4 560	299
30	16,50	56,40	159	1,49	11.373	4 624	1 845	2 215	564	6 749	1 890	4 560	299
33	17	50	167	1,51	11.353	4 754	1 885	2 270	599	6 599	1 710	4 590	299
40,50	18	39,20	185	1,54	11.397	5 128	1 941	2 440	747	6 269	1 390	4 580	299
44	18,50	35,60	193	1,55	11.544	5 293	1 991	2 532	770	6 251	1 332	4 620	299

În tabela 1 sînt trecute valorile prețului de cost total C_{ef} precum și componentele sale: costul materialelor active — al fierului C_{Fe} și al înfășurărilor C_i —, al pierderilor de putere activă — la funcționarea în gol C_{p0} și în sarcină C_{psc} — al pierderilor de putere reactivă — la funcționarea în gol C_{Q0} și în sarcină C_{QS}, —; C''_{ef} reprezintă suma: $C_i + C_{psc} + C_{QS}$.

În figura 2 sînt indicate variațiile lui D, H, j, B, C_{ef} în funcție de θ_{it}.

Pe baza datelor din tabel se pot face următoarele observații:

a) Variațiile temperaturii θ_{it} influențează parametrii care definesc soluția tehnico-economică: H și j în limite largi, D, B, C_{ef} în limite relativ restrînse, creșterea solicitărilor termice conduce la transformatoare cu diametre lin crescătoare, cu înălțimi descrescătoare în limite largi și solicitări electromagnetice sporite.

b) Variații ale solicitărilor termice relativ largi conduce la variații relativ mici ale prețului de cost C_{ef}; există o plajă relativ largă de variație a temperaturii (de la cca 25°C ÷ 44°C) pentru care variațiile lui C_{ef} sînt foarte mici, de ordinul procentelor, deci din punct de vedere economic practic este indiferent care dintre soluții se alege în plaja amintită, soluția putîndu-se alege și pe baza unor considerații suplimentare — volumul uleiului, gabaritul cuvei etc.

c) Prețul de fabricație C_f, apreciat prin suma $C_{Fe} + C_i$ este în raport cu θ_{it}, o funcțiune continuu descrescătoare; la creșteri ale lui θ_{it} de la simplu la triplu, C_f descrește aproximativ de două ori.

d) Optimul tehnico-economic se obține la $\theta_{it} = 33$°C — această variantă se va considera ca variantă de bază pentru comparație — varianta respectivă fiind caracterizată de următoarele valori ale parametrilor constructivi:

$F = 17$ cm; $D = 17$ cm; $H = 50$ cm; $j = 167$ A/cm²; $B = 1{,}51$ T; $C_{ef} = 11\,353$ u; $p_{scn} = 5700$ w; $p_0 = 652$ w; $u_{scr} = 6\%$; $I_{0r} = 1{,}81\%$; $G_{Ae} = 123$ kg; $G_{Fe} = 503$ kg.

În acelaşi caz s-au efectuat calculele detaliate de proiectare în vederea verificării în amănunt a metodei.

e) Creşterea solicitărilor termice ale înfăşurărilor nu este însoţită întotdeauna de o descreştere a preţului de cost C_{ef}; în cazul de faţă la $\theta_{it} > 33°C$, creşterea temperaturii conduce la o uşoară creştere a lui C_{ef}.

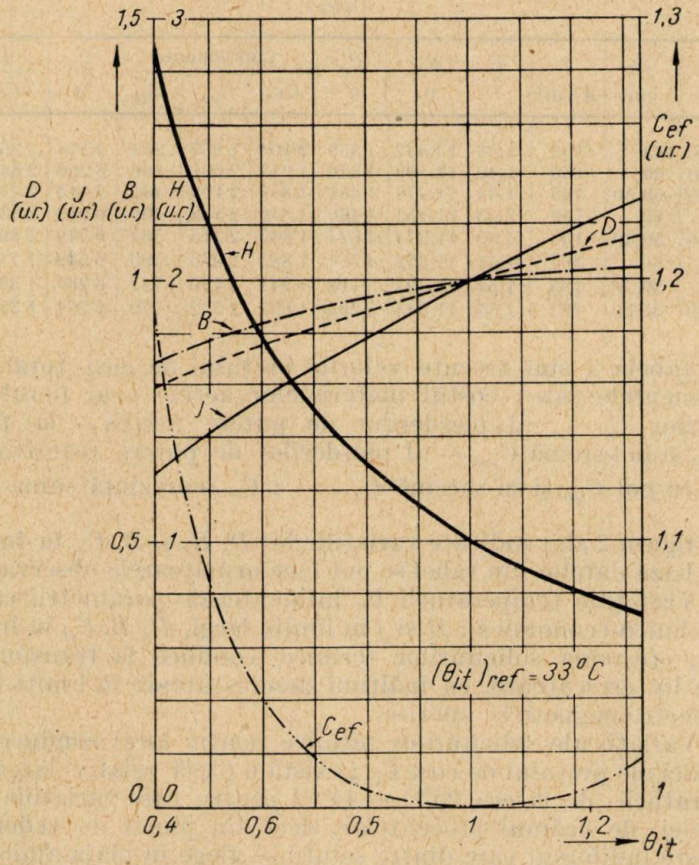


Fig. 2. — Variaţia lui D, j, B, H, C_{ef} în funcţie de θ_{it}

Dacă se urmăreşte legătura dintre solicitarea termică a înfăşurărilor, durata de viaţă a transformatorului şi economicitatea sa, se observă că dacă de exemplu se măreşte solicitarea termică cu 8°C, de la 25 la 33°C şi, conform legii lui Montsinger durata de viaţă se reduce la jumătate, avantajul economic obţinut este foarte mic, practic neglijabil — preţul de cost descreşte cu circa 1%; la aceleaşi variaţii ale temperaturii şi deci a duratei de viaţă preţul de fabricaţie descreşte însă cu circa 12%.

f) Analiza influenţei solicitării termice asupra optimului tehnico-economic prezintă mare importanţă practică pentru constructor şi exploatant, alegerea judicioasă a solicitărilor termice a diferitelor elemente

ale transformatorului, dimensionarea corespunzătoare a cuvei, alegerea graficului de sarcină și a regimului de exploatare etc. sînt probleme care pot fi corect rezolvate pe baza analizei acestui element.

4.4. Influența tensiunii de scurtcircuit — componența reactivă — asupra parametrilor care caracterizează optimul tehnico-economic este ilustrată prin datele din tabela 2.

Tabela 2

U_{scr} %	θ_{it} °C	j A/cm²	F cm	D cm	H cm	B T	C_{ef} u	Δu_{scr} %	ΔC_{ef} %
4	33	167	17	22	28	1,61	12.469	−33	+9,80
6	33	167	17	17	50	1,51	11.353	0	0
8	33	167	17	14,70	73,50	1,37	12.426	+33	+9,50

Pe baza datelor din tabela 2 se pot face următoarele observații:

a) Variația tensiunii de scurtcircuit influențează atît geometria cît și prețul de cost efectiv al transformatorului; la $u_{scr} = 6\%$, valoare recomandată de standarde, C_{ef} trece printr-un minim, ceea ce poate conduce la recomandarea acestei valori și pe baza analizei de față.

b) Studiul influenței variației lui u_{scr} asupra optimului tehnico-economic este recomandabil îndeosebi la valori crescătoare față de o valoare considerată minim admisibilă din punctul de vedere al rețelei; deoarece, după cum se cunoaște, constructorul are întotdeauna posibilitatea ca prin adoptarea unei construcții adecvate a înfășurărilor — de exemplu dispunerea biconcentrică — să readucă valoarea lui u_{scr} la valoarea dorită; în cazul de față după cum se observă însă creșterea relativă a lui u_{scr} conduce la creșterea importantă a cheltuielilor totale.

4.5. Pentru completarea analizei s-a analizat și modul cum influențează optimul tehnico-economic variația simultană a tensiunii de scurtcircuit și a solicitărilor termice; s-a stabilit că cele două mărimi — u_{scr} și θ_{it} — influențează în sensuri opuse coeficienții ecuației $\frac{dC'_{ef}}{dD} = 0$ cu ponderi apropiate. A rezultat că, în cazul în care se impune dintr-un motiv sau altul o creștere sau descreștere a lui u_{scr} prin variația corespunzătoare a lui θ_{it} — care poate fi variat în ambele sensuri prin schimbarea construcției înfășurărilor, varianta stabilită poate fi menținută în apropierea optimului.

4.6. Influența variației investițiilor specifice i_c și a echivalentului pierderilor (k_p) asupra parametrilor care definesc optimul tehnico-economic este reliefată în tabela 3.

Tabela 3

$A_i = i_c(1 + a_c T_{rin})$ u/w	$K_p + A_i$ u/w	$A_k + \xi K_p + \xi A_i$ u/VAR	θ_{it} °C	j A/cm²	F cm	D cm	ΔD %	H cm	ΔH %	B T	ΔB %	C_{efc} u	ΔC_{efc} %
2,18	1,3 +2,18	0,095+ +0,0039+0,0065	33	167	17	17	0	50	0	1,51	0	11 353	0
0	1,3 + 0	0,095+0,0039+0	33	167	17	16,20	4,70	52	+4	1,60	+6	11 475	+1,07

Pe baza rezultatelor obținute se pot face următoarele observații :

a) Variația largă a investițiilor specifice are o influență relativ mică asupra optimului tehnico-economic ; neglijarea investițiilor conduce la variații ale parametrilor de bază de ordinul procentelor C_{efc} și $\Delta\ C_{efc}$ s-a calculat la $A_i = 2{,}18\ u$/w însă la D, H, B, stabiliți la $A_i = 0$.

b) Deși variația largă a investițiilor nu influențează în mod practic parametrii care definesc soluția tehnico-economică optimă, ea are o importanță de prim ordin, cum este și normal asupra cheltuielilor totale C_{ef} ; C_{ef} la aceeași variație a lui A_i se micșorează cu circa 45 % — de la 11 475 la 6 438 u.

c) Întrucît în expresiile coeficienților de calcul echilvaentul pierderilor active K_p intervine sub aceeași formă ca și A_i, rezultă că influența sa sau a termenilor săi componenți — T, T_{rin}, c_e — asupra parametrilor ce definesc optimul, este analogă influenței lui A_i.

Aceste observații prezintă mare importanță pentru constructor și proiectant care în multe cazuri poate cunoaște doar orientativ valorile investițiilor specifice sau a echivalentului pierderilor active și cînd în condițiile arătate soluția stabilită se îndepărtează cu puțin față de soluția optimă reală.

4.7. În expresia prețului de cost (24) sau (41) cheltuielile corespunzătoare pierderilor de putere reactivă intervin cu o pondere relativ mică — de ordinul procentelor : valorile maxime reprezintă cca 10 % — ; de aceea s-a considerat a fi interesantă analiza influenței variației caracteristicilor magnetice ale tablei utilizate asupra soluției optime.

În cazul extrem, ideal, cînd q_{0m} și q_{0i} sînt nuli — termenii care conțin coeficienții de calcul Aq sînt nuli — ecuația $\dfrac{dC_{ef}}{dD} = 0$ devine o ecuație de gradul 7 în care ponderea termenilor negativi descrește simțitor, soluțiile rezultate sînt caracterizate de diametre mult micșorate cu înălțimi ale ferestrei și inducții ale miezului relativ mari. Soluția în acest caz se îndepărtează de optimul anterior stabilit (D = 15 cm ; H = 54,3 cm $B = 1{,}78\ T$; $C_{ef} = 11\,614\ u$).

Variații normale ale aceloraşi parametri — de la simplu la dublu de exemplu, — determină variații relativ mici ale optimului — de ordinul procentelor — ceea ce arată că aprecierea aproximativă a caracteristicilor tablei poate conduce la rezultate suficient de exacte.

4.8. Pentru a putea determina abaterile, care pot interveni în urma aprecierii grosiere a coeficienților de calcul k_s, k_i, k_φ', k_h, s-a procedat la recalcularea variantei optime adoptînd valorile rezultate în prima aproximație. S-a analizat de asemenea influența aceloraşi parametri prin varierea lățimii ferestrei transformatorului F. Rezultatele de calcul sînt indicate în tabelele 4 și 5.

Datele din tabela 4 arată că abaterile care intervin sînt de ordinul procentelor ($\leqslant 10\,\%$), aprecierea atentă inițială a parametrilor k_i , k_φ' , k_h conducînd la rezultate suficient de exacte.

Parametrii care caracterizează varianta optimă sînt puternic influențați de variația lui F doar în cazul unor valori extreme — de ordinul

Tabela 4

	θ_{it} °C	k_s	k_i	k'_φ	k_h	F cm	D cm	H cm	j A/cm²	B T	C_{ef} u
Valori adoptate în prima variantă	33	1,04	0,750	0,600	1,150	—	—	—	—	—	—
Valori rezultate	33	1,04	0,637	0,657	1,070	17	17	50	167	1,51	11 353
Valori adoptate în a 2-a variantă	33	1,04	0,635	0,65	1,070	—	—	—	—	—	—
Valori rezultate	33	1,04	0,635	0,65	1,077	17	16,3	55	180	1,50	11 725

Tabela 5

F cm	θ_{it} °C	k'_φ	k_h	D cm	H cm	B T	j A/cm²	C_{ef} u	Observații
11	33	0,50	1,01	17	237	$>0,655$	288	**$\geqslant$11.353**	**Variantă inacceptabilă din p.d.v. tehnic**
17	33	0,65	1,08	17	50	1,51	167	11.353	
20	33	0,67	1,11	18,10	40,70	1,58	154,50	11.663	

a 10 cm — ale lățimii ferestrei transformatorului; la o variație a lui F însă de circa +20% abaterile celorlalți parametri sînt — cu excepția lui H, relativ mici de ordinul procentelor.

4.9. Pentru a reliefa influența condițiilor specifice unei țări în raport cu altă țară asupra optimului tehnico-economic s-a calculat transformatorul de 315 kVA în condiții medii din R.P.R. și în condițiile indicate în literatură [7]. Datele considerate, valabile pentru R.P.R., sînt indicate în anexă la rubrica valori medii.

Pentru a face comparația cît mai concludentă elementele care au putut fi păstrate constante s-au considerat identice în cele două variante; în același scop cheltuielile totale C_{ef} în ambele variante s-au determinat cu valorile specifice în R.P.R.

Rezultatele de calcul sînt redate în tabela 6.

Întrucît la variații relativ largi ale diametrului și coeficienții A_i constanți, prețul de cost C_{ef} variază în limite relativ strînse, s-a analizat și acest aspect al problemei; rezultatele de calcul sînt indicate în tabela 7.

Rezultatele obținute permit sublinierea următoarelor observații:

a) La putere, tensiune de scurtcircuit și solicitări termice constante, transformatoarele calculate în condițiile R.P.R. față de condițiile din altă țară diferă numai în privința caracteristicilor determinate de miezul feromagnetic; în cazul în care raportul dintre prețul de cost al fierului și al pierderilor de energie activă și reactivă sînt apropiate, transformatoarele nu vor diferi nici din acest punct de vedere.

Tabela

	u_{scr} %	k'_{φ}	k_i	k_h	θ_{it} °C	F cm	j A/cm²	D cm
Varianta în condițiile din [7]	6	0,60	0,75	1,15	33	17	167	17
Varianta în condițiile din R.P.R	6	0,60	0,75	1,15	33	17	167	16,5

Tabela 7

D cm	13,6	14,9	15,8	15,8	16	16,5	17	18	18,5
B T	2,04	1,83	1,66	1,65	1,62	1,56	1,50	1,39	1,35
H cm	58,00	54,60	52,60	52,50	52,20	51,20	50,20	48,30	47,40
C_{ef} u	30 430	28 060	27 490	27 450	27 360	27 225	27 330	27 700	28 030

b) În cazul în care raportul amintit este diferit, parametrii care definesc optimul tehnico-economic vor diferi de asemenea; se remarcă însă o plajă relativ largă a variațiilor diametrului pentru care prețul de cost C_{ef} variază în limite foarte strînse — de exemplu la: $D = (15{,}8-18)$ cm; $B = (1{,}66-1{,}39)$ T și $H = (52-48)$ cm variațiile lui C_{ef} față de varianta optimă (obținută la $D = 16{,}5$ cm; $B = 1{,}56$ T; $H = 51{,}2$ cm) sînt sub 2%; libertatea în privința alegerii diametrului miezului prezintă importanță din punctul de vedere al încadrării sale în valorile standardizate.

c) Stabilirea unor soluții apropiate, în condiții diferite caracteristice fiecărei țări, indică posibilitatea avută de constructor de a determina suficient de corect soluția optimă chiar în cazul cînd are la dispoziție pentru calcul doar valori medii, aproximative, ale elementelor caracteristice.

4.10. Optimul tehnico-economic la transformatorul de 315 kVA s-a determinat și în cazul echipării sale cu înfășurări din cupru. Transformatoarele în acest caz rezultă cu diametre și inducții mai mari și cu înălțimi ale ferestrei H cu mult mai mici. Soluția optimă stabilită s-a comparat cu soluția determinată în cazul înfășurărilor din aluminiu. Rezultatele, pentru comparație, sînt redate în tabela 8.

Tabela

	P_n kVA	u_{scr} %	θ_{it} °C	F cm	D cm	H cm	B T	j A/cm²
Varianta Cu	315	6	33	17	20	22,20	1,71	235
Varianta Al	315	6	33	17	16,5	51,20	1,56	167

6

H cm	B T	p_{scn} w	p_0 w	I_{or} %	G_{Ae} kg	G_{Fe} kg	C'_{ef} u	C''_{ef} u	C_{ef} u
50	1,51	5 700	652	2,07	123	503	27 330	28 830	56 160
51,20	1,56	5 700	663	2,37	123	470	27 225	28 830	56 085

În cazul analizat transformatorul cu înfăşurări din cupru, la aceleaşi caracteristici funcţionale, deşi de gabarit mai redus, este mai greu (cu circa 30%) şi mai scump (cu circa 9%); creşterea preţului de cost este datorită creşterii costului materialelor active şi a pierderilor de putere activă şi reactivă la funcţionarea în gol.

Transformatorul realizat cu înfăşurări din cupru este însă caracterizat de pierderi la scurtcircuit în condiţii nominale cu mult mai mici; această observaţie prezintă mare importanţă deoarece în cazul unui coeficient al sarcinii medii ε relativ mare — de exemplu 0,3 faţă de 0,15 adoptat — transformatorul cu înfăşurări din cupru devine mai avantajos din punctul de vedere al cheltuielilor totale C_{ef} — cu circa 7%; valorile lui C'_{ef} şi C''_{ef} în acest caz sînt indicate în tabela 8 sub valorile determinate la $\varepsilon = 0{,}15$.

De aici rezultă necesitatea stabilirii cît mai exacte a lui pentru transformatoarele care funcţionează în condiţiile din R.P.R., transformatoarele realizate cu înfăşurări din aluminiu putînd fi mai economice doar la valori relativ mici ale lui ε.

4.11. Pentru a avea un termen de comparaţie suplimentar, metoda s-a aplicat şi la calculul unui transformator de mare putere $P_n = 10\,000$ kVA cu tensiuni 35/6,3 kV, $u_{sc} = 7\%$, echipat cu înfăşurări din aluminiu. Datele de calcul adoptate sînt indicate în tabela din anexă.

La $\theta_{it} = 33°C$ optimul este caracterizat de următoarele valori ale parametrilor de bază:
$j = 155$ A/cm^2; $B = 1{,}70$ T; $F = 38$ cm; $D = 46$ cm; $H = 105$ cm; $C_{ef} = 560{,}7.10^3$ (u).

La abateri sub 1% ale lui C_{ef} transformatorul poate fi realizat şi la $j = 155$ A/cm^2; $B = 1{,}65$ T; $F = 38$ cm; $D = 47$ cm; $H = 103{,}50$ cm; $C_{ef} = 563{,}2.10^3$ (u).

Calculul de detaliu al transformatorului a arătat posibilitatea reducerii solicitării termice θ_{it} la valorile uzuale din practică.

8

G_{Fe} kg	G_i kg	p_{scn} w	p_0 w	I_{or} %	C'_{ef} u	C''_{ef} u	C_{ef} u
561	211	2 310	915	4,55	37020/37020	24060/33320	61080/70340
470	123	5 700	663	2,37	27225/27225	28830/50160	56085/77385

ANEXĂ

Nr. crt.	Simbol	U/M	Valori recomandate				Observaţii
			P_n = 315 kVA; 20/0,4 kV			P_n = 10 000 kVA 35/6 kV	
			[7] Al	Valori medii			
				Al	Cu	Al	
1	a_{20}	cm	0,5	0,5↓→	idem	2	
2	a_{11}	cm	1,5	1,5	„	1,8	
3	a_{12}	cm	1,3	1,3	„	1,9	
4	h	cm	2	2	„	6,5	
5	m_c	—	1	1	„	3	
6	n_i	—	7	7	„	7	
7	γ_{Fe}	kg/cm³	$7{,}6.10^{-3}$	$7{,}6.10^{-3}$	„	$7{,}6.10^{-3}$	
8	γ_i	kg/cm³	$2{,}7.10^{-3}$	$2{,}7.10^{-3}$	$8{,}9.10^{-3}$	$2{,}7.10^{-3}$	
9	ρ_i	Ω cm	$4{,}34.10^{-6}$	$4{,}34.10^{-6}$	$2{,}17.10^{-6}$	$4{,}34.10^{-6}$	
10	σ_{Fe}	W/kg	0,5	0,6↓→	idem	0,6	la B = 1T şi f = 50 Hz
11	ξ	W/VAR	3.10^{-3}	3.10^{-3}	„	3.10^{-3}	la B = 1,65 T
12	q_{0m}	VAR/kg	12	15	„	15	la B = 1,65 T
13	q_{0i}	VAR/cm²	3,2	3,2	„	3,2	
14	r	—	1,1	1,1	„	1,1	
15	k_{Fe}	—	$\frac{\pi}{4}$ 0,86	$\frac{\pi}{4}$ 0,86	„	$\frac{\pi}{4}$ 0,82	
16	k_c	—	1,25	1,25	„	1,15	
17	k_{sc}	—	0,97	0,97	„	0,89	
18	k_σ	—	1	1	„	1	
19	λ_{med}	w/cm°C	5.10^{-3}	5.10^{-3}	„	5.10^{-3}	
20	k_w	—	0,8	0,8	„	0,8	
21	T	ore/an	8 700	8 700	„	8 700	
22	τ_m	ore/an	3 000	3 000	„	3 600	
23	ε	—	0,15	0,15	„	0,265	
24	γ	—	0,8	0,7	„	0,7	
25	e_{Fe}	u/kg	3,2	15,5	„	15,5	s-a aproximat şi manopera
26	c_i	u/kg	11,4	39	47	47	s-a aproximat şi manopera
27	c_e	u/wh	$0{,}03.10^{-3}$	$0{,}15.10^{-3}$↓→	idem	$0{,}15.10^{-3}$	
28	c_k	u/VAR	0,08	0,2	„	0,2	
29	i_c	u/w	1,865	5	„	5	
30	T_{rin}	ani	5	10	„	10	
31	a_T	%	3,4	5	„	5	
32	a_c	%	3,4	5	„	5	
33	a_k	%	3,4	5	„	5	

5. CONCLUZII

5.1. În lucrare s-a expus o metodă obiectivă de determinare a optimului tehnico-economic prin considerarea în mod unitar a condiţiilor tehnice şi de exploatare a transformatoarelor de putere; din punct de vedere principial metoda este analogă metodei elaborate în cadrul lucrării [10].

5.2. Metoda, formulată matematic, poate fi utilizată la proiectarea transformatoarelor de putere prin utilizarea maşinilor de calcul sau ma-

nual; în ultimul caz, după o prealabilă pregătire, calculul parametrilor de bază la un transformator dat poate dura cîteva ore.

5.3. Metoda este riguroasă şi poate fi aplicată cu rezultate suficient de exacte chiar în cazul cînd se cunosc în mod aproximativ unele elemente care caracterizează construcţia şi exploatarea transformatorului; soluţia determinată se va apropia de optimul real, însă cu atît mai mult, cu cît se va cunoaşte mai în detaliu şi mai exact condiţiile de realizare şi exploatare ale transformatorului.

5.4. Erorile care pot interveni în calcule, de obicei mici, de ordinul procentelor sînt erori de metodă — expresiile de calcul adoptate — sau erori care pot interveni în urma cunoaşterii grosiere a unor elemente ce intervin la determinarea optimului tehnico-economic.

5.5. Pentru proiectarea completă, de detaliu, a transformatorului este necesar ca metoda expusă în lucrare să fie coroborată cu metodica de proiectare clasică expusă în literatura de specialitate.

5.6. Concluzii cu caracter general privitoare la observaţiile făcute în paragraful 4 al lucrării se pot stabili în urma calculului mai multor transformatoare diferite ca putere şi caracteristici tehnice.

РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ОПТИМУМА ПРИ КОНСТРУКЦИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

РЕЗЮМЕ

В работе излагается метод расчета технико-экономического оптимума путем единого учета технических и эксплуатационных условий силовых трансформаторов; метод допускает объективное определение основных параметров силового трансформатора, обеспечивающих оптимальное решение для конструктора и эксплуатационника.

Математическая формулировка вопроса допускает расчет оптимального решения непосредственно или при помощи счетно-решающих машин; строгий с математической точки зрения метод дает возможность определения с достаточной точностью оптимума даже в случае, если проектировщику известны только приблизительные средние значения, характеризующие конструкцию и эксплуатацию трансформатора.

Рассматриваемые в работе примеры расчета иллюстрируют метод расчета и дают возможность выводов количественного характера, касающихся влияния различных расчетных элементов на технико-экономический оптимум.

BIBLIOGRAFIE

1. М. Видмар, *Экономические законы проектированя электрических машин*. G.O.N.T.I., 1930.
2. И. Булганов, *Расчет трансформаторов*. G.E.I., 1950.
3. М. Постников, *Выбор оптимальных размерор в электрических машинах* G.E.I., 1951.
4. P. Laurent, *Considérations sur le dimensionnement optimum économique des transformateurs de distribution publique*. Bull. Soc. Fr. Electr., *9* (1955).

5. М. Тихомиров, *Рациочалный выбор основных размеров в трансформаторе*, Труды М.Е.І., **XVI**, (1956).
6. Г. Грудински, *Об учете нагрузочной способности при выборе трансформаторов*. Електрический станций, *3* (1957).
7. I. Popov. *Die Bestimmung der grundsätzlichen Parametern bei einer Serie von Leistungstransformatoren*. Wiss. Zt. d. Hf. E. Ilmenau, *5*, *2/3* (1959).
8. I. Kreuzer. *Transformatorenberechnung Weiz, Sonderdruck aus Elin-Zeitschrift*. Jahrgang, **XII**, *2*, Juni (1960).
9. М. Постников *Экономические потери и размеры электромашин и трансформаторов*. Электричество, *9* (1961).
10. C. Apetrei. *Determinarea soluției tehnico-economice optime la proiectarea mașinilor electrice*. St. cerc. energ. Seria A, *1* (1962).
11. I. Popov. *Echauffement et durée de vie des transformateurs*. CIGRE, Rapport *101*, 1962.
12. M. Tihomirov. *Calculul transformatoarelor*, E.E.S., 1955.

SISTEME DE REFERINȚĂ UTILIZATE ÎN TEORIA SISTEMELOR ELECTRICE TRIFAZATE

DE

C. V. BĂLĂ

1. INTRODUCERE

Studiul regimurilor tranzitorii ale sistemelor electrice trifazate — cum sînt mașinile sincrone excitate în curent continuu, mașinile asincrone de inducție, mașinile sincrone și asincrone cu dublă alimentare, rețelele electrice trifazate etc. — este mai comod să se facă alegînd alte sisteme de referință preferențiale, deosebite de sistemul coordonatelor fazelor în care se scriu uzual ecuațiile tensiunilor. Această problemă, apare ca urmare a faptului că, în general, cînd se neglijează neliniaritatea caracteristicii de magnetizare, descrierea fenomenelor pentru oricare regim de sarcină se poate face pornind de la parametrii circuitelor electrice raportate după cele două axe principale ale rotorului; în plus, la regimurile de scurtcircuit survenite la bornele generatoarelor, dispare sarcina mașinii, unghiul intern este nul și fenomenele principale se produc după axele polilor principali inductori. De asemenea, la sistemele electrice trifazate conectate în stea și avînd neutrul izolat, sau conectate în triunghi, suma curenților și respectiv a tensiunilor este nulă. Se poate reduce astfel numărul necunoscutelor care trebuie determinate din ecuațiile tensiunilor și cuplurilor, scrise corespunzător regimului de funcționare.

Alegerea sistemului de coordonate în raport cu care să se studieze fenomenele, formează obiectul multor lucrări apărute în ultima jumătate de secol care tratează în deosebi despre regimurile tranzitorii ale mașinii sincrone. Rezolvarea problemei, care să fie sistemul de coordonate nou ales, a pornit de la prezentarea cazului particular al mașinii sincrone.

La transfigurarea unui sistem trifazat de curenți sau tensiuni, într-unul bifazat plus o componentă homopolară, s-a pornit de la compunerea solenațiilor și fluxurilor înfășurărilor fazelor din sistemul de coordonate al fazelor a, b, c, în mărimi rezultante corespunzătoare cîmpului magnetic

învîrtitor; apoi aceste mărimi rezultante sînt raportate la un sistem difazat (d,q,o). În cazul particular al mașinii sincrone excitate în curent continuu, mărimile rezultante fixe (în regim staționar) față de stator se proiectează după cele două axe principale ale rotorului.

Sistemul d, q. o, aplicat frecvent în teoria mașinilor de curent alternativ este în strînsă dependență de cîmpul magnetic învîrtitor care se produce în aceste mașini. Astfel adoptînd ipotezele utilizate curent în teoria mașinii sincrone ideale, fundamentala tensiunii magnetice produsă de curentul i_a prin faza a, este

$$f_{a\vartheta_s} = \frac{i_a w}{2p} \frac{4}{\pi} k_w \cos \vartheta_s, \tag{1}$$

unde $\vartheta_s = \frac{\pi}{\tau} x_s$,

x_s fiind coordonata de-a lungul periferiei mașinii considerată din axa înfășurării a (vezi fig. 1) iar τ — pasul polar;

w — numărul de spire pe fază;

k_w — factorul de înfășurare.

Tensiunea magnetică rezultantă se obține prin compunerea celor trei tensiuni magnetice ale fazelor:

$$f_{\vartheta s} = f_{a\vartheta s} + f_{b\vartheta s} + f_{c\vartheta s} =$$

$$= \frac{w}{2p} \frac{\pi}{k} k_w \left[i_a \cos \vartheta_s + i_b \cos\left(\vartheta_s - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\vartheta_s + \frac{2\pi}{\pi}\right)\right], \tag{2}$$

în care i_b și i_c sînt curenții prin fazele b respectiv c.

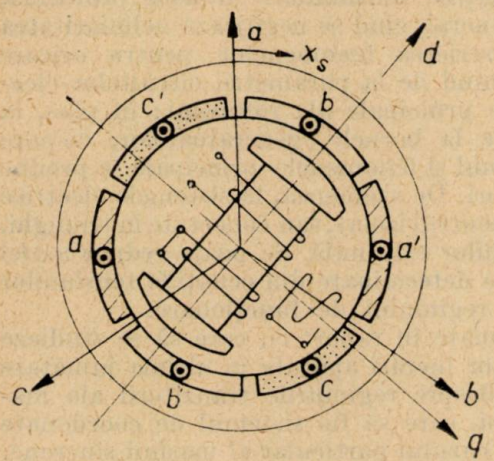


Fig. 1. — Sistemul de axe a, b, c și sistemul d, q, o în teoria mașinii sincrone.

Notînd cu ϑ unghiul dintre axa fazei a și axa polului inductor, iar cu ϑ_r — unghiul intern la o mașină sincronă, în sistemul de coordonate fix față de rotor în care $\vartheta_r + \vartheta = \vartheta_s$, tensiunea magnetică are expresia

$$f_{\vartheta r} = \frac{w}{2p}\,\frac{4}{\pi}\,k_w\left\{\left[i_a\cos\vartheta + i_b\cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c\cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right)\right]\cos\vartheta_r - \right.$$

$$\left. - \left[i_a\sin\vartheta + i_b\sin\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c\sin\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right)\right]\sin\vartheta_r = \right. \tag{3}$$

$$= f_d\cos\vartheta_r + f_q\sin\vartheta_r,$$

în care

$$f_d = \frac{w}{2p}\,\frac{4}{\pi}\,k_w\left[i_a\cos\vartheta + i_b\cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_e\cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right)\right], \tag{4}$$

$$f_q = \frac{w}{2p}\,\frac{4}{\pi}\,k_w\left[i_a\sin\vartheta + i_b\sin\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right)i_c + \sin\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right)\right], \tag{5}$$

sînt tensiunile magnetice rezultante după cele două axe principale d și q, ale rotorului. Park [1] a notat sumele curenților din relațiile 4 și 5 cu i_d respectiv i_q, introducînd astfel relațiile de transformarea mărimilor din sistemele a, b, c în sistemul d, q, o ales fix față de cîmpul magnetic învîrtitor.

Rezolvarea pe această cale a problemei prezentată de Park și reluată în numeroase lucrări a condus la anumite inconveniente : prin adoptarea unor relații de transformare rezultate din compunerea fluxurilor și solenațiilor trifazate în fluxuri și solenații rezultante și apoi prin proiectarea lor după cele două axe, expresia puterii electromagnetice nu mai rămîne invariantă ; apare un factor numeric, a cărui valoare este funcție de transformările alese. Diferiți autori au rezolvat această nepotrivire în moduri diferite, fie prin modificarea curentului din rotor [1], fie prin schimbarea inductanțelor mutuale dintre rotor și stator [2], ; ulterior pentru cazul particular al transformării Park, s-au dedus și relații de transformare pornindu-se de la invarianța puterii [3], [9].

Introducerea sistemului de coordonate complexe în teoria sistemelor trifazate este prezentată ținîndu-se seama de invarianța puterii.

În lucrarea de față se examinează în mod unitar, în spațiu euclidian, alegerea corectă a noilor sisteme de coordonate în teoria sistemelor electrice trifazate, pornindu-se de la invarianța puterii.

2. SISTEME DE REFERINȚĂ REALE INVARIANTE PENTRU PUTEREA ELECTRICĂ

La schimbarea sistemului de referință, matricea de transformare se determină din condiția de a rezulta expresii ale puterilor transformate respectiv ale cuplului electromagnetic, identice cu cele stabilite direct în cazul considerării circuitelor electrice echivalente din noul sistem.

La transformarea mărimilor de fază (tensiuni, curenți, fluxuri și solenații) dintr-un sistem de coordonate al fazelor într-un alt sistem de referință în spațiu euclidian, se aplică aceleași relații de transformare,

indiferent de mărimea transformată. Clasificarea mărimilor electrice ale sistemelor electrice trifazate în mărimi covariante și contravariante propusă de G. Kron, are sens numai în spații neeuclidiene [4], [5]. Pentru compararea între ele a mărimilor diferitelor sisteme de circuite, se poate recurge ulterior la o raportare a acestor mărimi în funcție de numărul de spire al înfășurării, în mod asemănător ca în cazul transformatoarelor.

Fie (a, b, c) sistemul de axe de coordonate trifazate și fie (d, q, o) sistemul de axe de coordonate difazate plus axa de coordonate homopolare. Notînd cu $\boldsymbol{u}_t$ și $\boldsymbol{i}_t$ matricele tensiunilor și curenților în sistemul trifazat, cu $\boldsymbol{u}_d$ și $\boldsymbol{i}_d$ matricele tensiunilor și curenților în sistem difazat, iar cu $\boldsymbol{c}$ matricea de transformarea unor mărimi electrice (tensiuni, curenți, fluxuri sau solenații) din sistemul trifazat în mărimi din sistemul difazat, se poate scrie

$$\boldsymbol{u}_t = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{u}_d, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{i}_t = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{i}_d, \tag{7}$$

în care

$$\boldsymbol{c} = \begin{array}{c|ccc} & d & q & o \\ \hline a & c_{ad} & c_{aq} & c_{a0} \\ b & c_{bd} & c_{bq} & c_{b0} \\ c & c_{cd} & c_{cq} & c_{c0} \end{array},$$

iar

$$\boldsymbol{u}_t = \begin{vmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{vmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_d = \begin{vmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{vmatrix}, \quad \boldsymbol{i}_t = \begin{vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix}, \quad \boldsymbol{i}_d = \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix};$$

expresia puterii în sistemul de coordonate al fazelor este

$$p = (\boldsymbol{u}_t)_t \cdot \boldsymbol{i}_t = \begin{vmatrix} u_a & u_b & u_c \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c. \tag{8}$$

Înlocuind în această relație pe $\boldsymbol{u}_t$ și $\boldsymbol{i}_t$ rezultă

$$p = (\boldsymbol{u}_d)_t \cdot (\boldsymbol{c})_t \cdot \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{i}_d, \tag{9}$$

în care

$$(\boldsymbol{c})_t = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline d & c_{ad} & c_{bd} & c_{cd} \\ q & c_{aq} & c_{bq} & c_{cq} \\ o & c_{ao} & c_{bo} & c_{co} \end{array}.$$

Expresia puterii în sistemul de coordonate, d, q, o este

$$p = (u_d)_t \cdot i_d \tag{10}$$

Din condiția invarianței puterii rezultă

$$(c)_t \cdot c = 1. \tag{11}$$

Din ecuația (11) rezultă următoarele 6 ecuații :

$$\begin{aligned} &c_{ad}^2 + c_{bd}^2 + c_{cd}^2 = 1, \quad c_{ad}\,c_{aq} + c_{bd}\,c_{bq} + c_{cd}\,c_{cq} = 0, \\ &c_{aq}^2 + c_{bq}^2 + c_{bq}^2 = 1, \quad c_{aq}\,c_{a0} + c_{bq}\,c_{b0} + c_{cq}\,c_{c0} = 0, \\ &c_{a0}^2 + c_{b0}^2 + c_{c0}^2 = 1, \quad c_{a0}\,c_{ad} + c_{b0}\,c_{bd} + c_{c0}\,c_{cd} = 0, \end{aligned} \tag{12, a, b, c, d, e, f}$$

cu 9 necunoscute : c_{ad}, c_{aq}, c_{a0}, c_{bd}, c_{bq}, c_{b0}, c_{cd}, c_{cq}, c_{c0} ; prin urmare grupul de sisteme de referință analizat prezintă 3 grade de libertate.

Matricile c constante în raport cu operatorii din matricea impedanței și care îndeplinesc relația 11 au următoarea proprietate remarcabilă : matricea impedanței unei mașini electrice este nesimetrică în general ; prin schimbarea sistemului de referință, matricea impedanței se simetrizează.

Mai întîi, ecuația (11) poate fi scrisă și astfel

$$(c)_t = c^{-1}. \tag{13}$$

Ecuațiile tensiunilor scrise în sistemul de coordonate al fazelor sînt

$$\left|\begin{array}{c} u_s \\ \hline u_r \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c} z_{ss} & z_{sr} \\ \hline z_{rs} & z_{rr} \end{array}\right| \times \left|\begin{array}{c} i_s \\ \hline i_r \end{array}\right| \tag{14}$$

în care indicele s caracterizează mărimile din stator, iar indicele r, mărimile din rotor. În mașina sincronă cu polii aparenți, se obține

$$z_{rs} = (z_{sr})_t. \tag{15}$$

Efectuînd transformările (6) și (7) pentru mărimile din stator cu condiția invarianței puterii, — matricea c îndeplinește relația (13), — ecuația matricială (14) devine

$$\left|\begin{array}{c} u'_s \\ \hline u_r \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c} c^{-1} z_{ss}\, c & c^{-1} z_{sr} \\ \hline z_{rs}\, c & z_{rr} \end{array}\right| \times \left|\begin{array}{c} i'_s \\ \hline i_r \end{array}\right| \tag{16}$$

În cazul în care matricea c este constantă față de operatorii din matricea z se poate scrie

$$c^{-1} \cdot z_{sr} = (c)_t\,(z_{rs})_t = z_{rs} \cdot c, \tag{17}$$

și prin urmare, prin transformarea efectuată de matricea c, care satisface ecuația (11) se simetrizează impedanța z.

— *Cazuri particulare*

a. *Grupul de transformări, caracterizat printr-un sistem de axe de referință în mișcarea de rotație cu o viteză unghiulară oarecare față de sistemul de coordonate al fazelor. Transformarea Park.* Dacă se ia spre exemplu

$$c_{a0} = c_{b0} = c_{c0}, \tag{18, a, b}$$

atunci din ecuația (12 c) rezultă

$$c_{a0} = c_{b0} = c_{c0} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \tag{18, a, b, c}$$

iar pentru celelalte 6 necunoscute c_{ad}, c_{bd}, c_{cd}, c_{aq}, c_{bq}, c_{cq}, rămîn 5 ecuații

$$\begin{aligned} c_{ad}^2 + c_{bd}^2 + c_{cd}^2 &= 1, \\ c_{aq}^2 + c_{bq}^2 + c_{cq}^2 &= 1, \\ c_{ad}\, c_{aq} + c_{bd}\, c_{bq} + c_{cd}\, c_{cq} &= 0, \\ c_{ad} + c_{bd} + c_{cq} &= 0, \\ c_{aq} + c_{bq} + c_{cq} &= 0. \end{aligned} \tag{19}$$

Acest sistem de 5 ecuații cu 6 necunoscute (amintite mai sus), are un grad de libertate și reprezintă un grup de transformări, sistemul d,q,o, putînd avea de exemplu o mișcare de rotație în jurul originii axelor de coordonate.

Acest grup de transformări are următorii termeni ai matricei

$$\begin{aligned} c_{ad} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \vartheta, \quad c_{bd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right), \quad c_{cd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right), \\ c_{aq} &= -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin \vartheta, \quad c_{bq} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right), \quad c_{cq} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \sin\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right), \end{aligned} \tag{20}$$

unghiul ϑ fiind o variabilă independentă.

O asemenea transformare a fost utilizată de Concordia [9], Laible și Linville [2], [3], luînd $\vartheta = \omega t$ = unghiul axei cîmpului magnetic învîrtitor față de stator și rezultînd prin urmare un sistem fix față de rotor.

Matricile de transformare care se obțin au expresia

$$C = \begin{array}{c|ccc} & d & q & o \\ \hline a & \sqrt{\frac{3}{2}}\cos\vartheta & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\vartheta & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \hline b & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\left(\vartheta-\frac{2\pi}{3}\right) & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\left(\vartheta+\frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \hline c & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\left(\vartheta+\frac{2\pi}{3}\right) & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\left(\vartheta-\frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array}, \qquad (21\,a, b)$$

$$C^{-1} = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline d & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\vartheta & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\left(\vartheta-\frac{2\pi}{3}\right) & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\left(\vartheta+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \hline q & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\vartheta & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\left(\vartheta-\frac{2\pi}{3}\right) & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\left(\vartheta+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \hline o & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array}$$

Sistemul de ecuații (19) este simetric în a, b, c, respectiv d și q; prin urmare se pot interverti soluțiile de indice d, cu cele de indice q, obținîndu-se astfel o altă matrice de transformare. De asemenea, în fața radicalului din sistemul (18) se poate lua semnul (—) și rezultă în acest caz o altă matrice de transformare. Aceste transformări, nu sînt identice în ceea ce privește interpretarea fizică, însă sînt echivalente din punctul

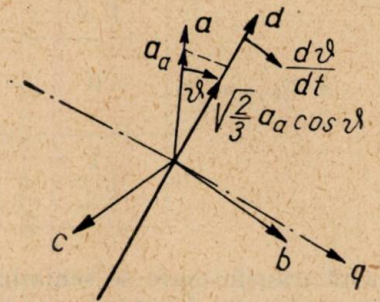


Fig. 2. — Raportarea mărimilor la sistemul d, q, o în mașina sincronă.

de vedere al comodității care se obține la rezolvarea ecuațiilor mașinilor electrice.

Interpretarea geometrică a transformării de mai sus, constă în proiectarea vectorilor complecși ai mărimilor electrice (tensiuni, curenți)

dintre faze de modul egal cu valoarea efectivă a mărimii considerate, din sistemul de coordonate al fazelor, în noul sistem de referință care se rotește cu viteza unghiulară $\frac{d\vartheta}{dt}$ față de primul.

Valorile instantanee ale mărimilor proiectate pe axele d și q se înmulțesc cu $\sqrt{\frac{2}{3}}$, iar cele proiectate după axa 0, cu $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Comparînd ecuațiile (21) cu cele care rezultă din transformările indicate de ecuațiile (4) și (5), se observă că transformarea Park, diferă de cea de mai sus prin factorul $\sqrt{\frac{2}{3}}$, în ceea ce privește axele d și q.

b. *Sistemul de axe fix față de stator. Transformarea Clarke.* Un caz particular al transformării precedente, rezultă pentru $\vartheta = 0$; matricea de transformare (20) devine :

$$C|_{\vartheta=0} = \begin{array}{c|ccc} & d_s & q_s & o_s \\ \hline a & \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ b & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ c & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array}, \tag{22}$$

$$C^{-1}|_{\vartheta=0} = \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline d_s & \sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ q_s & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ o_s & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array}; \tag{23}$$

prin această transformare se schimbă sistemul de coordonate al fazelor cu un sistem de coordonate d_s, q_s și o_s fix față de stator; un sistem fix fată de stator a fost propus de Clarke (sistemul de coordonate α, β, 0) însă spre deosebire de transformarea indicată mai sus, transformarea de bază de la care a pornit Clarke, este transformarea Park, considerată pentru $\vartheta = 0$.

3. SISTEME DE REFERINȚĂ COMPLEXE

În studiul sistemelor trifazate nesimetrice, introducerea sistemului de referință al componentelor simetrice prezintă avantaje remarcabile întrucît conduce la simetrizarea matricei impedanțelor și transformarea sistemului trifazat nesimetric, cu cuplaje electromagnetice între faze într-un sistem simetric, fără cuplaje mutuale între circuitele echivalente din noul sistem. Sistemul de componente simetrice introdus de Fortesque [4] și examinat în lucrările [6], [7], [8] se poate defini pornind de la invarianța expresiei puterii electrice a sistemului trifazat.

Dacă $\boldsymbol{u}$ și $\boldsymbol{i}$ sînt matricile tensiunilor și curenților în sistemul de componente simetrice, iar $\mathbf{S}$ (cu notația după [6]) este matricea de transformare de la sistemul de componente simetrice la sistemul de coordonate al fazelor, se poate scrie

$$\boldsymbol{u}_t = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{u}_s, \quad \boldsymbol{i}_t = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{i}_s \tag{24, 25}$$

și rezultă matricea impedanței

$$\boldsymbol{z}_s = \boldsymbol{S}^{-1} \cdot \boldsymbol{z}_t \cdot \boldsymbol{S}, \tag{26}$$

în care indicele t se referă la mărimile exprimate în sistemul de coordonate ale fazelor, iar indicele s la mărimile exprimate în sistemul de componente simetrice.

Expresia puterii în sistemul de componente simetrice este

$$p_s = (\boldsymbol{u}_s)_t^{\cdot} \cdot \boldsymbol{i}_s, \tag{27}$$

în care asteriscul (*) indică conjugata mărimii complexe, iar indicele t la paranteză indică transpusa matricii din paranteză.

Înlocuind în expresia puterii pe $\boldsymbol{u}_s$ și $\boldsymbol{i}_s$ cu expresiile care rezultă din (24) și (25), se obține

$$p_s = (\boldsymbol{u}_s)_t^* \cdot (\boldsymbol{S})_t^* \cdot \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{i}. \tag{28}$$

Din condiția invarianței puterii (vezi relațiile (27) și (28)), se deduce ecuația

$$(\boldsymbol{S})_t^* \cdot \boldsymbol{S} = 1. \tag{29}$$

După înlocuirea matricii $\boldsymbol{S}$ în forma dezvoltată

$$\boldsymbol{S} = \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline a & S_{a0} & S_{a1} & S_{a2} \\ b & S_{b0} & S_{b1} & S_{b2} \\ c & S_{c0} & S_{c1} & S_{c2} \end{array}$$

se obțin ecuațiile

$$|S_{a0}|^2 + |S_{b0}|^2 + |S_{c0}|^2 = 1,$$
$$|S_{a1}|^2 + |S_{b1}|^2 + |S_{c1}|^2 = 1,$$

$$
\begin{aligned}
&|S_{a2}|^2 + |S_{b2}|^2 + |S_{c2}|^2 = 1,\\
&S^*_{a0}\, S_{a1} + S^*_{b0}\, S_{b1} + S^*_{c0}\, S_{c1} = 0, \qquad (30,\ a,b,c,d,e,f)\\
&S^*_{a1}\, S_{a2} + S^*_{b1}\, S_{b2} + S^*_{c1}\, S_{c2} = 0,\\
&S^*_{a2}\, S_{a0} + S^*_{b2}\, S_{b0} + S^*_{c2}\, S_{c0} = 0,
\end{aligned}
$$

adică în total 9 ecuații reale cu 18 necunoscute. Prin urmare, grupul de sisteme de referință complex prezintă 9 grade de libertate.

— *Cazuri particulare*

a) Sistemele de referință reale. Dacă se reține, spre exemplu, numai componentele reale, respectiv cele imaginare din matricea de transformări complexe, rezultă matricea de transformare pentru sistemele reale analizate la punctul 2.

b) Sistemul de coordonate Fortesque.

Ecuațiile (30) sînt satisfăcute de sistemul de componente simetrice Fortesque, definit de matricea :

$$
\boldsymbol{S} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{vmatrix}
$$

în care $a = e^{j2\pi/3}$;

c) Sistemul de coordonate Clarke

Ecuațiile (30) sînt satisfăcute și de un sistem de coordonate real, cum este de exemplu sistemul Clarke.

4. CONCLUZII

a) Prin introducerea condiției de invarianță a expresiei puterii, matricile grupurilor sistemelor de referință rezultă normate. În spațiu, euclidian, matricile de conexiune între diferitele sisteme de referință sînt identice pentru oricare din mărimile transformate : tensiuni, curenți, fluxuri sau solenații.

b) Prin formularea generală dată problemei se pot examina proprietățile grupurilor de sisteme de referință reale, respectiv complexe. În teoria sistemelor electrice trifazate, prezintă importanță sistemele de referință, caracterizate prin matrice de transformare normate ; numai în aceste sisteme expresia puterii rămîne invariantă și se poate examina corect transfigurarea rețelelor trifazate reale sau echivalente.

BEZUGSSYSTEME IN DER THEORIE ELEKTRISCHER DREIPHASENSYSTEME

ZUSAMMENFASSUNG

In der Theorie der elektrischen Dreiphasensysteme werden bequemere Bezugssysteme, als das Koordinatensystem der Phasen benützt. Von der Bedingung der Unveränderlichkeit des Ausdruckes der Leistung

ausgehend, werden die Bezugssystemgruppen im euklidischen Raum bestimmt, in welchem die Verbindungsmatrix zwischen den Gruppen die gleiche ist, unabhängig von den umgewandelten elektrischen Größen; es werden insbesondere jene Fälle untersucht, die die Erhaltung der Verbindungsmatrix zwischen den Phasenkoordinatensystemen und den Systemen *d*, *q*, *o* bzw. das System der symmetrischen Komponenten, ermöglichen. In Übereinstimmung mit der Umwandlung der Größen vom Koordinatensystem der Phasen in Systeme der symmetrischen Komponenten, werden in der Arbeit normierte Verbindungsmatrizen auch für die Gruppe der Systeme *d*, *q*, *o* — konstant in bezug auf den Rotor oder mit irgendeiner Drehbewegung abgeleitet.

BIBLIOGRAFIE

1. R. H. PARK, *Two-Reaction Theory of Synchronous Machines.* Trans. AIEE, **48**, 716 (1926).
2. GERMAR MÜLLER, *Beitrag zur Theorie der Synchronmaschine.* Wissenschaftliche Zeitschrift der technischen Hochschule Dresden, **9**, *4*, 999—1023 (1959).
3. TH. LAIBLE, *Moderne Methoden zur Behandlung nichtstationärer Vorgänge in elektrischen Maschinen.* Bull. SEV, **41**, 525 (1950).
4. G. KRON, *A Short Course in Tensor Analysis for Electrical Engineers.* New York, John Wiley, 1942.
5. — *Classification of the Reference Frames of a Synchronous Machines.* Trans. AIEE, **69**, 720 (1950).
6. H. EDELMAN, *Normierte Komponentsysteme zur Behandlung von Unsymmetrieaufgaben in Drehstrom- und Zweiphasennetzen.* Archiv für Elektrotechnik, **XLII**, *6*, 317 (1956).
7. F. MANEA, *Ecuațiile operaționale generale ale mașinii asincrone.* Electrotehnica, **V**, *2*, 43—48 (1957).
8. — *Ecuațiile operaționale în coordonatele vectorilor reprezentativi rezultanți.* Electrotehnica, **V**, *7*, 210—218 (1957).
9. C. CONCORDIA, *Relations among Transformations used in Electrical Engineering Problems.* G.E.R., **41**, 323—325 (1938).

ASUPRA FORMEI OPTIME A CREȘTĂTURII ALTERNATORULUI DE FRECVENȚĂ RIDICATĂ

DE

A. ȚUGULEA și V. BUNEA

1. INTRODUCERE

Funcționarea generatoarelor rotative de frecvență ridicată se bazează pe variația permeanței întrefierului între o limită superioară și una inferioară, care condiționează o variație corespunzătoare a repartiției fluxului inductor constant. În acest scop atît rotorul cît și statorul mașinii sînt crestați astfel încît atunci cînd dinții rotorici și cei statorici sînt față în față, permeanța întrefierului să fie maximă, iar cînd dinții sînt în fața crestăturilor, această permeanță să fie minimă.

Forma și dimensiunile dinților și crestăturilor determină atît tensiunea electromotoare indusă prin variația permeanței, inclusiv compoziția ei de armonici, cît și pierderile în fier. Cu cît frecvența generatorului este mai ridicată, cu atît numărul de dinți și turația mașinii trebuie să fie mai mare ($f = nz$). Deoarece turația și dimensiunile rotorului sînt limitate de considerente mecanice, relația de mai sus se satisface prin alegerea corespunzătoare a numărului de dinți. La frecvențe de peste 4 000 Hz, acest număr este suficient de mare și deci dentiția mașinii este destul de fină. Astfel, la un generator de 8 000 Hz, pasul dentar scade sub 7 mm, din care numai 3 mm reprezintă grosimea dintelui. Strangularea fluxului magnetic în acești dinți subțiri este legată de pierderi importante și conduce la o mărire apreciabilă a gabaritului longitudinal al mașinii.

Pe de altă parte saturația dinților este aceea care determină cotul caracteristicii de magnetizare a mașinii și deci vîrful caracteristicii de mers în gol cu influențele corespunzătoare asupra caracteristicii de sarcină [1]. Pentru extinderea acestor caracteristici la limite de funcționare cît mai largi, este necesar ca apariția cotului caracteristicii de magnetizare și deci saturația dinților să se facă la inducții cît mai mari în întrefier.

În rezumat, pentru limitarea pierderilor și extinderea caracteristicilor de funcționare ale mașinii, dinții trebuie să fie cît mai groși iar crestăturile cît mai puțin adînci, iar pentru obținerea unei tensiuni electromotoare maxime (la flux mediu de excitație dat) avînd frecvența stabilită, dinții trebuie să fie relativ subțiri și crestăturile cît mai adînci, pentru ca variația permeanței să fie maximă.

Deoarece la frecvențe de ordinul a 8 000 Hz pierderile în fier ajung la circa 160 W/kg pentru $B_{max} = 0{,}3 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$, capacitatea termică a generatoarelor de frecvență ridicată este aproape exclusiv limitată de aceste pierderi.

Din punct de vedere constructiv se urmărește ca la pierderi admisibile să se obțină o tensiune electromotoare cît de mare. Satisfacerea acestor condiții contradictorii este dificilă, iar în soluțiile constructive adoptate, limitarea pierderilor se face prin mărirea gabaritului longitudinal al mașinii, fapt care scumpește mașina.

Un studiu amănunțit al problemei legat în special de geometria dinților și crestăturilor nu există în literatură. În lucrarea de față s-au cercetat influența adîncimii crestăturilor cît și a raportului dintre lățimea dintelui și lățimea crestăturii asupra variației permeanței, pe de o parte, și asupra pierderilor în fier, pe de altă parte, obținîndu-se concluzii teoretice și constructive importante, care au condus la modificarea criteriilor de proiectare a noii serii de generatoare, ce se construiesc actualmente la U.M.E.B. (Uzina de mașini electrice București).

Studiul s-a făcut pe cale analitică, principalele concluzii teoretice fiind verificate experimental, pe modele obținute prin modelizare electrocinetică a cîmpurilor magnetice irotaționale. În practica construcției generatoarelor de acest tip, dinții și crestăturile sînt, în general, dreptunghiulare sau aproape dreptunghiulare, eventual cu racordări în fundul crestăturii. De aceea, în studiu s-au avut în vedere numai crestături și dinți de formă dreptunghiulară. Se va arăta în lucrare, că eventualele racordări de la baza dinților nu au nici o influență asupra permeanțelor. Deși dantura rotorică și statorică sînt puțin diferite, datorită diferenței de diametre și a lipsei unor înfășurări pe rotor, în calcule s-a considerat că ele au același pas dentar și același raport între lățimea dintelui și crestăturii.

2. VARIAȚIA PERMEANȚEI ÎNTREFIERULUI CU ADÎNCIMEA CRESTĂTURII

O primă cercetare s-a referit la influența adîncimii crestăturii (și deci a înălțimii dinților) asupra permeanței întrefierului. Pentru calculul permeanței geometrice pe unitatea de lungime în sensul longitudinal al mașinii, s-a utilizat formula de încadrare superioară [2]

$$\frac{\Lambda_s}{\mu_0} = \frac{2b}{d} + \frac{2a}{h+d} + \frac{4}{\pi\alpha^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\alpha}{n^3} \operatorname{th} n\xi_0, \qquad (1)$$

în care :

$$\alpha = \frac{\pi d}{h+d} = \frac{\pi}{\frac{h}{d}+1} \; ; \; \xi_0 = \frac{\pi a}{h+d} = \alpha \frac{a}{d},$$

notațiile fiind cele din figura 1.

Cum s-a arătat [3] această formulă dă erori de ordinul procentului față de valorile exacte ale permeanței, fiind valabilă pentru orice adîncime

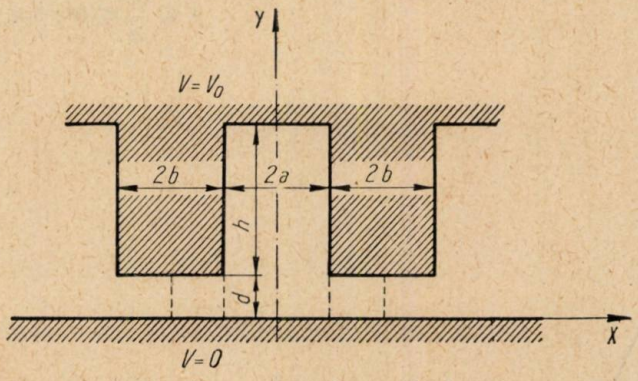


Fig. 1. — Armătură cu dinți dreptunghiulari în fața unei armături plane.

a crestăturii și cu atît mai exactă, cu cît crestătura e mai puțin adîncă, deci tocmai în cazurile în care formula lui Carter [3] devine inaplicabilă.

Deoarece termenul $\frac{2b}{d}$ din formula de mai sus reprezintă permeanța frontală a dinților, care este independentă de adîncimea crestăturii, în calcule s-au considerat numai ultimii doi termeni care depind de adîncimea h a crestăturii. Suma lor s-a notat cu P_s'

$$P_s' = \frac{2a}{h+d} + \frac{4}{\pi\alpha^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\alpha}{n^3} \operatorname{th} n\,\xi_0. \tag{2}$$

Pentru $\alpha \leqslant \frac{\pi}{4}$ și pentru $\xi_0 \geqslant 2{,}5$ se obține formula asimptotică

$$P_s' = \frac{2a}{h+d} + \frac{4}{\pi}(1{,}5 - \ln 2\alpha) = \frac{2}{\pi}[\xi_0 + 3 - 2\ln 2\alpha] = \frac{2}{\pi}\left[\xi_0 + \ln \frac{e^3}{4\alpha^2}\right] \tag{3}$$

a cărei simplicitate este remarcabilă.

În cazul în care condițiile de sumare asimptotică nu sînt satisfăcute, formula rămîne încă ușor de aplicat observînd convergența cu $\frac{1}{n^3}$ a seriei.

Rezultatele obţinute prin calcul pentru valori ale rapoartelor $\frac{h}{d}$ şi $\frac{a}{d}$ cuprinse între 1 şi 10 şi respectiv între 5 şi 10, sînt date în curbele din figura 2.

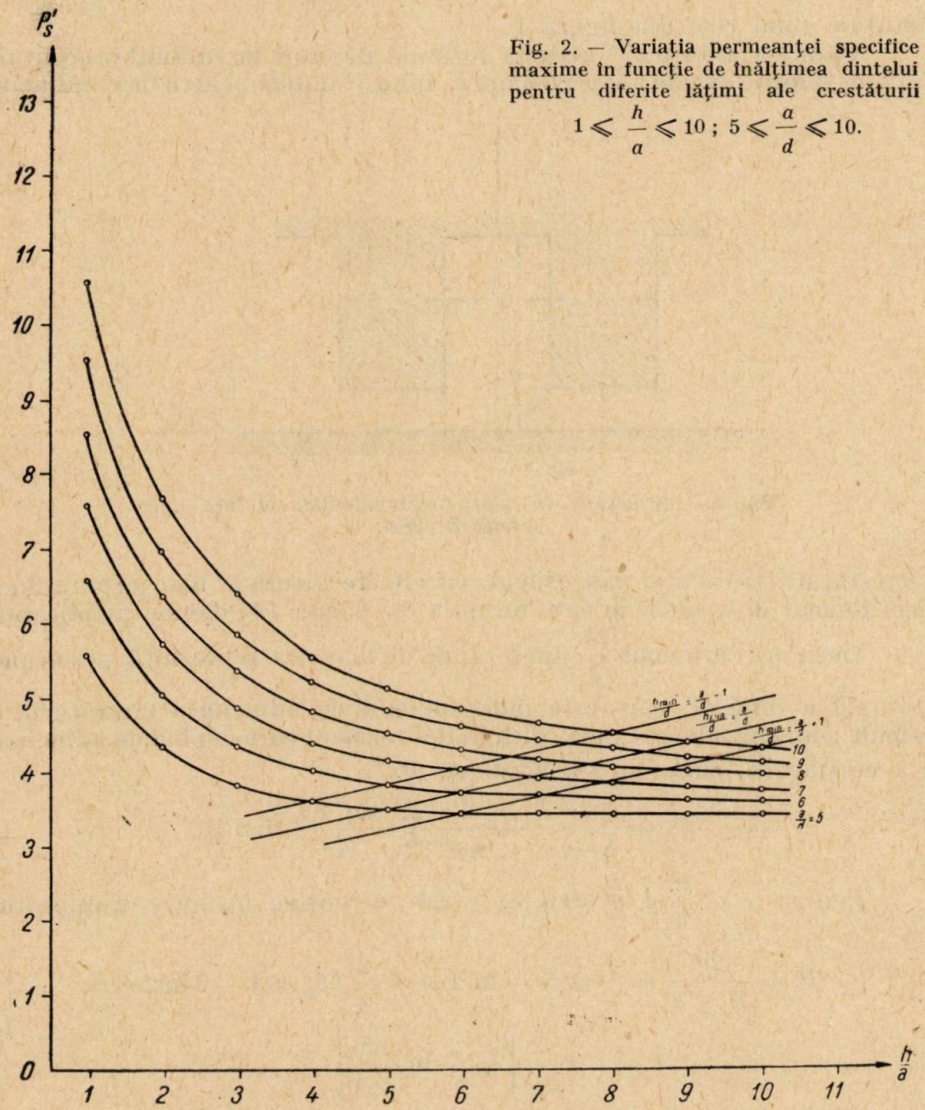


Fig. 2. — Variaţia permeanţei specifice maxime în funcţie de înălţimea dintelui pentru diferite lăţimi ale crestăturii $1 \leqslant \frac{h}{a} \leqslant 10$; $5 \leqslant \frac{a}{d} \leqslant 10$.

Concluzia principală care rezultă din aceste curbe este următoarea : începînd de la o anumită valoare limită a raportului $\frac{h}{d}$, care este funcţie

de raportul $\frac{a}{d}$, creşterea primului raport şi deci a adîncimii h, nu mai influenţează practic asupra valorii permeanţei. Rezultă că, începînd de la această valoare a raportului $\frac{h}{d}$, crestătura se poate considera infinit adîncă

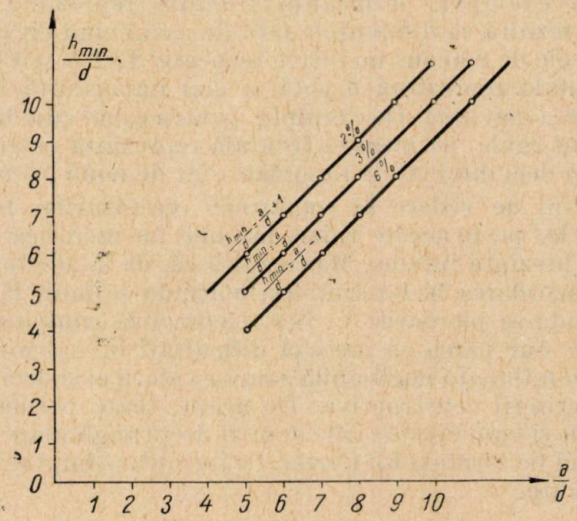


Fig. 3. — Curbele $\frac{h_{\min}}{d} = f\left(\frac{a}{d}\right)$.

din punctul de vedere al calculului permeanţei, iar în acest scop se poate folosi, de exemplu, formula lui Carter.

Dacă se reprezintă curbele $\frac{h_{\min}}{d} = f\left(\frac{a}{d}\right)$ se obţin dreptele din figura 3 ale căror ecuaţii se pot scrie. Astfel, pentru

$$\frac{h_{\min}}{d} = \frac{a}{d} + 1, \tag{4}$$

valorile permeanţei întrec cu 2% valorile corespunzătoare unei adîncimi infinite ; pentru

$$\frac{h_{\min}}{d} = \frac{a}{d} \quad (h = a), \tag{5}$$

aceste valori sînt cu aproximativ 3% mai mari, iar pentru

$$\frac{h_{\min}}{d} = \frac{a}{d} - 1 \tag{6}$$

sînt respectiv cu 6% mai mari decît valorile permeanțelor pentru crestături de aceeași lărgime și infinit adînci.

Dacă se observă că partea importantă a permeanței ansamblului dinte-crestătură este dată de permeanța frontală a dinților de care s-a făcut abstracție în considerațiile de mai sus, rezultă că influența adîncimii crestăturii asupra valorii permeanței totale devine cu atît mai puțin importantă. Dacă, de exemplu, permeanța frontală reprezintă 50% din permeanța totală, rezultă că diferențele față de cazul cînd crestătura e infinit adîncă în ipotezele de mai sus nu întrec respectiv 1, 1,5 și 3%. În realitate, permeanța frontală reprezintă o cotă și mai importantă, ceea ce face ca diferențele să fie și mai mici. De exemplu, pentru cazul cînd lățimea dintelui și crestăturii sînt egale, permeanța frontală reprezintă peste 90% din permeanța totală și deci diferențele raportate sînt de nouă ori mai mici.

Din punctul de vedere al construirii crestăturilor rezultă că, creșterea adîncimii lor peste aceste valori minime nu modifică practic permeanța și deci nu prezintă interes. Mai rezultă că, de la aceste valori minime se poate face racordarea bazei dintelui, mărindu-se mult lățimea acestuia și deci micșorîndu-se pierderile în fier. Geometria complicată a fundului crestăturii, care s-ar părea că creează dificultăți în calculul permeanței, are în realitate o influență neglijabilă asupra valorii ei și deci poate fi aleasă pe baza altor criterii constructive. De aceea, toate permeanțele mașinii se pot calcula ca și cum crestăturile ei ar fi dreptunghiulare și de adîncime infinită, utilizînd fie formula lui Carter, fie formula asimptotică mai simplă, propusă în lucrare.

3. INFLUENȚA RAPORTULUI DINTRE LĂȚIMEA DINTELUI ȘI LĂȚIMEA CRESTĂTURII ASUPRA VARIAȚIEI PERMEANȚEI

O altă caracteristică importantă în geometria întrefierului mașinilor de frecvență ridicată, este raportul dintre lățimea dintelui și crestăturii, $\frac{2b}{2a}$, care asigură o variație maximă a permeanței și deci a tensiunii electromotoare induse.

În acest scop s-au trasat curbele $\Delta P = P_{max} - P_{min} = f\left(\frac{b}{a}\right)$ pentru diferite valori ale raportului $\frac{\tau}{d}$ dintre pasul dentar τ și întrefier.

Calculul permeanței maxime P_{max}, cînd dinții sînt față în față, s-a efectuat cu formula asimptotică prezentată mai sus, deoarece se poate considera că în acest caz avem două permeanțe înseriate de crestături dreptunghiulare cu întrefieruri, egale cu jumătatea întrefierului mașinii (fig. 4).

Calculul permeanței minime, P_{min}, pentru rapoarte $\frac{b}{a} < 1$ s-a efectuat pe baza unei formule de aproximații, obținută prin metoda tubu-

rilor de flux (fig. 5), care aproximează în minus permeanța [3], majorată cu 40% pe baza comparației cu cazul în care $\frac{b}{a} = 1$ și cînd se poate utiliza formula pentru P_{max}

$$P_{min} = 4.1{,}4 \left[\frac{\frac{a-b}{d}}{2 + \pi \frac{a-b}{d}} + \frac{2}{\pi} \ln \frac{1 + \frac{\pi a}{2d}}{1 + \frac{\pi (a-b)}{2d}} \right] \qquad (7)$$

unde notațiile sînt cele din figura 5.

Curbele $\Delta P = f\left(\frac{b}{a}\right)$ reprezentate în figura 6 prezintă un maxim cuprins între $0{,}4 \leqslant \frac{b}{a} \leqslant 0{,}8$, situat aproximativ în dreptul valorii $\frac{b}{a} = 0{,}6$. În afara acestor limite diferența ΔP scade foarte repede. Acest maxim era de așteptat, deoarece atît pentru $\frac{b}{a} = 0$ (mașină fără dinți) cît și pentru $\frac{b}{a} \to \infty$ (mașină fără crestături) diferența ΔP este nulă.

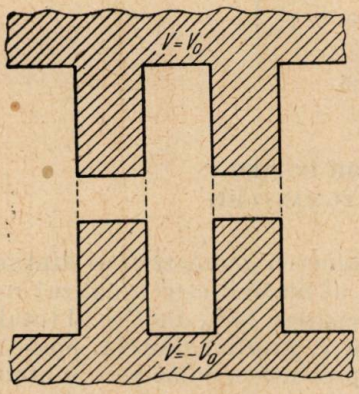


Fig. 4. — Două armături crestate cu dinți față în față.

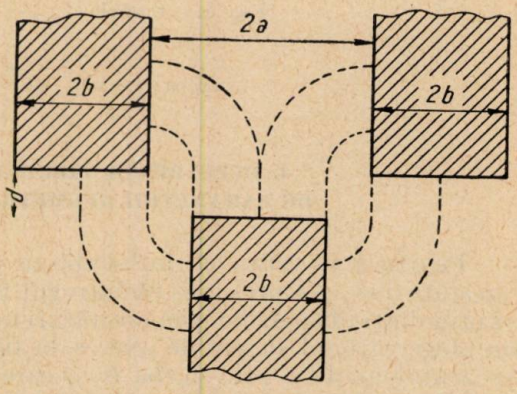


Fig. 5. — Descompunerea cîmpului în tuburi de flux pentru calculul permeanței minime P_{min}.

Observăm că raportul $\frac{b}{a}$ are o influență mai acută asupra variației permeanței, decît adîncimea crestăturii.

O dantură optimă din punctul de vedere al producerii tensiunii electromotoare trebuie să aibă raportul dintre lățimea dintelui și lățimea crestăturii cuprins între limitele care asigură o variație maximă a perme-

anței ($0{,}4 \leqslant \frac{b}{a} \leqslant 0{,}8$), iar adîncimea crestăturii trebuie să depășească sau să fie cel puțin egală cu adîncimea minimă corespunzătoare care rezultă din relațiile (4), (5), (6).

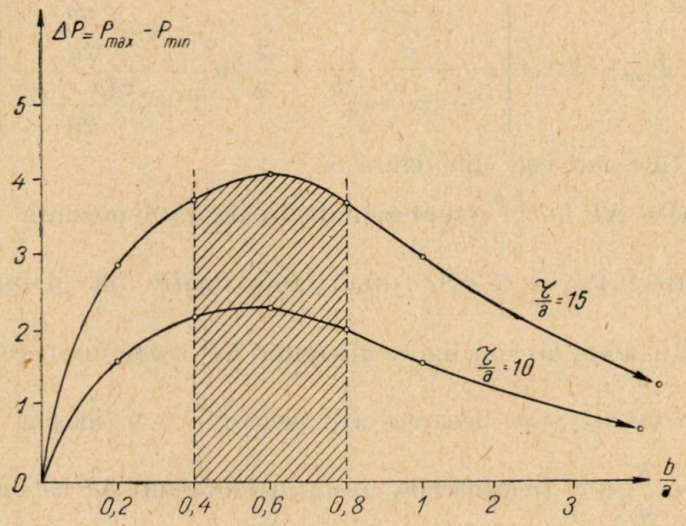


Fig. 6. — Curbele $P_{max} - P_{min} = f\left(\frac{b}{a}\right)$.

pentru $\frac{\tau}{d} = 10$ și $\frac{\tau}{d} = 15$.

4. DEPENDENȚA PIERDERILOR ÎN FIER DE PARAMETRII GEOMETRICI AI DANTURII

Pentru a se vedea ce influență au parametrii geometrici ai dinților și crestăturilor, s-a presupus că întregul flux al mașinii este canalizat numai prin dinți (dispersiile prin crestături nu depășesc 10% din fluxul total). Prin alegerea unui sistem de axe ca în figura 7, profilul dintelui poate fi reprezentat analitic prin curba $l(x)$, care reprezintă semilățimea dintelui variabilă cu înălțimea. Presupunînd pierderile pe unitate de volum, la frecvență dată, proporționale cu pătratul inducției magnetice rezultă pentru pierderile într-un dinte, pe unitatea de lungime în sens axial al mașinii

$$P_f = \int_0^h k_f \frac{\Phi^2}{4\, l^2(x)} \cdot 2\, l(x) \cdot \mathrm{d}\, x = \frac{k_f\, \Phi^2}{2} \int_0^h \frac{\mathrm{d}x}{l(x)}, \tag{8}$$

în care k_f este un coeficient de pierderi din fier depinzînd de frecvență și de natura materialului, iar h este înălțimea dintelui (adîncimea crestăturii). Pierderile pentru același flux, corespunzătoare la două profile dife-

rite de dinți definite de funcțiile $l_1(x)$ și $l_2(x)$ și înălțimile h_1 și h_2 se raportă între ele

$$\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = \frac{\int_0^{h_1} \frac{dx}{l_1(x)}}{\int_0^{h_2} \frac{dx}{l_2(x)}}. \tag{9}$$

Se observă că aceste pierderi sînt cu atît mai mici cu cît h este mai mic și cu cît $l(x)$ crește mai repede.

Prin urmare, din punctul de vedere al pierderilor, dantura optimă trebuie să aibă dinții cei mai lați și adîncimea crestăturii cît mai mică la

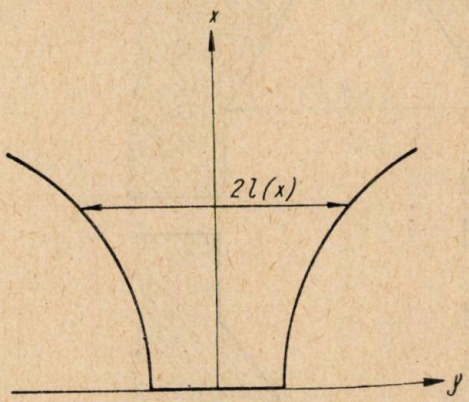


Fig. 7. — Reprezentarea grafică a profilului dentar pentru calculul pierderilor în fier.

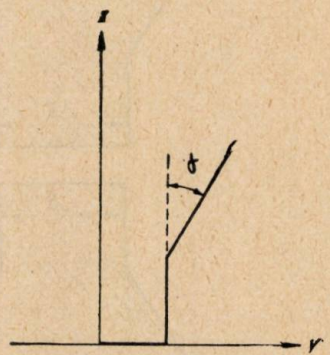


Fig. 8. — Profil dentar drept și apoi înclinat cu unghiul α față de verticală.

tensiune electromotoare produsă dată. De aici tendința naturală de a face crestăturile cît mai puțin adînci și cît mai înguste în spre bază.

Dacă, de exemplu, considerăm un dinte drept, de înălțime h și lățime $2l_0$ și un dinte de aceeași lățime inițială dar drept numai pe porțiunea $\frac{h}{m}$ și apoi oblic sub un unghi α (fig. 8), se obține

$$\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = \frac{\frac{h}{m l_0} + \int_{h/m}^{h} \frac{dx}{l_0 + \left(x - \frac{h}{m}\right)\operatorname{tg}\alpha}}{\frac{h}{l_0}} = \frac{1}{m} + \beta \ln\left[1 + \frac{m-1}{m\beta}\right].$$

De exemplu, dacă presupunem dintele drept numai pe jumătate din înălțimea lui și apoi oblic la $\frac{\pi}{4}$ pentru $\beta = \frac{l_0}{h \operatorname{tg}\alpha} = 0{,}25$ rezultă

$$\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = 0{,}5 + 0{,}25 \ln [1 + 2] \cong 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75,$$

deci o reducere cu 25% a pierderilor. Această importantă scădere a pierderilor justifică studiul efectuat cu privire la variația permeanței cu adîncimea.

5. ALEGEREA FORMEI OPTIME A DINȚILOR ȘI CRESTĂTURILOR

Pe baza considerațiilor de mai sus, pentru noua serie de generatoare de 8 000 Hz ce se construiește în prezent la U.M.E.B., s-a ales drept optimă forma crestăturilor cu dimensiunile specificate pe figura 9.

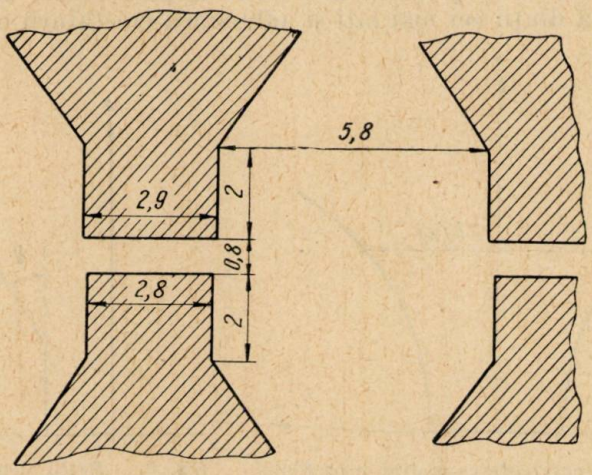


Fig. 9. — Varianta constructivă aleasă a formei dinților.

Se observă că $\frac{h_{min}}{d} = \frac{2}{2,9} \simeq 0,7$ ceea ce conduce la $\frac{h_{min}}{d} = \frac{a}{d} - 1$ în acord cu (6), deoarece $d = 0,8$ mm. Se mai observă că raportul $\frac{b}{a} = \frac{1,4}{2,9} = 0,48$ este cuprins între limitele care asigură maximul variației de permeanță. S-ar părea că acest raport ar fi trebuit luat mai mare, fapt care ar fi contribuit la micșorarea pierderilor în fier. În realitate, alegerea de mai sus a fost dictată de faptul că la împachetarea tolelor, acestea nu se suprapun riguros unele peste altele, ceea ce face ca dinții să fie aparent mai lați, respectiv crestăturile aparent mai înguste. Este suficient ca această toleranță la împachetare să fie 0,5 mm pentru ca raportul lățimilor aparente să fie $\frac{b'}{a'} = \frac{1,4 + 0,5}{2,9 - 0,5} = \frac{1,9}{2,4} = 0,8$ adică tocmai la limita superioară a domeniului în care se obține o variație maximă a permeanței.

În ce privește pierderile, este suficient să observăm că porțiunea dreaptă a dintelui reprezintă numai aproximativ a treia parte din înălțimea sa totală. Dacă, pentru o evaluare grosieră, se consideră că în locul racor-

dării complicate alese din motive constructive, se alege o creștere liniară medie a lățimii dintelui se obține

$$\beta = \frac{l_0}{h \operatorname{tg}\alpha} = \frac{1{,}4}{6{,}5 \cdot \frac{2{,}9}{4{,}5}} = \frac{1{,}4 \cdot 4{,}5}{6{,}5 \cdot 2{,}9} = 0{,}33,$$

iar

$$m = \frac{h}{h_{\min}} = \frac{6{,}5}{2} = 3{,}25.$$

Raportul pierderilor față de cazul cînd dintele ar fi drept și în rest cu aceleași dimensiuni rezultă

$$\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = \frac{1}{3{,}25} + 0{,}33 \ln\left[1 + \frac{3{,}25 - 1}{3{,}25 \cdot 0{,}33}\right] = 0{,}308 + 0{,}33 \cdot \ln 2{,}3 \cong 0{,}58.$$

Prin urmare este de așteptat ca pierderile să scadă cu aproximativ 40%, ceea ce este extrem de important. În realitate, creșterea lățimii dintelui este mai puțin rapidă (așa cum se vede din fig. 10) și deci probabil că scăderea pierderilor va fi ceva mai mică.

Dar chiar în cazul în care pierderile scad numai la jumătate din valoarea estimată, o mărire a puterii cu 20% la aceleași gabarite sau reducerea dimensiunilor axiale cu 20%, la aceeași putere, conduce la economii importante.

6. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE PE MODELE

Considerațiile de mai sus privitoare la calculul permeanțelor au fost verificate experimental pe modele electrocinetice confecționate din tablă de alamă de grosime 0,2 și 0,1 mm decupată după forma geometrică a dinților și crestăturilor la scara 6 : 1. După cum rezultă din această teorie a modelizării [4], rezistența unui astfel de model în sens longitudinal este proporțională cu permeanța întrefierului crestat reprodus pe model.

Precizia rezultatelor depinde în primul rînd de precizia decupajului și de omogeneitatea tablei. În acest scop, pentru decuparea întrefierului și a capetelor frontale ale dinților care dau 80...90% din permeanța totală, s-a confecționat o matriță unică de mare precizie, decuparea fundului crestăturii efectuîndu-se manual cu foarfeca.

În figura 10 *a* și *b* sînt reproduse două table stanțate pentru dinți față în față și pentru dinți față de crestătură ; punctat sînt indicate decupajele care s-au efectuat manual. Pentru a se putea determina factorul lui Carter, s-au confecționat două benzi de lățimea întrefierului necrestat (de 0,2 mm și 0,1 mm grosime).

Pentru a atenua influența eventualelor neomogeneități, s-au utilizat table de alamă laminate la rece, decupîndu-se cîte șapte dinți (la tabla de 0,2 mm) respectiv patru dinți (la tabla de 0,1 mm). Prin aceasta s-a mărit și rezistența modelului, ușurîndu-se măsurătorile — care s-au efectuat cu puntea dublă într-o încăpere de temperatură constantă.

S-au decupat opt tipuri de modele din tablă de 0,2 mm şi şase tipuri din tablă de 0,1 mm, fiecare tip consistînd din cîte două modele, unul pentru permeanţa maximă şi altul pentru permeanţa minimă. Tipurile diferă între ele prin înălţimea dreaptă a dintelui (h_{min}), prin adîncimea crestăturii şi prin valorile parametrilor ce caracterizează racordarea fun-

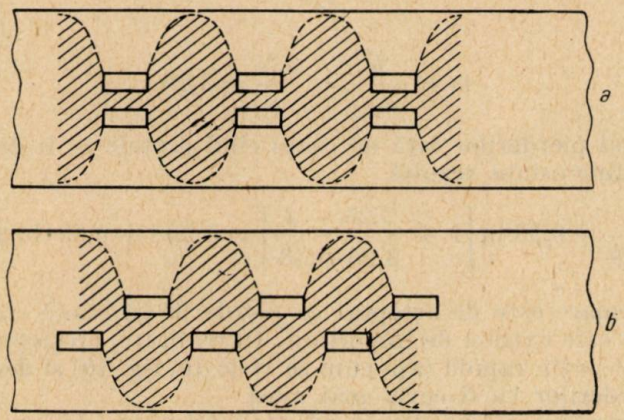


Fig. 10. — Stanţarea tablelor pentru modele.
a) Dinţi faţă în faţă; *b*) dinte în faţa crestăturii. Punctat se indică decupajul manual.

dului crestăturii. Modelele confecţionate din tablă de 0,1 mm fiind extrem de deformabile, s-a renunţat la utilizarea lor, constatîndu-se că la aceleaşi rezultate conduc modelele din tablă de 0,2 mm, care sînt mult mai robuste şi mai uşor de manipulat.

Factorii lui Carter, calculaţi pe baza măsurătorilor efectuate şi dimensiunile modelelor, sînt indicaţi în tabela 1.

Din analiza acestor rezultate se observă că în toate cazurile permeanţele sînt practic aceleaşi în acord cu concluziile teoretice iar eventualele diferenţe de ordinul max. 9% (de exemplu între VI′ şi II_{bis}) se datorează, aşa cum s-a stabilit, unor defecte de decupaj.

Acest fapt rezultă mai întîi de toate dintr-o altă serie de măsurători efectuate pe aceleaşi modele, după ce s-a tăiat din adîncimea crestăturilor cîte 5 mm şi la care s-au obţinut, la fiecare tip de model, aceleaşi rezultate — diferenţele sub un procent fiind erori întîmplătoare.

Pentru a se verifica variaţia permeanţei cu adîncimea, s-au ales modelele II, II_{bis} la care prin tăiere s-a redus înălţimea dintelui la jumătate şi apoi la aproximativ un sfert. Din analiza acestor date (tabela 2) rezultă că reducerea înălţimii la jumătate afectează permeanţa cu diferenţe sub un procent, iar reducerea la aproximativ un sfert ($h = 9$ mm pe model) cu diferenţe sub 7%, în acord cu constatările teoretice. De aceea, diferenţele de permeanţe din tabela 1 care depăşesc acest procent nu sînt justificate teoretic în cazul modelelor VI′, VIII şi VIII′. O cercetare amănunţită a acestora a pus în evidenţă defecţiuni de decupaj obţinute prin tăierea

manuală neatentă, constatîndu-se tăieturi în întrefier cari strangulau brusc trecerea curentului, fapt care explică diferențele. Diferențe ceva mai pronunțate s-au obținut în cazul modelelor cu crestături în fața dinților.

Tot în tabela 2 sînt date valorile factorului lui Carter calculate cu

Tabela 1

Varianta modelului	Dimensiuni pe model în mm		$\left(\frac{d}{d_0}\right)$ măsurat	Obs.
	h	h_{min}		
I	65	21	1,94	
I′	65	21	3,19	
II	65	15	1,895	
II′	65	15	3,23	
II bis	60	15	2,01	
II′ bis	60	15	3,07	
III	60	15	1,895	
III′	60	15	3,06	
IV	60	15	1,95	
IV′	60	15	3,08	
V	60	21	1,92	
V′	60	21	3,14	
VI	55	15	1,91	
VI′	55	15	3,38	
VII	55	21	1,9	
VII′	55	21	3,21	
VIII	55	drept	1,3	model defect
VIII′	55	drept	3,41	model defect

Obs.: Variantele I – VIII dinți față în față.
Variantele I′ – VIII′ dinți în fața crestăturii.

formulele (1), (3) și (7), concordanța valorilor teoretice și a celor experimentale fiind remarcabilă.

Pe baza cercetării teoretice și a confirmării concluziilor acestei cercetări prin verificări experimentale, s-au ales dimensiunile optime ale dinților și crestăturilor specificate în figura 9.

Deși din studiul efectuat rezultă că adîncimea crestăturilor s-ar fi putut reduce și mai mult, fără a afecta variația permeanței, s-a adoptat totuși soluția lățirii dintelui în spre bază fără o micșorare substanțială

Tabela 2

Varianta modelului	Înălțimea dintelui mm	$\left(\frac{d}{d_0}\right)$ măsurat	$\left(\frac{d}{d_0}\right)$ calculat	Observații
VIII	28	1,79	1,95	modele defecte
VIII	14	1,74	1,93	modele defecte
II bis	34,8	1,99	1,955	
II bis	17,6	1,985	1,95	
II bis	9	1,865	1,80	
II	37	1,925	1,95	
II	9	1,805	1,80	
II′ *)	37,5	3,23	—	diferența este 3,4%
II′	18,5	3,12	—	
II′	9	2,48	—	diferența este 23%
VII′	28	3,21	—	diferența este 7,8%
VII′	14	2,96	—	

*) *Obs.:* II′ și VII′ reprezintă modele cu dinți în fața crestăturilor pentru care nu s-a calculat $\left(\frac{d}{d_0}\right)$ deoarece formula utilizată în lucrare este aproximativă. In coloana *Observații* sînt date diferențele față de valorile corespunzătoare înălțimilor inițiale ale dinților.

a înălțimii lui, deoarece în tot acest studiu nu s-a ținut seama de saturația fierului care poate determina valori ale permeanțelor mai mici decît cele calculate reducînd în mod aparent adîncimea sub valori permise din punctul de vedere al performanțelor urmărite.

7. CONCLUZII

Din studiul teoretic și experimental efectuat asupra geometriei optime a danturii generatoarelor de frecvență ridicată, rezultă că adîncimea crestăturilor poate fi redusă simțitor, fapt care are drept rezultat în primul rînd o reducere substanțială a pierderilor în fier și în al doilea rînd o micșorare a amperspirelor de excitație și deci micșorarea pierderilor în cupru.

Ca urmare, gabaritele acestor generatoare pot fi micșorate, obținîndu-se importante economii.

Mai rezultă că există un raport optim între lățimea dintelui și lățimea crestăturii, care asigură o variație maximă a permeanței întrefierului și deci o t.e.m. indusă maximă.

Modelizarea electrocinetică a cîmpurilor magnetice potențiale reprezintă o metodă simplă, precisă și foarte comodă pentru determinarea permeanțelor, putînd fi extinsă și la alte tipuri de mașini.

Concluziile acestui studiu au fost aplicate la proiectarea generatoarelor de frecvență ridicată U.M.E.B. iar forma optimă a dintelui obținută prin acest studiu a fost înregistrată spre brevetare.

ОПТИМАЛЬНАЯ ФОРМА ПАЗА ВЫСОКОЧАСТОТНОГО АЛЬТЕРНАТОРА

РЕЗЮМЕ

В работе изучается влияние геометрических параметров пазов высокочастотных альтернаторов (типа Гюи и подобных) на изменение магнитной проводимости воздушного зазора и потерь в железе. Изучение проводилось на основании теоретических формул для расчета магнитных проводимостей, выведенных авторами и проверенных измерением на электрокинетических моделях, вырезанных из тонкого латунного листа.

Устанавливается, что увеличение глубины пазов через предел превышающий половину их ширины имеет пренебрежительное влияние на изменение магнитной проводимости, что разрешает быстрое утолщение зубца к основанию паза. Выявлено также оптимальное соотношение со значением между 0,4 и 0,8 между шириной зубца и шириной паза, для которого изменение магнитной проводимости достигает максимального значения. Изучается также изменение потерь в железе зубцов в зависимости от их профиля и указывается, что утолщение к основанию зубцов ведет к существующему уменьшению потерь в железе, которые могут достичь значений в 40%.

В работе приводятся многочисленные кривые для расчета магнитных проводимостей и таблицы опытных результатов, проверяющих сделанные теоретические предположения и расчетные данные с отклонениями, которые в определенных случаях не превышают 2%.

На основании изучения определена, оптимальная с геометрической точки зрения, форма пазов, применяемая в отечественных конструкциях высокочастотных альтернаторов — форма, на которую выдано авторское свидетельство (патент).

BIBLIOGRAFIE

1. V. BUNEA, *Asupra teoriei generatorului de frecvență ridicată de tip Guy.* Comunicările Acad. R.P.R., **VIII** (1961).
2. A. ȚUGULEA, *Calculul prin aproximație al permeanțelor.* Electrotehnica, **6**, 5, 164–172 (1958).
3. — *Calculul prin încadrare al permeanțelor în cîmpuri cu simetrie.* Autoreferat al lucrării de dizertație, 1958.
4. R. RĂDULET, *Curs de bazele teoretice ale electrotehnicii.* **II**, București, 1956.

STABILIREA SCHEMEI DE ÎNCERCARE PENTRU MĂSURAREA NIVELULUI SUPRATENSIUNILOR CE APAR LA DECLANȘAREA LINIEI ÎN GOL*)

DE

BADEA POPA

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Stabilirea nivelului de izolație și de protecție a liniilor de înaltă și foarte înaltă tensiune se face cunoscînd solicitările instalațiilor electroenergetice, atît datorită supratensiunilor de origine atmosferică cît și celor interne.

Supratensiunile interne apar în urma proceselor de comutație, puneri la pămînt etc., și au, în comparație cu cele atmosferice, valori mai reduse dar durate mai mari.

Supratensiunile de comutație depind în mare măsură de tipul întrerupătorului utilizat și de caracteristicile rețelei (modul de tratare a neutrului și frecvența proprie). Ele devin periculoase la deconectarea sarcinilor capacitive (linii în gol) sau inductive (transformatoare în gol) și depind de locul unde a fost făcută operația [1], [2].

Descrierea fenomenelor de apariție a supratensiunilor și determinarea valorilor lor prin calcul sînt prezentate detaliat în lucrarea [1].

Cunoașterea solicitărilor provocate de supratensiunile interne necesită determinarea acestora atît din punct de vedere al frecvenței de apariție (probabilitatea de apariție a unei amplitudini care să depășească o anumită valoare) cît și a modului de variație (amplitudine și frecvență). Cunoașterea nivelului supratensiunilor și a probabilității de apariție a acestora permite determinarea mai exactă a eficacității economice a asigurării unui anumit nivel de izolație [3], iar determinarea modului

*) Lucrare prezentată în cadrul secției de Electroenergetică la 20 decembrie 1961.

de variație în timp conduce la stabilirea măsurilor constructive de protecție și reducere, care trebuie luate.

Stabilirea probabilității de apariție a supratensiunilor de o anumită valoare se realizează cu ajutorul aparatelor înregistratoare montate în diferite puncte din sistem ; cu cît numărul acestora este mai mare, cu atît și evaluarea statistică este mai reprezentativă. Mărirea numărului de aparate este însă legată de cheltuieli corespunzătoare a căror reducere se poate realiza prin simplificarea schemelor de măsură.

În exploatare, au fost utilizate diferite tipuri de aparate înregistratoare ale căror erori de măsură pot fi reduse sub 10%, fără a complica prea mult schema de conexiune.

Utilizarea oscilografelor ținute permanent sub tensiune și cu demararea comandată de fenomenul propriu-zis [3], [4], este legată de aparatură relativ complicată, de o întreținere mai costisitoare (decît alte tipuri de aparate mai simple) deși fenomenul este mai bine reprezentat.

Aparatele înregistratoare prin puncte [3] [5] [6], utilizează în principiu o deplasare continuă a hîrtiei de înregistrat (cu ajutorul unui sistem de mișcare sincronizat cu orele de exploatare), marcarea tensiunii respectiv a supratensiunii făcîndu-se pentru fiecare fază în parte. Supratensiunea pentru a fi înregistrată este mai întîi „înmagazinată" într-un condensator care se descarcă, apoi printr-un amplificator cu rezistență mare la intrare, pe un aparat înregistrator. Sistemul de măsură este identic pe fiecare fază, iar amplificatorul și înregistratorul sînt comune pentru cele trei faze.

Alte tipuri de aparate [7] asigură înregistrarea supratensiunilor care depășesc o anumită valoare prin numărătoare telefonice corespunzătoare fiecărui nivel și deci respectiv fiecărui canal în parte. Demararea unuia sau mai multor canale are loc atunci cînd supratensiunea ce apare este mai mare decît valorile de amorsare ale acestora. Cu ajutorul acestui aparat se obține direct curba clasată de distribuție a supratensiunilor care depășesc o anumită valoare.

Se menționează de asemenea că, în ultimul timp s-au realizat aparate de înregistrare continuă pe bandă de magnetofon cu posibilitatea de transcriere apoi pe hîrtie de oscilograf cu bucle [8]. În acest caz, în prealabil se înregistrează pe bandă magnetică o tensiune de frecvență ridicată, care apoi este ștearsă cu lungimi proporționale cu amplitudinea supratensiunii.

Utilizarea aparatelor înregistratoare permite să se determine probabilitatea de apariție a supratensiunilor în condițiile concrete de exploatare, nefiind necesare deconectări experimentale. Totodată ele permit aprecierea cantitativă și calitativă a supratensiunilor ; sînt astfel utilizate ca mijloace de investigație preliminare care ulterior se completează, acolo unde se dovedește necesar, cu folosirea oscilografelor [7].

Obținerea unui număr de date suficient de mare pentru a face o interpretare statistică, necesită însă timp îndelungat de care în anumite împrejurări nu se dispune ; în acest caz trebuie să se recurgă la deconectări voite într-un număr suficient de mare pentru a putea trage o concluzie mai exactă. Utilizarea oscilografelor catodice sau cu bucle este necesară

pentru studierea amănunțită a supratensiunilor care apar într-un punct din rețea, iar concluziile stabilite pot fi extinse, cu anumite restricții, și la alte noduri din sistem. O analizare profundă a fenomenului este posibilă numai cu oscilograful catodic cu o durată a baleiajului de ordinul milisecundelor; o analiză mai grosieră și cu caracter calitativ se realizează cu oscilografele cu bucle obișnuite cu viteză de rulare a hîrtiei sau filmului, de ordinul 1—3 m/s și care au bucle cu frecvența proprie ridicată (de ordinul 10—20 kHz).

În realizarea schemei de măsură o atenție deosebită trebuie acordată erorilor de măsură cu scopul reducerii acestora cît și a locului unde trebuie conectată schema în cadrul unei stații. Sistemul de măsură trebuie să fie sincronizat cu fenomenul pentru înregistrarea corectă a acestuia.

În lucrare, după ce se vor determina condițiile pe care trebuie să le satisfacă locurile și punctele din sistem unde urmează a se efectua măsurarea supratensiunilor se vor prezenta schemele de măsură propuse și modul de utilizare al acestora.

În scopul de a pregăti condițiile de experimentare în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R. s-au analizat critic o serie de scheme de măsură, stabilind domeniul lor de utilizare, ceea ce constituie obiectul lucrării de față.

2. STABILIREA LOCURILOR ȘI PUNCTELOR DE MĂSURARE DIN SISTEM

La stabilirea locului de măsurare în cadrul sistemului electroenergetic trebuie avut în vedere posibilitatea de manevră fără perturbarea funcționării restului sistemului și cu solicitarea minimă a izolației.

Frecvența proprie și coeficientul de amortizare a circuitului la locul de experimentare trebuie să fie, pe cît posibil, apropiate de cele corespunzătoare și altor puncte din sistem [3]; în acest mod datele obținute la punctul de experimentare pot fi utilizate și pentru celelalte puncte, cu anumită aproximație. Încercările se vor efectua pe o linie radială alimentată de la un capăt, cînd se pot pune în evidență supratensiunile cele mai periculoase (la declanșarea liniei în gol) care determină în principal dimensionarea izolației. Este indicat ca linia să fie echipată cu întrerupătoarele care sînt cele mai răspîndite în sistem la tensiunea respectivă, iar protecția trebuie sensibilizată față de cele ale liniilor adiacente. Se micșorează în acest fel solicitarea sistemului în eventualitatea unui defect pe linie și se asigură deconectarea selectivă a defectului.

În cazul cînd se urmărește și determinarea supratensiunilor la declanșarea transformatoarelor în gol, stația trebuie să permită manevre pe ambele sisteme de bare. Autorul consideră rațional ca la darea în exploatare a unei linii, paralel cu efectuarea unor măsurători privind caracteristicile electrice ale acesteia să se determine și nivelul supratensiunilor interne. În acest mod se poate forma o imagine mai clară asupra comportării izolației liniei în exploatare și se pun la dispoziția unităților de proiectare date prețioase pentru efectuarea unor calcule.

Stabilirea la un moment dat a locului de măsură în cadrul sistemului în funcțiune se poate realiza numai de comun acord cu dispecerul care analizează posibilitățile de scoatere din exploatare a liniilor pe timpul experimentărilor.

Punctele de măsură, la locul din sistem ales, sînt determinate de mărimile care trebuie măsurate. Astfel, la linia experimentată este util să se cunoască tensiunea la începutul și sfîrșitul acesteia pentru a putea analiza diferențele de valoare care apar și ca atare gradul diferit de solicitare a izolației. Supratensiunile determinate astfel solicită izolația liniei precum și cea a aparatelor de la capetele liniei. În același mod se determină supratensiunile ce apar în amonte de întreruptor care solicită izolația barelor și a aparatelor din stație.

Pentru compararea rezultatelor de calcul cu cele experimentale este util a se înregistra atît curentul capacitiv la funcționarea liniei în gol cît și șocurile de curent care apar la deconectare ca urmare a amorsărilor repetate în întreruptor.

Pentru înregistrarea fiecărui fenomen în parte trebuie prevăzute dispozitive de măsurare corespunzătoare. Astfel în scopul determinării valorilor supratensiunilor și modului de variație al acestora se va analiza utilizarea oscilografelor mecanice cu bucle cu viteză în înregistrare de 1—3 m/s și care au buclele de frecvență de ordinul Hz. Oscilografele cu bucle sînt destinate îndeosebi pentru măsurarea (prin reductorul de curent) a curentului de linie, constituind de altfel și unica posibilitate de măsurare a acestuia ; de asemenea se analizează posibilitatea utilizării lor pentru determinarea supratensiunilor pe bare prin intermediul reductoarelor de tensiune sau pe linie prin intermediul divizoarelor de tensiune. În scopul înregistrării supratensiunilor pe linie, atît la începutul cît și la sfîrșitul acesteia, se analizează în continuare utilizarea oscilografelor catodice, care pe lîngă

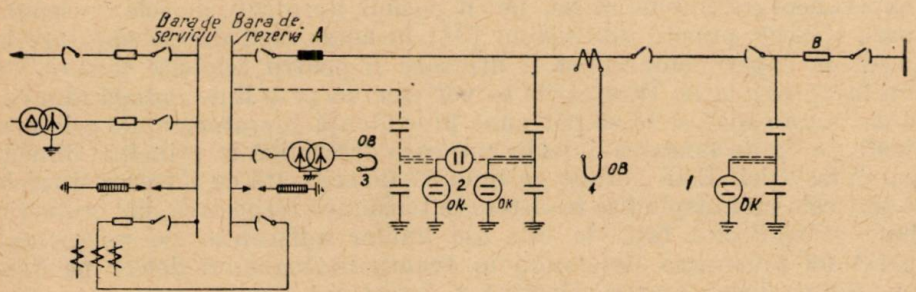


Fig. 1. — Punctele de conectare a schemelor de măsură la o linie de înaltă tensiune.

determinarea supratensiunii permite și cercetarea mai profundă a formei de variație a acesteia.

În mod informativ pe liniile de 110 kV și obligatoriu pentru liniile de foarte înaltă tensiune este necesară determinarea supratensiunilor care apar între faze [9] ; de menționat, că din primele măsurători efectuate rezultă că nu se poate în general admite același coeficient al supra-

tensiunilor pe fază și între faze, fapt care necesită determinarea lor simultană. Pentru determinarea supratensiunilor între faze sînt necesare elemente de măsurare în plus care se conectează în aceleași puncte ca mai sus (fig. 1).

Rezultă deci că pentru determinarea tuturor mărimilor indicate mai sus sînt necesare următoarele elemente de măsură, indicate în tabela 1.

Tabela 1

Elementele de măsură necesare

Mărimea măsurată	Punctul de măsură	Elementul de măsură	
		la oscilografe catodice OK	la oscilografe cu bucle
Supratensiuni pe fază	1	3 + 1	—
	2	3 + 1	—
	3	—	3 + 1
Supratensiuni între faze	1	3 + 1	—
	2	3 + 1	—
	3	—	3 + 1
Curentul pe fază	4	—	3
Total		12 + 4	9 + 2

Deci :

— 12 elemente la oscilografele catodice plus 4 pentru etalonarea bazei de timp, dacă timpul nu se poate măsura direct pe ecran ; se indică în acest sens o etalonare separată după fiecare înregistrare.

— 9 elemente de măsură la oscilograful mecanic cu bucle plus 3 pentru baza de timp.

În cazul cînd se urmărește numai stabilirea supratensiunilor pe fază (îndeosebi pentru liniile de 110 kV existente în exploatare, la care distanța între faze este suficient de mare) numărul de elemente înregistratoare se reduce la 6 pentru oscilografele catodice (plus eventual 2 de etalonarea tipului) și 6 bucle de măsură (plus 2 pentru baza de timp).

Conectarea elementelor de măsurare în punctele stabilite pe schema principală din fig. 1, se realizează practic funcție de spațiul existent pentru a fi cît mai comodă exploatarea.

Pentru măsurarea supratensiunilor pe bare este indicat să se folosească reductoare de tensiune existente ; în mod analog este indicat să se folosească reductoarele de curent existente pentru măsurarea curentului capacitiv sau a șocurilor curent de pe linie.

Conectarea divizoarelor pentru măsurarea supratensiunilor pe linie trebuie să se facă între întrerupătorul și separatorul de linie și numai atunci cînd acestea două sînt deschise. În acest mod se evită pericolul electrocutării datorită unor tensiuni sau supratensiuni care vin dinspre linie.

Conectarea dispozitivului de măsură la capătul liber al liniei este indicat să se facă în mod analog ca la capătul unde se face operația de deconectare.

Deoarece în timpul operațiilor de deconectare este posibilă apariția unor supratensiuni periculoase pentru izolația transformatorului, acesta se va proteja cu descărcătoare cu rezistența variabilă.

Tot în scopul măririi siguranței în timpul încercării, considerăm indicat ca linia încercată să fie conectată la acel sistem de bare al stației la care nu mai sînt cuplați alți consumatori ; punerea sub tensiune a acestui sistem de bare se face prin întrerupătorul de cuplă care oferă o protecție în plus (acesta este prevăzut cu protecție rapidă) și o mărire a siguranței funcționării sistemului.

Pentru a evita funcționarea descărcătoarelor pe linie, ceea ce ar duce la falsificarea măsurătorilor, apare necesitatea ca ele să fie deconectate în timpul încercărilor.

Elementele de măsurare indicate mai sus constituie *minimul necesar* pentru determinarea îndeosebi a supratensiunilor pe linie.

Considerînd exactitatea redusă a sistemului reductor de tensiune oscilograf cu bucle, se cere ca supratensiunea pe bare să fie măsurată prin divizor capacitiv și oscilograf catodic. În acest caz există posibilitatea măsurării tensiunii la contactele întrerupătorului, însă sînt necesare în plus 6 elemente de înregistrare schema fiind alcătuită ca în figura 1 (inclusiv partea punctată).

3. SCHEME DE MĂSURARE ȘI UTILIZAREA LOR

3.1. **Utilizarea oscilografelor cu bucle.** Oscilografele cu bucle [10], [11] au ca elemente de măsură buclele magnetoelectrice de rezistență relativ redusă (1,5—6 Ω) care pot măsura curenți de ordinul mA. Buclele pot fi alimentate fie prin divizoare ohmice sau capacitive, fie prin reductoare de tensiune sau curent ; aceasta trebuie să asigure consumul de curent necesar al buclei în condițiile unor erori reduse.

Cînd se utilizează divizoarele ohmice buclele se vor conecta în paralel cu elementele de joasă tensiune ale acestora ; rezistența înseriată cu bucla este aleasă astfel încît prin bucle să treacă un curent cuprins în limitele normale admisibile. Măsurarea cu bucle prin divizorul de tensiune ohmic este afectată de erori [12].

Conectarea buclei de măsură la divizorul capacitiv conduce la erori de măsură [12] și la necesitatea ca elementul de înaltă tensiune să fie de capacitate relativ ridicată.

Oscilografele cu bucle pot fi utilizate în mod rațional atunci cînd se conectează un transformator de tensiune cu un curent secundar, comparativ mare față de cel necesar buclei, ceea ce în toate cazurile se realizează destul de ușor (de exemplu transformatorul TTUM-2 $\frac{110000}{\sqrt{3}} / \frac{100}{3} / \frac{100}{\sqrt{3}}$ are pentru clasa de precizie 1 o putere de 500 VA, adică admite un curent limită de 500 : 100 = 5 A).

Măsurarea curentului de înaltă tensiune se poate face numai prin utilizarea reductoarelor de curent montate pe linie; curentul din secundar de ordinul 2—10 A este proporțional cu cel de pe linie.

Măsurarea simultană a curentului de pe linie și a tensiunii de pe bare este posibilă prin utilizarea buclelor unui singur oscilograf sau a mai multor oscilografe cu funcționarea sincronă; schema din figura 2 este alcătuită pentru două oscilografe de tipul MPO2.

Curentul prin buclele de tensiuni este asigurat de reductorul de tensiune *12* conectat pe bare și este limitat la valorile admisibile de către rezistențele suplimentare *3*, alese în mod corespunzător.

Buclele de curent se alimentează de la reductorul de curent *7* care se încarcă cu șunturile ce se găsesc în dispozitivul *3*; acestea reduc curentul la limitele admise de bucle.

Baza de timp în acest caz trebuie să fie de 0,5 kHz pentru a putea efectua citirea oscilogramelor în bune condiții. Dacă se utilizează oscilograful $8SO_1$ [11] atît limitatoarele cît și șunturile *3* din fig. 2 sînt incluse în aparat, mărimea lor putînd fi fixată direct de la pupitrul de comandă al acestuia.

Pentru înregistrarea supratensiunilor se consideră rațional alegerea vitezei indicate mai sus cu scopul obținerii unei desfășurări mari a fenomenului studiat (o perioadă la 4—6 cm). În acest caz manipularea oscilografului trebuie făcută cu grijă utilizînd posibilitățile de sincronizare automată pe care le posedă [10].

Comanda de pornire se va da la aparat prin butonul B_2 (fig. 2) sau din exterior prin închiderea la distanță a unui contact similar C_2; ca urmare a comenzii, motorul cuplează prin reductor filmul care începe să accelereze; după parcurgerea lungimii de mers în gol fixată la regulatorul d (timpul $t_1 = 1/v$, unde l lungimea de film) se închide contactul normal deschis C_1 și comandă declanșarea întrerupătorului prin releul intermediar 4 și bobina de declanșare BD. Timpul propriu al releului este de circa 20 ms, iar al întrerupătorului 20—80 ms. Oscilograful prin buclele de măsură înregistrează cele două fenomene (tensiunea și curentul) într-un interval de timp determinat de lungimea de film fixată prin regulatorul b după care motorul se oprește automat. Redeschiderea contactelor C_1 nu schimbă poziția întrerupătorului care a rămas declanșat; acțiunea contactelor C_1 este astfel asemănătoare cu cea a releelor de protecție. Lungimea totală de film care trebuie fixată la regulatorul b este determinată de timpul util de înregistrare (la care se adaugă dispersiile inerente și mersul în gol) înmulțit cu viteza de rulare. La o viteză de 2 m/s pentru o înregistrare cu schema din fig. 2 este necesară o lungime de aproximativ 0,8 m.

La începutul fiecărei experiențe trebuie să se facă etalonarea buclelor pentru poziția respectivă a limitatorului de tensiune. La ambele tipuri de oscilografe analizate există posibilitatea de comandă de la distanță și de sincronizarea comenzilor.

Dacă se folosesc pentru înregistrare numai bucle de frecvență ridicată se pot utiliza simultan două oscilografe sincronizate. Sincronizarea este posibilă prin legarea împreună a bornelor corespunzătoare de la ambele oscilografe de tipul SO1 sau MPO2.

Înregistrarea cu oscilograful cu bucle conectat la reductorul de tensiune trebuie considerată însă cu caracter informativ dat fiind erorile de măsură care se obțin, așa cum rezultă din [12]. Pentru evitarea deteriorării

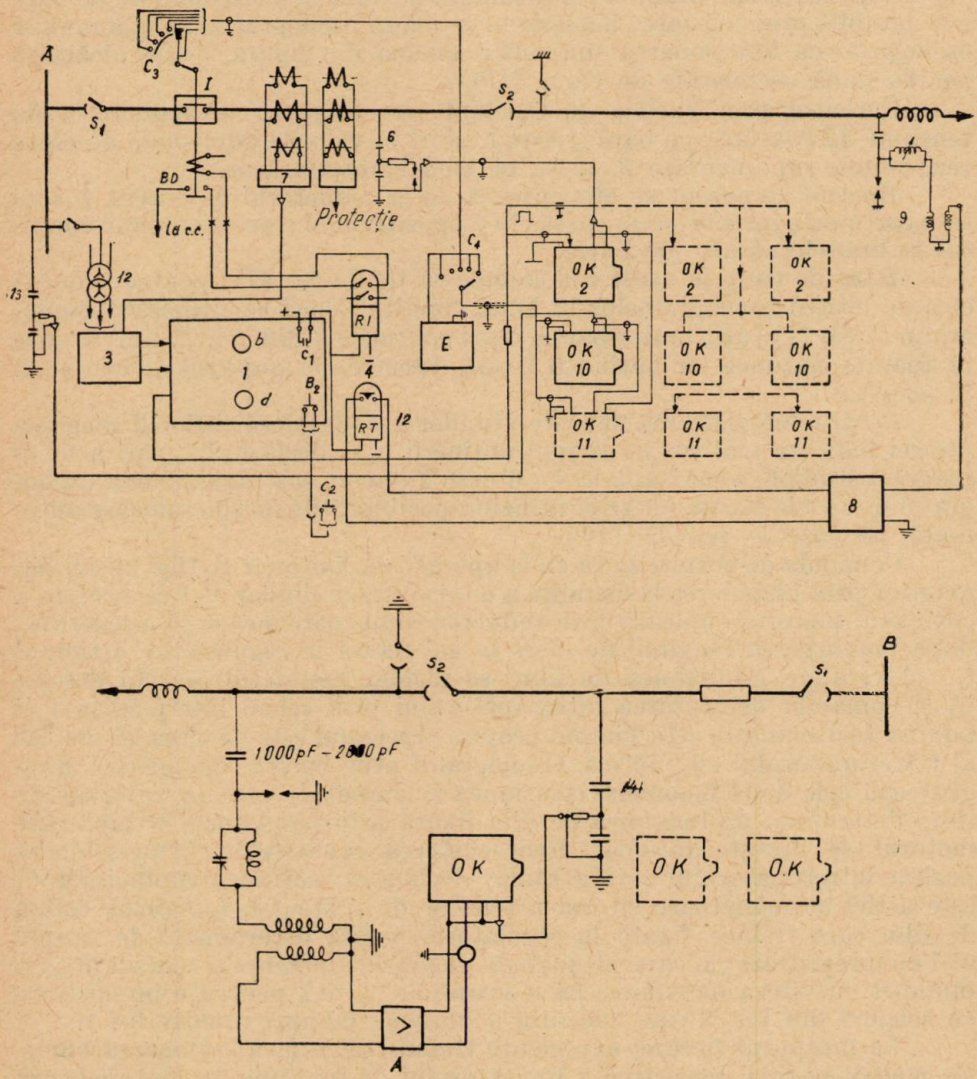


Fig. 2. — Schema de conexiuni pentru înregistrarea supratensiunilor interne la o linie *a*) — la capătul de comandă, *b*) — la capătul liber al liniei.

buclelor de măsură sînt prevăzute limitatoare. Oscilografele cu bucle pot fi utilizate însă cu erori mai mici [12] la înregistrarea prin divizor de mare capacitate.

3.2. **Utilizarea oscilografelor catodice.** Înregistrări de calitate superioară se pot obține cu oscilografe catodice care datorită consumului lor mic (impedanțe de intrare mari de ordinul megohmilor și picofarazilor) se pot conecta la divizoare de tensiune.

Variind durata baleiajului se obțin pe ecran fracțiuni sau multipluri de perioadă ($T = 20$ milisecunde). Datorită faptului că inerția fasciculului este incomparabil mai mică decît cea a buclelor, se înregistrează oscilațiile de frecvență ridicată (>10 kHz, care este frecvența maximă a oscilațiilor ce apar în timpul declanșării liniilor în gol). Înregistrarea numai a unei părți din fenomenul ce are loc la declanșarea liniei permite analiza amănunțită a acestuia. De menționat că *lungimea din* fenomen care se înregistrează este reglabilă continuu, prin mărirea sau micșorarea duratei baleiajului. Oscilografele care se utilizează trebuie să permită înregistrarea fenomenelor singulare iar baleiajul lor trebuie amorsat sincron cu fenomenul; acest fapt conduce la necesitatea unui dispozitiv de sincronizare.

Sînt posibile următoarele căi de sincronizare a înregistrării cu fenomenul studiat:

a) Comanda declanșării întrerupătorului și baleiajului oscilografului cu un dispozitiv de demarare *3* (fig. 3). Comanda se face direct de la dispozitivul *3* sau de la oscilografele cu bucle conectate în același loc de măsură. În cazul utilizărilor oscilografelor cu bucle comanda de la acestea este obligatorie și ea se asigură prin folosirea bornelor de comandă ce le posedă. Prin demarorul 3 se trimite fără întîrziere impulsul la bobina de declanșare a întrerupătorului, iar cu o întîrziere egală aproximativ cu timpul propriu al întrerupătorului, la deblocarea baleiajului sau a spoturilor.

Impulsul care se transmite bobinei de declanșare trebuie să fie suficient de lung pentru asigurarea declanșării sigure a acestuia. De altfel, acest impuls poate fi oricît de mare, deoarece prin declanșarea întrerupătorului printr-un contact auxiliar al acestuia se întrerupe circuitul de alimentare al bobinei.

Fenomenul de studiat se transmite prin divizorul *1* sau *6* și *13* și *14* din figura 2 și cablul de legătură la plăcile de fenomen ale oscilografului sau la amplificatorul acestuia. Sistemul menționat poate fi utilizat la capătul de alimentare al liniei studiate de unde se comandă operațiile de deconectare. Pentru capătul liber al liniei, deblocarea oscilografului este asigurată de către un impuls trimis prin circuitul de telefonie la înaltă frecvență (releul *12*, generatorul *8*, circuite de telefonie *9*) de la demarorul aflat în schema de la capătul liniei; impulsul primit trebuie amplificat (amplificatorul A fig. 2 *b*) deoarece pe linie suferă o atenuare.

Instalația trebuie în consecință să producă pe lîngă impulsurile de declanșare a întrerupătorului, de demarare a oscilografului de la capătul de alimentare și un impuls care se trimite prin circuitul de înaltă frecvență la oscilograful de la capătul liber al liniei; de asemenea instalația *3* trebuie să producă un impuls care să marcheze începutul înregistrării pe oscilograful cu bucle.

b) Schema de deblocarea baleiajului prin fenomen, se realizează prin utilizarea schemei din figura 4.

La apariția unei tensiuni aperiodice, direct de la bornele de tensiune joasă ale divizorului, impulsul care se creează amorsează dispozitivul *3* și acesta baleiajul oscilografului. Fenomenul studiat se transmite la osciograf în mod asemănător ca mai sus (pct. *a*).

Schema prezentată poate fi utilizată la capătul de alimentare al liniei; în acest caz comanda de declanșare a întrerupătorului se dă numai de la oscilografele cu bucle.

Sistemul prezintă însă dezavantajul că nu poate înregistra întreg fenomenul. Pe de altă parte realizarea releului care să lucreze la valoarea

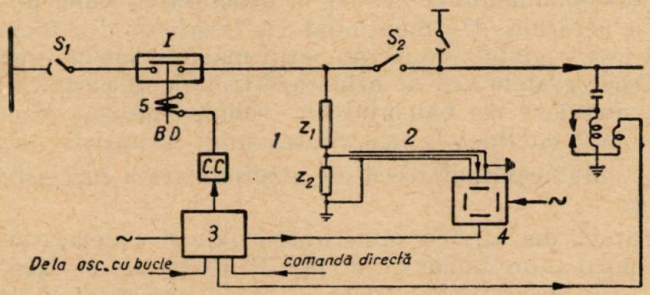


Fig. 3. — Schema bloc de înregistrare cu oscilograful catodic comandat prin demaror.

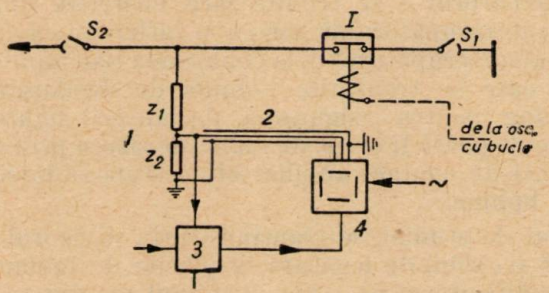


Fig. 4. — Schema bloc de înregistrare cu oscilograful catodic cu deblocarea prin supratensiune.

supratensiunii pozitive sau negative sau la derivata acesteia este dificilă; de aceea acest sistem nu este indicat.

c) Folosirea unor contacte auxiliare care se mișcă sincron cu contactele principale ale întreruptorului.

Cursa unghiulară a întreruptorilor IUP—110 și IUM—35, de exemplu, este de aproximativ 90°. Pe axul de acționare al contactelor principale se așază un contact mobil *3* din figura 2, iar pe carcasa întreruptorului un șir de contacte fixe. Comanda declanșării se dă tot prin oscilograful cu bucle, iar impulsurile de deblocare a oscilografelor cît și cele de marcare sînt obținute de la aceste contacte în poziții bine stabilite ale cursei contactelor principale ale întreruptorului. Acest mijloc s-a folosit la întocmirea schemei din figura 2.

d) Folosirea unui comutator program cu funcțiuni multiple care, comandă atît închiderea cît și deschiderea întreruptorului; cu ajutorul acestuia se poate obține începerea desfacerii contactelor întreruptorului la diferite faze ale tensiunii alternative, cu eroarea determinată de dispersia timpului propriu al întreruptorului (la IUP 110 de ex. timpul propriu este cuprins între 0,017 și 0,08 s). Și în acest caz este recomandabil ca impulsul de deblocare a bazei de timp să fie luat de la contactul sincron al întreruptorului pentru a elimina eroarea determinată în dispersia mare a timpului de declanșare.

Pe baza analizei făcute rezultă că schema din fig. 2 *a* și *b* este indicată pentru măsurarea supratensiunilor la declanșarea liniilor, prezentînd avantajul simpletei și a posibilității de înregistrare a mărimilor indicate. Schema satisface cerințele puse în ceea ce privește sincronizarea înregistrării la ambele capete ale liniei.

4. ELEMENTELE COMPONENTE ALE SCHEMELOR DE MĂSURĂ

4.1. **Înregistrarea cu oscilograful cu bucle.** Pe baza analizei făcute rezultă că sînt necesare unul sau două oscilografe; schema de conexiune (fig. 2 *a*) a fost concepută pentru oscilografele MPO2 și 8SO—1 existente în institut. În cazul utilizării oscilografului MPO2 este necesară construirea dispozitivelor de limitare și a șunturilor.

4.2. **Înregistrarea cu oscilograful catodic.** Principial se pot utiliza două tipuri de oscilografe cu catodă rece și cu catodă caldă.

a) Oscilografele cu catodă rece prezintă avantajul înregistrării de calitate (tensiune de accelerare mare) și simultane pe aceeași oscilogramă a mai multor fenomene. Comanda înregistrării se obține fie prin deblocarea spoturilor fie prin deblocarea acestora odată cu baza de timp proprie a oscilografului. În prima alternativă se face o explorare mecanică a fenomenului utilizînd pentru acesta tamburul rotativ de felul celui de la oscilograful KO—1 [13]. În acest caz sincronizarea este realizată prin aplicarea în timpul înregistrării, a unei tensiuni de deblocare a spoturilor (care în repaus sînt blocate pentru a nu imprima pe film sau hîrtie tensiunea alternativă) (fig. 5). Durata maximă posibilă de înregistrare este determinată de viteza tamburului; pentru aceasta ar fi util ca tamburul să aibă o viteză reglabilă în limitele determinate de durata fenomenului.

De menționat, de asemenea, că folosirea tamburului (caseta rotativă) face necesară după fiecare înregistrare desfacerea oscilografului pentru a scoate filmul; la o nouă înregistrare trebuie încărcată caseta și repus oscilograful în stare de funcționare. Această operație de durată relativ mare (aproape o oră) conduce la mărirea exagerată a timpului de experimentare.

În al doilea caz se folosesc oscilografele cu explorare electronică care înlătură dezavantajul amintit, întrucît caseta obișnuită (statică), utilizată în acest caz permite încărcarea cu o cantitate mare de film, iar schimbarea cadrelor se face ușor din exterior fără desfacerea camerei

de vid [13]. Impulsul de sincronizare la această schemă trebuie să acționeze asupra releului triplu Angelini [14] prin a cărei amorsare se deblochează spoturile și începe desfășurarea bazei de timp. Durata impulsului poate fi mult mai mică decît cea a fenomenului, dar amplitudinea sa

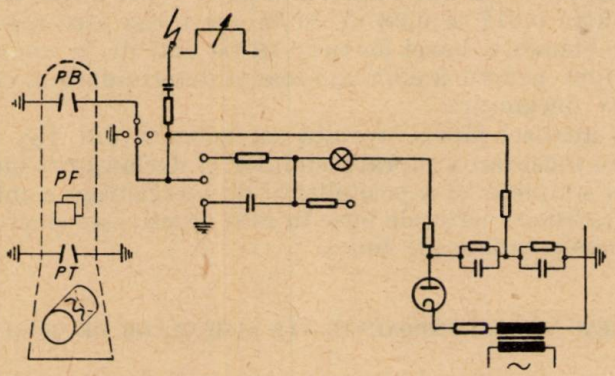


Fig. 5. — Schema principală a deblocării oscilografului cu explorare mecanică.

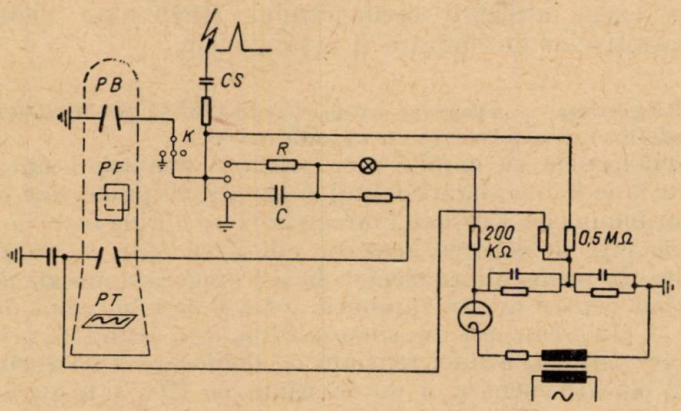


Fig. 6. — Schema de deblocare a oscilografului cu explorare electronică.

trebuie să fie suficientă pentru a produce amorsarea releului triplu [14]. Impulsul se aplică pe sferă centrală printr-un condensator de separare, pus cu scopul de a proteja instalația de sincronizare față de tensiunea relativ mare (pînă la 3000 V) a bazei de timp; polaritatea impulsului de deblocare poate fi oricare (fig. 6).

Osciloscopul cu catoda rece se poate folosi și cu baza de timp exterioară; în acest caz se scot legăturile de alimentare de bază de timp proprie lăsînd accesibile plăcile de deflecție respective la care se conectează baza de timp exterioară. Sincronizarea înregistrării în această situație se face ca la osciloscopele cu catodă caldă care vor fi analizate mai departe.

Trebuie menționat faptul că oscilografele cu catodă rece, pe lîngă avantajele menționate prezintă dezavantajul unei transportări greoaie, dificilă, cu posibilitatea de apariție a unor defecțiuni greu de înlăturat, ca : slăbirea uneia dintre flanșe și pierderea vidului, degradarea cablului de alimentare cu înaltă tensiune, ruperea filmului sau hîrtiei care nu poate fi controlată din exterior etc. Toate acestea fac ca oscilografele cu

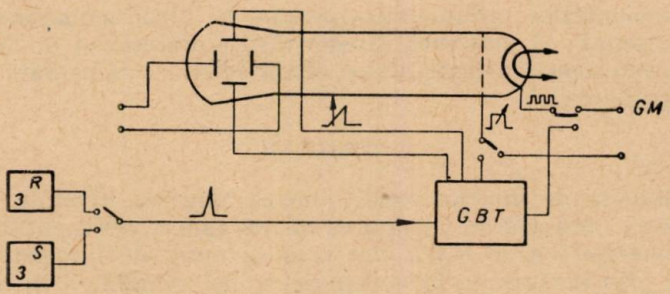


Fig. 7. — Schema bloc a oscilografului cu catoda caldă destinat înregistrării supratensiunilor interne.

catodă rece, de tipul analizat, să fie utilizate numai în condiții speciale : existența oscilografului în stație, lipsa altor oscilografe.

b) Oscilografele cu catodă caldă se utilizează în scopul înregistrării supratensiunilor numai dacă au bază de timp declanșabilă pe durate de timp bine determinate, sau spoturile pot fi deblocate pe o durată stabilită. În acest scop se folosesc oscilografele destinate impulsurilor, deci a fenomenelor singulare, sau oscilografele electromecanice. Elementele pe care trebuie să le conțină un oscilograf cu catodă caldă destinat înregistrării supratensiunilor interne, rezultă din figura 7.

La comanda primită de la releul R_3 sau demaroul S_3 fig. 2 — generatorul bazei de timp GBT începe să funcționeze asigurînd baleiajul spoturilor cu o viteză fixată și întărirea spotului în cursă directă. În acest caz pentru fotografiere se poate utiliza aparatura simplă, care rămîne în stare de înregistrare în timpul unei operații. Dat fiind însă greutatea de ecranare a circuitelor de sincronizare și a sursei de alimentare a acesteia (E și C_4 din fig. 2) apar uneori baleieri intempestive în care caz se recomandă utilizarea *oscilografelor electromecanice* ; la acestea filmul se mișcă în fața ecranului, iar spoturile se deblochează pe durata înregistrării.

În acest caz comanda de antrenare a filmului se dă de la al doilea contact al releului din figura 2.

În ambele cazuri fenomenul se aplică direct la plăci sau prin divizor combinat [12].

Înregistrarea supratensiunilor necesită, după cum s-a arătat în paragraful 2, un număr mare de oscilografe. Reducerea acestui număr și ca urmare și a circuitelor de sincronizare și alimentare este posibilă prin utilizarea tuburilor cu două spoturi. Tot în scopul reducerii numărului de

circuite de alimentare şi sincronizare este raţională montarea pe acelaşi şasiu a tuturor tuburilor necesare înregistrării într-un anumit punct (în acest caz circuitele de alimentare şi înregistrare sînt comune). Printr-o aşezare raţională a tuburilor şi folosirea unui sistem optic adecvat se pot obţine pe aceeaşi diagramă toate fenomenele studiate.

Reducerea numărului de oscilografe necesare înregistrării supratensiunilor, prin utilizarea comutatorului electronic, nu este raţională ca urmare a deformărilor suplimentare pe care le introduce acesta. Totodată trebuie menţionat că datorită înregistrării simultane a două fenomene, intensitatea luminoasă a imaginii pe ecran scade şi ca urmare este îngreunată fotografierea.

5. CONCLUZII

Supratensiunile interne condiţionează alegerea nivelului de izolaţie şi de aceea este necesară determinarea lor pe cale experimentală, în cadrul sistemului energetic al R.P.R., atît prin sistemul de înregistrare permanentă cît şi prin măsurarea la declanşări voite. Analizînd în lucrare diferite scheme şi mijloace de înregistrare, precum şi modul de folosire rezultă următoarele :

1. Pentru înregistrarea supratensiunilor este necesară o bază materială care să constea din 6—12 oscilografe catodice 1—2 oscilografe cu bucle şi dispozitivele de comandă şi fotografiere adecvate.

2. Stabilirea locului din sistem unde se execută măsurătoare se face de comun acord cu dispecerul ţinînd cont de caracteristicile reţelei de tipul întrerupătorului utilizat şi de securitatea sistemului.

3. Sincronizarea oscilografului catodic sau deblocarea spoturilor trebuie comandată de la un şir de contacte cuplate rigid cu axul principal al întrerupătorului (fig. 2), ceea ce conduce la reducerea erorii determinate de dispersia mare a timpului propriu al întrerupătorului.

4. Pentru mărirea securităţii personalului şi a funcţionării sistemului trebuie luate o serie de măsuri cuprinse în lucrare (cap. 2) şi respectate prescripţiile P.E.T.

AUFSTELLUNG EINES PRÜFSCHEMAS ZUR MESSUNG DER ÜBERSPANNUNGEN BEI ABSCHALTUNG EINER UNBELASTETEN LEITUNG

ZUSAMMENFASSUNG

Im Artikel werden die Möglichkeiten zur Messung der bei Abschaltung von unbelasteten Leitungen entstehenden Überspannungen besprochen. Zunächst werden die ständigen Registriermittel angegeben und dann eine kritische Untersuchung der verschiedenen Registrierschemas und -mittel vorgenommen. Hiervon ausgehend, wird ein Meßschema für einen Tag aufgestellt, das zu Messungen im Rahmen des energetischen Systems der RVR vorgeschlagen wurde.

BIBLIOGRAFIE

1. G. DRĂGAN, *Determinarea supratensiunilor ce apar la declanşarea liniilor în gol.* Lucrare prezentată la Institutul de energetică, 1961 (sub tipar).
2. V. V. LALAUSEK, R. GERT, *Innere Überspannungen in nichtgeerdeten Streupunkten von 100 KV-Transformatoren* Elektrotechnik, **9**, *11*, 385—490 (1960).
3. A. DENNHARDT, *Laufende Registrierung von Überspannungen in Mittelspannungsnetzen mit neuen elektronischen Geräten.* ETZ-A, **81**, *17*, 589—592 (1961).
4. H. BERGEN, *Messverfahren und Betriebsverhalten bei der Registrierung von Überspannung-Elektronenstrahl-Oszillographen.* ETZ-A, **81**, *17*, 587—589 (1960).
5. F. GEIGER, *Erfahrungen mit Überspannungen. Überspannungs-Punktschreiber in einem Mittelspannungsnetz.* ETZ-A, **81**, *17*, 609—612 (1960).
6. E. FISCHER, *Erfahrungen mit Überspannungs-Punktschreiber.* ETZ-A, **81**, *17*, 603—606 (1960).
7. C. GARY, M. MONNET, *Les compteurs de surtensions.* Bull. Soc. Fr. Electriciens, **IX**, *104*, 430 (1959).
8. H. MURTEZ, *Betriebsmässige Registrierung von Schaltüberspannungen insbesondere nach einem neuartigen Messverfahren.* ETZ-A, **81**, *17*, 597—602 (1960).
9. АРТЕМЬЕВ, А. ШУР С. *Выбор междуфазовой изоляции в сетях высших классов напряжений.* Эл. станции, **32**, *1* (1961).
10. *** *Осциллограф вакмивибраторный пераночий типа МРО2.*
11. *** *Sleifen Oszillograff* 8801.
12. B. POPA, *Erorile de măsură ale schemelor de înregistrare a supratensiunilor interne.* St. cerc. energ., *2* (1962).
13. M. LOBEL, *Aplicaţiile industriale ale oscilografului catodic.* Ed. tehnică, Bucureşti, 1959.
14. C. HORTOPAN, *Instalaţia de sincronizare a oscilografului catodic cu generator de impuls.* Electrotehnica, *8* (1961).

CU PRIVIRE LA POSIBILITATEA FOLOSIRII MAŞINILOR DE CALCUL CIFRICE LA DETERMINAREA BILANŢULUI ENERGETIC DE PERSPECTIVĂ OPTIM

DE

TEODOR MICLESCU şi ALEXANDRU PAP

1. CONSIDERAŢII INTRODUCTIVE

Necesitatea efectuării unui volum foarte mare de calcule pentru rezolvarea problemelor de programare matematică la care revine întocmirea bilanţului energetic de perspectivă optim (vezi [1], [2] şi [3]) impune — ca singură cale acceptabilă din punct de vedere practic — folosirea în acest scop a maşinilor electronice de calcul.

Cercetările întreprinse pînă în prezent în acest domeniu în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R. s-au referit la posibilitatea rezolvării exemplului de calcul simplificat, expus într-un articol precedent [2], folosindu-se maşinile de calcul cifrice.

S-a studiat posibilitatea folosirii maşinilor electronice de tipul celor existente în ţară.

În prezentul articol se expun unele rezultate ale studiului programării în vederea rezolvării cu maşina a cazului liniar al bilanţului energetic de perspectivă prin metoda simplex.

Cercetările care vor fi întreprinse ulterior, vor avea în vedere posibilitatea folosirii maşinilor de calcul analogice. De asemenea, o dată cu dezvoltarea cercetărilor în legătură cu cazul neliniar al bilanţului energetic de perspectivă, se va cerceta şi modul în care se vor folosi maşinile electronice în acest caz.

2. PROGRAMAREA DETERMINĂRII CAZULUI LINIAR AL BILANŢULUI ENERGETIC OPTIM PE O MAŞINĂ DE CALCUL CIFRICĂ

S-a luat în considerare cazul liniar al bilanţului energetic optim.

Programarea a fost făcută pentru un tip de maşină de calcul la care sînt precizate următoarele caracteristici :

1. Maşina este universală de tip paralel;
2. Maşina este cu virgulă fixă, numerele cu care lucrează fiind cuprinse în intervalul $(-1,1)$;
3. Viteza de calcul este de aproximativ 40 de operaţii pe secundă;
4. Se folosesc instrucţiuni cu o adresă;

5. Fiecare instrucțiune se exprimă printr-un grup de șase cifre în octal; primele două cifre reprezintă ordinul iar următoarele patru, adresa.

Caracteristicile tipului de mașină de calculat enumerate mai sus coincid cu o parte din caracteristicile calculatoarelor existente la I.F.A. la sfîrșitul anului 1961.

La alcătuirea programului s-a ținut seama de următoarele trei condiții:

1 — în nici una din etapele de rezolvare a problemei să nu fie depășită unitatea;

2 — erorile finale să fie cît mai mici;

3 — numărul de operații să fie minim.

Schema logică a programului reflectă în mare procedeul simplex de rezolvare a unei probleme de programare liniară [3], cuprinzînd deci următoarele părți:

1) calculul criteriului simplex $\Delta C_i = C_i - p_i^*$);

2) găsirea valorii $(C_i - p_i)_{\max}$, determinarea lui g; dacă acesta este zero atunci se dă comanda de scriere a rezultatelor și de oprire a funcționării;

3) calculul valorilor $\frac{R_j}{b_{jg}}$;

4) găsirea valorii $\left(\frac{R_j}{b_{jg}} > 0\right)_{\min}$; determinarea lui h (h este indicele variabilei care este scoasă din bază);

5) extragerea valorii b_{hg} trecerea în bază a necunoscutei x_g și a valorii p_g;

6) calculul valorilor $\frac{b_{hi}}{b_{hg}}$;

7) calculul valorilor b_{ji}^*.

Chiar dacă inițial se iau măsuri ca toate valorile să fie cuprinse în intervalul $(-1,1)$, se poate întîmpla ca în cadrul anumitor părți ale procedeului simplex să apară valori supraunitare.

Cazurile în care pot apare valori supraunitare, și măsurile pentru evitarea lor sînt indicate în cele ce urmează.

În prima parte, este posibil ca $|C_i - p_i| > 1$ dacă C_i și p_i sînt de semne contrarii. De aceea, ținînd seama și de structura lui C_i, valorile p_i se înmulțesc în prealabil cu $\frac{1}{2}$.

În partea a 3-a, este posibil ca deși $-1 < R_j < 1$ și $-1 < b_{jg} < 1$, $\frac{R_j}{b_{jg}}$ să depășească unitatea. Pentru a se evita acest lucru, se calculează numai valorile $0 < \frac{R_j}{|b_{jg}|} < 1$. Pentru $\frac{R_j}{|b_{jg}|} > 1$ se scrie -1 în $\frac{R_j}{b_{jg}}$. Dacă nu există $-\frac{R_j}{b_{jg}} > 0$ se calculează $\frac{b_{jg}}{R_j}$, pentru $\frac{b_{jg}}{R_j} > 1$ procedîndu-se ca mai sus. Se alege $\left(\frac{b_{jg}}{R_i}\right)_{\max}$ care corespunde în acest caz la $\left(\frac{R_j}{b_{jg}}\right)_{\min}$.

În partea a 6-a, depășirea unității se poate datora tot unui raport $\frac{b_{hi}}{b_{hg}}$. Pentru evitarea depășirii, toate valorile b_{ji}^* se înmulțesc cu $\left|\frac{b_{hg}}{b_{hi}}\right|_{\min}$.

---

*) În prezentul articol se folosesc notațiile adoptate în articolele relative la procedeele de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă [2] și [3].

În partea a 7-a, depășirea unității se poate datora formei $b_{ji}^{*} = b_{ji} - b_{jg}\frac{b_{hi}}{b_{hg}}$. Ea se evită prin înmulțirea celor doi termeni ai sumei cu $\frac{1}{2}$.

Înmulțirea succesivă a matricei proceselor cu valoarea $\left|\frac{b_{ji}}{b_{hg}}\right|_{\min}$ duce la scăderea continuă a valorilor b_{ji}. Rezultă astfel posibilitatea apariției erorilor de rotunjire. Ele se evită prin împărțirea, după completarea fiecărui tablou simplex, a tuturor coeficienților b_{ji} cu valoarea $|b_{ji}|_{\max}$.

Pentru a se avea un număr cît mai redus de operații, pentru operația $y = \max(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ a fost folosită o rutină care intervine de mai multe ori în cursul unui ciclu simplex. În cazul operației $y = \frac{R_j}{b_{jg}}$, asemănătoare cu operația $y = \frac{b_{jg}}{R_j}$, folosirea unei rutine este dezavantajoasă deoarece numărul de adrese necesar pentru transferul de adrese în rutină este mai mare decît rutina însăși.

Pentru fiecare parte a programului, a fost întocmită o schemă logică detaliată (vezi fig. 1...14).

De asemenea, s-a calculat numărul de operații necesar pentru fiecare parte a programului în funcție de ordinul matricei proceselor (m, n). Pentru un ciclu simplex întreg, în conformitate cu programul de rezolvare elaborat, numărul de operații necesar, poate fi calculat cu relația

$$N = 72\ mn + 221\ m + 80\ n + 215 \text{ operații/ciclu simplex,} \qquad (1)$$

iar numărul necesar de adrese din memoria mașinii cu relația

$$\mathcal{M} = mn + 3\ m + 2\ n + 394 \text{ adrese.} \qquad (2)$$

Atunci cînd se introduc datele inițiale în mașină, valorile lui p_i trebuie împărțite cu o putere a lui 10 pentru a deveni subunitare, apoi cu $2\ m$ pentru ca în expresia $C_i - p_i$ să nu se depășească unitatea.

Expresiile $R_j^{*} = R_j - b_{jg}\frac{R_h}{b_{hg}}$ se vor calcula ca și expresiile $b_{ji}^{*} = b_{ji} - b_{jg}\frac{b_{hi}}{b_{hg}}$ deoarece au aceeași structură. În consecință, $R_1 \ldots R_m$ și $b_{11} \ldots b_{mn}$, vor ocupa adrese succesive în program și operațiile de calcul li se vor aplica în mod identic.

3. PROGRAMAREA PE MAȘINA CIFRICĂ A DETERMINĂRII BILANȚULUI ENERGETIC DE PERSPECTIVĂ OPTIM PENTRU O SITUAȚIE ENERGETICĂ SIMPLĂ

S-a luat în considerare situația energetică expusă într-un articol precedent referitor la determinarea bilanțului energetic general de perspectivă optim [2]. Matricea proceselor pentru acest caz are $m = 26$ și $n = 126$. A rezultat că pentru un ciclu simplex complet, sînt necesare 252 075 de operații. Dacă efectuarea calculelor nu se face automatizat, atunci, pentru același ciclu simplex sînt necesare 6 398 de operații. Durata unui ciclu simplex este atunci de aproximativ 1,75 ore pentru calculul efectuat automat și de aproximativ 100 ore pentru calculul efectuat mecanizat de către un calculator cu antrenament mediu.

Avantajul folosirii mașinii electronice de calculat este evident.

Numărul de adrese care ar fi necesar pentru determinarea bilanțului optim corespunzător situației energetice date cu ajutorul mașinii electronice de calcul, este de 3 994. Acest număr depășește capacitatea calculatoarelor existente actualmente în țara noastră. Chiar dacă ar exista posibilitatea elaborării unui program care să cuprindă numai coeficienții diferiți de zero ai matricei proceselor și în acest caz, capacitatea calculatoarelor de la noi ar fi depășită.

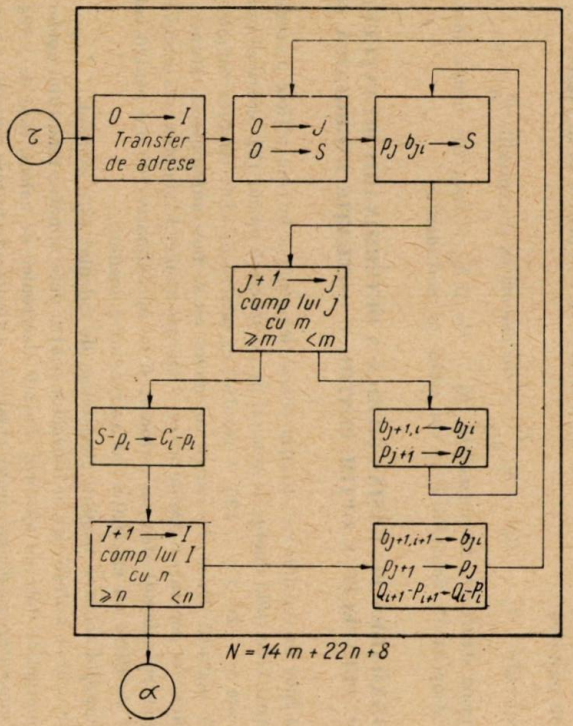


Fig. 1. — Calculul criteriului simplex $C_i - p_i$.

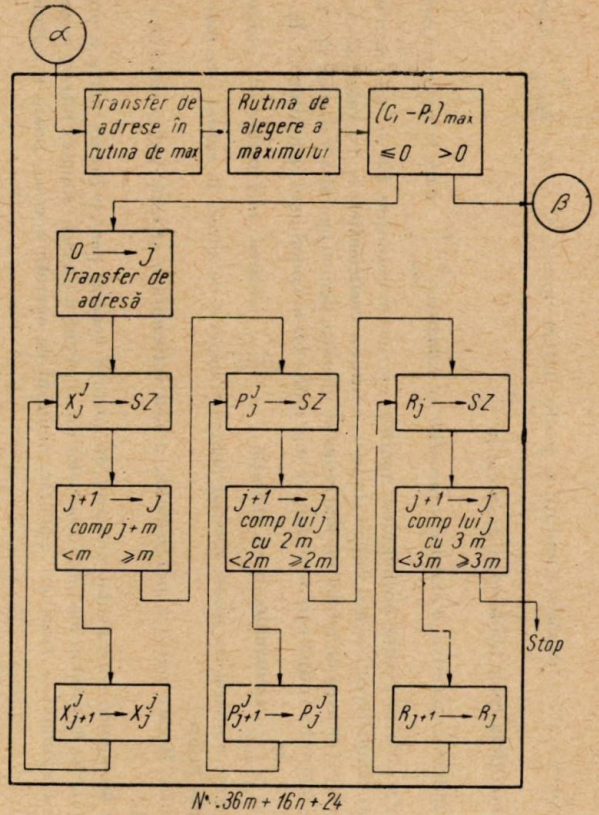


Fig. 2. — Găsirea max. $(C_i - p_i)$ comanda de scriere şi de oprire.

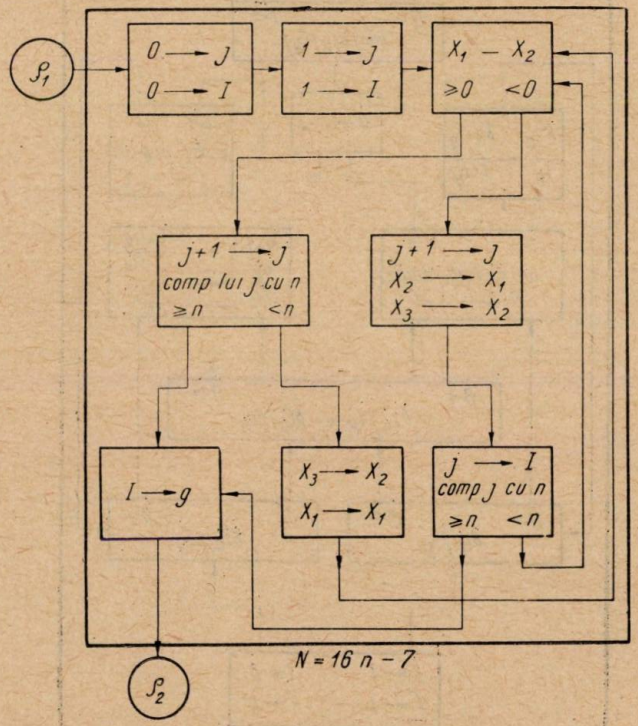


Fig. 3. — Rutina de alegere a maximului dintre n numere.

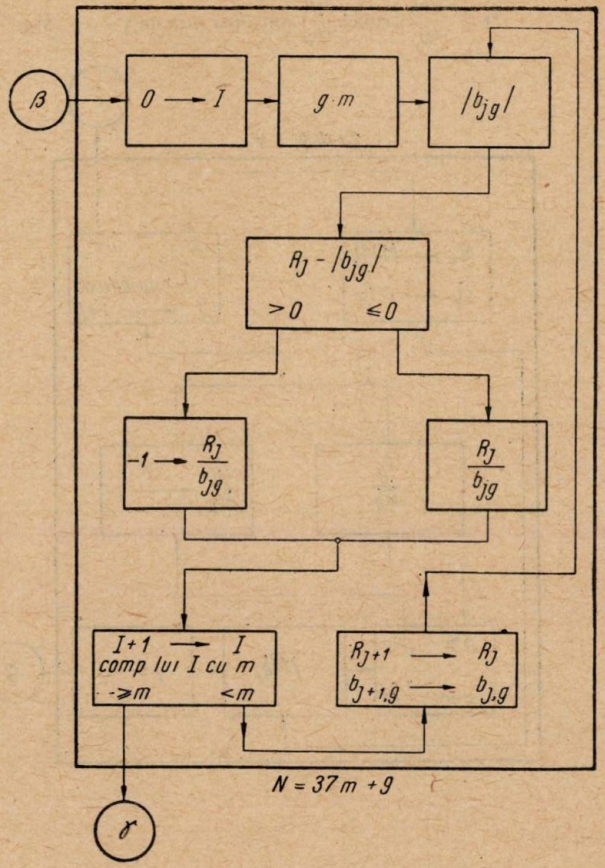


Fig. 4. — Calculul valorilor $\frac{R_j}{b_{jg}}$ cînd $\frac{R_j}{b_{jg}} \leqslant 1$.

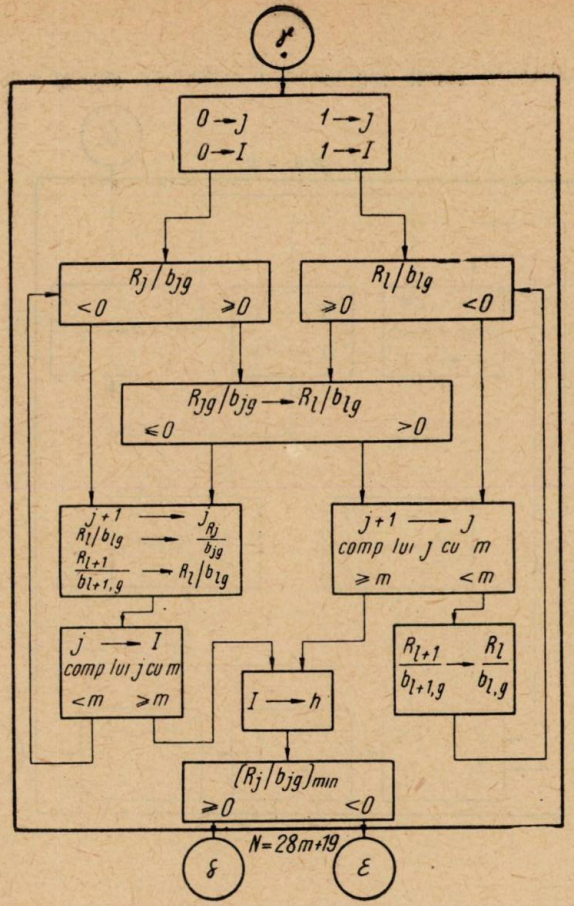


Fig. 5. — Determinarea valorii $0 < \left(\frac{R_j}{b_{jg}}\right)_{min} \leqslant 1$.

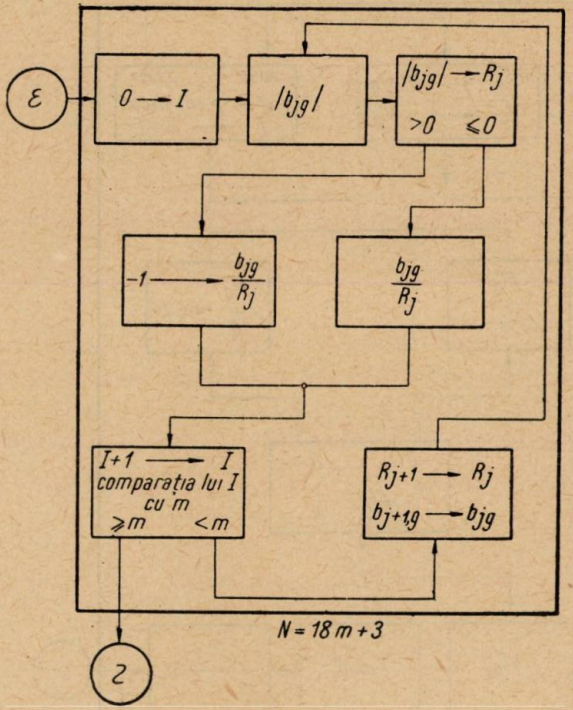
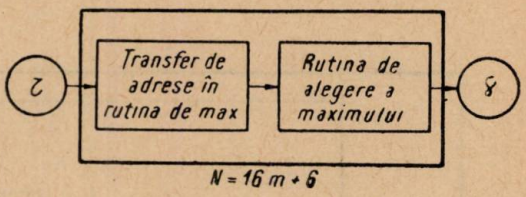


Fig. 6. — Calculul valorilor $\frac{b_{jg}}{R_j}$ pentru $\frac{R_j}{b_{jg}} \geqslant 1$.

Fig. 7. — Determinarea valorii $\left[\frac{b_{jg}}{R_j} \leqslant 1\right]_{\max}$.



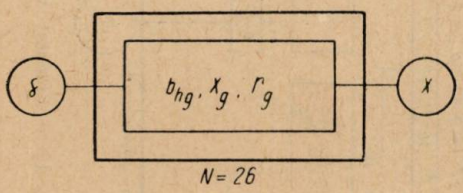


Fig. 8. — Extragerea valorii b_{hg}; scrierea numărului necunoscutei care a intrat în bază; scrierea valorii p_i în p_j.

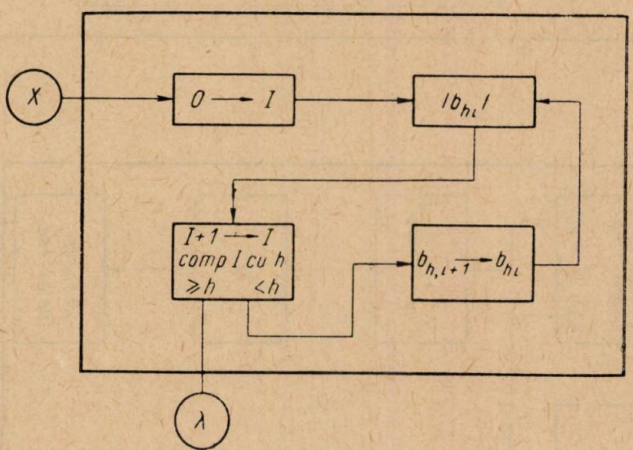


Fig. 9. — Extragerea valorilor $|b_{hi}|$.

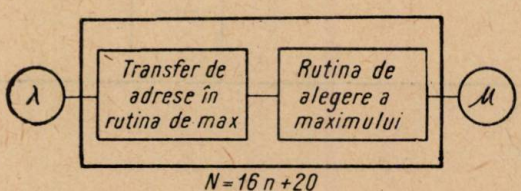


Fig. 10. — Determinarea valorii $|b_{hi}|_{\max}$.

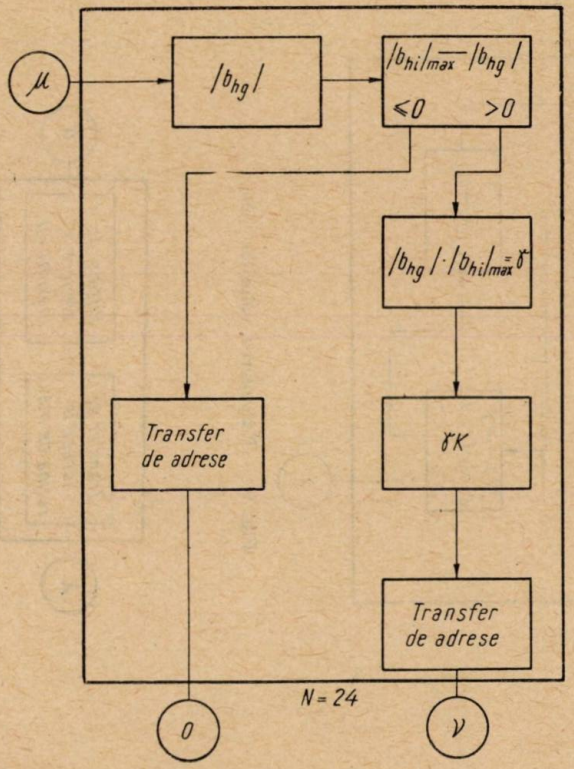


Fig. 11. — Compararea valorii $|b_{.g}|$ cu $|b_{hi}|_{\max}$; calculul valorii $|b_{.g}| : |b_{hi}|_{\max}$; trecerea la calculul valorii b^*_{ji}.

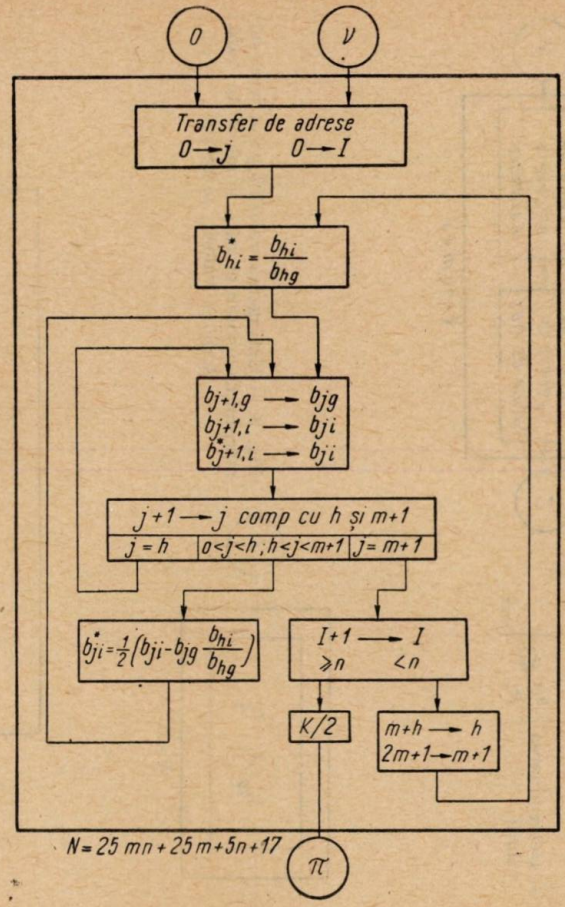


Fig. 12. — Calculul valorilor b^*_{ji}.

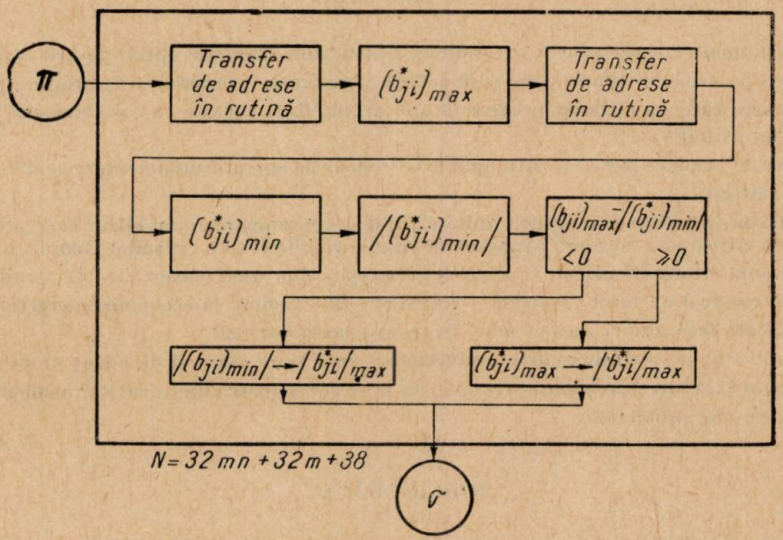


Fig. 13. — Calculul valorii $\left| b^*_{ji} \right|_{\max}$.

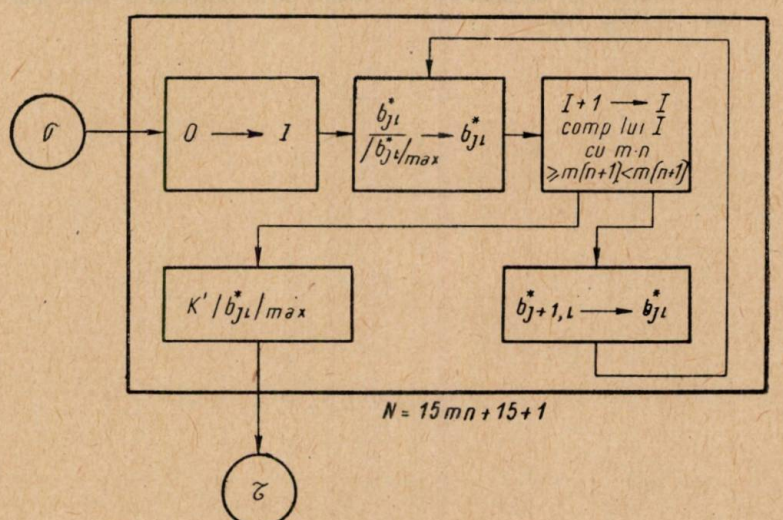


Fig. 14. — Împărţirea coeficienţilor b^*_{ji} cu $\left| b^*_{ji} \right|_{\max}$.

4. CONCLUZII

Programul elaborat pentru determinarea bilanțului energetic optim pentru cazul liniar, cu folosirea procedeului simplex are o structură complicată. Aceasta se datorește faptului că mașina pentru care s-a elaborat programul are virgula fixă, valorile cu care lucrează trebuind să fie în intervalul $(-1,1)$.

Aceasta conduce la necesitatea unui mare număr de operații suplimentare pentru evitarea depășirii unității.

Din considerațiile de mai sus rezultă că pentru determinarea unui bilanț energetic optim, cu o mașină cifrică este necesară o mașină cu virgulă mobilă și cu o capacitate mare a memoriei, chiar în dauna vitezei de calcul. Precizarea caracteristicilor unei mașini care să permită rezolvarea unui caz real de mari proporții — referitoare de exemplu la economia energetică a unei țări — se poate face atunci cînd se pune în ecuație acest caz real.

Rezolvarea pe o mașină cifrică universală a unui prim caz real de bilanț de perspectivă va da răspuns și la întrebarea dacă este oportun să se construiască un calculator analogic pentru rezolvarea acestei probleme.

BIBLIOGRAFIE

1. T. MICLESCU, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*. St. cerc. energ., *3* (1960).
2. T. MICLESCU, AL. PAP, *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă. I. Procedee aproximative*. St. cerc. energ., **XII**, *2*-A (1962).
3. — *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă. II. Procedee exacte*. St. cerc. energ., **XII**, *3*-A (1962).
4. DRAGOȘ VAIDA, *Utilizări ale calculatoarelor electronice de la Institutul de fizică atomică*. Ed. Acad. R.P.R., 1961.

UTILIZAREA PROBLEMELOR DE ELECTROSTATICĂ PENTRU CALCULUL UNOR INTEGRALE IMPROPRII

DE

ANDREI ŢUGULEA

Majoritatea problemelor de determinare a cîmpurilor statice plane se rezolvă utilizînd funcţiile de variabilă complexă. Aceleaşi probleme pot fi însă tratate în anumite cazuri şi pe baza integrării directe a ecuaţiei lui Laplace, care în cazul cîmpurilor ce se întind pînă la infinit presupune utilizarea integralei Fourier. Rezultatele obţinute conduc uneori la concluzii interesante şi studiul merită să fie făcut.

Considerăm cazul cîmpului între două plane semifinite de potenţiale $+V_0$ şi $-V_0$ situate în acelaşi plan şi avînd distanţa $2a$ între muchiile lor (fig. 1).

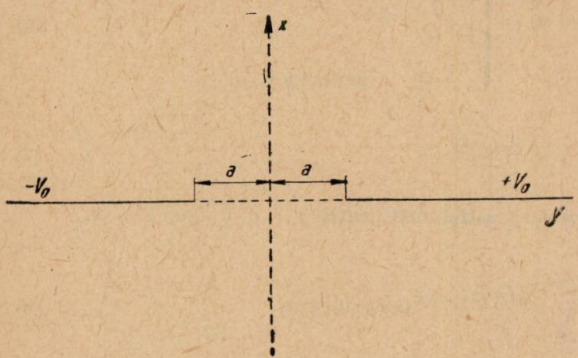


Fig. 1

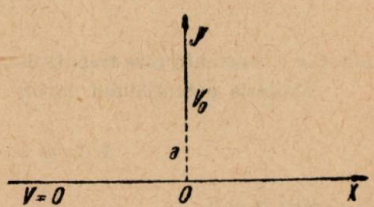


Fig. 2

Pentru determinarea cîmpului este suficient să considerăm în virtutea metodei imaginilor, cazul unui semiplan de potenţial V_0, situat deasupra unui plan de potenţial nul, la distanţa a şi fiind perpendicular între ele (fig. 2).

Avem, prin urmare, o problemă Dirichlet, deoarece trebuie rezolvată ecuaţia

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0, \tag{1}$$

pentru domeniul $-\infty \leqslant x \leqslant +\infty$ şi $y \geqslant 0$, cu condiţiile pe frontieră

$$V = 0 \quad \text{pentru } y = 0$$
$$V = V_0 \text{ pentru } x = 0,\ y \geqslant a. \tag{2}$$

În virtutea simetriei se observă că

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \text{ pentru } x=0,\ y \leqslant a. \tag{3}$$

În general, această problemă nu poate fi rezolvată prin metoda separării variabilelor, deoarece liniile frontierei nu sînt linii de coordonate (pe porţiunea OA nu se cunoaşte potenţialul). Datorită simetriei se mai cunoaşte şi condiţia (3), care ne permite rezolvarea problemei în acest caz particular.

Din metoda separării variabilelor rezultă că forma generală a soluţiei care se anulează pentru $y = 0$ este

$$V(x, y) = \int_0^\infty A(\lambda) \sin \lambda y\, e^{-\lambda x}\, d\lambda, \tag{4}$$

în care funcţia $A(\lambda)$ se determină în funcţie de condiţiile de pe frontieră.

Din soluţia (4) rezultă

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{\substack{x=0 \\ y \leqslant a}} = -\int_0^\infty A(\lambda) \sin \lambda\, y.\, \lambda\, d\lambda. \tag{5}$$

Din studiul integralelor improprii se cunoaşte relaţia *)

$$\int_0^\infty J_0(\lambda a) \sin\left(\lambda a \frac{y}{a}\right) d(\lambda a) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{y^2}{a^2} - 1}} & \text{pentru } y > a, \\ 0 & \text{pentru } y \leqslant a. \end{cases} \tag{6}$$

Se poate alege prin urmare

$$A(\lambda) = C \frac{J_0(\lambda a)}{\lambda} a, \tag{7}$$

unde C e o constantă care trebuie determinată, astfel încît pentru $x = 0$, $y = a$, $V = V_0$.

Expresia potenţialului devine

$$V(x, y) = C \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda a)}{\lambda} e^{-\lambda x} \sin \lambda y\, d(\lambda a), \tag{8}$$

iar pentru $x = 0$

$$V(0, y) = C \cdot a \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda a)}{\lambda a} \sin\left(\lambda a \frac{y}{a}\right) d(\lambda a) = \begin{cases} \pi a C & \text{pentru } \dfrac{y}{a} \geqslant 1, \\ a C \cdot \arcsin \dfrac{y}{a} & \text{pentru } \dfrac{y}{a} \leqslant 1, \end{cases} \tag{9}$$

relaţie, de asemenea, cunoscută din studiul integralelor improprii.

*) Vezi I.M. Rîjic şi I.F. Gradsteein, *Tabele de integrale, sume serii şi produse*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1955, p. 268, formula 4454.

Deoarece pentru $\frac{y}{a} > 1, V = V_0$, rezultă

$$C = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V_0}{a} \tag{10}$$

şi prin urmare, soluţia va fi

$$V(x, y) = \frac{2V_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda a)}{\lambda} e^{-\lambda x} \sin \lambda y \, d\lambda. \tag{11}$$

Utilizînd reprezentarea conformă se obţine soluţia

$$W(z) = \frac{2V_0}{\pi} j \arcsin \frac{x + jy}{ja} = U + jV, \tag{12}$$

din care pentru $x = 0$, $y \leqslant a$ se obţine

$$V(0, y) = \mathcal{I}m\, W(0, y) = \frac{2V_0}{\pi} \arcsin \frac{y}{a}, \tag{13}$$

în acord cu relaţia (9).

Cum din relaţia (12) pentru fiecare valoare a coordonatelor x, y se poate calcula $\mathcal{I}m[W(z)]$, rezultă că integrala (11) se poate evalua exact pentru orice punct din planul x, y, adică

$$\int_0^\infty \frac{J_0(\lambda a)}{\lambda} e^{-\lambda x} \sin \lambda y \, d\lambda \equiv \mathcal{I}m \left[j \arcsin \frac{z}{ja} \right], \tag{14}$$

relaţie care nu este indicată în literatură.

În concluzie, din problema tratată rezultă posibilitatea evaluării unor integrale improprii prin rezolvarea problemelor cîmpului electrostatic prin două metode diferite (reprezentarea conformă şi separarea variabilelor).

Modelînd fenomenul într-o cuvă electrolitică, valoarea integralelor improprii de tipul (14) se poate măsura direct pentru fiecare punct al planului x, y.

Remarcăm că generalitatea procedeului nu este prea mare, acesta restrîngîndu-se numai la cazurile în care problemele pot fi rezolvate prin ambele metode.

De exemplu, pentru cazul $a = 0$ (două plane perpendiculare de potenţiale $V = V_0$ şi $V = 0$) se obţine integrala

$$\Gamma = \int_0^\infty \frac{\sin \lambda y}{\lambda} e^{-\lambda x} \, d\lambda = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \varphi,$$

relaţie care este cunoscută în literatura matematică.

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE ENERGETICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ

Seria A
ENERGETICĂ GENERALĂ ŞI ELECTROENERGETICĂ

Tomul XII 1962

INDEX ALFABETIC

	Nr.	Pag.
Energetică generală		
* * * Din realizările Institutului de energetică al Academiei R.P.R. în anul 1961 şi sarcinile ce-i revin pentru anul 1962	1	3
* * * Metodica de analiză a valorificării optime a lignitilor din Oltenia	1	7
CONST. GUŢU, MIHAI PETCU şi ANTOANETA SOCI, Daune provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică la fabricarea mătăsii-viscoză	1	25
C. GUŢU, M. PETCU şi A. SOCI, Daune prin întreruperea alimentării cu energie electrică la fabricarea fibrelor sintetice poliamidice	2	229
CONSTANTIN GUŢU, O generalizare a formulei pierderilor din reţeaua electrică în funcţie de sarcinile centralelor	3	333
TEODOR MICLESCU şi ALEXANDRU PAP, Procedee de calcul pentru determinarea bilanţului energetic de perspectivă. I. Procedee aproximative	2	207
TEODOR MICLESCU şi ALEXANDRU PAP, Procedee de calcul pentru determinarea bilanţului energetic de perspectivă. II. Procedee exacte	3	222
MIHAI PETCU, SCABA NAGY şi SORA MANEA, Prognoza necesarului de putere şi energie electrică	3	111
M. PETCU, CS. NAGY şi S. MANEA, Prognoza necesarului de putere şi energie electrică. II	4	535
Electroenergetică şi electrotehnică		
I. ADĂMUŢ şi G. DRĂGAN, Cercetări privind stabilirea nivelului de izolaţie a barelor din staţiile şi posturile de transformare de tip interior	2	269
C. APETREI, Determinarea soluţiei optime în proiectarea maşinilor electrice	1	117
C. APETREI, Determinarea prin calcul a optimului tehnico-economic în construcţia şi exploatarea transformatoarelor de putere	4	605

	Nr.	Pag.
ECATERINA ARIE, Studiul pe modele probabilistice a fluctuațiilor sarcinilor în sisteme electroenergetice	3	555
AUREL AVRAMESCU, Asupra amortizării undelor de impulsie la încercarea transformatoarelor	1	145
AUREL AVRAMESCU, Performanțele celulelor redresoare cu semiconductori	2	299
C. V. BĂLĂ, D. BĂRGĂUANU și D. CREȚU, Studiul unor regimuri speciale de funcționare ale motoarelor sincrone de mare putere	3	489
C. V. BĂLĂ, Sisteme de referință utilizate în teoria sistemelor electrice trifazate	4	633
F. MANEA, S. IONESCU și M. POMÎRLEANU, Calculul numeric al regimurilor tranzitorii succesive ale grupului generator, cu reglaj de tensiune și viteză, în sistemul electroenergetic	1	163
F. MANEA, S. IONESCU și M. POMÎRLEANU, Studiul posibilității de reglaj rapid al unui regulator reostatic cu sectoare rostogolitoare. Folosirea mașinii analogice „Mecan" la studiul stabilității reglajului mașinii sincrone	2	249
F. MANEA și S. IONESCU, Studiul unor regimuri tranzitorii de reglaj automat frecvență-putere în sistemele energetice cu ajutorul calculatorului analogic MECAN	4	577
MATEI MARINESCU, NICOLAE GAVRILIU și ION GRÎNARU, Asupra efectului de „histereză electromecanică". Un nou proces de transformare a energiei electrice în lucru mecanic și aplicarea la realizarea de noi tipuri de mașini electrice	2	337
P. NICOLAE, Influența centralelor termoelectrice asupra reglajului frecvenței în sistemele energetice	1	187
BADEA POPA, Erorile de măsură ale schemelor de înregistrare a supratensiunilor interne	2	323
BADEA POPA, Stabilirea schemei de încercare pentru măsurarea nivelului supratensiunilor ce apar la declanașarea liniei în gol	4	661
V. M. POPOV, Un nou criteriu privitor la stabilirea sistemelor conținînd reactoare nucleare	3	777
R. RĂDULEȚ și A. AVRAMESCU, Zona de transport în problemele dimensionării filtrelor electrice	1	47
R. RĂDULEȚ și A. IFRIM, Asupra calculului cuplului motorului asincron cu rotorul în formă de pahar	1	83
R. RĂDULEȚ și A. IFRIM, Motorul asincron difazat cu lame rotorice neferomagnetice și cîmp magnetic învîrtitor eliptic	1	105
REMUS RĂDULEȚ și CONSTANTIN MOCANU, Contribuție la teoria cuptoarelor de inducție fără fier	3	444
REMUS RĂDULEȚ și ALFONS IFRIM, Forța de frînare a frînelor de inducție cu disc neferomagnetic avînd partea centrală plină	4	567
ALEXANDRU TIMOTIN, Probleme de cîmp magnetic în corpuri de permeabilitate foarte mare	4	553
A. ȚUGULEA și V. BUNEA, Asupra formei optime a crestăturii alternatorului de frecvență ridicată	4	645

Note

TEODOR MICLESCU și ALEXANDRU PAP, Cu privire la posibilitatea folosirii mașinilor de calcul cifrice la determinarea bilanțului energetic de perspectivă optim	4	677
ANDREI ȚUGULEA, Utilizarea problemelor de electrostatică pentru calculul unor integrale improprii	4	687

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ЭНЕРГЕТИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ЭНЕРГЕТИКЕ

Серия А

ОБЩАЯ ЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

Том XII 1962

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

	№	Стр.
Общая энергетика		
* * * Из достижений Института энергетики Академии РНР за 1961 год и задачи на 1962 год	1	3
* * * Методика оптимального использования лигнитов Олтении	1	7
К. ГУЦУ, М. ПЕТКУ и А. СОЧЬ, Убытки, происходящие вследствие перерыва подачи электроэнергии в производстве вискозного шелка	1	25
К. ГУЦУ, М. ПЕТКУ и А. СОЧЬ, Убытки, вызываемые перебоями подачи электроэнергии при производстве искусственного полиалидного волокна	2	229
КОНСТАНТИН ГУЦУ, Обобщение формулы потерь в электрической сети в зависимости от нагрузок электростанций	3	427
ТЕОДОР МИКЛЕСКУ и АЛЕКСАНДРУ ПАП, Способы расчета для составления энергетического перспективного баланса. Часть I. Способы приблизительного расчета	2	207
ТЕОДОР МИКЛЕСКУ и АЛЕКСАНДРУ ПАП, Способы расчета для составления перспективного энергетического баланса. Часть II. Точные расчеты	3	385
МИХАЙ ПЕТКУ, ЧАБА НОГЬ, СОРА МАНЯ, Прогноз (расчет) необходимости в мощности и электроэнергии	3	367
М. ПЕТКУ, Ч. НОДЬ и С. МАНЯ, Прогноз (расчет) необходимости в мощности и электроэнергии. II	4	535
Электроэнергетика и электротехника		
АУРЕЛ АВРАМЕСКУ, Амортизация импульсных волн при испытании трансформаторов	1	145
АУРЕЛ АВРАМЕСКУ, Прогресс, достигнутый в конструировании выпрямляющих элементов с полупроводниками	2	299
И. АДЭМУЦ и Г. ДРЭГАН, Исследования по определению степени (уровня) изоляции собирательных шин трансформаторных станций и подстанций для внутренних установок	2	269

	№	Стр.
К. АПЕТРЕЙ, Нахождение оптимального решения при проектировании электрических машин	1	117
К. АПЕТРЕЙ, Расчетное определение технико-экономического оптимума при конструкции и эксплуатации силовых трансформаторов	4	605
ЕКАТЕРИНА АРИЕ, Изучение флуктуационных нагрузок в электроэнергетических системах на моделях вероятностей	3	471
К. В. БЭЛЭ, Д. БЭРГЭУАНУ и Д. КРЕЦУ, Изучение некоторых особых режимов работы мощных синхронных двигателей	3	489
К. В. БЭЛЭ, Отсчетные системы, применяемые в теории трехфазных электрических систем	4	633
Ф. МАНЯ, С. ИОНЕСКУ и М. ПОМЫРЛЯНУ, Численный расчет последовательных переходных режимов генераторной установки с регулировкой напряжения и скорости в электроэнергетической системе	1	163
Ф. МАНЯ, С. ИОНЕСКУ и М. ПОМЫРЛЯНУ, Возможность быстрой регулировки реостатного регулятора напряжения с секторами качения. Использование аналогической машины „Мекан" при изучении стабильности регулировки машины	2	249
Ф. МАНЯ и С. ИОНЕСКУ, Изучение переходных режимов автоматической регулировки частота-мощность в энергетических системах при помощи счетно-аналогической машины „Мекан"	4	577
МАТЕЙ МАРИНЕСКУ, НИКОЛАЕ ГАВРИЛИУ и ИОН ГРЫНАРУ, Об эффекте электромеханического гистерезиса	2	337
П. НИКОЛАЕ, Влияние тепловых электростанций на регулировку частоты в электроэнергетических системах	1	187
Б. ПОПА Погрешности измерения схем для записи внутренних перенапряжений	2	323
Б. ПОПА, Определение испытательной схемы для измерения уровня перенапряжений, появляющихся при срабатывании ненагруженных линий электропередачи	4	661
В. М. ПОПОВ, Новый критерий стабильности систем, содержащих ядерные реакторы	3	513
Р. РЭДУЛЕЦ и А. АВРАМЕСКУ, Зона переноса в вопросах определения размеров электрических фильтров	1	47
Р. РЭДУЛЕЦ и А. ИФРИМ, К расчету момента асинхронного двигателя со стакановидным ротором	1	83
Р. РЭДУЛЕЦ и А. ИФРИМ, Двухфазный асинхронный двигатель с роторной обмткой в виде неферромагнитных пластинок и эллиптическим вращающимся магнитным полем	1	105
РЕМУС РЭДУЛЕЦ и КОНСТАНТИН МОКАНУ, К теории индукционных печей без железного сердечника	3	445
РЕМУС РЭДУЛЕЦ и АЛЬФОНС ИФРИМ, Тормозная сила индукционных тормозов с цельным центральным неферромагнитным диском	4	567
АЛЕКСАНДРУ ТИМОТИН, Вопросы магнитного поля в телах с очень большой магнитной проницаемостью	4	553
А. ЦУГУЛЯ и В. БУНЯ, Оптимальная форма паза высокочастотного альтернатора	4	645

Заметки

ТЕОДОР МИКЛЕСКУ и АЛЕКСАНДРУ ПАП, В связи с возможностью использования счетно-вычислительных машин для определения оптимального перспективного энергетического баланса	4	677
АНДРЕЙ ЦУГУЛЯ, Использование вопросов электростатики для вычисления некоторых несобственных интегралов	4	687

RECTIFICARE

La articolul *Zona de transport în problemele dimensionării filtrelor electrice*, de Remus Răduleț și Aurel Avramescu, din St. cerc. energ. 1—A/1962, se fac următoarele rectificări:

— la pagina 48, rîndul 6 de jos, în loc de ... cazanele ... se va citi ... gazele ...

— la pagina 67, explicația figurii 3 se va citi astfel: Repartizarea spațială a forțelor, în apropierea unei particule încărcate.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI R.P.R.

GR. C. MOISIL, **Circuite cu tranzistori**, vol. I, 142 p., 8,25 lei; vol. II, 156 p., 8,55 lei.

* * * **Probleme de automatizare II. Folosirea mașinilor electronice de calcul în industrie și economie. Extrase din lucrările prezentate la Consfătuirea asupra mașinilor electronice de calcul (ianuarie 1960)**, 171 p., 8,55 lei.

* * * **Probleme de automatizare III. Sesiunea asupra problemelor teoretice și practice privitoare la automatizările industriale (13 octombrie 1960)**, 188 p., 8,80 lei.

C. PENESCU, **Automatica și telemecanica sistemelor energetice**, vol. III, 417 p. + 9 pl., 30,20 lei.

A. MORARU, **Amplidina (mașina electrică amplificatoare de curent continuu cu câmp transversal)**, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență** (în limba rusă), 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA și O. BIȚĂ, **Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)**, 436 p., 23,70 lei.

P. P. TEODORESCU, **Probleme plane în teoria elasticității**, 996 p. + 6 pl., 42,80 lei.

E. ZAHARESCU, **Contribuții la studiul capacității portante a fundațiilor**, 300 p. + 4 pl., 16,40 lei.

V. VISARION, **Elemente pentru calculul plăcilor curbe subțiri elastice**, 385 p., 16,80 lei.

06